

一种低复杂度的稀疏FIR陷波滤波器的设计方法

徐微* 李安宇 石博雅

(天津工业大学电子与信息学院 天津 300387)

(天津市光电检测技术与系统重点实验室 天津 300387)

摘要: FIR陷波滤波器具有线性相位、精度高、稳定性好等诸多优势,然而当陷波性能要求较高时,通常需要较高的阶数,导致FIR陷波滤波器硬件实现复杂度大大提高。该文基于稀疏FIR滤波器设计算法和共同子式消除的思想,提出一种低复杂度的FIR陷波滤波器设计方法。该方法首先采用稀疏滤波器设计算法得到满足频域性能设计要求的FIR陷波原始滤波器系数,然后对其进行CSD编码,并分析CSD编码量化系数集中所有的2项子式和孤子的灵敏度,最后根据灵敏度的大小依次选择合理的2项子式或孤子直接合成滤波器系数集。仿真结果表明,新算法设计实现的FIR陷波滤波器比已有的低复杂度设计方法最多可减少51%的加法器,有效地降低了硬件实现复杂度,大大节省了硬件资源。

关键词: FIR陷波滤波器; 共同子式消除; 稀疏滤波器设计

中图分类号: TN713

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2019)04-0939-06

DOI: 10.11999/JEIT180548

A Novel Design Algorithm for Low Complexity Sparse FIR Notch Filters

XU Wei LI Anyu SHI Boya

(School of Electronics and Information Engineering, Tianjin Polytechnic University, Tianjin 300387, China)

(Tianjin Key Laboratory of Optoelectronic Detection Technology and System, Tianjin 300387, China)

Abstract: FIR notch filter has many advantages such as linear phase, high precision and good stability. However, when the notch performance is required to be high, a higher order is usually required, resulting in increased greatly hardware complexity of the FIR notch filter. Based on sparse FIR filter design algorithm and common subexpression elimination, a novel algorithm is proposed for the design of low complexity sparse FIR notch filter. First, a sparse FIR notch benchmark filter that fulfills frequency response specifications is obtained from the sparse filter design algorithm. Then, each quantized filter coefficient is represented in Canonical Signed Digit (CSD). The sensitivities of all weight-two subexpressions and isolated nonzero digits of the quantized coefficient set are analyzed. Finally, the filter coefficient set with lower implementation cost is constructed by iteratively admitting subexpressions and isolated nonzero digits according to their sensitivities. Simulation results show that the proposed algorithm can save about 51% of adder compared with other low complexity filter design algorithms, which reduces effectively the implementation complexity and saves greatly the hardware cost.

Key words: FIR notch filter; Common subexpression elimination; Sparse filter design

1 引言

陷波滤波器可以有效滤除特定的极窄频段的频率成分干扰,而对该频段之外的信号进行高效传

输,在通信技术、生物工程、雷达声呐、测量仪器等领域的应用非常广泛^[1,2]。现有的数字陷波器可分为无限脉冲响应(IIR)和有限脉冲响应(FIR)两类,对线性相位特性要求较高时,FIR陷波滤波器成为首选。但要取得良好的衰减特性,需要较高的阶数,导致其实现过程中存在着效率低、功耗大和成本高等方面的困难^[3]。

目前提出的降低FIR滤波器硬件实现复杂度的方法主要分为两大类。一类方法是利用稀疏算

收稿日期: 2018-06-04; 改回日期: 2018-12-25; 网络出版: 2019-01-02

*通信作者: 徐微 tjpulay@163.com

基金项目: 国家自然科学基金(61501324)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (61501324)

法^[4-7]来设计FIR滤波器,在满足滤波器频域设计要求的前提下,令滤波器的时域冲激响应具有尽量多的零值抽头系数,使其实现所用的加法器乘法器数目大大减少,从而提高其运算速度、减小运算误差、降低能耗和成本;第2类有效降低硬件实现复杂度的方法是基于多常数乘法(Multiple Constants Multiplication, MCM)技术的FIR滤波器优化设计。在硬件实现中乘法器是资源消耗最大最复杂的单元, MCM技术将输入信号与常系数的乘法操作通过加法和移位来实现,有效避免了乘法器的使用,使加法器成为滤波器实现时主要的运算单元。为最小化加法器的数量,系数的表示方法非常重要,文献^[8-10]提出将滤波器系数用SPT(Signed Power-of-Two)编码方法表示,与传统二进制补码的编码方式相比, SPT编码方法在硬件实现上更加高效。在SPT编码方法基础上,文献^[11-14]提出了基于共同子式消除(Common Subexpression Elimination, CSE)技术的低复杂度FIR滤波器设计方法,通过最大化共享MCM模块中的共同子式,进一步降低了加法器的数量。文献^[15]引入了比特级灵敏度函数的概念,提出了一种基于灵敏度的共同子式消除和系数合成算法。

由于在陷波频率点附近的频率响应幅值变化比较剧烈,尤其当陷波带宽比较小时,目前已有的FIR陷波滤波器设计算法得到的陷波器都有很高的非零抽头系数。本文基于稀疏FIR滤波器设计算法和共同子式消除的思想,提出一种低复杂度的FIR陷波滤波器的设计方法。所提方法首先采用稀疏滤波器设计算法得到满足频域性能设计要求的FIR陷波原始滤波器系数,然后对其进行CSD(Canonical Signed Digit)编码,并引入了2项子式灵敏度和孤子的灵敏度函数,最后根据灵敏度的大小依次选择合理的2项子式或孤子重新合成滤波器系数集。

本文内容安排如下:第2节介绍算法的数学模型和基本概念,第3节介绍本文算法,第4节对本文算法进行仿真对比分析,第5节为结论。

2 数学模型和基本概念

2.1 陷波滤波器

FIR陷波滤波器的设计参数通常包括:陷波频率集合 $\{\bar{\omega}_i\}_{i=1}^r$ 、陷波深度 d (dB)、陷波带宽 $\Delta\omega$ 、通带衰减 α (dB)(或通带纹波 δ)。通带衰减 α 和通带纹波 δ 可以相互转化,二者关系为

$$(\alpha)_{\text{dB}} = 20 \cdot \lg \frac{1 - \delta}{1 + \delta}, \quad \delta = \frac{1 - 10^{(\alpha/20)}}{1 + 10^{(\alpha/20)}} \quad (1)$$

给定上述设计指标,理想的FIR陷波滤波器的频率响应 $H(e^{j\omega})$ 应该满足

$$\left. \begin{aligned} |H(e^{j\omega})| &\leq D, & \omega \in \{\bar{\omega}_1, \bar{\omega}_2, \dots, \bar{\omega}_r\} \\ D < |H(e^{j\omega})| &< 1 - \delta, & \omega \in \Omega^0 \\ |H(e^{j\omega}) - 1| &< \delta, & \omega \in [0, \pi] - \Omega^0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中, $D = 10^{(d/20)}$, $\Omega^0 = \{\omega \mid |\omega - \bar{\omega}_i| \leq \Delta\omega/2, 1 \leq i \leq r\}$ 。

2.2 CSD编码和CSE技术

CSD编码与传统的二进制编码不同,它具有3元值 $\{0, 1, -1\}$,其中 -1 通常表示为 $\bar{1}$ 。FIR滤波器原始系数表示为向量 $\mathbf{h} = [h(0) \ h(1) \ \dots \ h(N)]^T$,对 \mathbf{h} 中每一个系数进行CSD编码。第 n 个系数 $h(n)$ 的CSD编码表示为 $\mathbf{h}_q(n) = b_{B-1}^n \dots b_2^n b_1^n b_0^n$,则 $h(n)$ 和 $\mathbf{h}_q(n)$ 的转化关系为

$$\mathbf{h}_q(n) = \sum_{i=0}^{B-1} b_i^n \cdot 2^i = [h(n) \cdot 2^{B-1}], \quad b_i^n \in \{1, 0, \bar{1}\} \quad (3)$$

其中, B 为编码位数, $[\cdot]$ 表示四舍五入运算。

在系数 $\mathbf{h}_q(n) = b_{B-1}^n \dots b_i^n \dots b_1^n b_0^n$ 中,若 b_i^n 和 b_{i-j-1}^n 为非零比特,则 $b_i^n 0 \dots 0 b_{i-j-1}^n$ (中间有 j 个0)对应的多项式就称为 j 阶2项子表达式,简称 j 阶2项子式。若 j 阶2项子式首尾位的非零数字 b_i^n 和 b_{i-j-1}^n 同号,称为 j 阶偶2项子式,如101, $\bar{1}00\bar{1}$;若异号,则称为 j 阶奇2项子式,如 $\bar{1}01, 100\bar{1}$ 。若某一量化系数中只含有一个独立的非零数字而无法构成任何形式的2项子式时,如 $\{00100000\}$,则称为孤子。

如果系数内部或者系数之间存在相同阶数的2项子式,就称为共同子式。输入信号与某个 j 阶2项子式进行1次乘法操作后,其他位置与该子式具有相同阶数 j 的子式可直接运用此结果,这就是CSE技术的基本原理,通过CSE技术可以明显降低加法器数量。例如,假设12位量化字长系数 $\mathbf{h}_q(1) = 10100\bar{1}0\bar{1}0101$,若直接实现系数 $\mathbf{h}_q(1)$,如图1(a)所示,需要5个加法器。若对 $\mathbf{h}_q(1)$ 中所有的1阶2项子式101进行CSE,如图1(b)所示,加法器个数减少为3。

3 本文算法

3.1 系数稀疏化

给定陷波滤波器的设计参数:陷波频率集合 $\{\bar{\omega}_i\}_{i=1}^r$ 、陷波带宽 $\Delta\omega$ 、通带纹波 δ ,首先要利用稀疏滤波器设计算法得到满足频域性能设计要求的FIR陷波原始滤波器系数 $h(n), 0 \leq n \leq N$ 。假设陷波滤波器为I型线性相位FIR滤波器,即阶数 N 为偶

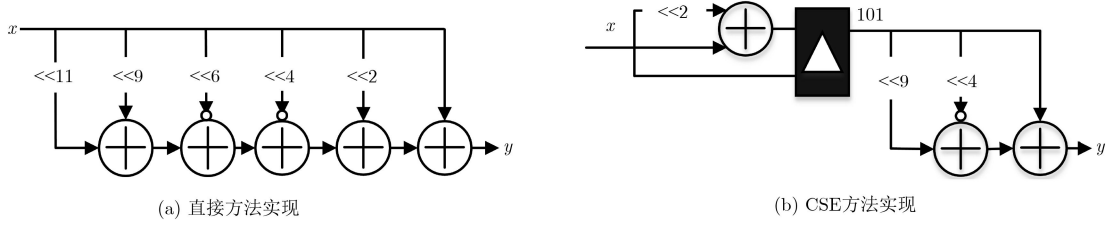


图 1 2种方法实现系数 $\mathbf{h}_q(1) = 10100\bar{1}0\bar{1}0101$

数, $h(n)$ 是实数且具有偶对称性, 则FIR陷波滤波器的频率响应 $H(e^{j\omega})$ 满足 $H(e^{j\omega}) = e^{-jM\omega} H_0(\omega)$, 其中 $M = N/2$, $H_0(\omega)$ 为零相位响应, 可以表示为

$$\begin{aligned} H_0(\omega) &= h(M) + 2 \sum_{m=1}^M h(M-m) \cos(m\omega) \\ &= [1, \cos(\omega), \dots, \cos(M\omega)] \\ &\quad \cdot [h(M), 2h(M-1), \dots, 2h(0)]^T \\ &= \mathbf{c}(\omega) \mathbf{h} \end{aligned} \quad (4)$$

则稀疏的FIR陷波滤波器的设计问题可以表示为

$$\min \|\mathbf{h}\|_0 \quad (5a)$$

$$\text{s.t. } |\mathbf{c}(\omega) \mathbf{h} - 1| < \delta, \omega \in [0, \pi] - \Omega^0 \quad (5b)$$

$$\mathbf{c}(\bar{\omega}_i) \mathbf{h} = \mathbf{0}, 1 \leq i \leq r \quad (5c)$$

式(5)是对 l_0 范数下的目标函数进行求解, 此优化问题属于NP-hard问题。对于上述稀疏的FIR陷波器的设计问题, 本实验组已提出了一些有效的解决方案, 如基于OMP和切比雪夫窗函数的算法^[4]和迭代加权正交匹配追踪(IROMP)算法^[5]。在本文仿真中将采用IROMP算法对式(5)进行求解, 利用加权 l_2 范数下的OMP算法确定所需非零系数的数目和位置, 通过迭代得到稀疏的滤波器系数 $\mathbf{h} = [h(0) h(1) \dots h(N)]^T$ 。

3.2 重构系数集

确定量化字长 B , 对上一节得到的稀疏FIR陷波滤波器系数向量 \mathbf{h} 进行CSD编码, 得到 $N \times B$ 的系数矩阵

$$\mathbf{h}_q = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_q(0) \\ \mathbf{h}_q(1) \\ \vdots \\ \mathbf{h}_q(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{B-1}^0 & b_{B-2}^0 & \dots & b_0^0 \\ b_{B-1}^1 & b_{B-2}^1 & \dots & b_0^1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{B-1}^N & b_{B-2}^N & \dots & b_0^N \end{bmatrix} \quad (6)$$

为统计 \mathbf{h}_q 中所有 j 阶2项子式出现的位置, 引入 $B-2$ 个 $N \times B$ 的位置矩阵 $\mathbf{CSP}^{(j)}$, $j=1, 2, \dots, B-2$, $\mathbf{CSP}^{(j)}$ 标注了 \mathbf{h}_q 中所有具有形式 $b_i 0 \dots 0 b_{i-j-1}$ (中间有 j 个0)的 j 阶2项子式出现的位置。矩阵中元素值为0, 1或 $\bar{1}$, 若 $\mathbf{CSP}^{(j)}(n, i) = 1$ 或 $\bar{1}$, 则表示 $\mathbf{h}_q(n)$ 中的 b_i^n 和 b_{i-j-1}^n 构成 j 阶偶(奇)2项子式。若

$\mathbf{CSP}^{(j)}(n, i) = 0$, 则表示在 $\mathbf{h}_q(n)$ 中对应位置上不存在任何 j 阶2项子式。以 $\mathbf{h}_q(1) = 10100\bar{1}0\bar{1}0101$ 和 $\mathbf{h}_q(2) = 101010100\bar{1}0\bar{1}$ 为例, 此时 $N = 2$, $B = 12$, \mathbf{h}_q 对应的1阶、2阶和10阶2项子式位置矩阵为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{CSP}^{(1)} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \bar{1} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{CSP}^{(2)} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \bar{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{CSP}^{(10)} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

为统计 \mathbf{h}_q 中所有孤子出现的位置, 引入一个 $N \times B$ 的位置矩阵 $\mathbf{CSP}^{(0)}$, 若 $\mathbf{CSP}^{(0)}(n, i) = 1$ 或 $\bar{1}$, 表示第 n 个量化系数 $\mathbf{h}_q(n)$ 在第 i 位上存在独立的非零数字1或 $\bar{1}$ 。

满足给定设计参数的前提下, 通过合理选择2项子式或孤子进行重构, 可以更快地得到期望的系数集。为此, 本文引入了孤子和 j 阶2项子式的灵敏度函数。令 $P_{n,i}^{(0)}$ 表示为系数集 \mathbf{h}_q 中第 n 个系数、第 i 比特位上的孤子, $P_{n,i}^{(j)}$, $j=1, 2, \dots, B-2$ 代表 $\mathbf{h}_q(n)$ 中的 b_i^n 和 b_{i-j-1}^n 构成的 j 阶2项子式, 则灵敏度函数 $E(P_{n,i}^{(j)})$ 表示为

$$E(P_{n,i}^{(j)}) = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \left[H_q(\omega_l) - \tilde{H}(\omega_l, P_{n,i}^{(j)}) \right]^2, \quad j=0, 1, \dots, B-2 \quad (8)$$

其中, L 是采样点数, $H_q(\omega)$ 是量化系数集 \mathbf{h}_q 对应的滤波器频率响应, $\tilde{H}(\omega, P_{n,i}^{(j)})$ 是将 j 阶2项子式或孤子从系数集 \mathbf{h}_q 中移除后对应的频率响应。灵敏度函数代表了把 j 阶2项子式 $P_{n,i}^{(j)}$ 或孤子 $P_{n,i}^{(0)}$ 移除而引起的频率响应误差。

根据式(8)计算系数集 \mathbf{h}_q 中各个 j 阶2项子式和

孤子的灵敏度, 对应结果放入 $B - 1$ 个 $N \times B$ 的灵敏度矩阵 $\mathbf{SEN}^{(j)}$, $j = 0, 1, \dots, B - 2$ 中。令 \mathbf{h}_r 表示 $N \times B$ 维的重构系数矩阵, 其初始化为全0矩阵。在每次迭代中, 将根据灵敏度的大小, 依次选择合理的 j 阶2项子式或孤子复制到重构系数矩阵 \mathbf{h}_r 中, 直至 \mathbf{h}_r 对应的滤波器通带纹波 δ_r 和陷波深度 d_r 满足要求。具体步骤如下:

步骤1 利用灵敏度矩阵 $\mathbf{SEN}^{(j)}$, $j = 0, 1, \dots, B - 2$, 寻找灵敏度最大的2项子式或孤子, 并将其对应比特位的非零数字从 \mathbf{h}_q 复制到 \mathbf{h}_r 中, \mathbf{h}_q 对应位置零;

步骤2 判断 \mathbf{h}_r 对应的滤波器 δ_r 和 d_r 是否满足要求。若满足, 跳到步骤5。若不满足, 继续下一步;

步骤3 若步骤1中复制到 \mathbf{h}_r 中的比特为孤子, 则继续步骤4; 若步骤1中复制到 \mathbf{h}_r 中的比特为 k 阶2项子式, 则按照灵敏度从高到低逐次将对应的 k 阶2项子式从 \mathbf{h}_q 复制到 \mathbf{h}_r , \mathbf{h}_q 对应位置零, 直至 \mathbf{h}_r 满足要求, 跳到步骤5。若 \mathbf{h}_q 中所有 k 阶2项子式都被复制到 \mathbf{h}_r 中后, \mathbf{h}_r 仍不满足要求, 继续步骤4;

步骤4 更新系数集 \mathbf{h}_q 对应的位置矩阵 $\mathbf{CSP}^{(j)}$ 和灵敏度矩阵 $\mathbf{SEN}^{(j)}$, $j = 0, 1, \dots, B - 2$, 跳回步骤1;

步骤5 由于在步骤3中将 k 阶2项子式复制到 \mathbf{h}_r 时会引入几个灵敏度极低的非零数字, 所以从 \mathbf{h}_r 中删除这些冗余的非零数字可以进一步降低加法器数量。按照式(8)计算 \mathbf{h}_r 所有非零数字的灵敏度, 在 \mathbf{h}_r 满足设计要求的前提下, 从 \mathbf{h}_r 中依次移除掉最不灵敏的非零数字。

4 实验仿真

在相同的FIR陷波滤波器的设计要求下, 将本文算法与文献[15]提出的算法进行了对比, 并采用文献[16]中的式(13)作为成本函数来统计实现滤波器所需的加法器数量。

实例1 FIR陷波滤波器的设计参数为: 陷波频率点集 $\{0.10\pi, 0.25\pi, 0.76\pi\}$ 、陷波带宽 $\Delta\omega =$

0.061π 、通带纹波 $\delta = -0.95$ dB 和陷波深度 $d = -60$ dB。

表1给出了分别在 $B = 14, 16$ 和 18 的条件下, 通过两种算法设计得到的滤波器的阶数、非零系数个数、重构后的系数集中非零数字个数 (#NZ) 和所需的加法器个数。结果表明, 在 $B = 16$ 时, 本文算法仅需62个加法器。对比文献[15], 节省了51%的加法器。说明本文算法可以在保证频率响应满足设计要求的同时, 完成了降低硬件成本的目标。图2是 $B = 16$ 时本文算法设计得到的陷波滤波器频率响应图。红色曲线代表重构前FIR陷波滤波器的频率响应, 蓝色曲线代表重构后的滤波器频率响应。

实例2 FIR陷波滤波器的设计参数为: 陷波频率点集 $\{0.2\pi, 0.8\pi\}$ 、陷波带宽 $\Delta\omega = 0.066\pi$ 、通带纹波 $\delta = -1.6413$ dB 和陷波深度 $d = -60$ dB。

表2给出了分别在 $B = 14, 16$ 和 18 的条件下, 通过两种算法设计得到的滤波器的阶数、非零系数的个数、重构后的系数集中非零数字的个数 (#NZ) 和实现所需加法器的个数。不难发现, $B = 16$ 时, 本文算法实现滤波器只需要25个加法器。与文献[15]相比, 节约了38%的加法器。说明本文算法在保证频率响应满足要求的同时, 有效地降低了滤波器实现复杂度。图3是本文算法设计得到的陷波滤波器在 $B = 16$ 时的频率响应图。红色曲线代表重构前的FIR陷波滤波器频率响应, 蓝色曲线代表重构后的滤波器频率响应。

表1 实例1: 两种算法分别实现FIR陷波滤波器的有关参数

量化字长	算法	滤波器阶数	非零系数个数	#NZ	加法器个数
14	文献[15]	160	161	183	111
	本文算法	102	67	93	65
16	文献[15]	160	161	195	127
	本文算法	102	67	89	62
18	文献[15]	160	161	202	132
	本文算法	102	67	94	64

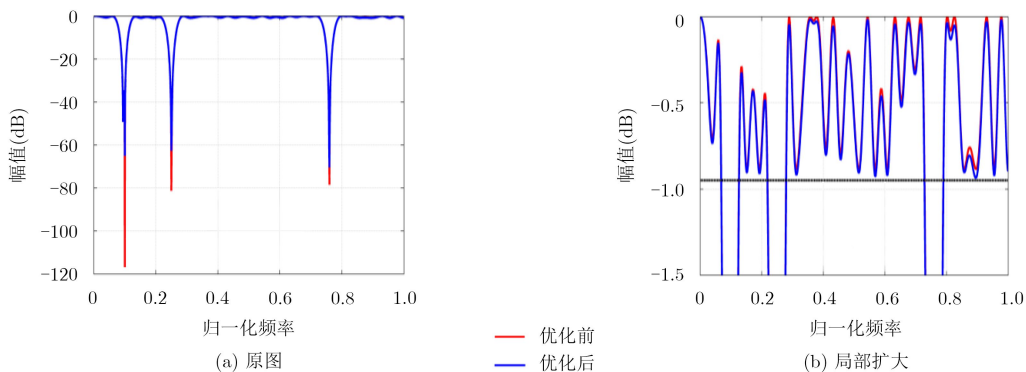
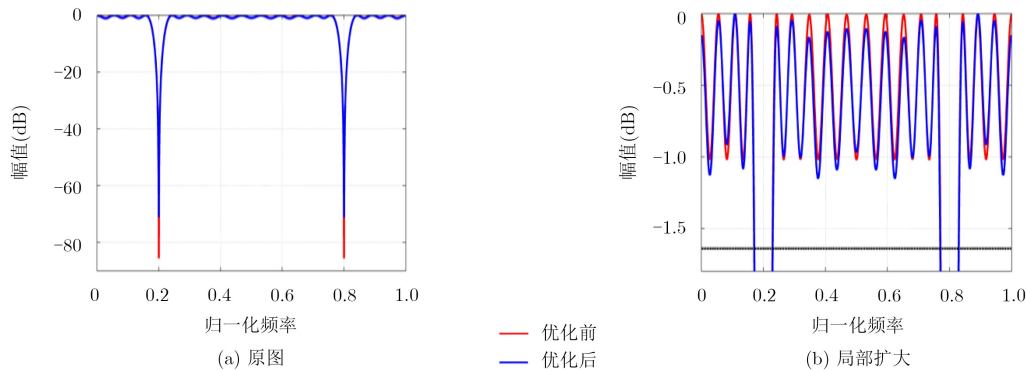


图2 实例1中 ($B = 16$) 由本文算法得到的陷波滤波器的频率响应图

表 2 实例2：两种算法分别实现的FIR陷波滤波器的有关参数

量化字长	算法	滤波器阶数	非零系数个数	#NZ	加法器个数
14	文献[15]	60	61	54	39
	本文算法	72	33	36	25
16	文献[15]	60	61	54	40
	本文算法	72	33	38	25
18	文献[15]	60	61	58	43
	本文算法	72	33	40	28

图 3 实例2中($B = 16$)由本文算法得到的陷波滤波器的频率响应图

参 考 文 献

- [1] MEIDANI M and MASHOUFI B. Introducing new algorithms for realising an FIR filter with less hardware in order to eliminate power line interference from the ECG signal[J]. *IET Signal Processing*, 2016, 10(7): 709–716. doi: [10.1049/iet-spr.2015.0552](https://doi.org/10.1049/iet-spr.2015.0552).
- [2] SZADKOWSKI Z and GLAS D. The least mean squares adaptive FIR filter for narrow-band RFI suppression in radio detection of cosmic rays[J]. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 2017, 64(6): 1304–1315. doi: [10.1109/TNS.2017.2703617](https://doi.org/10.1109/TNS.2017.2703617).
- [3] MEHRNIA A and WILLSON A N. A lower bound for the hardware complexity of FIR filters[J]. *IEEE Circuits and Systems Magazine*, 2018, 18(1): 10–28. doi: [10.1109/MCAS.2017.2785422](https://doi.org/10.1109/MCAS.2017.2785422).
- [4] GU Chao, ZHAO Jiayang, XU Wei, et al. Design of linear-phase notch filters based on the OMP scheme and the chebyshev window[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems-II: Express Briefs*, 2012, 59(9): 592–596. doi: [10.1109/TCSII.2012.2206931](https://doi.org/10.1109/TCSII.2012.2206931).
- [5] XU Wei, ZHAO Jiayang, and GU Chao. Design of linear-phase FIR multiple-notch filters via an iterative reweighted OMP scheme[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems-II: Express Briefs*, 2014, 61(10): 813–817. doi: [10.1109/TCSII.2014.2345299](https://doi.org/10.1109/TCSII.2014.2345299).
- [6] JIANG Aimin, KWAN H K, ZHU Yanping, et al. Design of sparse FIR filters with joint optimization of sparsity and filter order[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Regular Papers*, 2015, 62(1): 195–204. doi: [10.1109/TCSI.2014.2354771](https://doi.org/10.1109/TCSI.2014.2354771).
- [7] JIANG Aimin, KWAN H K, and ZHU Yanping. Peak-error-constrained sparse FIR filter design using iterative L1 optimization[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(8): 4035–4044. doi: [10.1109/TSP.2012.2199316](https://doi.org/10.1109/TSP.2012.2199316).
- [8] DAM H H, CANTONI A, TEO K L, et al. FIR variable digital filter with signed power-of-two coefficients[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Regular Papers*, 2007, 54(6): 1348–1357. doi: [10.1109/TCSI.2007.897775](https://doi.org/10.1109/TCSI.2007.897775).
- [9] CHOUDHARY S, MUKHERJEE P, CHAKRABORTY M, et al. A SPT treatment to the realization of the sign-LMS based adaptive filters[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Regular Papers*, 2012, 59(9): 2025–2033. doi: [10.1109/TCSI.2012.2185300](https://doi.org/10.1109/TCSI.2012.2185300).
- [10] YE Jinghao, SHI Youhua, TOGAWA N, et al. A low cost and high speed CSD-based symmetric transpose block FIR implementation[C]. *IEEE 12th International Conference on ASIC*, Guiyang, China, 2017: 311–314. doi: [10.1109/ASICON.2017.8252475](https://doi.org/10.1109/ASICON.2017.8252475).
- [11] FENG Feng, CHEN Jiajia, and CHANG C H. Hypergraph based minimum arborescence algorithm for the optimization and reoptimization of multiple constant multiplications[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Regular Papers*, 2016, 63(2): 233–244. doi: [10.1109/TCSI.2015.2512742](https://doi.org/10.1109/TCSI.2015.2512742).
- [12] DING Jiatao, CHEN Jiajia, and CHANG C H. A new paradigm of common subexpression elimination by

5 结 束 语

本文提出了一种低复杂度的稀疏FIR陷波滤波器的实现方法。本文将共同子式共享思想和稀疏算法相结合大大降低了陷波滤波器的硬件实现成本。通过仿真实验对比已有的低复杂度设计方法，本文算法设计实现的FIR陷波滤波器最多可减少51%的加法器，有效地降低了硬件实现复杂度。

- unification of addition and subtraction[J]. *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, 2016, 35(10): 1605–1617. doi: [10.1109/TCAD.2016.2527700](https://doi.org/10.1109/TCAD.2016.2527700).
- [13] LIU Hui and JIANG Aimin. Efficient design of FIR filters using common subexpression elimination[C]. International Conference on Wireless Communications & Signal Processing, Yangzhou, China, 2016: 1–5. doi: [10.1109/WCSP.2016.7752701](https://doi.org/10.1109/WCSP.2016.7752701).
- [14] TRIMALE M B and CHILVERI. A review: FIR filter implementation[C]. 2017 2nd IEEE International Conference on Recent Trends in Electronics, Information & Communication Technology, Bangalore, India, 2017: 137–141. doi: [10.1109/RTEICT.2017.8256573](https://doi.org/10.1109/RTEICT.2017.8256573).
- [15] CHEN Jiajia, TAN Jinghong, CHANG C H, *et al.* A new cost-aware sensitivity-driven algorithm for the design of FIR filters[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Regular Papers*, 2017, 64(6): 1588–1598. doi: [10.1109/TCSI.2016.2557840](https://doi.org/10.1109/TCSI.2016.2557840).
- [16] MARTINEZ-PEIRO M, BOEMO E I, and WANHAMMAR L. Design of high-speed multiplierless filters using a nonrecursive signed common subexpression algorithm[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems-II: Analog and Digital Signal Processing*, 2002, 49(3): 196–203. doi: [10.1109/TCSII.2002.1013866](https://doi.org/10.1109/TCSII.2002.1013866).
- 徐 微: 女, 1983年生, 副教授, 研究方向为滤波器设计与应用、超宽带和无线高速通信.
- 李安宇: 男, 1993年生, 硕士生, 研究方向为低功耗的数字滤波器设计.
- 石博雅: 女, 1981年生, 讲师, 研究方向为现代通信网络、无线高速通信.