

简洁无电感忆阻混沌电路及其特性

曾以成* 成德武 谭其威

(湘潭大学物理与光电工程学院 湘潭 411105)

摘要: 采用非理想有源电压控制忆阻器和磁通控制型光滑3次非线性忆阻器, 该文设计了一种不含电感的简单(只含5个电子元件)双忆阻混沌电路。采用常规的非线性分析手段详细研究了电路参数变化时系统的基本动力学行为, 例如平衡点稳定性分析, 相轨图以及李雅普诺夫指数谱和分岔图等。通过调节系统控制参数, 该系统可产生多涡卷、多翼以及暂态混沌等十分丰富的动力学现象。此外, 还研究了系统依赖于忆阻器初始状态的多稳态, 得到了一些有意义的结果。为验证电路的可行性及稳定性, 通过对忆阻器的模拟等效电路的搭建, 并将该等效电路应用于所提出的混沌电路中, 硬件电路实验结果以及Multisim电路仿真结果与理论分析一致。

关键词: 忆阻器; 混沌电路; 多稳态; 暂态混沌

中图分类号: TN601

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2020)04-0862-08

DOI: 10.11999/JEIT190859

A Simple Inductor-free Memristive Chaotic Circuit and Its Characteristics

ZENG Yicheng CHENG Dewu TAN Qiwei

(School of Physics and Photoelectric Engineering, Xiangtan University, Xiangtan, 411105, China)

Abstract: A simple two-memristor chaotic circuit without inductance (only five electronic components) is designed by using a non-ideal active voltage control memristor and a flux-controlled smooth cubic nonlinear memristor. When the circuit parameters change, the basic dynamic behaviors of the system are studied in detail by the means of conventional nonlinear analysis, such as the analysis of equilibrium stability, phase diagram, Lyapunov exponent spectrum and bifurcation diagram. With the parameters changing, the proposed system can produce various phenomena of dynamics such as multi-scrolls, multi-wings and transient transition behaviors. Furthermore, the multistability characteristics of the system are also studied in the condition of changing the initial state of two memristors in system respectively, and some meaningful results are obtained. In order to verify the feasibility and stability of the circuit, the analog equivalent circuit of each memristor is constructed, and it is applied to the proposed chaotic circuit. The experimental results of the hardware circuit and the circuit simulation results of the Multisim are in good agreement with the theoretical analysis.

Key words: Memristor; Chaotic circuit; Multistability; Transient transition behaviors

1 引言

忆阻器作为具有非线性和记忆功能的第4种基本电路元件, 在计算机系统^[1], 加密系统^[2], 人工神经网络^[3,4], 信号处理系统^[5,6], 安全通信^[7], 逻辑运算^[8], 非线性混沌电路系统^[9-11]等诸多领域有重大潜在的应用。最近十年内, 运用忆阻器设计混沌电路被广泛研究, 如纯忆阻器网络^[12-15], 含单个忆

阻器或多个忆阻器的复杂电路^[16-20]等, 研究表明忆阻型混沌电路的动力学行为更加复杂和丰富。

由于忆阻器属于纳米元器件, 还未商业化, 目前, 在常规忆阻器混沌电路研究中, 研究人员主要是运用已有的模拟元器件来实现忆阻器模拟电路, 然后利用其研究所设计系统的动力学特性, 故选择忆阻器模型与设计忆阻器模拟电路也是很重的一项基础研究内容。忆阻器模拟器电路设计的成果也很丰富, 比较典型的如Bao等人^[21]根据惠普忆阻器的电学特性, 提出了一种光滑3次磁控忆阻的数学模型所构建的实现电路; Wang等人^[22]提出一种多分段线性忆阻模型电路; 谭志平等人^[23]采用基本电路元件设计浮地型忆阻器模拟等效电路。

收稿日期: 2019-11-01; 改回日期: 2019-11-26; 网络出版: 2019-12-20

*通信作者: 曾以成 yichengz@xtu.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(61471310)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (61471310)

当前在混沌电路系统领域，多稳态和极端多稳态产生机制及其应用已经成为一个十分热门的研究课题[24,25]。与其它混沌系统相比，基于忆阻器的混沌系统不仅能生成具有复杂动力学特性的混沌吸引子与多稳态，而且系统的多稳态依赖于忆阻器的初始状态。

另外，寻求设计结构更简单，不包含电感从而方便制作集成忆阻混沌电路，也是一个重要的研究方向，因为此时可直接通过工艺生成忆阻器。文献[26]已利用电流反馈运算放大器作为电路核心元器件，设计了一个只含6个元器件的无感忆阻混沌电路，表现出复杂的动力学行为，特点是系统具有3个线平衡点集。

本文在文献[26]基础上进一步提出一种包含2个忆阻器的无感4阶混沌电路，该电路仅包含5个电路元器件(1个电流反馈运算放大器，2个电容器和2个忆阻器)，电路拓扑结构简单，不含电感。在不需要额外添加任何非线性模块的情况下，该电路可以产生非常复杂的动力学行为。

2 电路描述

本文所提出的忆阻混沌电路如图1所示，其中包含两个不同类型的忆阻器 W_3 和 W_4 ，两个电容 C_1 和 C_2 ，以及一个电流反馈运算放大器。

图2为非理想有源电压控制忆阻器 W_3 等效电路，图3为磁通控制型光滑3次非线性忆阻器 W_4 等效电路，其电路方程分别为如式(1)、式(2)所示

$$\left. \begin{aligned} i_3 &= W_3(v_3)v_a = \left(\frac{1}{R_c} + \frac{g_a g_b}{R_c} v_3^2 \right) v_a \\ \frac{dv_3}{dt} &= -\frac{v_2}{R_a C_a} - \frac{v_3}{R_b C_a} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

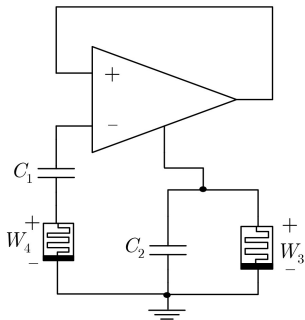


图1 无电感双忆阻型混沌电路

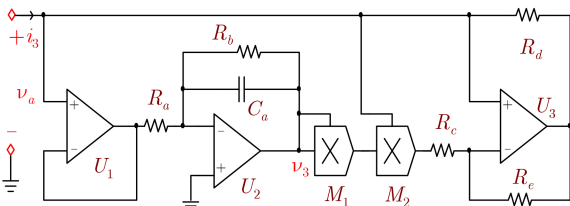


图2 忆阻器 W_3 等效电路

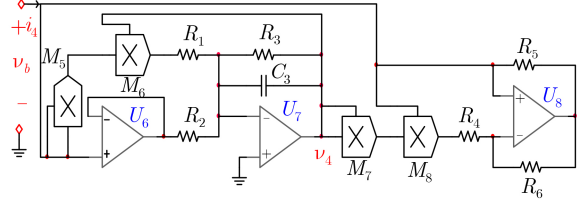


图3 忆阻器 W_4 等效电路

$$\left. \begin{aligned} i_4 &= W_4(v_4)v_b = \left(-\frac{1}{R_4} + \frac{g_3 g_4}{R_4} v_4^2 \right) v_b \\ \frac{dv_4}{dt} &= -\frac{v_b}{R_2 C_3} - \frac{v_4}{R_3 C_3} + \frac{g_1 g_2 v_b^2 v_4}{R_1 C_3} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中， g_a 和 g_b 分别表示忆阻器 W_3 等效电路中乘法器 M_1 和 M_2 的增益， g_1, g_2, g_3, g_4 分别表示忆阻器 W_4 等效电路中乘法器 M_5, M_6, M_7 和 M_8 的增益。

根据基尔霍夫电流定律可以列出图1电路中各节点的电流-电压方程组，综合式(1)、式(2)可以得到以电容 C_1, C_2 的电压 v_1, v_2 以及忆阻器的内部状态控制变量 ϕ_1, ϕ_2 与之对应的电压 v_3, v_4 为状态变量的系统状态方程

$$\left. \begin{aligned} C_1 \frac{dv_1}{dt} &= W_4(v_4)(v_2 - v_1) \\ C_2 \frac{dv_2}{dt} &= W_4(v_4)(v_2 - v_1) + W_3(v_3)v_2 \\ \frac{dv_3}{dt} &= -\frac{v_2}{R_a C_a} - \frac{v_3}{R_b C_a} \\ \frac{dv_4}{dt} &= -\frac{v_2 - v_1}{R_2 C_3} - \frac{v_4}{R_3 C_3} + \frac{g_1 g_2 (v_2 - v_1)^2 v_4}{R_1 C_3} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

为了获得方程的无量纲系统，引入 x, y, z, w 4个新的无量纲状态变量，令

$$\begin{aligned} x &= v_1, y = v_2, z = v_3, w = v_4, a = \frac{1}{C_1}, b = \frac{1}{C_2}, \\ c &= \frac{1}{R_a C_a}, d = \frac{1}{R_b C_a}, \alpha = \frac{1}{R_3 C_3}, \beta = \frac{1}{R_2 C_3}, \\ h &= \frac{g_1 g_2}{R_1 C_3}, e = \frac{1}{R_4}, f = \frac{g_3 g_4}{R_4}, m = \frac{1}{R_c}, \\ n &= \frac{g_a g_b}{R_c}. \end{aligned}$$

则系统方程式(3)转换后的无量纲状态方程组为

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= a(-e + fw^2)(y - x) \\ \dot{y} &= b[(-e + fw^2)(y - x) + (m + nz^2)y] \\ \dot{z} &= -cy - dz \\ \dot{w} &= -\alpha w - \beta(y - x) - h(y - x)^2 w \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

3 系统的基本动力学特性

3.1 对称性和不变性

因为系统式(4)在 $(x, y, z, w) \Leftrightarrow (-x, -y, -z, -w)$ 变换下具有不变性，即系统关于原点对称。

3.2 耗散性和有界性

系统式(4)的散度如式(5)所示

$$\nabla V = \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{y}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{z}}{\partial z} + \frac{\partial \dot{w}}{\partial w} = (b-a)(-e+fw^2) + b(m+nz^2) - d - \alpha - h(y-x)^2 \quad (5)$$

由前述参数设定可知，式(5)中除参数 n 小于零外，其他参数均大于零，若 $b+d+\alpha < ae+bm$ ，式(5)右边为负数，即 ∇V 小于零，此时，系统式(4)是耗散的。其余情形分析起来繁复，就不赘述了。自然，含阻性器件的电路肯定是耗散的。故系统式(4)是耗散的与有界的。

3.3 平衡点分析

令式(4)方程组右边等于零，可以得到平衡点坐标的如式(6)的关系式

$$\left. \begin{aligned} w &= \pm\sqrt{e/f} \text{ 或 } y = x \\ z &= \pm\sqrt{-m/n} \text{ 或 } y = 0 \\ y &= -(d/c)z \\ -\alpha w - \beta(y-x) - h(y-x)^2 w &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

通过对平衡点坐标式(6)中4个坐标的组合可以得到以下一系列的具体平衡点，即

$$E_0 = (0, 0, 0, 0), E_{1,2} = \left(\pm\frac{d}{c}\sqrt{-m/n}, \pm\frac{d}{c}\sqrt{-m/n}, \mp\frac{d}{c}\sqrt{-m/n}, 0 \right), E_i = \left(\pm\left(\frac{c\beta \pm c\sqrt{(4\alpha eh + \beta^2 f)/f}}{2ch\sqrt{e/f}} \right), 0, 0, \pm\sqrt{e/f} \right), \text{ 其中 } i = 3, 4, 5, 6. E_j = \left(\pm\left(\frac{c\beta \pm c\sqrt{(4eh\alpha + \beta^2 f)/f} \pm 2hd\sqrt{e/f}\sqrt{-m/n}}{2hc\sqrt{e/f}} \right), \mp\frac{d}{c}\sqrt{-m/n}, \pm\sqrt{-m/n}, \pm\sqrt{e/f} \right), j = 7, 8, \dots, 14.$$

通过对以上各平衡点处的Jacobi矩阵求各自的特征方程及其特征值，并根据Routh-Hurwitz稳定性判据，可知以上所有平衡点均为不稳定的鞍焦平衡点。

3.4 系统参数变化的动力学及初始条件变化所产生的共存现象

随系统参数或初始状态的改变，系统具有不同的运动相轨迹，从而形成不同的混沌吸引子。选择

系统参数为 $a = 100, b = 40, c = 10.7, d = 6, h = 4, m = 0.1, n = 0.1, e = 0.1, f = 0.1, \alpha = 4, \beta = 2$ ，当参数 c 增加时，该忆阻混沌系统李雅普诺夫指数谱和状态变量 x 的分岔图如图4所示，通过对比可知李雅普诺夫指数谱和分岔图一致。图4(b)为共存分叉图，红色部分对应系统初始值 $(-10^{-9}, 0, 0, 0)$ ，黑色部分对应系统初始值 $(10^{-9}, 0, 0, 0)$ 。当 $0 \leq c \leq 3.6$ 时，系统的李雅普诺夫指数为 $(0, -, -, -)$ ，系统处于周期状态，可以产生周期1，周期2，周期3等现象；当 $3.6 < c \leq 35$ 时，系统的李雅普诺夫指数为 $(+, 0, -, -)$ ，系统处于混沌状态，此时系统可产生单涡卷混沌吸引子、双涡卷混沌吸引子、双翼混沌吸引子、4翼混沌吸引子、4翼与2个双涡卷复合混沌吸引子等多稳态现象；当 $35 < c \leq 37.2$ 时，系统的李雅普诺夫指数为 $(0, -, -, -)$ ，系统存在许多窄小的周期窗口；当 $37.2 < c \leq 40$ 时，系统的李雅普诺夫指数为 $(0, 0, -, -)$ ，系统处于拟周期状态。图5则给出了随系统参数 c 变化时，系统由周期进入混沌状态再进入周期态的 $z-w$ 平面的相轨图，且同时呈现两组不同初值条件下的共存吸引子。

3.5 暂态混沌现象

当选择合适的系统参数和初始值时，发现系统表现出复杂的暂态混沌现象。当选取系统参数 $a = 100, b = 40, c = 9, d = 5, h = 4.5, m = 0.1, n = -0.2, e = 0.1, f = 0.1, \alpha = 4, \beta = 2$ ，初始条件为 $(10^{-9}, 0, 0, 0)$ 时，例如时间 t 在 $[0, 300]$ 内增加时，系统由 $[0, 130]$ 时间内的单涡卷演化为在 $[130, 300]$ 内的拟周期状态。在 $x-w$ 平面的相轨图如图6所示。

3.6 基于忆阻器初始条件的多稳态

保持上述系统参数值不变，选取初始状态 $(10^{-9}, 0, 0, w(0))$ 中 W_4 忆阻器初始状态 $w(0)$ 作为控制变量，对系统产生的多稳态特性进行分析。 $w(0)$ 在区间 $[0, 20]$ 范围内的李雅普诺夫指数谱和相应的状态变量 x 的分叉图如图7所示。从图7(a)中可知系

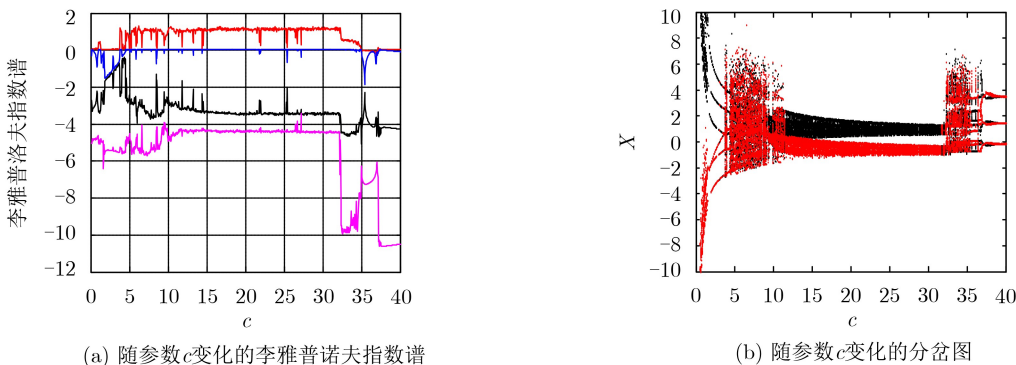


图4 系统随 c 变化时李雅普诺夫指数谱和分岔图

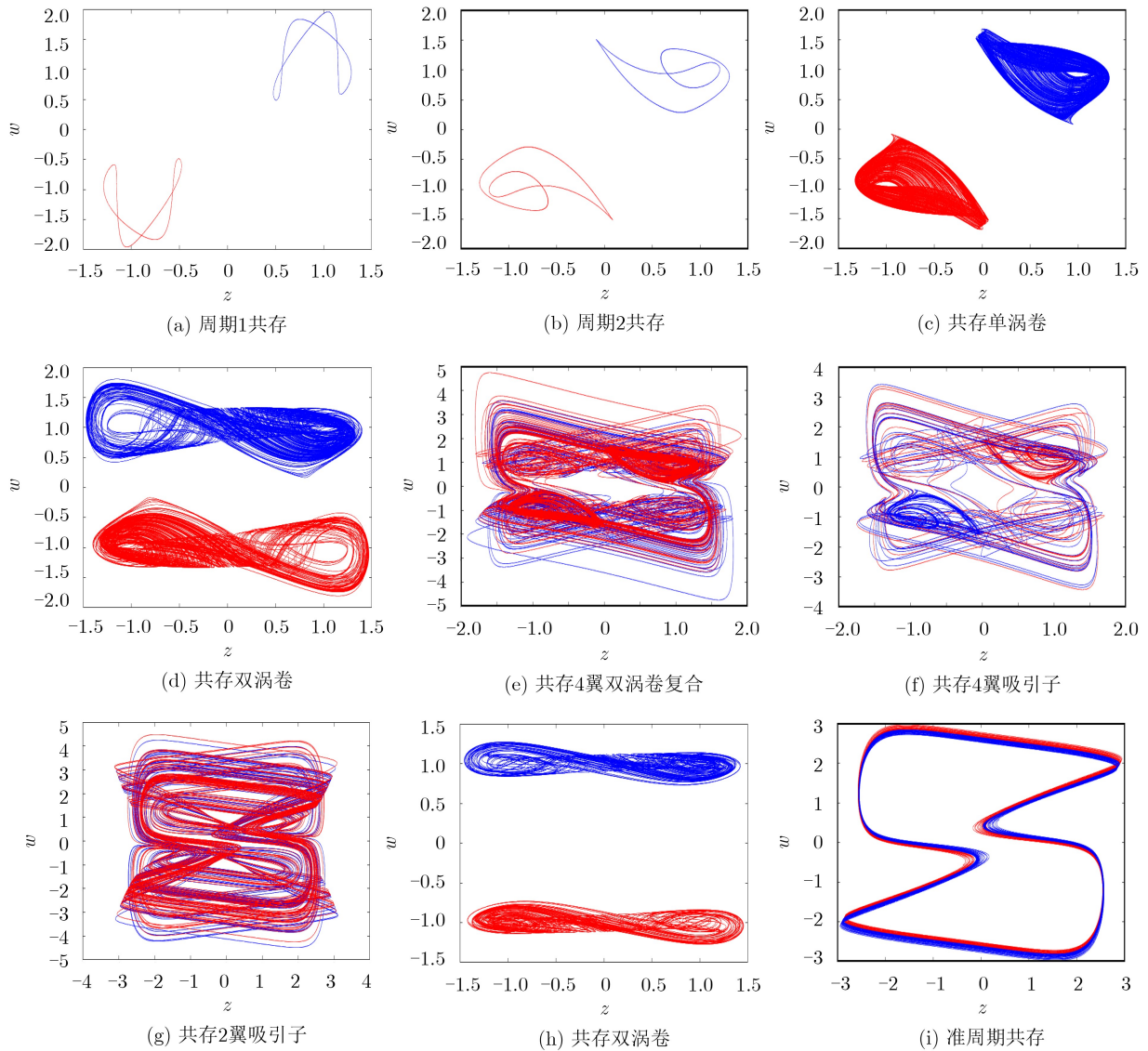


图5 随参数 c 变化的 $z-w$ 相图

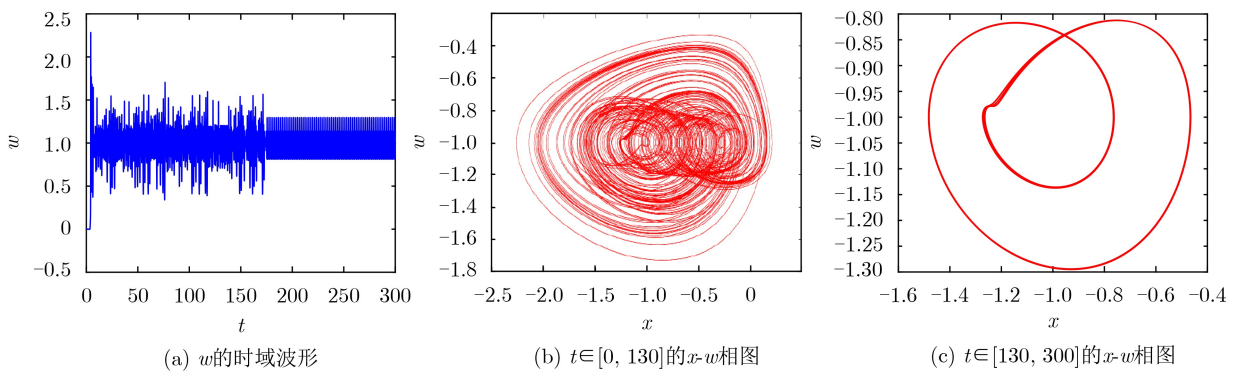


图6 暂态混沌现象

统在其区间内始终存在着一个正的李雅普诺夫指数，即在系统参数保持不变，初始条件变化的情况下，该系统始终处于混沌状态；从图(b)分叉变化情况可以得出该系统在 $w(0)$ 变化的情况下，存在着多个不同状态的混沌吸引子。

当忆阻初始状态在区间 $[0, 20]$ 范围内变化时，系统将展示丰富的动力学行为。从图8吸引子在 $x-w$ 平面的相轨图中可以观察得到，即当 $w(0)=1$ 与 $w(0)=5$ 时，系统产生2翼混沌吸引子，当 $w(0)=7$ 与 $w(0)=8$ 时系统产生4翼混沌吸引子，当 $w(0)=$

9.5时系统产生6翼混沌吸引子，当 $w(0)=13.5$ 时，系统产生8翼混沌吸引子。结合图7和图8中可知，系统对忆阻初始值具有较强的敏感性，随着忆阻初

始值的改变，系统的动力学行为随之产生很大的变化，从而产生共存的混沌吸引子，这种共存现象说明该系统具有多稳态特性。

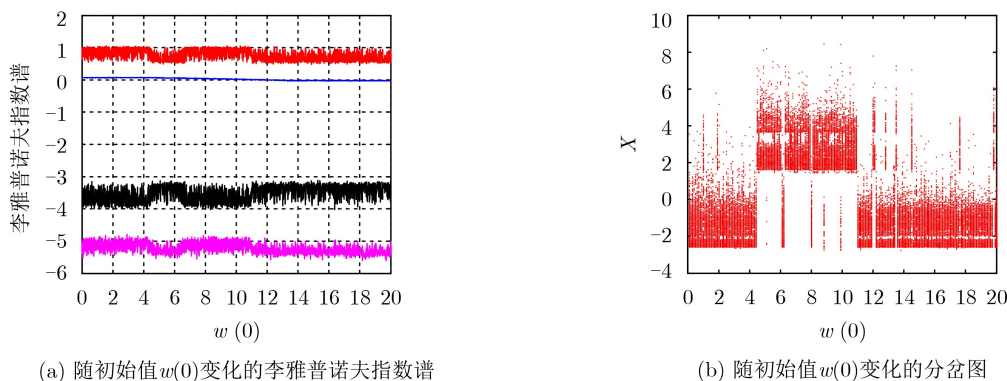


图7 系统随初始值 $w(0)$ 变化时李雅普诺夫指数谱和分岔图

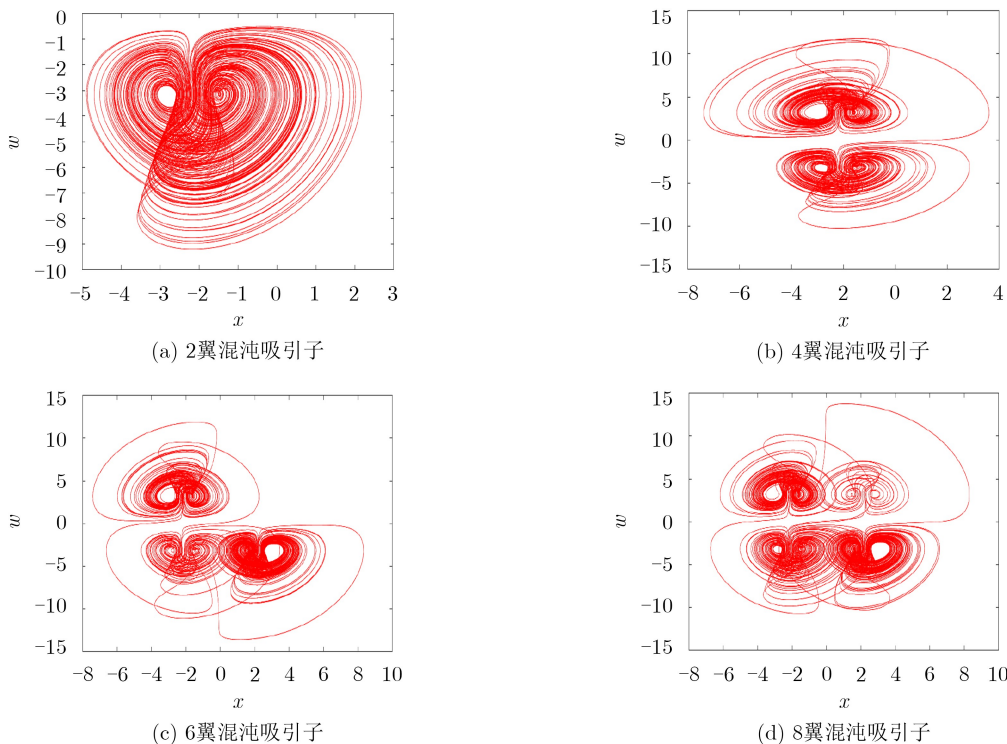


图8 忆阻器 W_4 随初始值 $w(0)$ 变化的 $x-w$ 相图

当忆阻器 W_3 初始状态 $z(0)$ 作为控制变量时，保持系统参数不变，选取初始状态 $(10^{-9}, 0, z(0), 0)$ ， $z(0)$ 选取典型参数时系统产生的多稳态特性如表1所示。

4 仿真实验及电路实现

为进一步验证图1所示电路的动力学特性，采用Multisim进行电路模拟仿真，并采用乘法器(AD633)、电流反馈运算放大器(AD844)、运算放大器(AD8541)以及部分无源器件(电阻和电容)搭建实际电路，进行硬件实验，电源电压均为 $\pm 15\text{ V}$ 。图9为模拟仿真电路原理图。

将电阻 R_a 设置为可变电阻，其值与系统参数 c 对应，其他元器件参数设置和与之对应系统参数如表2所示。本节对3.3节中参数 c 变化过程中所产

表1 忆阻器 W_3 随初始状态变化所产生的多稳态举例

$z(0)$ 取值	LE李雅普诺夫指数	系统状态
4.0	(+, 0, -, -)	2翼混沌吸引子
6.5	(+, 0, -, -)	4翼混沌吸引子
13.5	(+, 0, -, -)	6翼混沌吸引子
17.5	(+, 0, -, -)	8翼混沌吸引子

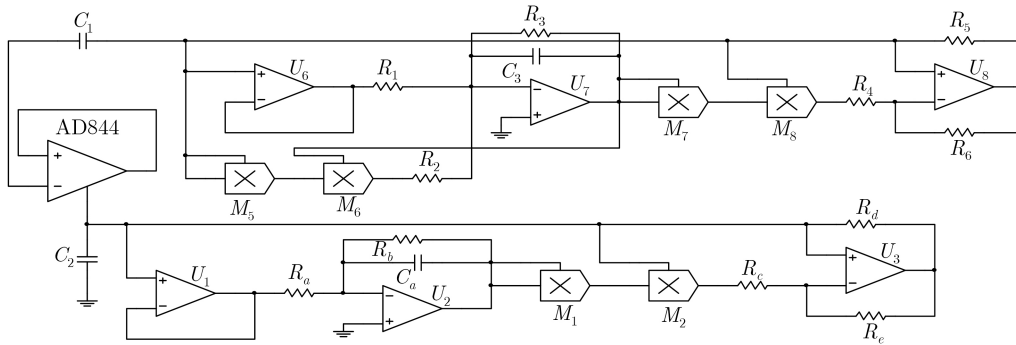


图9 Multisim仿真电路原理图

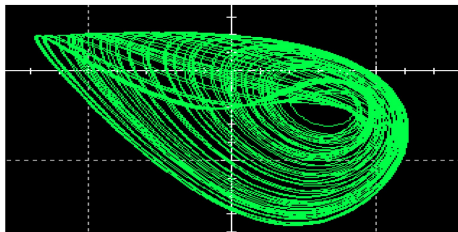
表2 简洁无电感忆阻混沌电路的参数取值

参数	名称	参值
C_a, C_1, C_3	电容	1 nF
C_2	电容	25 nF
g_a, g_b, g_3, g_4	增益	1
g_1, g_2	增益	0.1
R_1	电阻	0.25 kΩ
R_2	电阻	50.00 kΩ
R_3	电阻	25.00 kΩ
R_4, R_c	电阻	10.00 kΩ
R_b	电阻	16.70 kΩ
R_d, R_e, R_5, R_6	电阻	2.00 kΩ

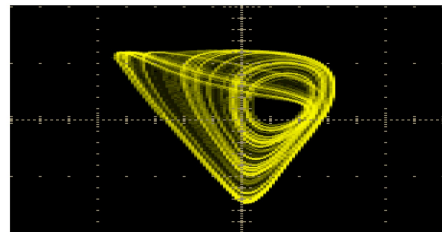
生的3组不同混沌吸引子进行展示，并将Multisim仿真和硬件电路实现结果进行对照。在各参数下捕捉到的吸引子相图如图10所示，从图中可知，在不同的系统参数 c 条件下，系统可以呈现出不同状态的混沌吸引子，其在硬件电路上通过示波器所捕获的相轨图与Multisim仿真结果及Matlab仿真结果表现一致，从而验证了该忆阻混沌电路的可行性。

5 结束语

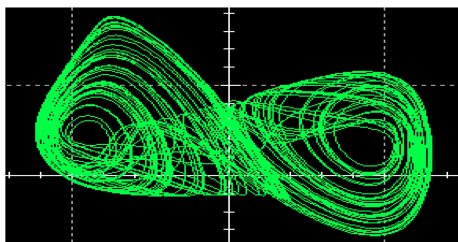
本文构建了一个仅包含5个电路元器件的双忆阻型混沌电路，通过数学建模，理论分析，并通过使用Matlab数值仿真和Multisim电路仿真，其结果



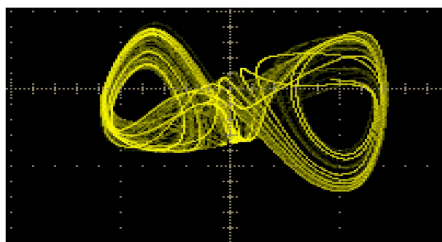
(a) Multisim仿真相图



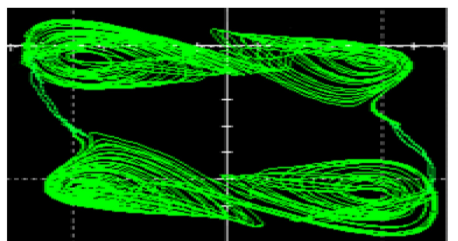
(b) 硬件电路波形图



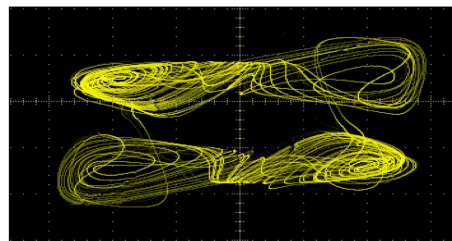
(c) Multisim仿真相图



(d) 硬件电路波形图



(e) Multisim仿真相图



(f) 硬件电路波形图

图10 Multisim仿真结果与硬件等效电路结果比较

表明,在极其简单的电路结构下,该系统在单个系统参数的控制下可以产生复杂且丰富的动力学行为,系统具有原点对称性,一系列全鞍焦平衡点,能实现周期与多涡卷到多翼的转换,并且系统中还包含着不同形态的复合混沌吸引子。提出的系统还具有依赖于忆阻器初态的吸引子共存与多稳态。为了验证系统的可行性,通过硬件电路实验验证了电路的正确性和有效性。此外,所构造的简易忆阻混沌电路,元器件数量少,且其电路结构不包含电感元件,在实际应用中避免了电感的存在将占据大量空间的缺点,使得电路更容易集成,成本更低,因而在集成化混沌保密通信、图像加密和人工神经网络中具有潜在的应用价值。

参考文献

- [1] 郑利京,王光义,张娜.基于忆阻器的混合CMOS乘法器设计[J].杭州电子科技大学学报:自然科学版,2019,39(2):1-5. doi: [10.13954/j.cnki.hdu.2019.02.001](https://doi.org/10.13954/j.cnki.hdu.2019.02.001).
ZHENG Lijing, WANG Guangyi, and ZHANG Na. A multiplier design based on hybrid memristor-CMOS[J]. *Journal of Hangzhou Dianzi University: Natural Sciences*, 2019, 39(2): 1-5. doi: [10.13954/j.cnki.hdu.2019.02.001](https://doi.org/10.13954/j.cnki.hdu.2019.02.001).
- [2] WANG Xingyuan and ZHANG Huili. A novel image encryption algorithm based on genetic recombination and hyper-chaotic systems[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2016, 83(1/2): 333-346. doi: [10.1007/s11071-015-2330-8](https://doi.org/10.1007/s11071-015-2330-8).
- [3] DUAN Shukai, HU Xiaofang, DONG Zhekang, et al. Memristor-based cellular nonlinear/neural network: Design, analysis, and applications[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2015, 26(6): 1202-1213. doi: [10.1109/TNNLS.2014.2334701](https://doi.org/10.1109/TNNLS.2014.2334701).
- [4] 刘军,段书凯,李天舒,等.机械臂的自旋忆阻RBF神经网络控制系统设计[J].仪器仪表学报,2018,39(8):212-219. doi: [10.19650/j.cnki.cjsi.J1803068](https://doi.org/10.19650/j.cnki.cjsi.J1803068).
LIU Jun, DUAN Shukai, LI Tianshu, et al. Design of RBF neural network control system based on spintronic memristor for robotic manipulator[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2018, 39(8): 212-219. doi: [10.19650/j.cnki.cjsi.J1803068](https://doi.org/10.19650/j.cnki.cjsi.J1803068).
- [5] WANG Chunni, LÜ Mi, ALSAEDI A, et al. Synchronization stability and pattern selection in a memristive neuronal network[J]. *Chaos*, 2017, 27(11): 113108. doi: [10.1063/1.5004234](https://doi.org/10.1063/1.5004234).
- [6] 吴杰,王光义,丘嵘,等.忆阻器数字化仿真器的设计与实现[J].杭州电子科技大学学报:自然科学版,2018,38(5):1-6. doi: [10.13954/j.cnki.hdu.2018.05.001](https://doi.org/10.13954/j.cnki.hdu.2018.05.001).
WU Jie, WANG Guangyi, QIU Rong, et al. Design and implementation of digital simulator for memristor[J]. *Journal of Hangzhou Dianzi University: Natural Sciences*, 2018, 38(5): 1-6. doi: [10.13954/j.cnki.hdu.2018.05.001](https://doi.org/10.13954/j.cnki.hdu.2018.05.001).
- [7] WU Xiangjun, FU Zhengye, and KURTHS J. A secure communication scheme based generalized function projective synchronization of a new 5D hyperchaotic system[J]. *Physica Scripta*, 2015, 90(4): 045210. doi: [10.1088/0031-8949/90/4/045210](https://doi.org/10.1088/0031-8949/90/4/045210).
- [8] ALJAFAR M J, PERKOWSKI M A, ACKEN J M, et al. A time-efficient CMOS-memristive programmable circuit realizing logic functions in generalized AND-XOR structures[J]. *IEEE Transactions on Very Large Scale Integration (VLSI) Systems*, 2018, 26(1): 23-36. doi: [10.1109/TVLSI.2017.2750074](https://doi.org/10.1109/TVLSI.2017.2750074).
- [9] 阮静雅,孙克辉,牟俊.基于忆阻器反馈的Lorenz超混沌系统及其电路实现[J].物理学报,2016,65(19):190502. doi: [10.7498/aps.65.190502](https://doi.org/10.7498/aps.65.190502).
RUAN Jingya, SUN Kehui, and MOU Jun. Memristor-based Lorenz hyper-chaotic system and its circuit implementation[J]. *Acta Physica Sinica*, 2016, 65(19): 190502. doi: [10.7498/aps.65.190502](https://doi.org/10.7498/aps.65.190502).
- [10] BAO Bocheng, JIANG Tao, XU Quan, et al. Coexisting infinitely many attractors in active band-pass filter-based memristive circuit[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2016, 86(3): 1711-1723. doi: [10.1007/s11071-016-2988-6](https://doi.org/10.1007/s11071-016-2988-6).
- [11] RUAN Jingya, SUN Kehui, MOU Jun, et al. Fractional-order simplest memristor-based chaotic circuit with new derivative[J]. *The European Physical Journal Plus*, 2018, 133(1): No. 3, 1-12. doi: [10.1140/epjp/i2018-11828-0](https://doi.org/10.1140/epjp/i2018-11828-0).
- [12] MUTHUSWAMY B and CHUA L O. Simplest chaotic circuit[J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2010, 20(5): 1567-1580. doi: [10.1142/S0218127410027076](https://doi.org/10.1142/S0218127410027076).
- [13] MUTHUSWAMY B. Implementing memristor based chaotic circuits[J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2010, 20(5): 1335-1350. doi: [10.1142/S0218127410026514](https://doi.org/10.1142/S0218127410026514).
- [14] ITOH M and CHUA L O. Memristor oscillators[J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2008, 18(11): 3183-3206. doi: [10.1142/S0218127408022354](https://doi.org/10.1142/S0218127408022354).
- [15] YUAN Fang and LI Yuxia. A chaotic circuit constructed by a memristor, a memcapacitor and a meminductor[J]. *An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 2019, 29(10): 101101. doi: [10.1063/1.5125673](https://doi.org/10.1063/1.5125673).
- [16] LI Chuang, MIN Fuhong, and LI Chunbiao. Multiple coexisting attractors of the serial-parallel memristor-based chaotic system and its adaptive generalized synchronization[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2018, 94(4): 2785-2806. doi: [10.1007/s11071-018-4524-3](https://doi.org/10.1007/s11071-018-4524-3).
- [17] RAJAGOPAL K, LI Chunbiao, NAZARIMEHR F, et al. Chaotic dynamics of modified Wien bridge oscillator with fractional order memristor[J]. *Radioengineering*, 2019, 28(1): 165-174.
- [18] 洪庆辉,曾以成,李志军.含磁控和荷控两种忆阻器的混沌电

- 路设计与仿真[J]. 物理学报, 2013, 63(23): 230502. doi: [10.7498/aps.62.230502](https://doi.org/10.7498/aps.62.230502).
- HONG Qinghui, ZENG Yicheng, and LI Zhijun. Design and simulation of chaotic circuit for flux-controlled memristor and charge-controlled memristor[J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, 63(23): 230502. doi: [10.7498/aps.62.230502](https://doi.org/10.7498/aps.62.230502).
- [19] BAO Bocheng, ZHANG Xi, BAO Han, *et al.* Dynamical effects of memristive load on peak current mode buck-boost switching converter[J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2019, 122: 69–79.
- [20] CHEN Chengjie, CHEN Jingqi, BAO Han, *et al.* Coexisting multi-stable patterns in memristor synapse-coupled Hopfield neural network with two neurons[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2019, 95(4): 3385–3399. doi: [10.1007/s11071-019-04762-8](https://doi.org/10.1007/s11071-019-04762-8).
- [21] BAO Bocheng, MA Zhenghua, XU Jianping, *et al.* A simple memristor chaotic circuit with complex dynamics[J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2011, 21(9): 2629–2645. doi: [10.1142/S0218127411029999](https://doi.org/10.1142/S0218127411029999).
- [22] WANG Chunhua, LIU Xiaoming, and XIA Hu. Multi-piecewise quadratic nonlinearity memristor and its $2N$ -scroll and $2N+1$ -scroll chaotic attractors system[J]. *An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 2017, 27(3): 033114. doi: [10.1063/1.4979039](https://doi.org/10.1063/1.4979039).
- [23] 谭志平, 曾以成, 李志军, 等. 浮地型忆阻器混沌电路的分析与实现[J]. 仪器仪表学报, 2014, 35(9): 2123–2129.
- TAN Zhiping, ZENG Yicheng, and LI Zhijun. Analysis and implementation of a floating memristor chaotic circuit[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2014, 35(9): 2123–2129.
- [24] BAO Bocheng, JIANG Tao, WANG Guangyi, *et al.* Two-memristor-based Chua's hyperchaotic circuit with plane equilibrium and its extreme multistability[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2017, 89(2): 1157–1171. doi: [10.1007/s11071-017-3507-0](https://doi.org/10.1007/s11071-017-3507-0).
- [25] CHEN Mo, SUN Mengxia, BAO Bocheng, *et al.* Controlling extreme multistability of memristor emulator-based dynamical circuit in flux-charge domain[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2018, 91(2): 1395–1412. doi: [10.1007/s11071-017-3952-9](https://doi.org/10.1007/s11071-017-3952-9).
- [26] TAN Qiwei, ZENG Yicheng, and LI Zhijun. A simple inductor-free memristive circuit with three line equilibria[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2018, 94(3): 1585–1602. doi: [10.1007/s11071-018-4443-3](https://doi.org/10.1007/s11071-018-4443-3).
- 曾以成: 男, 1962年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为非线性电路、混沌信号处理、语音信号处理。
- 成德武: 男, 1994年生, 硕士生, 研究方向为非线性系统、混沌信号处理。
- 谭其威: 女, 1993年生, 硕士, 研究方向为非线性系统、混沌信号处理。