

## 量子神经网络及其应用<sup>1</sup>

李 飞 郑宝玉 赵生妹

(南京邮电学院信号与信息处理研究所 南京 210003)

**摘 要:** 量子计算与人工神经网络相结合的量子神经网络 (Quantum Neural Networks, QNN) 有可能成为未来信息处理的重要手段。分析了人工神经网络向 QNN 演变的动因及形式、QNN 的优势及可能的物理实现方法。着重讨论了几种 QNN 模型的结构、学习方法及特性,并阐述了 QNN 在模式识别、纠缠计算、函数近似等方面的初步应用。

**关键词:** 神经网络, 量子神经网络, 量子计算

**中图分类号:** TN911, TN-052 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-5896(2004)08-1332-08

## Quantum Neural Network and Its Applications

Li Fei Zheng Bao-yu Zhao Sheng-mei

(Institute of Signal & Information Processing,

Nanjing Univ. of Posts & Telecommunications, Nanjing 210003, China)

**Abstract** Quantum Neural Networks (QNN) is a promising area which integrates Artificial Neural Network(ANN) with quantum computing. The field of QNN is discussed, in particular, the motivation of ANN towards QNN, the advantages and the possible candidates for the implementation of QNN. Several QNN models are introduced in details and their architecture, learning algorithms and some properties are explored. The applications to pattern recognition, computing entanglement and multivariable functions approximation are analyzed.

**Key words** Neural network, Quantum neural network, Quantum computing

### 1 引言

人工神经网络 (Artificial Neural Network, ANN) 是并行分布式处理的自然范例,在近似和分类问题方面取得了一定意义的成功。然而, ANN 也有诸如在信息量大的情况下处理速度过慢、记忆容量有限、在接收新的信息时会发生灾变性失忆等缺陷,这些缺陷与不足限制了 ANN 理论的发展,同时也推动了 ANN 与其他理论相结合的交叉学科的研究,其中将 ANN 与量子计算理论相结合而产生的量子神经网络 (Quantum Neural Networks, QNN) 成为一个极富前景的崭新研究领域。QNN 由于利用了量子并行计算和量子纠缠等特性从而克服了 ANN 的某些固有缺陷,极有可能成为未来信息处理的重要手段<sup>[1]</sup>。

基于量子力学特性的量子计算概念最先由 Benioff<sup>[2]</sup> 与 Feynman<sup>[3]</sup> 于 1982 年提出,之后 Deutsch 定义了第一个量子计算模型<sup>[4]</sup>。1994 年 Shor 利用量子并行计算特性提出的大数质因子分解量子算法<sup>[5]</sup> 和 Grover 于 1996 年提出的量子搜索算法<sup>[6]</sup> 的出现,加快了量子计算这一研究领域的发展,在国际上掀起了研究量子计算的热潮。我国一些物理学家也在积极研究量子计算并取得了引人注目的成果<sup>[7-10]</sup>。

<sup>1</sup> 2003-06-08 收到, 2004-02-16 改回

国家自然科学基金 (No.60272066)、江苏省教育厅科研基金 (2001 省 19) 资助课题

量子计算采用一种与传统的计算方式迥然不同的新型计算方法, 它的一次运算可产生  $2^n$  个运算结果, 相当于常规计算机  $2^n$  次操作, 这种计算称为量子并行计算。量子并行处理大大提高了量子计算机的效率, 使其可达到常规计算机不能达到的解题速度, 还可以解决常规计算机不能解决的某些计算复杂度很高的问题, 如大数的质因子分解<sup>[5]</sup>。利用量子并行计算的优势, 将量子计算理论引入人工神经网络研究领域是一种极有意义的尝试。1995 年美国的 Kak 教授首次提出量子神经计算的概念<sup>[11]</sup>, 认为量子神经计算机由支持量子处理的 ANN 构成, 该 ANN 是自组织型的, 在外部或内部激励下可演变为不同的测量系统; 之后 Chrisley 提出了量子学习的概念<sup>[12]</sup>, 认为一个量子学习系统可能获得某种形式的意图; Menneer 等提出的量子衍生神经网络<sup>[13]</sup>将量子理论的多体观点应用于单层 ANN, 并证明 QNN 在分类方面比 ANN 更有效<sup>[14]</sup>; Behrman 认为量子点神经网络<sup>[15]</sup>利用了完整的量子点分子阵列其内在的多样性和连通性, 从而使得 QNN 具有成为极其强大的计算工具的潜力——至少在原理上能完成 ANN 无法完成的计算; Ventura 等认为量子计算采用微观量子能级效应以完成计算任务并在某些情况下能以常规计算指数倍的速度产生计算结果, 利用量子计算这一独特性质可创建量子联想记忆模型并使记忆容量和回忆速度有指数级提高<sup>[16]</sup>; Li 提出的量子并行自组织映射模型能在量子计算环境中实现并行自组织映射并具有一次学习能力<sup>[17]</sup>; 在基于量子隐形传态及其智能延伸的基础上 Li 还提出了纠缠神经网络的概念<sup>[18]</sup>; 还有一些学者提出了量子神经元<sup>[19]</sup>、非叠加量子神经计算<sup>[20]</sup>等新概念。上述将量子计算与 ANN 相结合的讨论构筑了在 ANN 领域进一步研究量子计算的基础, 开创了 QNN 这一新的交叉学科。近年, 量子神经网络的研究日趋活跃<sup>[21-25]</sup>, 并在模式识别<sup>[26-28]</sup>、纠缠计算<sup>[29,30]</sup>、函数近似<sup>[31,32]</sup>等方面得到初步应用。

## 2 ANN 向 QNN 的演变

导致 ANN 向 QNN 演变的动因主要有两个<sup>[1]</sup>: 其一是人脑中存在量子效应以及量子效应在人脑中所起的重要作用; 其二是 ANN 通过与量子计算的有效结合能被推广到量子研究领域。QNN 的研究有助于对人脑功能的新的理解, 同时有助于创建新的信息处理系统以解决常规 ANN 难以解决的问题或提升 ANN 的信息处理能力。

### 2.1 ANN 有关概念的量子类比

建立量子理论与 ANN 相关概念之间的类比关系是 ANN 向 QNN 演变的前提, 导致 ANN 与量子计算的结合可以有多种形式, 由此产生的 QNN 模型也各有特点, 而且合理的定义有利于模型与算法的设计与实现。表 1 所示为神经网络与量子理论的主要概念。

表 1 神经网络与量子理论主要概念对照

神经网络	量子理论
神经元, 连接权, 吸引子演化, 学习规则, 增益函数	波函数, 叠加 (相干), 测量 (消相干), 纠缠, 么正变换

量子力学是线性理论, 神经计算是数据处理的非线性方法, 建立这两个研究领域相关概念间的对应关系确实非常复杂, 是 ANN 向 QNN 演化发展进程中的巨大挑战, 且存在一个关键的问题是如何调和神经网络模型的非线性特征与量子计算中线性么正变换之间的关系。文献 [1] 指出解决这个问题的 3 种途径:

(1) 根据量子力学的 Copenhagen 解释, 量子计算系统输出结果测量时所发生的消相干 (即坍缩) 过程是非么正过程, 可以把它视作量子系统趋向某个吸引子的非线性演化, 从而在基于么正演化算子的量子计算系统中实现非线性映射。

(2) 根据量子力学的 Feynman 路径积分理论, 在 Feynman 路径积分公式  $|\psi(t)\rangle = \sum_{\text{all paths}} e^{-\frac{i}{\hbar} \int_0^t [\frac{m\dot{x}^2(\tau)}{2} - V(x(\tau))] d\tau}$  中由于存在非线性的势函数  $V(x)$  和指数函数因而包含了非线性关系, 可利用之进行非线性推导。

(3) 根据量子力学的 Everett 多体 (many universes) 解释, 量子态的消相干 (即坍缩) 是一个假象, 其波函数始终满足 Schrödinger 方程, 测量将观测值分为互不察觉的相等实体, 每个实体只是测量的一个可能结果。

许多研究者根据量子理论的不同解释建立了量子理论和神经网络相关概念的类比关系, 如表 2 所示<sup>[1]</sup>。

表 2 ANN 相关概念的量子类比

QNN 模型	神经元	连接权	变换特性	网络类型	动态特征
Perus	量子神经元	Green 函数	线性	时域	坍缩—吸引子收敛
Chrisley	输入区狭缝位置—经典神经元	权值区狭缝位置—经典连接权	非线性	多层 BP	非叠加
Behrman 等	时间片段—量子神经元	光子作用	非线性	空时	Feynman 路径积分
Goertzel	经典神经元	量子连接权	非线性	经典	Feynman 路径积分
Menneer 等	经典神经元	经典连接权	非线性	多体中的单个网络	经典
Venture	量子比特	纠缠	线性与非线性	多体中的单个模块	么正与非么正变换

## 2.2 QNN 的量子并行处理能力及 QNN 的优势

常规 ANN 的许多功能源于其并行分布式信息处理能力和神经元变换的非线性。然而, 量子理论的态叠加原理使 QNN 具有比 ANN 更强的并行处理能力并能处理更大型数据集。根据量子计算原理, 一个  $n$  位量子寄存器可以同时保存  $2^n$  个  $n$  位二进制数 (0 到  $2^n - 1$ ), 它们各以一定的概率存在。量子计算系统以这种方式指数地增加存储能力并能并行处理一个  $n$  位量子寄存器的所有  $2^n$  个数, 它的一次运算可产生  $2^n$  个运算结果, 相当于常规计算  $2^n$  次操作。但在读出量子计算的输出结果即测量量子寄存器的态时, 其叠加态将坍缩 (或消相干) 到其中之一一个基态上, 因而测量时只能测得 (即读出) 一个结果。例如在量子神经元模型<sup>[19]</sup>中, 感知器的权矢被一个波函数  $\psi(\omega, t)$  所取代,  $\psi(\omega, t)$  是所有可能的经典权矢的量子相干叠加, 当叠加权矢与环境作用时 (如受到实际输入的激励), 它必定会消相干到其中之一基态上, 即坍缩到经典权矢上。

虽然 QNN 的研究才刚刚起步, 但已有的理论分析和应用研究已经证明, 与常规 ANN 相比, QNN 具有以下几方面的潜在优势<sup>[1]</sup>: (1) 指数级的记忆容量和回忆速度; (2) 可实现高性能、少隐层数的网络; (3) 快速学习和高速信息处理 ( $10^{10}$  bit/s) 能力; (4) 由于不存在模式之间的相互干扰而具有消除灾难性失忆的潜力; (5) 单层网络可求解线性不可分问题; (6) 由于可实现高密度的量子神经元 ( $10^{11}$  个神经元/ $\text{mm}^3$ ) 和利用量子神经元之间的纠缠特性而不需要网络连线使 QNN 的网络规模较小、网络拓扑结构较简单; (7) 高稳定性和高可靠性等。

QNN 的量子并行处理能力使其在信号处理方面具有一些新的前所未有的潜在优势, 这成为 ANN 向 QNN 演化发展的引人注目的动因, 并使 QNN 被认为是神经计算系统的发展方向。

## 2.3 QNN 的物理实现

QNN 的物理实现是 ANN 向 QNN 演变的最困难之处。任何量子计算系统包括量子神经计算系统均要求系统保持量子相干直至计算完成, 而量子系统与环境的相互作用必将破坏量子叠加态而产生消相干从而导致计算错误, 因而克服量子消相干成为 QNN 物理实现中的突出问题。由于量子位叠加态的存在是概率性的, 在测量 QNN 的输出结果时需要测量多次, 而测量会引起坍缩, 因此要使多次测量成为可能也是 QNN 实现的难点之一。神经元之间的高密度互连是集成度高的 QNN 实现的又一难点, 在现已提出的 QNN 模型中, 非叠加量子神经计算机<sup>[20]</sup>通过力学量实现神经元的互连, 量子联想记忆模型<sup>[16]</sup>通过量子位之间的纠缠实现神经元之间的互连。

基于 Grover 算法的 QNN 的量子联想记忆模型的物理实现可采用核磁共振方案<sup>[1]</sup>, 而 Behrman 等则对用量子点方案实现 QNN 进行了研究<sup>[15]</sup>. 可用于量子计算机物理实现的离子阱方案、腔量子电动力学方案、超导量子干涉装置等也可考虑用于 QNN 的物理实现.

### 3 几种 QNN 模型

#### 3.1 量子神经元模型

文献 [19] 针对常规 ANN 模型中最简单的感知器研究其量子对照物, 给出了一种具有量子力学特性的人工神经元模型. 在该量子神经元模型中, 神经元之间的单个连接权矢被一个波函数  $\psi(\omega, t)$  所取代, 神经元的输入值、阈值和激活函数均与经典模型类似.  $\psi(\omega, t)$  处于 Hilbert 空间, 代表了权矢空间中所有可能权矢的概率幅度, 在任意时刻  $t$  满足归一化条件, 即  $\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(\omega, t)|^2 d\omega = 1$ , 其基态即为经典模型的权矢. 量子神经元的权矢是许多经典权矢的量子叠加, 当它与环境发生作用时将立即坍缩到其中之一的经典权矢上, 且概率为  $|\psi(\omega, t)|^2$ .

文献 [22] 提出了另一种量子神经元模型如图 1 所示. 图中神经元的输入输出均为量子态, 或 qubit, 输入为  $|x_j\rangle = a_j|0\rangle + b_j|1\rangle = \begin{bmatrix} a_j \\ b_j \end{bmatrix}$ , 输出为  $|y\rangle = \hat{F} \sum_{j=1}^N \hat{w}_j |x_j\rangle$ , 权矢  $\hat{w}_j$  是一个作用在基矢  $\{|0\rangle, |1\rangle\}$  上的  $2 \times 2$  的矩阵,  $\hat{F}$  是一个算符, 可用量子门组网络实现.

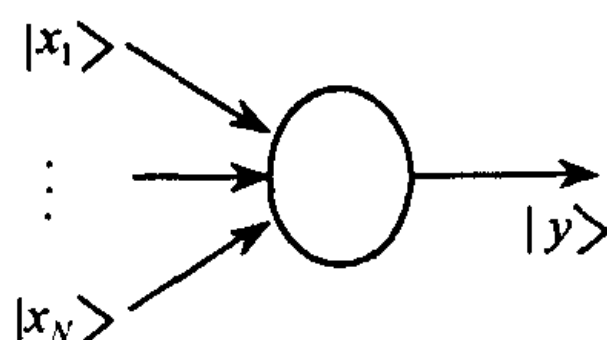


图 1 量子神经元模型

#### 3.2 量子衍生神经网络

Menneer 等人将量子理论中的多体 (或多宇宙) 观点应用到单层 ANN 中, 构造出一种量子衍生神经网络模型<sup>[13]</sup>, 并利用量子坍缩原理初步实现该模型的训练过程.

在常规 ANN 中, 一个网络需针对多个模式进行训练且需反复学习模式集直到网络对每个模式达到合适的输出为止, 而在量子衍生神经网络中, 许多单层神经网络各自分别训练一个模式. 该模型根据量子力学的 Everett 多体解释将训练集中的每个模式看作一个粒子, 它在不同的宇宙中被不同的网络所处理, 且每个网络只训练一个模式, 网络个数等于训练模式数. 每个网络与其相关的训练模式处于同一个分立的宇宙中, 不同宇宙中的单层网络同时进行训练, 一旦每个网络在其宇宙中训练成功, 则计算这些网络的量子叠加, 从而产生量子衍生神经网络并将其推广到所有输入模式, 所得叠加权矢即量子衍生波函数, 它坍缩到实际输入模式上, 具体坍缩方式取决于输入模式和坍缩方法.

实验证明<sup>[13-14]</sup>, 该模型在训练时权值更新的次数比常规 ANN 减少近 50%, 其训练时长远小于 ANN 却无泛化能力的损失; 处于每个宇宙中的分立的单层网络仅训练一个模式且无需重复, 学习过程中模式之间不发生相互干扰因而具有消除灾变性失忆的潜力; 多体中的单层网络能解决线性不可分问题, 对于分类问题该模型比常规 ANN 更为有效.

#### 3.3 量子并行自组织映射模型

量子并行自组织映射 (SOM) 模型<sup>[17]</sup> 是以并行计算为基础通过对传统的 Kohonen 自组织映射模型进行改进后得到的, 它由两个分立的神经元层相互连接而成, 如图 2 所示.

与 Kohonen SOM 模型不同的是量子并行 SOM 模型其输入、输出层均为神经元的二维阵列, 一个输入层神经元只与一个而不是多个输出层神经元相连, 神经元之间的每个连接被看作一个独立的处理器; 输入、输出层神经元数以及它们之间的连接数均等于输入信号个数 ( $M$ ) 与

数据可能的分类模板数 ( $P$ ) 的乘积, 即均为  $M \times P$  个。图 3 有助于更好地理解量子并行 SOM 模型。

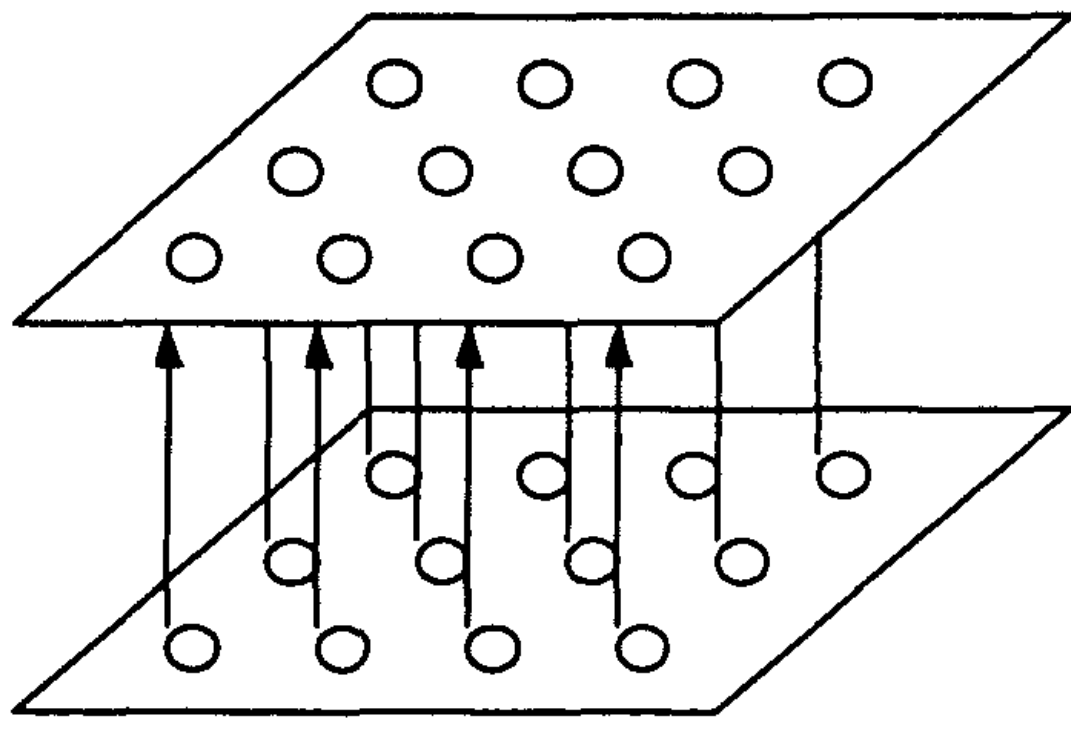


图 2 量子并行 SOM 模型

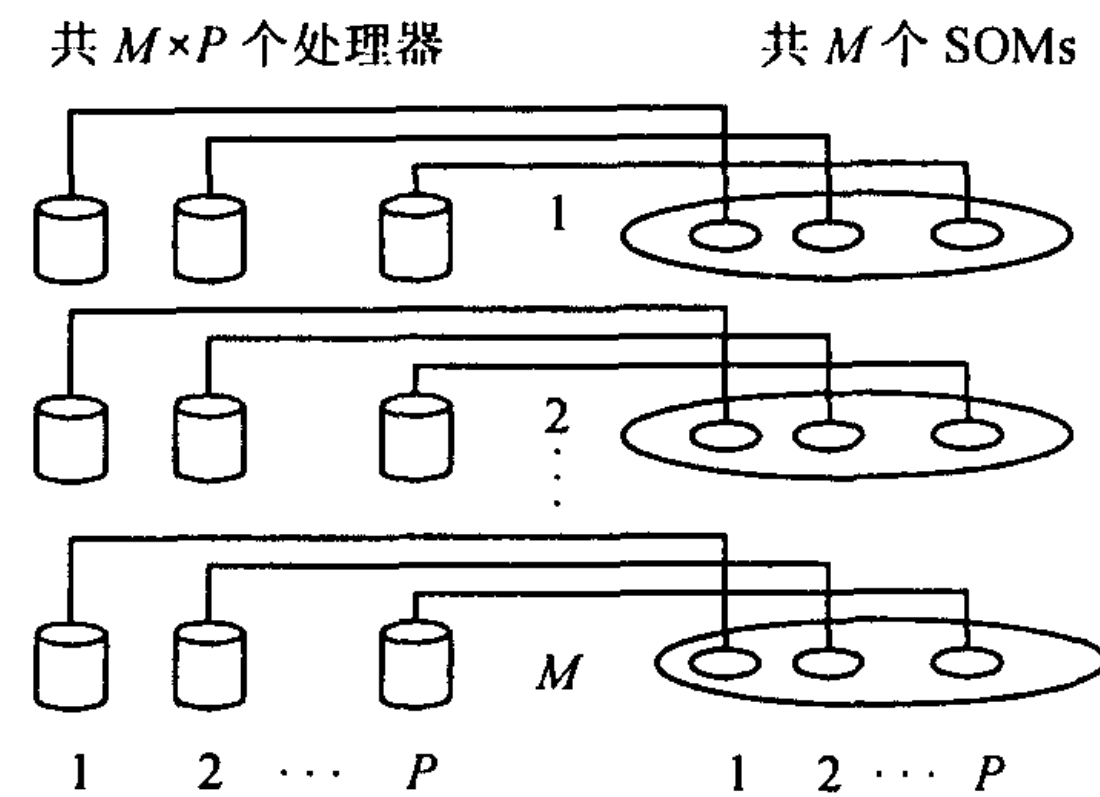


图 3 量子并行 SOM 模型结构

由于输入、输出层神经元之间的每个连接分别作为一个独立的处理器, 因而  $M$  个 SOM 的训练可同时进行, 适合于并行处理。在训练过程中权值矩阵和距离矩阵的所有元素同时进行计算, 权值更新通过一系列同步运算完成, 因而传统的重复训练过程修正为一次学习过程, 这与人脑的一次学习和记忆功能更相似。文献 [17] 证明, 在并行计算环境中, 改进的权值更新算法使并行 SOM 与传统 SOM 有同样的竞争学习能力和收敛特性。

由于并行 SOM 模型中竞争运算和权值变换的运算量非常大, 若采用传统计算方法, 并行 SOM 甚至比传统 SOM 效率低。但若采用量子计算方法, 则可大大降低其计算复杂度。例如,  $M=1000000, P=100$ , 若采用传统算法实现并行 SOM, 则输入输出层神经元均为  $10^8$  个, 运算量极大, 且要把  $10^8$  个神经元放在同一层也几乎不可能; 而采用量子计算, 则只需  $\log_2^{10^8} = 27$  个量子神经元, 利用量子并行计算特性, 可使 SOM 中的竞争运算和权值更新同步实现, 同时在最小距离搜索时采用量子计算的 Grover 搜索算法, 大大降低了并行 SOM 的计算复杂度。

### 3.4 量子联想记忆模型

模式联想问题可分成两个主要部分: 记忆与回忆。记忆即进行模式存储, 而回忆则是基于部分输入或(和)有噪输入的模式完成, 即关联模式回忆。对于模式联想问题常规 ANN (如 Hopfield 网络) 允许关联模式回忆, 但其存储容量受到严格限制, 例如要存储一个长度为  $n$  的模式需要  $n$  个神经元的网络, 但存储的模式数  $m$  受到  $m \leq kn (0.15 \leq k \leq 0.5)$  的条件限制。Ventura 和 Martinez 提出的量子联想记忆模型 [16] 保持了关联模式回忆的能力但仅利用  $n$  个量子神经元就能提供模式长度指数级的存储容量, 极大地扩展了记忆容量。

在量子联想记忆模型中, 使用波函数和算子重新描述了模式联想问题。存储模式阶段设计了一个多项式时间量子算法用来构造一个  $n$  个 qubits 的相干态, 代表训练集中的一组模式 ( $m$  个)。该算法的关键算子为:

$$S^p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{(p-1)/p} & -1/\sqrt{p} \\ 0 & 0 & 1/\sqrt{p} & \sqrt{(p-1)/p} \end{bmatrix}$$

其中  $m \geq p \geq 1$ , 不同的  $S^p$  算子与被存储的每个模式相关联, 这些算子构成了一组将模式与相干量子态结合的条件变换。假设模式  $p$  长度为  $n$ , 则该算法需要  $2n+1$  个 qubits。其中  $n$  个 qubits 用于存储模式, 相当于  $n$  个神经元; 其余  $n+1$  个 qubits 作为辅助 qubits 用于暂存数据且在每次叠代后恢复为  $|0\rangle$  态。算法的每次叠代使用不同的  $S^p$  算子并产生与量子系统结合

的另一个模式, 其结果是与模式对应的一个相干叠加态, 所有叠加态的态幅均相等. 为了通过  $n$  个量子神经元 (即 qubit) 的量子叠加编码  $m$  个模式需要叠代  $O(mn)$  步.

模式完成 (即回忆) 阶段采用修正的 Grover 量子搜索算法<sup>[6]</sup>, 该算法利用量子计算只需  $O(\sqrt{N})$  次查询即可在有  $N$  条记录的无序数据库中搜索到所期望的记录, 而常规算法需要  $O(N)$  次查询. 修正的 Grover 算法对原始 Grover 算法作了两点修正: (1) 假定某些初始分布, 而不是起始于初始  $|0\rangle$  态然后将所有态变换到统一的幅度分布; (2) 引入了另一个态旋转算子, 不仅将所期望的基态的相反转, 而且将所有存储模式的态的相均反转. 基于这两点修正, 该算法即可从一个模式的部分信息回忆起模式的全部. 搜索过程需要  $O(\sqrt{N})$  次查询, 系统坍缩到所期望的态中 (即结果被测定) 的概率至少为  $1 - 1/N$ , 存储的模式越多, 联想记忆的概率越接近于 1.

量子联想记忆模型用  $n$  个量子神经元可以在  $O(mn)$  时间内存储  $2^n$  个模式, 并且在  $O(\sqrt{2^n})$  时间内回忆起一个模式, 在记忆容量和回忆速度上该模型与传统的 Hopfield 网络相比有指数级提高.

### 3.5 纠缠神经网络模型

遵循量子态不可克隆定理并利用量子纠缠现象可以实现不发送任何量子位而把量子位的未知态 (即这个态包含的信息) 发送出去, 此即量子隐形传态 (Quantum Teleportation)<sup>[10]</sup>. 在量子隐形传态过程中, 一些有限的信息通过经典信道传输, 而量子态通过量子信道传输. 在基于量子隐形传态及其在智能意义上的延伸的基础上 Li 提出了纠缠神经网络 (Entangled Neural Networks) 的概念<sup>[18]</sup>. 神经元 A (Alice)、神经元 B (Bob)、EPR 源以及经典信道和量子信道构成一个纠缠神经网络的基本单元, 如图 4 所示. 对每个神经元的操作类似于量子隐形传态但对神经元 A 的测量能智能调整. 将图 4 所示单元按一定方式连接构筑了纠缠神经网络. 在纠缠神经网络中, 没有重复学习过程, 因而减少了消相干的影响.

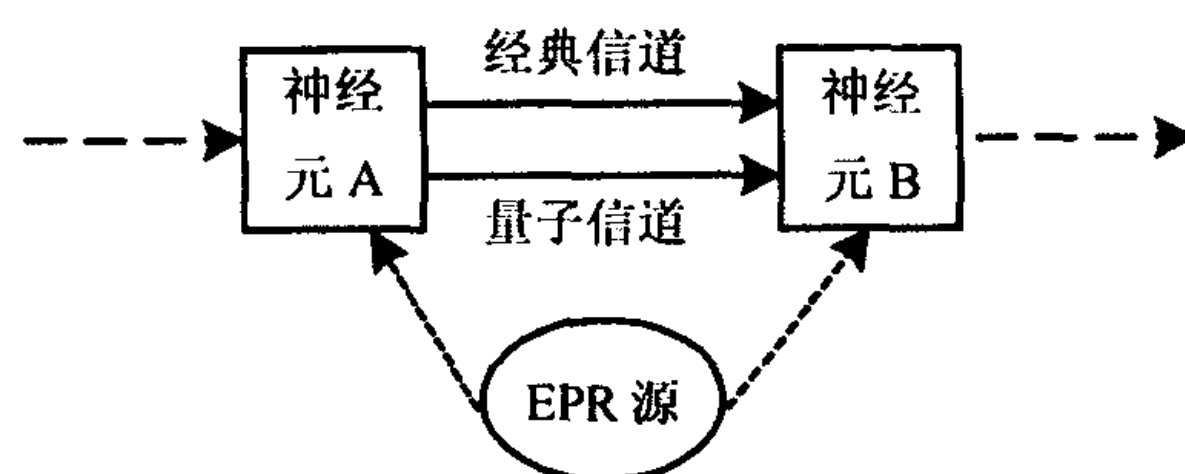


图 4 纠缠神经网络基本单元结构

## 4 QNN 的应用

QNN 的应用研究热点之一为模式识别, 如量子联想记忆模型和量子衍生神经网络模型均可用于模式识别. 传统的 Hopfield 型多模识别方案用不同的连接权代表不同的网络, 一个网络只属于同一类的模式样本训练, 不同的网络针对不同的类进行训练. 识别时用输入激励每个不同的神经网络, 然后比较其输出并利用赢元搜索得到识别结果. 这种方案的优点是能利用 ANN 并行分布式处理特点使输入能同时激励所有模式, 但其主要缺点是记忆容量有限. 量子联想记忆模型<sup>[1,16]</sup>推广了这一概念, 设计用一组 Hopfield 网络对应存储一组模式, 根据量子理论的多宇宙 (多体) 解释, 每个宇宙对应一种网络即对应一种模式, 整个 QNN 由存在于不同宇宙中的各分立网络组成. 每个网络仅用一个模式单独训练, 利用量子并行计算特性, 多个网络并行处理, 极大提高了模式识别速度; 由于  $n$  个量子比特能存储  $2^n$  个模式, 该模型在记忆容量和回忆速度上与传统的 Hopfield 网络相比有指数级提高. 量子衍生神经网络模型<sup>[13,14]</sup>则用一组感知器网络对应存储一组模式, 各单层感知器网络独立存在于并行的分立宇宙中, 每个网络仅

用一个模式训练, QNN 的权值是所有单层网络权值的叠加。由于量子态的相干叠加性, 该模型能解决线性不可分问题; 同时由于模式之间不会产生干扰而具有消除灾变性失忆的潜力。

文献 [26] 提出的 QNN 在传统前馈神经网络的隐层采用了量子神经元, 该 QNN 模型可用于模式分类且没有诸如需要先验知识、分类数目有限等限制条件。实验结果表明该模型能估计模糊数据集特征空间的结构, 而传统的具有 S 函数隐层单元的前馈神经网络不具备这一特性。文献 [27] 探讨了这种 QNN 模型在手写体数字识别方面的应用, 设计了一组实验对 QNN 用于实际数据和合成模糊图像分类进行深入研究。基于合成数据的实验检测了 QNN 的模糊判决边界, 基于实际数据的实验则证明 QNN 作为手写体数字分类器的巨大潜力及在多专家系统中所起的特殊作用。研究结果表明 QNN 在识别模糊数字时其可靠性高达 99.1%。文献 [28] 探讨了这种 QNN 模型在语音识别方面的应用, 并对 QNN 与传统 BP 网络在连续数字语音识别方面进行了实验对比, 结果表明 QNN 的误识率与传统 BP 网络相比降低了 15%。

文献 [30] 证明了 QNN 在纠缠计算方面的应用。量子计算之所以具有超常计算能力, 能完成某些常规计算无法完成的运算, 主要是因为量子计算具有量子并行与量子纠缠特性, 而如何有效地计算量子态的纠缠度是量子计算中的一个突出问题。一般意义的量子计算机和常规神经网络均不能解决纠缠计算的问题, Behrman 等提出了一种 QNN 模型<sup>[29,30]</sup>并证明其能有效训练用于计算输入量子态的纠缠度。该 QNN 将整个网络看作一个作用于输入矢量  $\phi_{in}$  的算子  $\hat{F}_W$ ,  $\hat{F}_W$  取决于神经元权值矩阵  $W$ , 权值在不同时隙取不同值, 输出矢量  $\phi_{out}$  是  $\phi_{in}$  在算子  $\hat{F}_W$  作用下随时间演化的结果, 仿真结果表明根据演化方程可计算输入量子态的纠缠度。

QNN 还可用于解决函数近似等数学问题。Ezhov 等提出了一种利用量子力学中光子的多栅栏、多缝干涉系统实现的量子神经元模型<sup>[31]</sup>, 并证明单个量子神经元能够完成经典神经元无法完成的 XOR 功能, 且无需构建神经网络即可实现连续多元函数的通用近似, 即仅用单个量子神经元进行处理就能实现任意连续多元函数的近似。文献 [32] 从 Schrödinger 方程和 Dirac 方程着手讨论了在量子力学领域如何用神经网络方法求解微分算子和积分微分算子的本征值问题, 并证明了这种方法在处理一维和多维问题时均具有高度的精确性、鲁棒性和有效性。

## 5 结语

通过上述讨论我们发现, QNN 在概念、模型、结构和学习方法等方面均可认为是 ANN 的量子延伸, 是 ANN 与量子计算相结合的产物, 结合形式大致有两种: 1) 在神经网络的结构或训练过程中引入量子理论, 如量子联想记忆模型、量子衍生神经网络; 2) 直接借用量子理论中的某些原理和概念来指导设计神经网络拓扑结构和训练算法, 如量子并行自组织映射模型。由于利用了量子计算的一些优点特别是量子并行计算特性, QNN 在记忆容量和处理速度等方面其性能往往优于 ANN, 且能解决某些 ANN 无法解决的问题, 如灾变性失忆问题、单层神经网络无法求解线性不可分问题等。

## 参 考 文 献

- [1] Ezhov A, Ventura D. Quantum neural networks. In: Kasabov N. ed. *Future Directions for Intelligent Systems and Information Sciences*, Springer-Verlag, Heidelberg, 2000: 213-234.
- [2] Benioff P A. Quantum mechanical Hamiltonian model of turing machine. *J. Stat. Phys.*, 1982, 29(3): 515-546.
- [3] Feynman R P. Simulating physics with computers. *Int. J. of Theo. Physics*, 1982, 21(6/7): 467-488.
- [4] Deutsch D. Quantum theory, the Church-turing principle and the universal quantum computer. *Proc. of Roy. Soc. of London. A*, 1985, A400: 97-117.
- [5] Shor P W. Algorithms for quantum computation: Discrete logarithms and factoring. *Proc. of the 35th Annual Symp. on Foundations of Computer Science*. New Mexico: IEEE Computer Society Press, 1994: 124-134.

- [6] Grover L K. A fast quantum mechanical algorithm for database search. *Proc. of the 28th Annual ACM Symposium on the Theory of Computing*, New York, 1996: 212–219
- [7] Duan L M, Lukin M. D, *et al.* Long-distance quantum communication with atomic ensembles and linear optics. *Nature*, 2001, 414: 413–418.
- [8] Duan L M, Guo G C. Probabilistic cloning and identification of linearly independent quantum states. *Phys. Rev. Let.*, 1998, 80(22): 4999–5002.
- [9] Duan L M, Guo G C. Quantum error avoiding codes versus quantum error correcting codes, *Phys. Let. A*, 1999, 255: 209–212.
- [10] 李承祖等编著. 量子通信和量子计算. 长沙: 国防科技大学出版社, 2000, 第 3 章第 1 节 – 第 7 章第 3 节.
- [11] Kak S. On quantum neural computing. *Information Sciences*, 1995, 83: 143–160.
- [12] Chrisley R. Quantum learning. In Pylkkönen P. and Pylkkö P. Editors *New Directions in Cognitive Science: Proc. of Int. Symp. on Finish Association of Artificial Intelligence*, Lapland, 1995: 77–89.
- [13] Menneer T, Narayanan A. Quantum-inspired neural networks. Tech. Rep. R329, Univ. of Exeter, 1995.
- [14] Menneer T. Quantum artificial neural networks: [Ph.D.thesis]. UK: The Univ. of Exeter, 1998.
- [15] Behrman E C, Niemel J, *et al.* A quantum dot neural network. *Proc. of the 4th Workshop on Phys. of Comp.*, Boston, 1996: 22–24.
- [16] Ventura D, Martinez T R. Quantum associative memory. *Information Sciences*, 2000, 124(1-4): 273–296.
- [17] Li Wei-gang. A study of parallel self-organizing map. <http://xxx.lanl.gov/quant-ph/9808025>, 1998.
- [18] Li Wei-gang. Quantum neural computing study. <http://www.cic.ubn.br/weigang/qc/>, 1999.
- [19] Ventura D, Martinez T R. An artificial neuron with quantum mechanical properties. *Proc. of the Int. Conf. on Artificial Neural Networks and Genetic Algorithms*, Norwich, 1997: 482–485.
- [20] Chrisley R. Learning in non-superpositional quantum neurocomputer. Pylkkönen P and Pylkkö P (Ed.), *Brain, Mind, Physics*, Amsterdam IOS Press, 1997: 126–139.
- [21] Ventura D. Quantum computing and neural information processing. *Information Sciences*, 2000, 128(3-4): 147–148.
- [22] Altaisky M V. Quantum neural network, <http://xxx.lanl.gov/quant-ph/0107012>, 2001.
- [23] 解光军, 庄镇泉. 量子神经计算模型研究. *电路与系统学报*, 2002, 7(2): 83–88.
- [24] Gupta S, Zia R K P. Quantum neural networks, <http://xxx.lanl.gov/quant-ph/0201144>, 2002.
- [25] 郑宝玉, 赵生妹, 李飞. 信息理论的新进展——量子信息论与量子神经计算. *南京邮电学院学报*, 2002, 22(3):6–14.
- [26] Purushothaman G, Karayiannis N B. Quantum Neural Networks (QNN's): Inherently fuzzy feedforward neural networks. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 1997, 8(3): 679–693.
- [27] Zhou J, *et al.* Recognition of handwritten numerals by quantum neural network with fuzzy features, <http://www.cenparmi.concordia.ca>, 2001.
- [28] Li F, Zhao S M, Zheng B Y. Quantum neural networks in speech recognition. *Proc. of ICSP02*, Beijing, 2002: 1267–1270.
- [29] Behrman E, Nash L, *et al.* Simulations of quantum neural networks. *Information Sciences*, 2000, 128(3-4): 257–269.
- [30] Behrman E C, *et al.* A quantum neural network computes entanglement. <http://xxx.lanl.gov/quant-ph/0202131>, 2002.
- [31] Ezhov A, Khromov G, *et al.* Multivariable functions approximation using a single quantum neuron, <http://xxx.lanl.gov/quant-ph/0105134>, 2001.
- [32] Lagaris I E, Likas A, *et al.* Artificial neural network methods in quantum mechanics. <http://xxx.lanl.gov/quant-ph/9705029>, 1997.

李 飞: 女, 1966 年生, 副教授, 在职博士生, 主要研究方向为量子信息处理.

郑宝玉: 男, 1945 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为通信信号处理、量子信息处理.

赵生妹: 女, 1968 年生, 副教授, 在职博士生, 主要研究方向为量子信息处理.