

随机射线的概率分布及其应用

扈罗全^{①②} 朱洪波^② Chen Yifan^③

^①(苏州出入境检验检疫局 苏州 215021)

^②(南京邮电大学通信与信息工程学院 南京 210003)

^③(格林威治大学工程学院 英国)

摘要: 在使用随机射线方法建模无线传播信道时, 需要求解以反射次数为指标的无线电波经过若干次反射以后达到特定位置的概率分布。该文使用信息论中的最大熵原理, 首先计算在 Manhattan 距离度量下二维和三维空间连续情形和离散情形下随机射线的概率密度函数。然后计算在 Euclid 距离度量下二维和三维空间连续情形下随机射线的概率密度函数, 以及作随机游动的随机射线在二维空间的概率密度函数。使用城市密集传播地区的测量数据验证随机射线理论模型结果的可靠性。所得结果对于无线随机传播信道建模具有理论指导意义。

关键词: 无线通信; 随机过程; 最大熵; 随机射线; 信道模型

中图分类号: TN92

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2009)06-1405-05

Probability Distribution of Stochastic Rays and Its Applications

Hu Luo-quan^{①②} Zhu Hong-bo^② Chen Yifan^③

^①(Suzhou Entry-Exit Inspection and Quarantine Bureau, Suzhou 215021, China)

^②(School of Communication and Information Engineering, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China)

^③(School of Engineering, University of Greenwich, United Kingdom)

Abstract: The probability distribution of radio wave that undergoes certain number of collisions at a specific spatial location should be solved. This probability is used to model radio propagation channels with the method of stochastic rays. The maximum entropy principle in information theory is utilized to calculate the corresponding probability in the current research. Under Manhattan metric, the 2-dimensional and 3-dimensional continuous probability density functions (pdfs) and discrete probability mass functions are calculated. Under Euclidean metric, 2-dimensional and 3-dimensional continuous pdfs and discrete probability mass functions are also calculated, and the pdf of stochastic rays undergoing random walks is derived. The results of theoretical model based on stochastic rays are validated by experimental data measured in dense urban propagation scenario. The results of the paper are important to the modeling of wireless stochastic propagation channels.

Key words: Wireless communications; Stochastic processes; Maximum entropy; Stochastic rays; Channel models

1 引言

把无线电波在无线信道中的多径传播轨迹看作随机过程的样本, 此样本就形成随机射线。随机射线的思想起源主要来源于三个方面。其一是统计物理和输运理论^[1], 其二是随机介质中的电波传播^[2, 3], 其三是随机微分方程^[4, 5]。随机射线是建模无线传播信道的一个非常有用的工具, 其随机性体现在两个方面。首先, 当传播环境的障碍物分布由某个随机过程产生时, 无线电波在该环境中的传播遵循简单的镜面

反射规律, 文献[1, 3, 6]使用这种处理方法。其次, 无线传播环境为实际物理环境比较精确的几何描绘, 但无线电波在该环境中传播时不遵循通常的物理光学反射规律, 而是随机取向, 文献[5, 7]采用这种处理方法。当传播环境由随机过程产生, 传播无线电波的取向也是随机选择时, 这时同样会遇到随机射线。

使用随机射线建模无线传播信道时, 经常会遇到以等效反射次数为指标的无线电波, 在传播环境中经过若干次反射达到特定位置的概率分布。在随机射线理论中, 此概率构成有效随机射线在无线信道中传播的“概率选择性原理”^[5]。文献[8]提出可以使用信息论中的最大熵原理^[9]的方法, 在一阶 Manhattan 距离^[8]的度量下, 计算得到二维离散情形的概率质量函数(pmf)。以最大熵原理得到的概率分布, 是在分布

2007-06-22 收到, 2009-04-05 改回

国家自然科学基金重点项目(60432040), 国家自然科学基金(60572024), 教育部新世纪优秀人才支持计划(NCET-04-0519), 教育部博士点基金(200509230031)和江苏出入境检验检疫局科研项目(2009KJ14)资助课题

族中选择一个使 Shannon 熵取最大值的解。该解对应于所研究系统最随机的状态,这与随机射线的特性相符。作为随机射线理论的一个重要基础,随机射线的二维和三维概率分布在诸如密集城区无线通信,湍流气体介质和粗糙界面的电波传播特性等研究中具有重要的作用。本文详细研究使用最大熵方法计算随机射线在传播环境中经过若干次反射达到特定位置的概率分布。在 Manhattan 距离和 Euclid 距离的度量下,得到了二维和三维空间连续情形随机射线的概率密度函数,以推论形式给出作随机游动的随机射线在二维空间的概率密度函数。同时本文还计算了 Manhattan 距离的度量下离散情形二维和三维空间的概率质量函数,修正了文献[8]中的一个近似公式。最后使用城市密集传播地区的测量数据,验证随机射线模型结果的可靠性。

设 L 维空间($L=2, 3$)中从位置 r_1 出发,经过 k 次反射,最后到达位置 r_2 的随机射线的概率记作 $P_k(r_1, r_2)$ 。显然有 $P_k(r_1, r_2) = P_k(0, r_2 - r_1)$ 。本文只研究 $P_k(0, r)$,记 $P_k(0, r) = P_k(r)$ 。直角坐标下三维空间 $P_k(r) = P_k(x, y, z)$,二维平面 $P_k(r) = P_k(x, y)$ 。通过坐标平移,很容易把本文的结论推广到一般情形。

2 最大熵原理

以二维直角坐标情形为例,概率密度 $P(x, y)$ 的 Shannon 熵定义如下^[9]:

$$H(P) = - \iint_{x,y} P(x,y) \log[P(x,y)] dx dy \quad (1)$$

其中 $P(x, y)$ 满足如下条件(记作 C1):

$$(1) P(x, y) \geq 0, x, y \in \mathbb{R};$$

$$(2) \iint_{x,y} P(x, y) dx dy = 1;$$

$$(3) \iint_{x,y} \rho(x, y) P(x, y) dx dy = D_k.$$

在随机射线理论中,条件 C1(3)中的 $\rho(x, y)$ 为与二维平面的距离有关的量,约束常数 D_k 为与反射次数 k 以及传播环境中障碍物之间平均距离有关的一个距离度量。例如在随机游动模型中存在一个不变度量 $\sqrt{k\bar{d}}$ ^[10],此处 \bar{d} 为每次移动的平均距离。该不变度量与约束常数 D_k 紧密相关。

命题 1 满足条件 C1,使由式(1)描述的 Shannon 熵取最大值的 $P(x, y)$ 可以表示为^[8, 9]

$$Q(x, y) = c\lambda^{\rho(x,y)} \quad (2)$$

命题 1 的证明见文献[8,9]。

由式(2)得 $Q_0 = Q(0, 0) = c \cdot \lambda^0 = c$,则 $P(x, y) = Q(x, y) = Q_0 \lambda^{\rho(x,y)}$ 。

推论 1 三维空间概率密度函数 $P(x, y, z)$ 的 Shannon 熵,满足类似于条件 C1 的三维约束条件时,有

$$Q(x, y, z) = c\lambda^{\rho(x,y,z)} \quad (3)$$

推论 1 的证明思路同命题 1。

为简单起见,本文以下部分求解得到的概率分布记作 Q ,

即对应的 P_k 。

3 Manhattan 距离度量下的概率分布

文献[8]提出在密集市区且建筑物布局非常有规律的传播环境中,随机射线满足与 Manhattan 距离度量有关的限制,因此需要计算出 Manhattan 距离度量下随机射线的概率分布。三维 Manhattan 距离定义如下^[8]:

$$\rho(x, y, z) = |x| + |y| + |z|, x, y, z \in \mathbb{R} \quad (4)$$

命题 2 三维空间 Manhattan 距离度量下,连续情形随机射线的概率密度函数为

$$Q(x, y, z) = Q_0 \exp(-2\sqrt[3]{Q_0}(|x| + |y| + |z|)) \\ = \frac{27}{8D_k^3} \exp\left[-\frac{3}{D_k}(|x| + |y| + |z|)\right] \quad (5)$$

命题 2 的证明见附录 1。

推论 2 二维平面 Manhattan 距离度量下,连续情形随机射线的概率密度函数为

$$Q(x, y) = Q_0 (\exp(-2\sqrt{Q_0}))^{|x|+|y|} \\ = \frac{1}{D_k^2} \exp\left[-\frac{2(|x| + |y|)}{D_k}\right] \quad (6)$$

推论 2 的证明思路同命题 2。

推论 3 二维平面 Manhattan 距离度量下,离散情形随机射线的概率质量函数为

$$Q(m, n) = Q_0 \left(\frac{1 - \sqrt{Q_0}}{1 + \sqrt{Q_0}}\right)^{|m|+|n|} \\ \approx \frac{1}{D_k^2} \exp\left[-\left(\frac{2}{D_k} - \frac{2}{D_k^2}\right)(|m| + |n|)\right] \quad (7)$$

推论 3 的证明见附录 2。

推论 4 三维空间 Manhattan 距离度量下,离散情形随机射线的概率质量函数为

$$Q(m, n, l) = Q_0 \left(\frac{1 - \sqrt[3]{Q_0}}{1 + \sqrt[3]{Q_0}}\right)^{|m|+|n|+|l|} \\ \approx \frac{27}{8D_k^3} \exp\left[-\left(\frac{3}{D_k} - \frac{9}{2D_k^2}\right)(|m| + |n| + |l|)\right] \quad (8)$$

推论 4 的证明思路同推论 3。

注 1: 在 Manhattan 距离度量下离散情形随机射线的概率质量函数的计算过程中,用到近似处理,即要求 $O(1/D_k^3) \ll 1$ 。当 $2/D_k^2 \ll 1$ 时,由式(7)可得文献[8]中的一个近似公式。只要传播环境中障碍物的平均间距大于 10 m 就可以认为该条件成立。在随机射线理论中,起主要作用的射线是等效反射次数 k 较小的情形。一般而言,较小的 k 对应的 D_k 也较小,因此。当条件 $O(1/D_k^3) \ll 1$ 不满足时,即传播环境中障碍物的平均间距很小时,需要使用更高阶的近似处理。

4 Euclid 距离度量下的概率分布

当建筑物布局比较杂乱、开阔空间(如城市道路等)不规则,以及建模和分析湍流气体介质和粗糙界面的电波传播

时, 随机射线满足与 Euclid 距离有关的限制。文献[10]详细讨论了在实际电磁工程应用中, 以 Euclid 距离为变量的路径损耗模型。因此计算 Euclid 距离度量下随机射线的概率分布具有重要应用价值。三维 Euclid 距离定义如下:

$$\rho(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = r, \quad x, y, z \in \mathbb{R}, \quad r > 0 \quad (9)$$

命题 3 三维空间 Euclid 距离度量下, 连续情形随机射线的概率密度函数为

$$Q(r, \theta, \varphi) = Q_0 \exp\left(-\sqrt{3} \sqrt{4\pi^2 Q_0} r\right) = \frac{27}{4\pi^2 D_k^3} \exp\left(-\frac{3r}{D_k}\right) \quad (10)$$

命题 3 的证明见附录 3。

推论 5 二维平面 Euclid 距离度量下, 连续情形随机射线的概率密度函数为

$$Q(r, \theta) = Q_0 \exp(-\sqrt{2\pi} Q_0 r) = \frac{2}{\pi D_k^2} \exp\left(-\frac{2}{D_k} r\right) \quad (11)$$

推论 6 当条件 C1(3) 改为 $\iint_{x, y} \rho^2(x, y) P(x, y) dx dy = D_k$

时, 二维平面 Euclid 距离度量下, 连续情形随机射线的概率密度函数为

$$Q(r, \theta) = Q_0 \exp(-\pi Q_0 r^2) = \frac{1}{\pi D_k} \exp\left(-\frac{r^2}{D_k}\right) \quad (12)$$

推论 5 和推论 6 的证明思路同命题 3。

注 2: 在推论 6 中, 如果令 $D_k = k\bar{d}^2$, \bar{d} 为随机射线每次移动的平均距离, 则可以证明, 式(12)的结果与文献[11]使用 Bernoulli 等概率试验方法得到的作随机游动粒子的概率密度函数一致, 因此式(12)即为在无线电波传播过程中作随机游动时随机射线在传播空间的概率分布。

5 随机射线概率分布的一个应用

文献[10]系统地研究了使用随机射线方法研究无线信道的路径损耗问题, 文献[12]在 Manhattan 距离度量下分析了二维无线信道的接收功率。本文介绍 Euclid 距离度量下路径损耗的一个应用。使用随机射线方法研究无线信道的平均接收功率的计算模型如下所示^[10, 12]:

$$P(r) = \sum_{i=1}^{\infty} e^{-\xi i} Q_i(r) \quad (13)$$

式中 i 为反射次数, $\xi = L \ln 10 / 10$, L 为无线电波的多径分量与散射体每次发生反射作用造成的平均损失, 同时也包括了该多径分量与接收天线之间的极化失配效应, 单位为 dB; Q_i 为随机射线的概率分布。由式(13)可以得到路径损耗的计算模型如下:

$$PL(r) = -P(r) \text{ (dB)} \quad (14)$$

这样在二维平面 Euclid 距离度量连续情形随机射线的概率密度函数基础上, 可以得到基于城市密集环境下在位置 r 处平均接收功率的计算模型, 表示如下:

$$P(r) \approx P_{Tx} G_t G_r \frac{2^{3/4}}{\sqrt{\pi} a^{5/4}} \frac{(1-p)^{3/8}}{\xi^{3/4}} r^{-3/4} \exp\left(-2\sqrt{\frac{2\sqrt{1-p}\xi r}{a}}\right) \quad (15)$$

式中 P_{Tx} 为发射天线的功率, G_t 和 G_r 分别为发射天线和接收天线的辐射增益, a 为建模城市传播环境的渗流网格中单个格子的边长, p 为格子为空的概率; r 为发射天线和接收天线间的间距。式(15)的推导见附录 4。由式(15)可得路径损耗的计算公式表示如下:

$$PL(r) \text{ (dB)} \approx 7.5 \lg r + 12.28 \sqrt{\frac{1-p}{a}} \xi^{1/2} r^{1/2} - 10 \lg \left[\frac{2^{3/4}}{\sqrt{\pi} a^{5/4}} \frac{(1-p)^{3/8}}{\xi^{3/4}} \right] \quad (16)$$

式(16)表明, 基于随机射线方法得到的路径损耗预测模型, 相当于传统的线性模型(损耗指数 $n=0.75$)加上一个与距离有关的修正因子 $12.28 \sqrt{1-p}\xi r/a$, 后者为传播距离的平方根函数。式(16)描述的路径损耗模型, 与文献[13]给出的衰减因子模型在数学结构上类似。

使用文献[14]给出的测量数据, 如图 1 中圆圈所示, 它是在典型的密集市区——罗马的“Prati”城区所进行测量得到的结果。测量中使用了 900 MHz 的无线电波。根据该地区的电子地图可以估计得到模型参数如下: 网格几何参数 $a=20$ m, 它代表街道的平均宽度; 网格的非占有概率 $p=0.7$, 来自障碍物反射造成的损失的测度值 $L=7.5$ dB。同时令发射功率 $P_T=1$ W, 发射和接收天线均为单位全向等增益的天线。图 1 中的实线是由式(16)计算得到的路径损耗结果。本文使用均方误差来估计得到功率曲线的精确度:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [P_m(r_i) - P_t(r_i)]^2} = 3.97 \text{ (dBW)}$$

其中下标 m 和 t 分别表示数据来自测量值和式(16)的理论值。可以看出, 模型误差在一个可以被接受的范围内, 这说明由式(16)给出的模型可以较好地建模该城市环境的电波传播特性。形如式(16)的路径损耗模型对模型参数的依赖性, 在文献[10]中进行了讨论。

6 结论

本文使用信息论中的最大熵原理, 分别计算在 Manhattan 距离和 Euclid 距离度量下, 二维和三维空间连续情形下随机射线的概率密度函数, 以及 Manhattan 距离的度

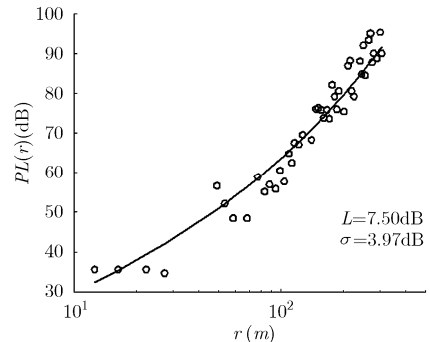


图 1 由式(16)得到的路径损耗与测量数据的比较, 其中实线为理论结果, 圆圈为测量数据

量下离散情形的概率质量函数,以推论形式给出作随机游动的随机射线在二维空间的概率密度函数。在对约束常数进行适当建模后,使用该概率分布就可以分析以等效反射次数为指标的无线电波在传播环境中经过若干次反射达到特定位置的信道传播特性。最后使用二维平面 Euclid 距离度量连续情形随机射线的概率密度函数基础上,得到基于城市密集环境下在位置 r 处平均接收功率和路径损耗的计算模型,并使用城市密集传播地区的测量数据,验证了理论模型结果的可靠性。所得结果对于应用随机射线的理论和方法研究无线电波在无线信道中的传播,以及复杂随机介质中的传播具有重要的理论指导意义。

附录 1 命题 2 的证明

由条件 C1(2)得 $\iiint_{x,y,z} Q_0 \lambda^{|x|+|y|+|z|} dx dy dz = 1,$

$$\iiint_{x,y,z} Q_0 \lambda^{|x|+|y|+|z|} dx dy dz = 8Q_0 \int_0^\infty \lambda^x dx \int_0^\infty \lambda^y dy \int_0^\infty \lambda^z dz \tag{A-1}$$

记 $J_1 = \int_0^\infty \lambda^x dx$, 则 $J_1 = -\frac{1}{\ln \lambda}$, 有 $8Q_0 \cdot \left(-\frac{1}{\ln \lambda}\right)^3 = 1,$

$\lambda = \exp(-2\sqrt[3]{Q_0})。$

$$\iiint_{x,y,z} (|x| + |y| + |z|) Q_0 \cdot \exp(-2\sqrt[3]{Q_0}(|x| + |y| + |z|)) dx dy dz = K_1 + K_2 + K_3$$

易得 $K_1 = K_2 = K_3,$ 且有

$$K_1 = 8Q_0 \int_0^\infty x \exp(-2\sqrt[3]{Q_0}x) dx \int_0^\infty \exp(-2\sqrt[3]{Q_0}y) dy \cdot \int_0^\infty \exp(-2\sqrt[3]{Q_0}z) dz = \frac{1}{2\sqrt[3]{Q_0}}$$

由条件 C1(3)得 $\frac{3}{2\sqrt[3]{Q_0}} = D_k,$ 得

$$Q_0 = \left(\frac{3}{2D_k}\right)^3 = \frac{27}{8D_k^3} \tag{A-2}$$

代入式(2)命题 2 得证。

附录 2 推论 3 的证明

$\sum_{m,n} Q_0 \lambda^{|m|+|n|} = 1, m, n \in \mathbb{Z}。$ 则

$$Q_0 \sum_m \lambda^{|m|} \cdot \sum_n \lambda^{|n|} = Q_0 \left(\frac{1+\lambda}{1-\lambda}\right)^2 = 1$$

$$\lambda = \frac{1-\sqrt{Q_0}}{1+\sqrt{Q_0}} \tag{A-3}$$

记 $Q_{00}^2 = Q_0,$ 则

$$Q(m, n) = Q_{00}^2 \left(\frac{1-Q_{00}}{1+Q_{00}}\right)^{|m|+|n|} \tag{A-4}$$

由条件 C1(3)得

$$\sum_{m,n} (|m| + |n|) Q_{00}^2 \left(\frac{1-Q_{00}}{1+Q_{00}}\right)^{|m|+|n|} = D_k \tag{A-5}$$

$$\text{记 } z = \frac{1-Q_{00}}{1+Q_{00}}, J = z \cdot \frac{d}{dz} \sum_{m,n} z^{|m|+|n|} = \frac{4(1+z) \cdot z}{(1-z)^3},$$

$$\text{则 } \frac{1-Q_{00}^2}{Q_{00}} = D_k, Q_{00} = \frac{-D_k + \sqrt{D_k^2 + 4}}{2}, 2Q_{00} = -D_k$$

$$+ D_k \sqrt{1 + \frac{4}{D_k^2}} = 2/D_k + O(1/D_k^3) \approx 2/D_k, \text{即}$$

$$Q_{00} \approx 1/D_k \tag{A-6}$$

上面的近似条件 $O(1/D_k^3) \approx 0$ 成立的条件为 $D_k \gg 1。$

$$\frac{1-Q_{00}}{1+Q_{00}} = \sqrt{1 + \frac{4}{D_k^2}} - \frac{2}{D_k} = 1 - \frac{2}{D_k} + \frac{2}{D_k^2} + O\left(\frac{1}{D_k^4}\right)$$

$$\approx 1 - \left(\frac{2}{D_k} - \frac{2}{D_k^2}\right) \tag{A-7}$$

把式(A-6), 式(A-7)代入式(A-4), 并使用指数函数的级数展开, 可得式(7)。

附录 3 命题 3 的证明

$$Q(x, y, z) = Q_0 \lambda^{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} = Q(r) = Q_0 \lambda^r \tag{A-8}$$

$$\iiint_{r,\theta,\varphi} Q_0 \lambda^r \cdot r^2 dr d\theta d\varphi = Q_0 \cdot \int_0^\pi d\varphi \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^\infty r^2 \lambda^r dr$$

$$= 2\pi^2 Q_0 \int_0^\infty r^2 \lambda^r dr \tag{A-9}$$

令 $J_3 = \int_0^\infty r^2 \lambda^r dr,$ 则 $J_3 = -\frac{2}{\ln^3 \lambda},$ 易得

$$\lambda = \exp(-\sqrt[3]{4\pi^2 Q_0}) \tag{A-10}$$

则

$$Q(x, y, z) = Q(r, \theta, \varphi) = Q_0 \exp(-\sqrt[3]{4\pi^2 Q_0} r) \tag{A-11}$$

由条件 C1(3)得 $\iiint_{r,\theta,\varphi} r Q(r, \theta, \varphi) \cdot r^2 dr d\theta d\varphi = D_k,$

$$\int_0^\pi d\varphi \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^\infty r^3 Q_0 \exp(-\sqrt[3]{4\pi^2 Q_0} r) dr$$

$$= \frac{1}{2\sqrt[3]{4\pi^2 Q_0}} \int_0^\infty z^3 \exp(-z) dz = \frac{1}{2\sqrt[3]{4\pi^2 Q_0}} \Gamma(4) \tag{A-12}$$

$$Q_0 = \frac{27}{4\pi^2 D_k^3} \tag{A-13}$$

把式(A-10)和式(A-13)代入式(A-8), 即得式(10)。

附录 4 式(15)的证明。

利用式(11), 可以得到二维平面 Euclid 距离度量下, 在一般情形时 (β 为任意大于零的常数) 随机射线在传播环境中的概率分布为^[10]

$$Q_k(r, \theta) = \frac{2(1-p)}{\pi a^2 k^{2\beta}} \exp\left[-\frac{2r}{ak^\beta / \sqrt{1-p}}\right] \tag{A-14}$$

把式(A-14)代入式(13), 积分代替求和运算:

$$P(r) = \frac{2\sqrt{1-p}}{\pi a} \int_{a/\sqrt{1-p}}^\infty y^{-2} \exp\left[-\frac{\xi\sqrt{1-p}y}{a} - \frac{2r}{y}\right] dy$$

$$\approx \frac{2\sqrt{1-p}}{\pi a} \int_0^\infty y^{-2} \exp\left[-\frac{\xi\sqrt{1-p}y}{a} - \frac{2r}{y}\right] dy \tag{A-15}$$

使用文献[15]中的等式 3.478 4, 8.451 6, 并取一级近似, 可得式(14), 从而得证。

参 考 文 献

- [1] Ullmo D and Baranger H U. Wireless propagation in buildings: A statistical scattering approach. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 1999, 48(3): 947-955.
- [2] Ishimaru A. Wave Propagation and Scattering in Random Media. NJ: Wiley-IEEE Press, 1999, Chap. 7.
- [3] Franceschetti G, Marano S, and Palmieri F. Propagation without wave equation, toward an urban area model. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1999, 47(9): 1393-1404.
- [4] Brown M G and Viechnicki J. Stochastic ray theory for long-range sound propagation in deep ocean environments. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1998, 104(4): 2090-2104.
- [5] Hu L and Zhu H. Bounded Brownian bridge model for UWB indoor multipath channel. IEEE International Symposium on Microwave, Antenna, Propagation and EMC Technology for Wireless Communication Proceedings, Beijing, China. 2005: 1406-1409.
- [6] Molisch A F, Kuchar A, Laurila J, Hugel K, and Schmalenberger R. Geometry-based directional model for mobile radio channels - principles and implementation. *European Transactions on Telecommunications*, 2003, 14(4): 351-359.
- [7] 扈罗全, 朱洪波. 随机桥方法产生相关时间序列及其应用研究. *通信学报*, 2006, 27(7): 27-34.
- Hu L Q and Zhu H B. Stochastic bridge approach for generating correlated time series and its applications. *Journal on Communications*, 2006, 27(7): 27-34.
- [8] Marano S and Franceschetti M. Ray propagation in a random lattice: A maximum entropy, anomalous diffusion process. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2005, 53(6): 1888-1896.
- [9] Cover T M and Thomas J A. Elements of Information Theory. NY: Wiley, 1991, Chap. 11.
- [10] Hu L Q, Yu H, and Chen Y. Path loss models based on stochastic rays. *IET Microwave, Antennas and Propagation*, 2007, 1(3): 602-608.
- [11] 张启仁. 统计力学. 北京: 科学出版社, 2004, 第10章.
- [12] 王正斌, 扈罗全. 非波动方法分析二维无线信道的接收功率. *应用科学学报*, 2007, 25(3): 239-242.
- Wang Z B and Hu L Q. No-wave approaches to analyzing received power distribution in 2D wireless channels. *Journal of Applied Science*, 2007, 25(3): 239-242.
- [13] Rappaport T S. Wireless Communications Principles and Practice. New York: Prentice-Hall, 1996, Chap. 3.
- [14] Franceschetti M, Bruck J, and Schulman L. A random walk model of wave propagation. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2004, 52(5): 1304-1317.
- [15] Gradshteyn I S and Ryzhik I M. Table of Integrals, Series, and Products. 6th ed., A. Jeffrey, Ed. New York: Academic, 2000: 365, 910.
- 扈罗全: 男, 1972年生, 博士, 研究方向为无线通信, 电磁兼容、随机模型.
- 朱洪波: 男, 1956年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为无线通信与电磁兼容、移动通信与超宽带无线技术等.
- Chen Yifan: 男, 1980年生, 博士, 研究方向为无线信道建模、超宽带无线技术、生物医学工程.