

多约束稀布矩形平面阵列天线的方向图综合

戴定成^{*①} 姚敏立^① 贾维敏^② 金伟^② 张峰干^①

^①(火箭军工程大学作战保障学院 西安 710025)

^②(火箭军工程大学核工程学院 西安 710025)

摘要: 针对多约束稀布矩形阵列天线的优化设计问题, 该文提出一种新的矩阵映射(NMM)方法。首先, 综合考虑阵元的可分布范围与可分布数量, 重新定义阵元坐标矩阵的维数以提高阵元分布的自由度。其次, 当坐标矩阵定义的阵元数量大于实际阵元数量时, 建立选择矩阵以确定各阵元的取舍。再次, 针对现有矩阵映射方法无法完全避免不可行解的问题, 构建了一种NMM方法, 通过两种不同的矩阵映射函数将多约束优化问题转换为无约束优化问题。最后进行仿真对比实验, 实验结果证明了算法的有效性。

关键词: 阵列天线; 稀布平面阵列; 约束优化; 旁瓣电平

中图分类号: TN821

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2019)01-0107-08

DOI: 10.11999/JEIT180262

Synthesis of Multi-constrained Sparse Rectangular Arrays

DAI Dingcheng^① YAO Minli^① JIA Weimin^② JIN Wei^② ZHANG Fenggan^①

^①(School of Military Operation Support, Rocket Force University of Engineering, Xi'an 710025, China)

^②(School of Nuclear Engineering, Rocket Force University of Engineering, Xi'an 710025, China)

Abstract: A Novel Matrix Mapping (NMM) method is proposed for the synthesis of sparse rectangular arrays with multiple constraints. Firstly, the sizes of element coordinate matrices are resized to improve the Degree Of Freedom (DOF) of elements by taking account of both placeable number and distributable range of elements. Then, a selection matrix is established to determine which elements should be turned off when the coordinate matrices should be thinned. By establishing two different mapping functions, a NMM method is presented to overcome the drawbacks of existing methods in terms of flexibility and effectiveness. Finally, comparison experiments are conducted to verify the effectiveness of the proposed method. The numerical validation points out that the proposed method outperforms the existing methods in the design of sparse rectangular arrays.

Key words: Antenna arrays; Sparse planar arrays; Constrained optimization; Sidelobe level

1 引言

天线的性能直接影响到无线电设备的使用, 为了满足人们对通信品质以及探测精度日益增长的需求, 阵列天线被广泛地应用到各种无线通信以及雷达系统中^[1-4]。阵列天线的成本往往与天线的阵元数量正相关, 传统的均匀阵列天线(Uniform Array, UA)随着尺寸的增大, 阵元数量也随之显著增加, 天线系统会出现成本高、功耗高、重量高以及散热难等问题^[5-10]。在移动中卫星通信(简称动中通)中, 受制于载具的能源供应、高度限制以及天

线系统的成本要求, 在满足通信需求前提下通过优化布阵来减少阵元数量, 降低功耗成本已成为该领域的研究热点。

为了解决上述问题, 在保证天线性能的前提下, 研究人员在UA的基础上提出了两种非均匀阵列天线的设计思路。第1种是稀疏阵列天线^[5-9](thinned arrays), 即在UA的基础上, 通过优化选择一部分阵元不予激励(或者直接去掉), 从而实现减少阵元数量, 降低功耗成本的目的, 这种天线的阵元间隔通常是UA阵元间隔的整数倍。文献^[6]利用密度削锥法对平面圆阵和正方形阵列进行了稀疏优化, 文献^[7]将常用的FFT算法进行了改进并用于均匀线阵的稀疏布阵中。除了上述解析法外, 生物启发算法在稀疏阵列的综合中也得到了广泛的应用, 例如二进制差分进化算法^[8], 粒子群算法^[9]等。第2种是稀布阵列天线^[10-18](sparse arrays), 相

收稿日期: 2018-03-21; 改回日期: 2018-09-14; 网络出版: 2018-10-08

*通信作者: 戴定成 ddc264@163.com

基金项目: 国家自然科学基金(61179004, 61179005)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61179004, 61179005)

比于稀疏阵列天线, 稀布阵列天线拥有更高的自由度, 在相同的条件下往往能获得更优的天线性能, 同时其非均匀特性以及较少的阵元数量可以有效抑制量化瓣。但是相比于稀疏阵列天线, 稀布阵列天线还需要考虑更多的约束因素。例如为了减少阵元互耦效应, 通常要求阵元最小间隔不小于半波长, 为了满足低成本的要求, 还需要满足阵元数量的约束, 此外, 在动中通天线等领域中, 还需要满足天线尺寸的要求。由于稀布天线存在众多约束条件, 并且天线的阵因子方程是指数形式, 因而该类型天线的优化呈现高度非线性, 比稀疏天线的优化更加复杂。

文献[15,16]中提出了一种向量映射方法, 较好地解决了多约束条件下稀布线阵的综合问题, 文献[12]针对稀布圆阵的综合问题提出了一种降维优化方法。但目前针对多约束稀布矩形平面阵列综合问题的研究报道却较少, 其根本原因在于矩形面阵的约束条件处理复杂度比线阵和圆阵的高得多。文献[10,11]引入贝叶斯压缩感知以解决平面稀布天线的优化设计问题, 该方法在有参考方向图的前提下, 能够快速方便地解决几何对称结构的天线优化设计问题, 但是其未考虑阵元最小间隔的约束条件。文献[13]提出了一种改进的遗传算法来解决稀布矩形平面阵列的复杂设计问题, 其主要方法是巧妙设计了两个遗传算子来满足约束条件, 将多约束条件下的优化问题转化为了无约束优化问题。但遗传算法的计算复杂度较高, 运算时间太长。为了提高运算效率和全局优化性能, 文献[14]提出了一种基于差分进化的矩阵映射算法(Matrix Mapping Method, MMM)。该方法将阵元在 x 和 y 方向上的间隔作为优化变量, 利用矩阵映射函数, 随机产生满足约束条件的阵元位置。文献[13,14]的核心思想都是将阵元之间的实际间隔约束简化为切比雪夫间隔约束, 阵元之间的距离可以表示为任意两阵元在 x 或者 y 方向上坐标差的最大值。但在实际处理阵元间隔约束时, 这两种方法都只考虑同一行或者同一列阵元之间的间隔, 这会导致不可行解的出现。

为解决多约束条件下的稀布平面阵列的综合问题, 本文在文献[13,14]的基础上提出了一种新的矩阵映射(Novel Matrix Mapping, NMM)方法。首先, 重新定义阵元位置矩阵的维数, 以提高 x 方向和 y 方向上可分配空间以及可放置阵元数量的自由度, 其次, 通过建立权值矩阵 \mathbf{W} 来衡量各阵元的权值大小, 以决定各阵元的开关状态。权值矩阵 \mathbf{W} 作为优化对象, 在优化过程中会被优化。再次, 构建两种映射函数, 能够将稀布面阵的多约束优化

问题转换为只包含上下界的无约束优化问题。最后, 引入基于和声搜索的差分进化算法[18], 以提高阵元位置优化的全局搜索能力和计算稳定性。

2 稀布矩形平面阵列的优化模型

假设几何对称的矩形平面阵列天线拥有 $4N$ 个阵元, 其尺寸为 $2L \times 2H$, 其第1象限的结构如图1所示。根据第1象限的阵元坐标, 通过对称关系得到其他3个象限的阵元位置, 阵元的位置用一对实数坐标 (x_n, y_n) , $1 \leq n \leq N$ 表示。假设所有阵元均为全向天线阵元, 且各阵元的电流激励相等($I_n = 1$)。为满足天线孔径约束, 第 N 个阵元被固定在 (L, H) 处。为了满足最小阵元间隔约束, 根据面阵对称结构, 第1行阵元在 y 方向、第1列的各阵元在 x 方向对应的坐标要求大于等于 $0.5d_c$, d_c 是最小阵元间隔。根据上述假设条件, 可将对称矩形天线阵列的阵因子表示为

$$\begin{aligned} AF(\theta, \varphi) &= \sum_{n=1}^{4N} I_n e^{jk(x_n \sin \theta \cos \varphi + y_n \sin \theta \sin \varphi)} \\ &= 4 \left(\sum_{n=1}^{N-1} \cos(kx_n u) \cos(ky_n v) \right. \\ &\quad \left. + \cos(kLu) \cos(kHv) \right) \end{aligned} \quad (1)$$

式中, 波数 $k = 2\pi/\lambda$, λ 是波长。 θ 和 φ 分别是俯仰角和方位角, $u = \sin \theta \cos \varphi$, $v = \sin \theta \sin \varphi$ 。为了便于表述, 将阵元位置坐标转换为 P 行 Q 列的位置矩阵 \mathbf{X} 和 \mathbf{Y} :

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= \begin{bmatrix} x_{1,1} & \cdots & x_{1,Q} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{P,1} & \cdots & x_{P,Q} \end{bmatrix} \\ \mathbf{Y} &= \begin{bmatrix} y_{1,1} & \cdots & y_{1,Q} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{P,1} & \cdots & y_{P,Q} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

当 $P \times Q = N$ 时, \mathbf{X} 和 \mathbf{Y} 都为满阵, 当 $P \times Q > N$ 时, \mathbf{X} 和 \mathbf{Y} 需要进行稀疏处理, 选择 $P \times Q - N$ 个阵元不予激励。阵元间的最小间隔约束可以表示为

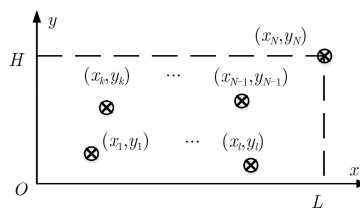


图1 稀布矩形平面阵列天线结构图

$$\sqrt{(x_{i,j} - x_{k,l})^2 + (y_{i,j} - y_{k,l})^2} \geq d_c, \quad (3)$$

$i, k \in [1, P]; j, l \in [1, Q]; (i, j) \neq (k, l)$

为了获得较好的天线性能, 适应度函数通常可以定义为 $\varphi = 0$ 和 $\varphi = \pi/2$ 时的最大旁瓣电平(Peak SideLobe Level, PSLL)之和, 即

$$f(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \max \left\{ \left| \frac{AF(\theta, 0)}{FF_{\max}} \right| \right\} + \max \left\{ \left| \frac{AF(\theta, \pi/2)}{FF_{\max}} \right| \right\} \quad (4)$$

适应度函数也可以定义为全平面上的最大旁瓣电平, 即

$$f(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \max \left\{ \left| \frac{AF(\theta, \varphi)}{FF_{\max}} \right| \right\} \quad (5)$$

式(4)和式(5)中 FF_{\max} 是主瓣最大值, $AF(\theta, \varphi)$ 是主瓣以外的阵因子。

因此, 稀布平面阵列天线的优化模型可以记为

$$\left. \begin{aligned} \min \quad & \text{PSLL} = f(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) \\ \text{s.t.} \quad & \sqrt{(x_{i,j} - x_{k,l})^2 + (y_{i,j} - y_{k,l})^2} \geq d_c \\ & i, k \in [1, P]; j, l \in [1, Q]; (i, j) \neq (k, l) \\ & 0 \leq x_{i,j} \leq L, 0 \leq y_{i,j} \leq H, \\ & (x_{P,Q}, y_{P,Q}) = (L, H) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

3 矩阵映射方法的局限性

文献[13,14]中坐标矩阵的维数定义如式(7):

$$\left. \begin{aligned} \min \quad & \{\text{mod}(P \times Q), N\} \\ \text{s.t.} \quad & P \times Q \geq N, P, Q \in Z^+ \\ & P \leq \lfloor H/d_c \rfloor, Q \leq \lfloor L/d_c \rfloor \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中, $\lfloor \bullet \rfloor$ 是向下取整运算。通过式(7)定义 P 和 Q 能够使阵元在 x 和 y 方向上的可分配空间最大。然而在某个区域内能放置的阵元数却受到了限制。比如: 假定 $2L=9.5\lambda$, $2H=4.5\lambda$, $4N=100$, 那么可以计算出 $P=3$, $Q=9$, 如图2所示。在平面的第1象限, x 和 y 方向最大的可分配空间分别是 0.5λ 和 λ 。在 x 方向的一定范围内, y 方向上的阵元数被固定在了3个, 而事实上阵列在 y 方向上最多能放置5个阵元。

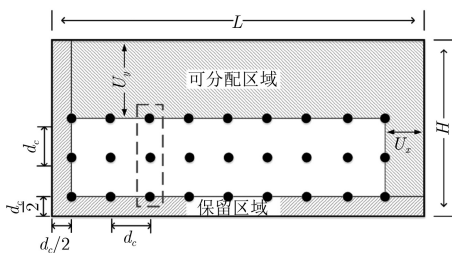


图2 矩阵映射法坐标矩阵维数示意图

对于阵元最小间隔约束, 文献[13,14]将式(3)转换为切比雪夫约束, 即

$$\max \{|x_{i,j} - x_{k,l}|, |y_{i,j} - y_{k,l}|\} \geq d_c \quad (8)$$

容易证明, 满足式(8)的所有 \mathbf{X} 和 \mathbf{Y} 必然满足式(3)。但是文献[13,14]中在处理式(8)式时, 只考虑了同一行以及同一列相邻阵元之间的间距问题, 这两种方法都不能完全避免不可行解。如图3所示, $E_{i,j}$ 表示第 i 行第 j 列的阵元, 当只考虑同一行以及同一列之间的阵元间距时, 例如阵元 $E_{2,3}$, $E_{2,4}$ 和 $E_{2,5}$ 在 x 方向间隔不小于 d_c , 阵元 $E_{1,4}$, $E_{2,4}$ 和 $E_{3,4}$ 在 y 方向上的间隔不小于 d_c , 容易出现不同行且不同列的阵元 $E_{2,4}$ 和 $E_{3,5}$ 的间距小于 d_c , 尽管阵元 $E_{3,5}$ 满足条件 $|x_{3,4} - x_{3,5}| \geq d_c$ 以及 $|y_{3,5} - y_{2,5}| \geq d_c$ 。

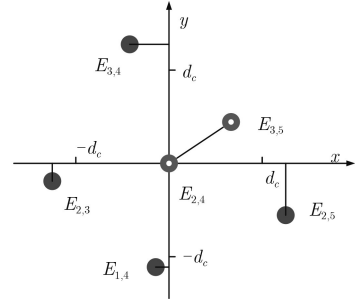


图3 矩阵映射法阵元位置示意图

4 新的矩阵映射方法

针对多约束稀布矩形阵列的方向图综合问题, 首先重新定义坐标矩阵 \mathbf{X} 和 \mathbf{Y} 的维数。综合考虑可分配空间以及可放置阵元的数量, 定义阵元位置矩阵的维数为

$$\left. \begin{aligned} \max \quad & \left\{ \frac{P \times Q - N}{P_m \times Q_m} + \frac{L - (P - 0.5)d_c}{L} \right. \\ & \left. + \frac{H - (Q - 0.5)d_c}{H} \right\} \\ \text{s.t.} \quad & P \times Q \geq N, P, Q \in Z^+, \\ & P \leq P_m, Q \leq Q_m \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中, $P_m = \lfloor H/d_c \rfloor$ 和 $Q_m = \lfloor L/d_c \rfloor$ 分别是 x 和 y 方向能放置阵元的最大数量, $(P \times Q - N)/(P_m \times Q_m)$ 代表的是归一化后能放置阵元数的自由度, 而 $[L - (P - 0.5)d_c]/L$ 和 $[H - (Q - 0.5)d_c]/H$ 分别代表 x 和 y 方向上可分配空间的自由度。

其次, 通过权值优化来确定被稀疏的阵元。由式(9)定义的 P 和 Q 通常满足 $P \times Q > N$, 这意味着有 $P \times Q - N$ 个阵元将被去掉。与文献[13,14]中随机选取的方法不同, 为了确定被稀疏的阵元, 建立一个权值矩阵 $\mathbf{W} \in \mathbf{R}^{P \times Q}$ 。权值矩阵 \mathbf{W} 的元素 $w_{i,j} \in [0, 1]$ 代表第 i 行第 j 列阵元的权值, 只有 N 个

权值较大的阵元才能保留,同时 \mathbf{W} 作为优化变量,将参与优化过程。需要指出的是, $w_{i,j}$ 不是阵元的激励电流。

再次,为了解决文献[13,14]中的方法无法避免不可行解的问题,将最小阵元间隔约束式(3)分解为两部分,如图4所示,第1部分是同一行(或者同一列)内各阵元之间的最小间隔 d_e ,第2部分是不同行(或者不同列)之间的最小间距 d_r :

$$d_e^i = \min(|x_{i,j+1} - x_{i,j}|) \geq d_c \quad (10)$$

$$d_r^i = \min(y_{i+1,j}) - \max(y_{i,j}) \geq d_c \quad (11)$$

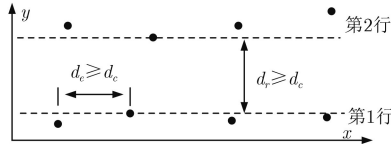


图4 矩阵映射法阵元位置示意图

当所有阵元都满足 $d_e \geq d_c$ 且 $d_r \geq d_c$ 时,式(3)中的阵元最小间隔约束自然就得到了满足。基于上述分析,构造一种新的矩阵映射方法,算法步骤如下:

步骤1 根据式(9)计算坐标矩阵维数 P 和 Q 。

步骤2 计算 x 和 y 方向可分配空间 Ux , Uy 以及各阵元的平均可分配空间 $Vx = Ux/Q$, $Vy = Uy/P$:

$$\left. \begin{aligned} Ux &= L - (Q - 0.5)d_c \\ Uy &= H - (P - 0.5)d_c \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

步骤3 假设 $Vx \geq Vy$,构造变量矩阵 $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{P \times Q+1}$, $\mathbf{B} \in \mathbf{R}^{P \times Q+1}$ 以及权值矩阵 \mathbf{W}

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} \alpha_{1,1} & \cdots & \alpha_{1,Q} & \gamma_1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \alpha_{P,1} & \cdots & \alpha_{P,Q} & \gamma_P \end{bmatrix} \\ \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} \beta_{1,1} & \cdots & \beta_{1,Q} & \eta_1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \beta_{P,1} & \cdots & \beta_{P,Q} & \eta_P \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中, $\alpha_{i,j}$, $\beta_{i,j}$, γ_i , η_j 以及 $w_{i,j}$ 都是 $[0, 1]$ 之间产生的随机数。

步骤4 根据 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 产生坐标矩阵 \mathbf{X} 和 \mathbf{Y} 。首先产生满足式(10)的坐标矩阵 \mathbf{X} :

$$\left. \begin{aligned} x_{i,j} &= \sum_{t=1}^j \Delta x_{i,t} \\ \Delta x_{i,j} &= \Delta dx_j + \gamma_i Ux \times \alpha_{i,j} / \sum_{t=1}^Q \alpha_{i,t} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

式中, Q 维向量 $\Delta \mathbf{dx} = [0.5d_c, d_c, d_c, \dots, d_c]$, $i \geq 2$ 时 $\Delta x_{i,j} = x_{i,j} - x_{i,j-1}$ 代表第 i 行与第 $i-1$ 行阵元之间的间距。记式(14)为映射函数 $\mathbf{X} = T_1(\mathbf{A})$ 。该映射函数的物理含义是:对于每一行的阵元,在满足最小阵元间隔的基础上(即 Δdx_j),随机产生该行实际可分配空间 $\gamma_i Ux$,然后将 $\gamma_i Ux$ 按照随机数 $\alpha_{i,j}$ 分配到相邻阵元的间隔中。

为了满足式(11)中不同行之间的最小间距,构建了第2个映射函数。其映射原理如图5所示,首先根据变量矩阵 \mathbf{B} 中的随机数 $\eta_1 \sim \eta_P$ 对 y 方向的可分配空间 Uy 进行随机分割,即图中的 $\Delta H_1 \sim \Delta H_P$,然后根据 $\beta_{i,j}$,在 ΔH_i 的范围内产生各行阵元的纵向分配空间,其映射函数为

$$\left. \begin{aligned} y_{i,j} &= \sum_{t=1}^j \Delta y_{i,t} \\ \Delta y_{i,j} &= \begin{cases} \Delta dy_1 + \beta_{1,j} \Delta H_1, & i=1 \\ \Delta dy_t + \beta_{i,j} \Delta H_i + (1 - \beta_{i-1,j}) \Delta H_{i-1}, & 2 \leq i \leq P \end{cases} \\ \Delta H_i &= \eta_i Uy / \sum_{t=1}^P \eta_t \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式中, P 维向量 $\Delta \mathbf{dy} = [0.5d_c, d_c, d_c, \dots, d_c]^T$,记该映射函数为 $\mathbf{Y} = T_2(\mathbf{B})$ 。对比式(14)和式(15)可知,映射函数 T_1 对阵元间隔分配的自由度高于 T_2 ,因此当阵元在 x 方向的单位可分配空间较大时采用 T_1 映射,否则采用 T_2 。

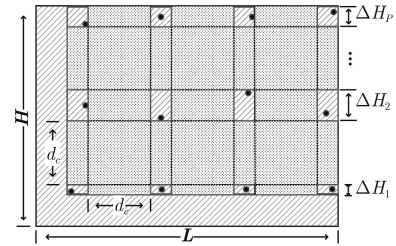


图5 T_2 映射原理

步骤5 若 $Vx \leq Vy$,则构造变量矩阵 $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{P+1 \times Q}$ 和 $\mathbf{B} \in \mathbf{R}^{P+1 \times Q}$,利用映射函数产生坐标矩阵: $\mathbf{X} = T_2(\mathbf{A})$, $\mathbf{Y} = T_1(\mathbf{B})$ 。

显然,根据 T_1 和 T_2 产生的阵元坐标能够满足最小阵元间隔约束上述步骤,可以将稀布面阵的优化模型归纳为

$$\left. \begin{aligned} \min \quad & \text{PSLL} = f[T_1(\mathbf{A}), T_2(\mathbf{B}), \mathbf{W}] \\ \text{s.t.} \quad & i \in [1, P]; j \in [1, Q] \\ & 0 \leq \alpha_{i,j}, \beta_{i,j}, \gamma_i, \eta_i, w_{i,j} \leq 1 \\ & x_{P,Q} = L, y_{P,Q} = H \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

为了提高算法的搜索效率和全局搜索能力, 引入文献[18]中基于和声搜索的差分进化算法(Differential Evolution based on Harmony Search, HSDE)搜索阵列优化设计的最优解。

5 仿真实验与分析

假设矩形平面阵列的尺寸为 $2L \times 2H = 9.5\lambda \times 4.5\lambda$, 进行两组对比实验。实验1利用NMM和MMM方法分别对稀布矩形平面阵列天线进行约束条件处理, 实验2在实验1的基础上, 交换NMM算法中 T_1 和 T_2 两种映射函数对约束条件进行处理, 以验证两种映射函数的性能。为了与文献[14]的结果进行比较, 以式(4)作为优化目标时, 设定阵元总数 $4N=108$, 记该类型实验为A类; 以式(5)定义的全平面的PSLL作为优化目标时, 设定阵元总数为 $4N=100$, 记该实验为B类。为公平起见, 所有实验均通过HSDE算法来寻优。

各类实验均进行50次蒙特卡洛仿真。实验参数设为: 迭代次数 $NI=1000$, 种群规模 $NP=100$, HSDE的参数设置为: $Cr_{max}=0.95$, $Cr_{min}=0.8$, $Mr_{max}=0.9$, $Mr_{min}=0.6$, $F=0.5$ 。

实验 1 根据式(9)可以计算得到NMM算法坐

标矩阵的维数 $P=9$, $Q=4$, 而MMM算法坐标矩阵的维数根据式(7)可计算得到 $P=9$, $Q=3$ 。根据计算可知 $V_x \leq V_y$, 即NMM算法应采用 T_1 对 y 方向的阵元坐标进行映射, T_2 对 x 方向的阵元坐标进行映射。

A类实验的结果如图6所示, 50次蒙特卡洛仿真的结果如图6(a)所示, 其数值统计结果如表1所示, NMM算法得到的最优PSLL为 -61.22 dB, 其中 $\varphi=\pi/2$ 切面PSLL= -34.71 dB, $\varphi=0$ 切面PSLL= -26.51 dB, 如图6(b)所示; NMM算法的平均值是 -57.84 dB, 比MMM算法的平均值降低了 5.9 dB。两种方法最优值对应的阵列结构如图6(c)所示, 从MMM算法优化的结果中可以看出, y 方向的阵元数量被限定在了3个, 而NMM算法则可以达到4个, 增加了阵元分布的自由度。

B类实验结果如图7所示, 蒙特卡洛仿真的数值统计如表1所示, 在50次独立试验中, NMM算法的最优结果是 -22.76 dB, 相比MMM算法提高了 3.63 dB, 最优结果对应的方向图如图7(b)所示。两种方法的蒙特卡洛仿真结果如图7(a)所示, NMM算法的均值为 -21.41 dB, 相比MMM算法的均值 -18.60 dB提高了 2.51 dB, 两种方法最优阵列

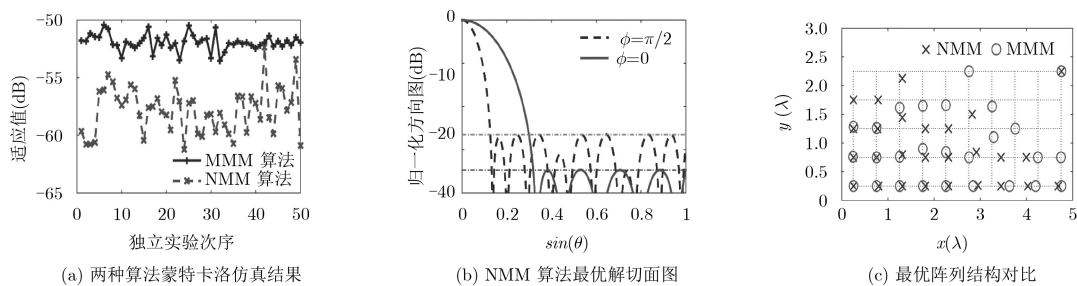


图 6 实验1中A类仿真结果

表 1 实验1仿真结果对比(dB)

实验类型	方法	最优值	最差值	均值	方差
A	NMM	-61.2178	-52.3630	-57.8363	4.0813
	MMM	-53.5222	-50.4478	-51.9317	0.4940
B	NMM	-22.7591	-20.4355	-21.4060	0.1993
	MMM	-19.1338	-17.9751	-18.5972	0.0875

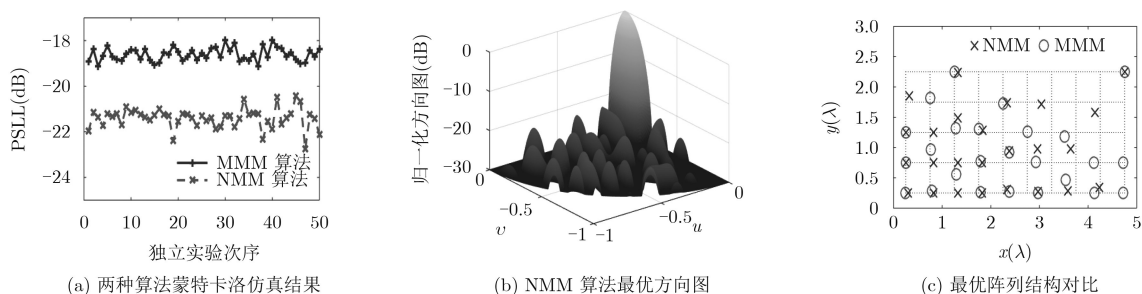


图 7 实验1 B类仿真结果

结构如图7(c)所示。

对比表1中两类实验NMM与MMM的方差和均值可以发现, MMM方法的方差比NMM小一个数量级, 而MMM算法的均值则明显比NMM差, 这说明了MMM算法极大地制约了阵元分布的自由度, 即阵元的分布范围是非常有限的, 导致最后的优化结果非常集中。

为了进一步比较算法的搜索效率, 记录两种算法50次独立运行的迭代曲线, 如图8和图9所示。两种算法单次运行的平均耗时、平均峰值内存使用量如表2所示。

对比图8和图9中NMM算法和MMM算法的收敛曲线可以看出, 两类约束条件处理方法的收敛趋势较为接近, 但是NMM算法适应值却下降得更快。例如在迭代至200次时, A类实验中NMM算法的平均适应值已经达到-50 dB, 而MMM算法的适应值只有-47 dB; B类实验中NMM算法的适应值达

到了-19 dB, 而MMM算法的适应值尚未达到-18 dB。再对比表2中两种方法的运算时间和平均内存峰值用量可以看出, NMM算法的运算开支略高于MMM算法, 这是由于NMM算法的结构所决定的。NMM算法比MMM算法多1种映射函数和1个优化变量 \mathbf{W} , 因此其单次运算时间更长。再对比可行解占比可以发现, 尽管MMM算法运算时间短, 但是其独立实验中的可行解占比远低于NMM算法, 这也证明了前文提到MMM算法不能完全避免不可行解的出现, 因此MMM算法的相对搜索效率实际上更低。

实验2 为了检验NMM算法中 T_1 和 T_2 两种映射函数对优化结果的影响, 在本组实验中, 各项参数与实验1一致, 交换 T_1 和 T_2 两种映射函数, 即采用 T_1 函数映射 x 方向的阵元坐标, 利用 T_2 函数映射得到 y 方向的阵元坐标, 对A类和B类实验分别进行50次蒙特卡洛仿真。

表2 算法运算效率对比

实验1	方法	平均运行时间(s)	平均内存峰值使用量(kB)	平均适应值(dB)	可行解占比(%)
A	MMM算法	247.614	620	-51.9317	44
	本文方法	283.704	620	-57.8363	100
B	MMM算法	20472.744	904	-18.5972	60
	本文方法	25823.421	984	-21.4060	100

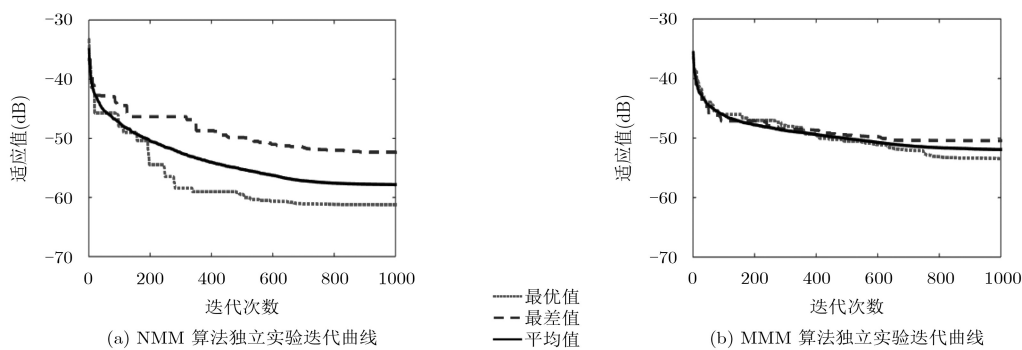


图8 实验1 A类实验蒙特卡洛仿真迭代曲线对比

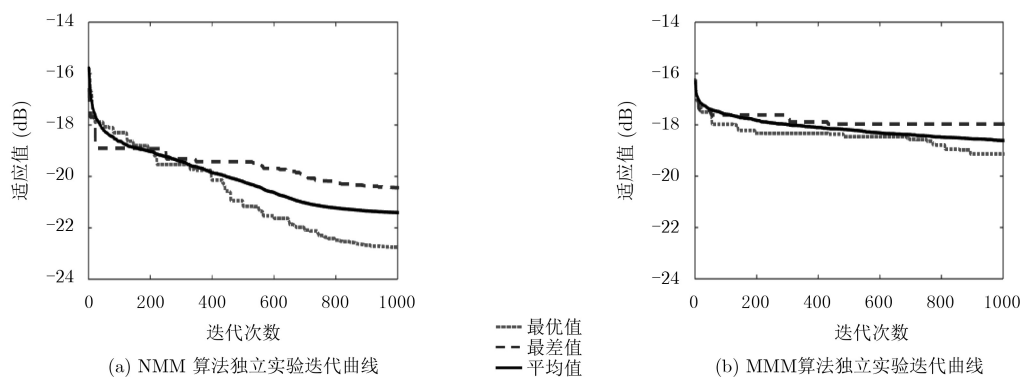


图9 实验1 B类实验蒙特卡洛仿真迭代曲线对比

实验结果如图10所示, 图10(a)是两类实验50次蒙特卡洛仿真的结果, 其数值统计结果如表2所示, 其中A类实验的均值为-56.01 dB, B类实验的均值为-20.92 dB。对比表3与表1中NMM算法实验结果可以看出, 当 $V_x \leq V_y$ 时, 实验1的结果更优, 其原因在于 T_2 在一定程度上损失了阵元分布的自由度, 因此在平均可分配空间更低方向, 利用

T_2 映射得到阵元坐标更合理。同时, 无论交换两种映射函数与否, NMM算法的优化结果均优于MMM算法, 这说明重新定义的阵元坐标矩阵维数有效的提升了阵元分布的自由度。

6 结论

对于多约束稀布矩形平面阵列的优化问题, 针

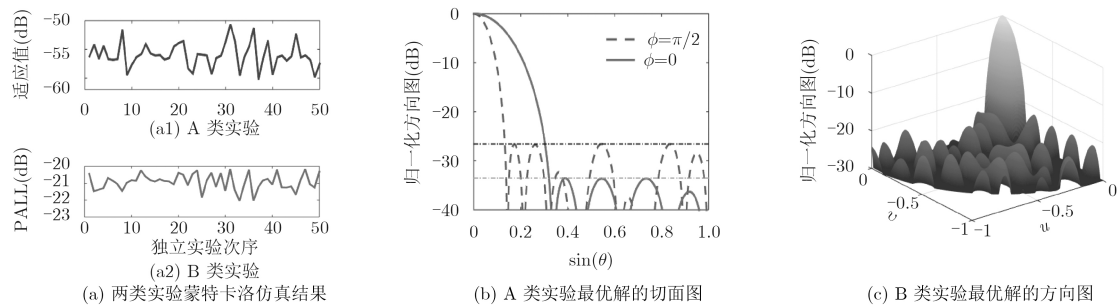


图10 实验2仿真结果

表3 实验2仿真结果对比(dB)

实验类型	方法	最优值	最差值	均值	方差
A	NMM	-60.2701	-50.6686	-56.0144	4.7592
B	NMM	-22.0422	-20.1613	-20.9181	0.2303

对现有矩阵映射方法存在的无法完全避免不可行解以及阵元分布自由度受限等不足, 本文提出了一种新的矩阵映射方法(NMM)。通过重新定义阵元坐标矩阵的维数, 综合考虑阵元的可分布范围以及可分布数量, 有效提高了阵元分布的自由度; 构建两种映射函数, 将多约束优化问题成功转换为了无约束优化问题, 提高了优化效率; 引入基于和声搜索的差分进化算法, 提高了算法的全局搜索能力。两类仿真实验的结果表明, 新的矩阵映射方法(NMM)相比现有矩阵映射方法(MMM)的最优适应值分别提升了14.38%和18.95%。通过交换两种映射函数并进行对比试验, 验证了在不同平均可分配空间下两种映射函数的性能。

参考文献

- [1] DARVISH A and EBRAHIMZADEH A. Improved fruit-fly optimization algorithm and its applications in antenna arrays synthesis[J]. *IEEE Transactions on Antennas & Propagation*, 2018, 66(4): 1756–1766. doi: [10.1109/TAP.2018.2800695](https://doi.org/10.1109/TAP.2018.2800695).
- [2] ZHANG Xuejing, HE Zishu, LIAO Bin, et al. Pattern synthesis for arbitrary arrays via weight vector orthogonal decomposition[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018, 66(5): 1286–1299. doi: [10.1109/TSP.2017.2787143](https://doi.org/10.1109/TSP.2017.2787143).
- [3] ZHANG Xuejing, HE Zishu, LIAO Bin, et al. Pattern synthesis with multi-point accurate array response control[J]. *IEEE Transactions on Antennas & Propagation*, 2017, 65(8): 4075–4088. doi: [10.1109/TAP.2017.2718582](https://doi.org/10.1109/TAP.2017.2718582).
- [4] LI Xun, DUAN Baoyan, ZHOU Jinzhu, et al. Planar array synthesis for optimal microwave power transmission with multiple constraints[J]. *IEEE Antennas & Wireless Propagation Letters*, 2017, 16: 70–73. doi: [10.1109/LAWP.2016.2555980](https://doi.org/10.1109/LAWP.2016.2555980).
- [5] LEEPER D. Isophoric arrays—Massively thinned phased arrays with well-controlled sidelobes[J]. *IEEE Transactions on Antennas & Propagation*, 1999, 47(12): 1825–1835. doi: [10.1109/8.817659](https://doi.org/10.1109/8.817659).
- [6] KEIZER W. Synthesis of thinned planar circular and square arrays using density tapering[J]. *IEEE Transactions on Antennas & Propagation*, 2014, 62(4): 1555–1563. doi: [10.1109/TAP.2013.2267194](https://doi.org/10.1109/TAP.2013.2267194).
- [7] 李龙军, 王布宏, 夏春和. 基于改进迭代FFT算法的均匀线阵交错稀疏布阵方法[J]. *电子与信息学报*, 2016, 38(4): 970–977. doi: [10.11999/JEIT150749](https://doi.org/10.11999/JEIT150749).
- [8] LI Longjun, WANG Buhong, and XIA Chunhe. Interleaved thinned linear arrays based on modified iterative FFT technique[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2016, 38(4): 970–977. doi: [10.11999/JEIT150749](https://doi.org/10.11999/JEIT150749).
- [9] ZHANG Li, JIAO Yongchang, WENG Zibin, et al. Design of planar thinned arrays using a Boolean differential

- evolution algorithm[J]. *IET Microwaves, Antennas & Propagation*, 2010, 4(12): 2172–2178. doi: [10.1049/iet-map.2009.0630](https://doi.org/10.1049/iet-map.2009.0630).
- [9] DONELLI M, MARTINI A, and MASSA A. A hybrid approach based on PSO and Hadamard difference sets for the synthesis of square thinned arrays[J]. *IEEE Transactions on Antennas & Propagation*, 2009, 57(8): 2491–2495. doi: [10.1109/TAP.2009.2024570](https://doi.org/10.1109/TAP.2009.2024570).
- [10] YAN Fei, YANG Peng, YANG Feng, *et al.* Synthesis of planar sparse arrays by perturbed compressive sampling framework[J]. *IET Microwaves Antennas & Propagation*, 2016, 10(11): 1146–1153. doi: [10.1049/iet-map.2015.0775](https://doi.org/10.1049/iet-map.2015.0775).
- [11] VIANI F, OLIVERI G, and MASSA A. Compressive sensing pattern matching techniques for synthesizing planar sparse arrays[J]. *IEEE Transactions on Antennas & Propagation*, 2013, 61(9): 4577–4587. doi: [10.1109/TAP.2013.2267195](https://doi.org/10.1109/TAP.2013.2267195).
- [12] 于波, 陈容松, 朱盼, 等. 稀布圆阵的降维优化方法[J]. *电子与信息学报*, 2014, 36(2): 476–481. doi: [10.3724/SP.J.1146.2013.00526](https://doi.org/10.3724/SP.J.1146.2013.00526).
- YU Bo, CHEN Kesong, Zhu Pan, *et al.* An optimum method of sparse concentric rings array based on dimensionality reduction[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2014, 36(2): 476–481. doi: [10.3724/SP.J.1146.2013.00526](https://doi.org/10.3724/SP.J.1146.2013.00526).
- [13] CHEN Kesong, YUN Xiaohua, HE Zishu, *et al.* Synthesis of sparse planar arrays using modified real genetic algorithm[J]. *IEEE Transactions on Antennas & Propagation*, 2007, 55(4): 1067–1073. doi: [10.1109/TAP.2007.893375](https://doi.org/10.1109/TAP.2007.893375).
- [14] LIU Heng, ZHAO Hongwei, LI Weimei, *et al.* Synthesis of sparse planar arrays using matrix mapping and differential evolution[J]. *IEEE Antennas & Wireless Propagation Letters*, 2016, 15: 1905–1908. doi: [10.1109/LAWP.2016.2542882](https://doi.org/10.1109/LAWP.2016.2542882).
- [15] LIN Zhiqiang, JIA Weimin, YAO Minli, *et al.* Synthesis of sparse linear arrays using vector mapping and simultaneous perturbation stochastic approximation[J]. *IEEE Antennas & Wireless Propagation Letters*, 2012, 11: 220–223. doi: [10.1109/LAWP.2012.2188266](https://doi.org/10.1109/LAWP.2012.2188266).
- [16] 贾维敏, 林志强, 姚敏立, 等. 一种多约束稀布线阵的天线综合方法[J]. *电子学报*, 2013, 41(5): 926–930. doi: [10.3969/j.issn.0372-2112.2013.05.015](https://doi.org/10.3969/j.issn.0372-2112.2013.05.015).
- JIA Weimin, LIN Zhiqiang, YAO Minli, *et al.* A synthesis technique for linear sparse arrays with multiple constraints[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2013, 41(5): 926–930. doi: [10.3969/j.issn.0372-2112.2013.05.015](https://doi.org/10.3969/j.issn.0372-2112.2013.05.015).
- [17] DAI Dingcheng, YAO Minli, MA Hongguang, *et al.* An effective approach for the synthesis of uniformly excited large linear sparse array[J]. *IEEE Antennas & Wireless Propagation Letters*, 2018, 17(3): 377–380. doi: [10.1109/LAWP.2018.2790907](https://doi.org/10.1109/LAWP.2018.2790907).
- [18] ZHANG Fenggan, JIA Weimin, and YAO Minli. Linear aperiodic array synthesis using differential evolution algorithm[J]. *IEEE Antennas & Wireless Propagation Letters*, 2013, 12(9): 797–800. doi: [10.1109/LAWP.2013.2270930](https://doi.org/10.1109/LAWP.2013.2270930).
- 戴定成: 男, 1991年生, 博士生, 研究方向为阵列天线的优化设计、阵列信号处理。
- 姚敏立: 男, 1966年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为宽带移动卫星通信、阵列信号处理。
- 贾维敏: 女, 1971年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为阵列信号处理、宽带移动卫星通信等。
- 金 伟: 男, 1984年生, 博士, 讲师, 主要研究方向为阵列信号处理、雷达数据处理。
- 张峰干: 男, 1985年生, 博士, 讲师, 主要研究方向为阵列信号处理、阵列天线优化。