

基于分段Walsh-Hadamard变换的卷积码盲重构算法

姚智刚^{①②} 解辉^{*①} 韩壮志^① 史林^① 尹园威^①

^①(陆军工程大学石家庄校区电子与光学工程系 石家庄 050003)

^②(北京科技大学自动化学院 北京 100083)

摘要: 利用Walsh-Hadamard变换可实现2元域含错方程组的求解,该方法可用于卷积码的盲识别,但当方程组未知数较多时,其对计算机内存的要求使得该方法在实际中难以应用,为此该文提出一种基于分段Walsh-Hadamard变换的卷积码识别方法。该方法通过对方程组高维系数向量进行分段,使其转化为两个低维的系数向量,将Walsh-Hadamard变换求解高维方程组的问题分解为求解两个较低维数方程组的问题,同时证明了两个低维方程组解向量的组合就是高维方程组的解。算法有效减少了对计算机内存的需求,仿真结果验证了该算法的有效性,且算法具有良好的误码适应能力。

关键词: 卷积码; 盲识别; Walsh-Hadamard变换; 含错方程; 重构

中图分类号: TN911

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2019)09-2047-08

DOI: 10.11999/JEIT181139

Blind Reconstruction of Convolutional Code Based on Partitioned Walsh-Hadamard Transform

YAO Zhigang^{①②} XIE Hui^① HAN Zhuangzhi^① SHI Lin^① YIN Yuanwei^①

^①(Department of Electronic and Optics Engineering, Army Engineering University
Shijiazhuang Campus, Shijiazhuang 050003, China)

^②(School of Automation and Electrical Engineering, University of Science and
Technology Beijing, Beijing 100083, China)

Abstract: The Walsh-Hadamard transform can be used to solve binary domain error-containing equations, and the method can be used for blind identification of convolutional codes. However, when the number of system unknowns is large, the requirement of computer memory makes it difficult to apply this method to practice. Therefore, a convolutional code recognition method based on partitioned Walsh-Hadamard transform is proposed. By segmenting the high-dimensional coefficient vectors of the equations into two low-dimensional coefficient vectors, the problem of solving the high-dimensional equations by Walsh-Hadamard transformation is decomposed into the problem of solving the two low-dimensional equations, and it is proved that the combination of the solution vectors of the two low-dimensional equations is the solution of the high-dimensional equations. The algorithm reduces effectively the need for computer memory, and the simulation results verify the effectiveness of the proposed algorithm, and the algorithm has good error code adaptability.

Key words: Convolutional code; Blind identification; Walsh-Hadamard transformation; Error-containing equation; Reconstruction

1 引言

信道编码技术可以有效对传输数据进行差错控

制,已经广泛应用于现代数字通信系统。对噪声环境下接收的数据进行盲恢复,首先需要对数据传输采用的信道编码进行识别^[1]。卷积码是数据传输中广泛应用的一类信道编码^[2],本文针对通信系统中的卷积码盲识别方法进行研究。

卷积码盲识别技术已经得到了研究学者的广泛关注。最早主要有基于欧几里得算法^[3]、基于代数结构的矩阵分析^[4,5]和基于线性方程求解^[6]的几类方法,但这些方法主要针对卷积码的代数编码关系,

收稿日期: 2018-12-10; 改回日期: 2019-05-17; 网络出版: 2019-05-28

*通信作者: 解辉 xiehui_oec@163.com

基金项目: 国家自然科学基金(61473033), 中国博士后科学基金(2015M580988)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61473033), China Postdoctoral Science Foundation (2015M580988)

并不具备较强的误码适应能力。但在非合作信号处理时,解调数据的误码率较高。因此,误码条件下的卷积码识别方法成为了研究的重点。韩树楠等人^[7]在利用线性方程组求解校验矩阵时,利用多个校验方程进行联合判决,提高了算法一定的误码适应能力。于沛东等人^[8]则提出一种基于最小二乘代价函数的解决方案,有效减轻了在矩阵分析法中汉明重量对识别性能的影响。王伟年等人^[9]解决了倒谱与相位模糊条件下的卷积码的盲识别。基于遗传算法^[10]和基于软信息^[11]的识别方法从本质上来说,仍属于全局搜索和匹配验证的思路,虽然误码适应能力较强,但有时搜索和验证过程较长。文献^[12]利用最大似然方法求解校验矩阵,解决了 $1/n$ 码率卷积码的盲识别,但方法并不适用于高码率卷积码。文献^[13,14]等利用Walsh-Hadamard变换算法实现了高误码环境下 $1/n$ 码率卷积码的盲识别算法,算法将 $1/n$ 码率卷积码拆分成多个 $1/2$ 码率卷积码,利用Walsh谱良好的误码适应性求解卷积码的校验矩阵。文献^[15,16]则基于Walsh-Hadamard变换对 $(n-1)/n$ 码率卷积码进行了识别。利用Walsh-Hadamard变换求解含错线性方程组具有良好的纠错能力,但当卷积码码率较高时,在求解高维校验向量时,经常出现计算机内存不足的现象,同时在实际硬件系统中,识别算法也经常受制于硬件内存过小的问题。

本文利用Walsh-Hadamard变换良好的纠错性能,将方程组系数对应的向量进行分段,将Walsh-Hadamard变换求解高维方程组的问题分解为求解两个低维方程组的问题,同时证明了两个低维方程组解向量的组合就是高维方程组的解向量,通过本方法可以有效减少对计算机内存空间的需求,实现高误码环境下 $(n-1)/n$ ($n \leq 8$)码率卷积码的盲识别。

2 卷积码识别模型及性质

假设 (n, k, K) 的卷积码序列记为 \mathbf{C} ,其中, k 为卷积码的输入路数, n 为卷积码的输出路数, K 为卷积码的约束长度。则 \mathbf{C} 的生成多项式矩阵 $\mathbf{G}(x)$ 为

$$\mathbf{G}(x) = \begin{bmatrix} g_{1,1}(x) & g_{1,2}(x) & \cdots & g_{1,n}(x) \\ g_{2,1}(x) & g_{2,2}(x) & \cdots & g_{2,n}(x) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{k,1}(x) & g_{k,2}(x) & \cdots & g_{k,n}(x) \end{bmatrix} \quad (1)$$

若输入序列用多项式表示为 $m(x)$,输出序列表示为 $c(x)$,则卷积码的编码过程可表示为

$$c(x) = m(x) \cdot \mathbf{G}(x) \quad (2)$$

在实际应用中, $\mathbf{G}(x)$ 包含了 (n, k, K) 卷积码的所有信息,可以唯一定义一种卷积码^[1]。

假设 $\mathbf{H}(x)$ 是卷积码 \mathbf{C} 的校验矩阵,则输出序列 $c(x)$ 为一个卷积码序列当且仅当

$$c(x) \cdot \mathbf{H}^T(x) = \mathbf{0} \quad (3)$$

$\mathbf{H}(x)$ 是一个 $((n-k) \times n)$ 维矩阵,一般情况下, $k = n-1$,则 $\mathbf{H}(x)$ 为一个长度为 n 的多项式向量

$$\mathbf{H}(x) = [h_1(x) \ h_2(x) \ \cdots \ h_n(x)] \quad (4)$$

其中, $h_i(x)$ 是最高阶数为 K 的多项式

$$h_i(x) = h_{i,0} + h_{i,1}x + h_{i,2}x^2 + \cdots + h_{i,K}x^K \quad (5)$$

$h_{i,j}$ 等于0或1。

所以,式(3)可以写成

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^K c_{(n-1)+j} h_{i,K-j} = 0 \quad (6)$$

其中, c_i 为编码序列。

假设数据传输的信道为2元对称信道(Binary Symmetric Channel, BSC),其转移概率为 P_e ,若 $e(x)$ 为差错图案, $y(x)$ 为接收序列,则有

$$y(x) = c(x) + e(x) \quad (7)$$

其中, $P_r(e(i) = 1) = P_e$, $P_r(e(i) = 0) = 1 - P_e$ 。所以卷积码的盲识别问题就是从 $y(x)$ 中估计 $\mathbf{H}(x)$,进而恢复出 $\mathbf{G}(x)$,最终实现卷积码的译码^[6]。

3 基于Walsh-Hadamard变换的卷积码识别方法

设 $y(x)$ 为噪声环境下接收的卷积码序列,假设约束长度为 K ,输出路数为 n ,则根据卷积码的校验性质,可以构建2元线性方程组为

$$\begin{pmatrix} y_0 & y_1 & \cdots & y_n & \cdots & y_{Kn} & \cdots & y_{(K+1)n-1} \\ y_n & y_{n+1} & \cdots & y_{2n} & \cdots & y_{(K+1)n} & \cdots & y_{(K+2)n-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{Nn} & y_{Nn+1} & \cdots & y_{(N+1)n} & \cdots & y_{(N+K)n} & \cdots & y_{((N+K+1)n-1)} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} h_{1,K} \\ \vdots \\ h_{n,K} \\ \vdots \\ h_{1,0} \\ \vdots \\ h_{n,0} \end{pmatrix} = \mathbf{0} \quad (8)$$

将系数矩阵中的一行,记为长度为 $(K+1)n$ 的向量 \mathbf{y}_i 。将 \mathbf{y}_i 按式(9)转换为十进制数 v_i

$$v_i = [\mathbf{y}_i(1), \mathbf{y}_i(2), \dots, \mathbf{y}_i((K+1)n)] \cdot [2^0 2^1 \dots 2^{(K+1)n-1}]^T \quad (9)$$

利用 v_i 构建长度为 $2^{(K+1)n}$ 的向量 \mathbf{V}_i 为

$$\mathbf{V}_i = [\underbrace{0, 0, \dots, 0}_{v_i}, 1, 0, \dots, 0] \quad (10)$$

假设方程组中共 N 个方程，则方程组系数矩阵对应的向量 \mathbf{V} 为

$$\mathbf{V} = \sum_{i=1}^N \mathbf{V}_i \quad (11)$$

一个 m 维的Hadamard矩阵具有式(12)所示形式

$$\mathbf{H}_h^m = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_h^{m-1} & \mathbf{H}_h^{m-1} \\ \mathbf{H}_h^{m-1} & -\mathbf{H}_h^{m-1} \end{bmatrix} \quad (12)$$

例如， $\mathbf{H}_h^1 = [1]$ ， $\mathbf{H}_h^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ 。

则方程组系数对应的向量 \mathbf{V} 的Walsh-Hadamard变换可以表示为

$$\mathcal{H}(\mathbf{V}) = \mathbf{V} \cdot \mathbf{H}_h^{(K+1)n} \quad (13)$$

$\mathcal{H}(\mathbf{V})$ 称为向量 \mathbf{V} 的Walsh谱。

若 n 和 K 都正确，则 \mathbf{V} 的Walsh谱中除0点位置外会出现一个峰值，将峰值位置的值转化为二进制向量 \mathbf{h} ，则 \mathbf{h} 为校验向量。若 n 和 K 不正确，则Walsh谱中只有0点位置存在峰值，其他位置没有峰值。

该方法具有良好的误码适应能力，但当 n 和 K 较大时， $(K+1)n$ 可以达到50甚至更高，此时Hadamard矩阵 $\mathbf{H}_h^{(K+1)n}$ 需要巨大的计算机内存空间，使得该方法难以在实际中应用。本文则利用分段Walsh-Hadamard变换算法减少对计算机内存空间的需求，解决了 $(n-1)/n$ 码率卷积码在识别过程中产生的内存不足问题。

4 Walsh-Hadamard变换与分段Walsh-Hadamard变换的关系

本文通过对向量 \mathbf{V} 进行分段，将Walsh-Hadamard变换求解高维方程组的问题分解为求解两个较低维数方程组的问题，从而利用分段Walsh-Hadamard变换实现高码率卷积码校验矩阵的求解。

对于有 L 个未知数的二进制线性方程组，方程系数对应的十进制数在 $0 \sim 2^L - 1$ 之间，利用式(11)得到系数向量 \mathbf{V} ，长度为 2^L 。将 \mathbf{V} 分段并得到如图1所示的矩阵，其中分段长度为 2^l ，而矩阵的行数为 2^{L-l} 。

下面两个定理证明了通过分段得到的两个较低维数方程组解向量的组合为原高维方程组的解向量。

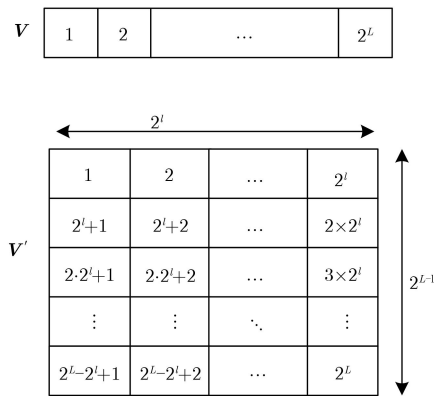


图1 方程组系数对应的向量的分段示意图

定理1 从矩阵 \mathbf{V}' 中任取1行，记为 \mathbf{V}^l ， \mathbf{V}^l Walsh谱最大值点位置对应的二进制序列为原方程组解向量 \mathbf{h} 的前 l 位。

证明 假设选取第 k 行，令 \mathbf{V}_i^l 为 \mathbf{V} 中 \mathbf{V}^l 的部分保留，而其他部分为0的向量，即

$$\mathbf{V}_i^l = [\underbrace{0, \dots, 0}_{(k-1)2^l}, \mathbf{V}^l, \underbrace{0, \dots, 0}_{2^L - (k+1)2^l}] \quad (14)$$

\mathbf{V}_i^l 与 \mathbf{V} 物理意义的区别在于， \mathbf{V}_i^l 仅代表了原方程组中的一部分，即方程组系数十进制表示在 $(k-1)2^{l+1} \sim k2^l$ 之间的部分，因此原方程组的解必定也是 \mathbf{V}_i^l 对应方程组的解。

求解 \mathbf{V}_i^l 对应方程组的Walsh谱

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(\mathbf{V}_i^l) &= | \mathbf{V}_i^l \mathbf{H}_h^L | = \left| \left[\underbrace{0, \dots, 0}_{(k-1)2^l}, \mathbf{V}^l, \underbrace{0, \dots, 0}_{2^L - (k+1)2^l} \right] \right. \\ &\quad \left. \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \mathbf{H}^l & \pm \mathbf{H}^l & \dots & \pm \mathbf{H}^l \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \end{bmatrix} \right| \\ &= \underbrace{[\mathbf{V}^l \mathbf{H}_h^l, \mathbf{V}^l \mathbf{H}_h^l, \dots, \mathbf{V}^l \mathbf{H}_h^l]}_{2^{L-l}} \end{aligned} \quad (15)$$

由此可见 \mathbf{V}_i^l 的Walsh谱是一个周期函数，周期为 2^l 。 $\mathbf{V}^l \mathbf{H}_h^l$ 必定存在峰值，因为原方程组存在解， \mathbf{V}_i^l 对应方程组必定也存在解，即 $\mathcal{H}(\mathbf{V}_i^l)$ 存在峰值。而 $\mathcal{H}(\mathbf{V}_i^l)$ 为 $\mathbf{V}^l \mathbf{H}_h^l$ 的周期延拓，所以 $\mathcal{H}(\mathbf{V}_i^l)$ 存在 2^{L-l} 个峰值，分别为 \mathbf{V}_i^l 对应方程组的 2^{L-l} 个解，而且每个解都是前一组解后移 l 位，下面只考察第1组解。

根据式(15)，第1组解为 $\mathbf{V}^l \mathbf{H}_h^l$ 最大值点对应的二进制序列补0获得，即 \mathbf{V}^l 对应方程组的解后面补0得到，即

$$\mathbf{h}_1 = [\mathbf{h}_l, \underbrace{0, \dots, 0}_{L-l}] \quad (16)$$

其中, \mathbf{h}_l 为 \mathbf{V}^l 对应方程组的解。 \mathbf{V}^l 对应方程组的所有解可以用式(17)表示

$$\mathbf{h} = [\mathbf{h}_l, x_1, x_2, \dots, x_{L-l}] \quad (17)$$

其中, x_i 为0或1。

前面已知 \mathbf{V}^l 对应方程组的解包含 \mathbf{V} 对应方程组的解, 因此原方程组的解也满足式(17), 所以原方程组解的前 l 位必定是 \mathbf{h}_l 。证毕

定理2 在矩阵 \mathbf{V}^l 中任取1列, 记为 \mathbf{V}^{L-l} , \mathbf{V}^{L-l} Walsh谱最大值点位置对应的二进制序列为原方程组解的后 $L-l$ 位。

证明 假设选取第 k 列, 令 \mathbf{V}_{L-l}^l 为 \mathbf{V} 中 \mathbf{V}^{L-l} 的部分保留, 而其他部分为0的向量, 即

$$\mathbf{V}_{L-l}^l = [\underbrace{0, \dots, 0}_{k-1}, v_1, \underbrace{0, \dots, 0}_{2^l-1}, v_2, 0, \dots] \quad (18)$$

\mathbf{V}_{L-l}^l 与 \mathbf{V} 物理意义的区别在于, \mathbf{V}_{L-l}^l 仅代表了原方程组中的一部分, 即方程组系数十进制数表示为 $n2^l+k, n=0, 1, \dots, 2^{m-l}$ 的部分, 因此 \mathbf{V} 对应方程组的解必定也是 \mathbf{V}_{L-l}^l 对应方程组的解。原方程组存在解, 所以 \mathbf{V}_{L-l}^l 对应方程组也存在解, 且解空间的维数为 $L-l$ 。由此可以断定 \mathbf{V}_{L-l}^l 的Walsh谱存在峰值。

求解 \mathbf{V}_{L-l}^l 对应方程组的Walsh谱, 并考察分块Hadamard矩阵行的特性有

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(\mathbf{V}_{L-l}^l) &= |\mathbf{V}_{L-l}^l \mathbf{H}_h^l| = \left| \left[\underbrace{0, \dots, 0}_{k-1}, v_1, \underbrace{0, \dots, 0}_{2^l-1}, v_2, 0, \dots \right] \right. \\ &\quad \left. \begin{bmatrix} \mathbf{H}_h^l & \mathbf{H}_h^l & \dots & \mathbf{H}_h^l \\ \mathbf{H}_h^l & -\mathbf{H}_h^l & \dots & -\mathbf{H}_h^l \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{H}_h^l & -\mathbf{H}_h^l & \dots & \mathbf{H}_h^l \end{bmatrix} \right| \\ &= [h_{1,1}, \dots, h_{1,2^l}, h_{2,1}, \dots, h_{2,2^l}, \dots, h_{2^{L-l},1}, \dots] \end{aligned} \quad (19)$$

其中

$$h_{i,j} = \left| \sum_{n=1}^{2^{L-l}} v_n \xi_{n,j}^i \right| \quad (20)$$

式(20)中 $\xi_{n,j}^i$ 为式(19)所示分块Hadamard矩阵中第 (i, n) 个 \mathbf{H}_h^l 的第 k 行 j 列的元素。根据Hadamard矩阵的特点容易验证

$$h_{i,1} = h_{i,2} = \dots = h_{i,2^l} \quad (21)$$

因此 $\mathcal{H}(\mathbf{V}_{L-l}^l)$ 可表示为

$$\mathcal{H}(\mathbf{V}_{L-l}^l) = \underbrace{[h_{1,1}, \dots, h_{1,1}, h_{2,1}, \dots, h_{2,1}, \dots]}_{2^l} \underbrace{[h_{2^{L-l},1}, \dots, h_{2^{L-l},1}]}_{2^l} \quad (22)$$

又因为 \mathbf{V}_{L-l}^l 对应方程组的解包含 \mathbf{V} 对应方程组的解, 所以 $\mathcal{H}(\mathbf{V}_{L-l}^l)$ 的峰值含有 $\mathcal{H}(\mathbf{V})$ 的峰值, 且由式(22)知 $\mathcal{H}(\mathbf{V}_{L-l}^l)$ 峰值为连续的 2^l 个。考察 \mathbf{V}_{L-l}^l 对应方程组的 2^l 个解可知, 其前 l 位遍历了 l 维二进制向量, 这是因为其对应十进制数为连续的 2^l 个数。而其解的后 $L-l$ 位则是固定不变的, 所以 \mathbf{V}_{L-l}^l 对应方程组的解可以表示为

$$\mathbf{h} = [x_1, x_2, \dots, x_l, \mathbf{h}_{L-l}] \quad (23)$$

其中, $x_i, i=1, 2, \dots, l$ 为0或1, \mathbf{h}_{L-l} 为 \mathbf{h} 中不变的 $L-l$ 位。

因为 \mathbf{V} 对应方程组的解一定是式(23)所示解向量中的一个, 因此其后 $L-l$ 位也必为 \mathbf{h}_{L-l} 。下面说明 \mathbf{h}_{L-l} 就是 \mathbf{V}^{L-l} 对应方程组的解。

对于 2^L 维Hadamard矩阵

$$\mathbf{H}_h^L = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_h^l & \mathbf{H}_h^l & \dots & \mathbf{H}_h^l \\ \mathbf{H}_h^l & -\mathbf{H}_h^l & \dots & -\mathbf{H}_h^l \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{H}_h^l & -\mathbf{H}_h^l & \dots & \mathbf{H}_h^l \end{bmatrix} \quad (24)$$

容易验证, 在 \mathbf{H}_h^L 中每个 \mathbf{H}_h^l 中相同位置取一个元素, 构成矩阵 \mathbf{H}_h^{L-l} , 则 \mathbf{H}_h^{L-l} 或 $-\mathbf{H}_h^{L-l}$ 之一为 2^{L-l} 维大小的Hadamard矩阵。对于式(19)中的Hadamard矩阵, 对其中的每个 \mathbf{H}_h^l 矩阵取 k 行 $i, i=1, 2, \dots, 2^l$ 列元素组成矩阵 \mathbf{H}_h^{L-l} , 则

$$\mathcal{H}(\mathbf{V}^{L-l}) = |\mathbf{V}^{L-l} \mathbf{H}_h^{L-l}| = [h_1, h_2, \dots, h_{2^{L-l}}] \quad (25)$$

对照式(25)与式(19)和式(22), 显然有 $h_i^l = h_i$ 。因此 $\mathcal{H}(\mathbf{V}_{L-l}^l)$ 也存在一个峰值点, 且该点位置对应的二进制序列就是 \mathbf{h}_{L-l} 。

综上所述, \mathbf{V}^{L-l} 的Walsh谱绝对值最大值点位置对应的二进制序列为原方程组解的后 $L-l$ 位。证毕

基于本节两个定理, 利用Walsh-Hadamard变换求解高维线性方程组问题可以转化为求解两个维数较低线性方程组的问题, 进而实现 $(n-1)/n$ 码率卷积码校验向量的估计问题。

5 基于分段Walsh-Hadamard变换的卷积码识别算法

5.1 方程组未知数个数及卷积码输出路数的估计

利用分段Walsh-Hadamard变换对卷积码进行识别首先需要估计方程未知数个数 L , 即首先估计正确的卷积码输出路数和约束长度。

一般来说, 卷积码约束长度 K 不会超过7, 否则会带来巨大的译码复杂度。因此可以预先设定约

束长度为一个较大值 K' ，并搜索输出路数 n' ，则方程组未知数个数 $n' \cdot (K'+1)$ 。 $n' \neq n$ ，则此时Walsh谱中除0点外没有峰值；如果 $n' = n$ ，且 $K' > K$ ，此时Walsh谱中除0点位置外会出现 m 个峰值，对应着方程组的 m 个解向量，且 m 满足

$$m = 2^{\frac{n'(K'+1) - n(K+1)}{n}} - 1 \quad (26)$$

又因为 $n' = n$ ，所以有

$$m = 2^{(K'-K)} - 1 \quad (27)$$

因此可以得到真实的约束长度 K 为

$$K = K' - \log_2(m+1) \quad (28)$$

总结以上分析可得卷积码约束长度和输出路数的估计算法如表1。

表1 卷积码约束长度和输出路数估计算法

输入： 接收到的码序列，分段长度 l ；
输出： 卷积码输出路数 n 和约束长度 K
(1) 遍历卷积码输出路数 n' ， $2 \leq n' \leq 8$ ，令 $K' = 9$ ；
(2) 将接收码序列排列成式(8)所示方程组，未知数个数为 $n'(K'+1)$ ；
(3) 利用式(11)构造方程组系数对应的向量 \mathbf{V} ，并按照 l 将 \mathbf{V} 进行矩阵排列；
(4) 令 i 从1到 2^{L-l} ，其中 $L = n'(K'+1)$ ，计算 $\mathcal{H}(\mathbf{V}^i)$ 为
$\mathcal{H}(\mathbf{V}^i) = \sum_{i=1}^{2^{L-l}} \text{abs}(\mathcal{H}(\mathbf{V}^i(i, :))) \quad (29)$
(5) 如果 $\mathcal{H}(\mathbf{V}^i)$ 中没有峰值，则返回(2)，同时 n' 加1；如果 $\mathcal{H}(\mathbf{V}^i)$ 存在 m 个峰值，表明此时 $n = n'$ ，且 $K = K' - \log_2(m+1)$
(6) 输出 K 和 n ，或者序列中没有卷积码存在。

下面对文中 n' 和 K' 遍历范围的设置进行说明。从卷积码的应用角度来讲，对于现有的卫星通信系统，例如CCSDS通信标准，为了提高通信效率，卷积码码率一般为 $1/2 \sim 7/8$ ，而约束长度 K 一般小于8，所以在实际应用中，卷积码码率最高为 $7/8$ ，即 $n \leq 8$ 。本文所提算法的应用范围既包括 $1/n$ 码率卷积码，也包括 $(n-1)/n$ ($n \leq 8$)码率卷积码，这也是算法流程中设置遍历 n' 和 K' 的主要依据。当然，根据系统需要，可以增大 n' 和 K' 的遍历范围，实现更大码率卷积码的识别，但从目前来讲，算法已足够满足实际识别系统的需要。

5.2 卷积码校验向量 \mathbf{h} 估计

当卷积码输出路数 n 和约束长度 K 已知后，可以利用分段Walsh-Hadamard变换估计卷积码的校验向量 \mathbf{h} 。具体算法如表2。

假设共有 N 个方程，且Walsh谱中除0点位置外的最大值为 M ，所以正确方程的个数为 $(M+N)/2$ ，而方程理论成立的个数为 $N/2$ ，所以 $(M+N)/2$ 个方程成立的概率为

表2 基于分段Walsh-hadamard变换的卷积码校验向量估计算法

输入： 接收序列构成的方程组系数矩阵，其行向量维数为 $(K+1)n$ ；分段的维数 l ；
输出： 方程组的 L 维解向量 \mathbf{h} 。
(1) 根据式(11)计算方程组系数对应的向量 \mathbf{V} ，并对 \mathbf{V} 按长度 2^l 进行分段；
(2) 令 i 从1到 2^{L-l} ，其中 $L = n(K+1)$ ，计算每一行系数的Walsh谱累积量 $\mathcal{H}(\mathbf{V}^i)$ 为
$\mathcal{H}(\mathbf{V}^i) = \sum_{i=1}^{2^{L-l}} \text{abs}(\mathcal{H}(\mathbf{V}^i(i, :))) \quad (30)$
(3) 在 $\mathcal{H}(\mathbf{V}^i)$ 找出峰值位置，并将其转化为一个长度为 l 的二进制向量 \mathbf{h}_i ；
(4) 令 j 从1到 2^l ，计算每一列系数的Walsh谱累积量为
$\mathcal{H}(\mathbf{V}^{L-l}) = \sum_{j=1}^{2^l} \text{abs}(\mathcal{H}(\mathbf{V}^i(:, j))) \quad (31)$
(5) 在 $\mathcal{H}(\mathbf{V}^{L-l})$ 找出峰值位置，并将其转化为一个长度为 L 的二进制向量 \mathbf{h}_{L-l} ；
(6) 令 $\mathbf{h} = [\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_{L-l}]$ ，输出 \mathbf{h} 。

$$p = C_N^{(M+N)/2} (1/2)^N \quad (32)$$

当统计数量足够大时，该二项分布趋近于正态分布，故式可写为

$$p = \int_{-\infty}^{\frac{M+N}{2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\delta} \exp\left\{-\frac{(x - N/2)^2}{2\delta^2}\right\} dx \quad (33)$$

其中， $\delta = \sqrt{N}/2$ ， p 则可以查表获得。具体做法是先求解 t

$$t = \frac{\frac{M+N}{2} - \frac{N}{2}}{\sqrt{N}/2} = \frac{M}{\sqrt{N}} \quad (34)$$

当 $|t| \geq 4$ 时， $p = 3 \times 10^{-5}$ ，通常情况下，将 $|t| \geq 4$ 称为不可能事件，所以可令 $M \geq 3\sqrt{N}$ 作为峰值检测的门限值。

经过分段算法，本文算法对计算机内存的需求由 $2^L \times 2^L$ 减少到 $2^l \times 2^l + 2^{L-l} \times 2^{L-l}$ ，因此分段算法可以求解 L 较大时的卷积码校验向量。由于本文算法的出发点是减少构造大型Walsh-Hadamard矩阵时所占的内存空间，以使算法能够在较小计算机内存下运行，但从计算量来看，由于本文算法本质是将1维的Walsh谱通过分段改为2维平面谱，都要遍历整个校验序列的解空间，所以本文算法计算量与传统Walsh-Hadamard算法^[13]并无差异。

6 算法性能分析

以 $2/3$ 码率卷积码校验多项式估计为例进行说明，误码率为1%。首先对卷积码输出路数 n 和约束长度 K 进行估计。遍历 n 值，当 n 取3时，未知数个数为 $L' = 30$ ，取分段长度为 2^{10} ，计算方程组对应的Walsh谱为图2所示。得到除位置0外的峰值个数

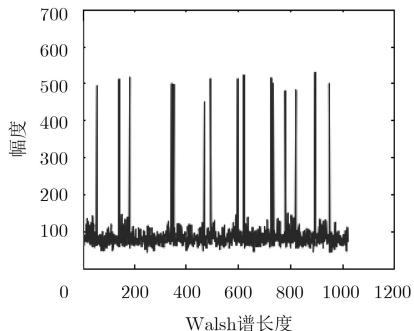


图2 估计卷积码输出路数和约束长度的Walsh谱

为 $m=15$, 利用式(28)可得 K 为6, 同时确定输出路数 n 为3。

由本文算法计算两段Walsh谱, 分别如图3、图4所示。

前后两段Walsh谱最大值对应的位置分别为846和1930, 得两段解向量为 $[1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0]$ 和 $[1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0]$, 连接得校验向量 $\mathbf{h} = [1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0]$ 。又因为输出路数为3, 根据式(8)可得

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (35)$$

与真实结果相同。

对本文算法进行误码适应能力分析, 分别产生1/2, 2/3和3/4码率的卷积码, 卷积码检测概率设为90%, 仿真结果如图5所示。从图5中可以看出,

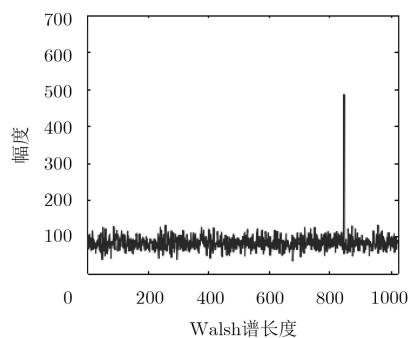


图3 V^l 对应的Walsh谱

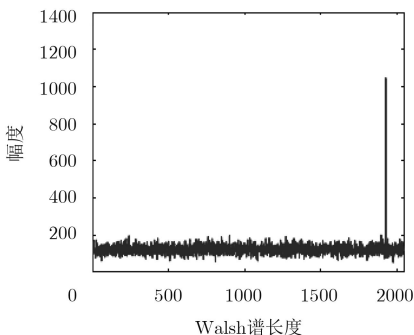


图4 V^{L-l} 对应的Walsh谱

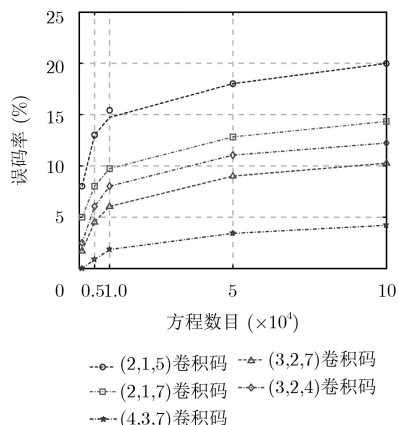


图5 不同方程个数条件下算法的误码适应能力

接收码字越长, 构建的方程数越多, 算法性能越好, 当方程个数达到50000时, 算法在4%的误码率条件下, 对仿真的卷积码都能达到90%以上的检测概率。

当方程组个数一定时, 设为10000, 则算法对不同码率卷积码的检测概率如图6所示。从图6中可以看出, 算法对码率越低、约束长度约小的卷积码误码适应能力越强。

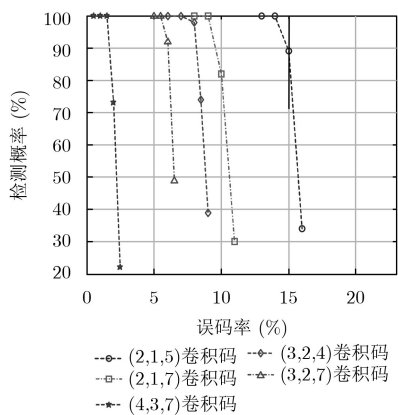


图6 算法在不同误码率条件下的卷积码检测能力

7 结束语

本文针对误码环境下卷积码的盲识别问题, 提出了一种基于分段Walsh-Hadamard变换的识别算法。本算法可以实现 $(n-1)/n (n \leq 8)$ 码率卷积码的识别, 仿真结果表明算法具有良好的误码适应能力。在卷积码误码率低于1%的条件下, 本文算法对所有卷积码的检测概率可以达到100%, 本算法已成功应用于某通信侦察系统中, 取得了较好的识别效果。但是如果当卷积码的码率较高, 同时约束长度较大时, 对卷积码的识别则需要更多的方程和计算量。

参 考 文 献

- [1] 任亚博. 误码条件下信道编码识别研究[D]. [博士学位论文], 清华大学, 2016.
REN Yabo. Research on recognition algorithms of channel codes under error conditions[D]. [Ph.D. dissertation], Tsinghua University, 2016.
- [2] 解辉, 黄知涛, 王丰华. 信道编码盲识别技术研究进展[J]. 电子学报, 2013, 41(6): 1166–1176. doi: 10.3969/j.issn.0372-2112.2013.06.019.
XIE Hui, HUANG Zhitao, and WANG Fenghua. Research progress of blind recognition of channel coding[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2013, 41(6): 1166–1176. doi: 10.3969/j.issn.0372-2112.2013.06.019.
- [3] 解辉, 王丰华, 黄知涛, 等. 基于改进欧几里得算法的卷积码快速盲识别算法[J]. 国防科技大学学报, 2012, 34(6): 158–162. doi: 10.3969/j.issn.1001-2486.2012.06.028.
XIE Hui, WANG Fenghua, HUANG Zhitao, *et al.* A fast method for blind recognition of convolutional codes based on improved Euclidean algorithm[J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2012, 34(6): 158–162. doi: 10.3969/j.issn.1001-2486.2012.06.028.
- [4] 黄丽. 基于代数结构的交织器与卷积码的盲识别研究[D]. [博士学位论文], 中国科学技术大学, 2016.
HUANG Li. Research on blind recognition of interleaver and convolutional encoders based on algebraic theory[D]. [Ph.D. dissertation], University of Science and Technology of China, 2016.
- [5] 张立民, 刘杰, 钟兆根. $(n, 1, m)$ 递归系统卷积码的盲识别[J]. 电讯技术, 2014, 54(9): 1220–1225. doi: 10.3969/j.issn.1001-893x.2014.09.009.
ZHANG Limin, LIU Jie, and ZHONG Zhaogen. Blind recognition of $(n, 1, m)$ recursive system convolutional code[J]. *Telecommunication Engineering*, 2014, 54(9): 1220–1225. doi: 10.3969/j.issn.1001-893x.2014.09.009.
- [6] 杨晓静, 刘建成, 张玉. 基于求解校验序列的 (n, k, m) 卷积码盲识别[J]. 宇航学报, 2013, 34(4): 568–573. doi: 10.3873/j.issn.1000-1328.2013.04.017.
YANG Xiaojing, LIU Jiancheng, and ZHANG Yu. Blind recognition of (n, k, m) convolutional codes based on solving check-sequence[J]. *Journal of Astronautics*, 2013, 34(4): 568–573. doi: 10.3873/j.issn.1000-1328.2013.04.017.
- [7] 韩树楠, 张旻, 李歆昊. 高容错 $(2, 1, m)$ 卷积码快速盲识别方法[J]. 西安交通大学学报, 2017, 51(12): 28–34. doi: 10.7652/xjtub201712005.
HAN Shunan, ZHANG Min, and LI Xinhao. A fast method for blind identification of $(2, 1, m)$ convolutional codes under high error bit ratios[J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2017, 51(12): 28–34. doi: 10.7652/xjtub201712005.
- [8] 于沛东, 彭华, 巩克现, 等. 基于最小二乘代价函数的卷积码盲识别方法[J]. 电子学报, 2018, 46(7): 1545–1552. doi: 10.3969/j.issn.0372-2112.2018.07.002.
YU Peidong, PENG Hua, GONG Kexian, *et al.* Blind recognition of convolutional codes based on least-square cost-function[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2018, 46(7): 1545–1552. doi: 10.3969/j.issn.0372-2112.2018.07.002.
- [9] 王伟年, 彭华, 冀磊. 倒谱与相位模糊条件下的卷积码高容错识别[J]. 信号处理, 2018, 34(4): 427–438. doi: 10.16798/j.issn.1003-0530.2018.04.006.
WANG Weinian, PENG Hua, and JI Lei. Robust recognition of convolutional codes with cepstrum and phase ambiguity[J]. *Journal of Signal Processing*, 2018, 34(4): 427–438. doi: 10.16798/j.issn.1003-0530.2018.04.006.
- [10] 张岱, 张玉, 杨晓静, 等. 基于遗传算法的 $(n, n-1, m)$ 卷积码盲识别[J]. 火力与指挥控制, 2015, 40(9): 31–34. doi: 10.3969/j.issn.1002-0640.2015.09.007.
ZHANG Dai, ZHANG Yu, YANG Xiaojing, *et al.* Blind recognition of $(n, n-1, m)$ convolutional code based on genetic algorithm[J]. *Fire Control & Command Control*, 2015, 40(9): 31–34. doi: 10.3969/j.issn.1002-0640.2015.09.007.
- [11] 陈泽亮, 巩克现, 彭华, 等. 基于软信息的分组交织和卷积码联合识别[J]. 电子学报, 2018, 46(6): 1454–1460. doi: 10.3969/j.issn.0372-2112.2018.06.026.
CHEN Zeliang, GONG Kexian, PENG Hua, *et al.* Joint blind recognition of packet interleaver and convolution code based on soft information[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2018, 46(6): 1454–1460. doi: 10.3969/j.issn.0372-2112.2018.06.026.
- [12] 解辉, 王丰华, 黄知涛. 基于最大似然检测的 $(n, 1, m)$ 卷积码盲识别方法[J]. 电子与信息学报, 2013, 35(7): 1671–1676. doi: 10.3724/sp.j.1146.2012.01578.
XIE Hui, WANG Fenghua, and HUANG Zhitao. Blind recognition of $(n, 1, m)$ convolutional code based on maximum likelihood detection[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2013, 35(7): 1671–1676. doi: 10.3724/sp.j.1146.2012.01578.
- [13] 刘健, 王晓君, 周希元. 基于Walsh-Hadamard变换的卷积码盲识别[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(4): 884–888. doi: 10.3724/SP.J.1146.2009.00359.
LIU Jian, WANG Xiaojun, and ZHOU Xiyuan. Blind recognition of convolutional coding based on Walsh-Hadamard transform[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2010, 32(4): 884–888. doi: 10.3724/SP.J.1146.2009.00359.
- [14] 张立民, 刘杰, 钟兆根. 基于改进Walsh-Hadamard变换的 $(n, 1, m)$ 卷积码盲识别[J]. 电子与信息学报, 2018, 40(4): 839–845. doi: 10.11999/JEIT170605.
ZHANG Limin, LIU Jie, and ZHONG Zhaogen. Blind

- recognition of $(n, 1, m)$ convolutional codes based on modified Walsh-Hadamard transform[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2018, 40(4): 839–845. doi: [10.11999/JEIT170605](https://doi.org/10.11999/JEIT170605).
- [15] 张岱, 张玉, 杨晓静, 等. 基于分段抽取软判决加权Walsh Hadamard变换的卷积码识别算法[J]. 兵工学报, 2015, 36(12): 2298–2305. doi: [10.3969/j.issn.1000-1093.2015.12.012](https://doi.org/10.3969/j.issn.1000-1093.2015.12.012).
ZHANG Dai, ZHANG Yu, YANG Xiaojing, *et al.* An algorithm for convolutional codes recognition based on sectionally extracting soft-decision weighted Walsh Hadamard transform[J]. *Acta Armamentarii*, 2015, 36(12): 2298–2305. doi: [10.3969/j.issn.1000-1093.2015.12.012](https://doi.org/10.3969/j.issn.1000-1093.2015.12.012).
- [16] WANG Fenghua, XIE Hui, and HUANG Zhitao. Blind reconstruction of convolutional code based on segmented Walsh-Hadamard transform[J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2014, 25(5): 748–754. doi: [10.1109/JSEE.2014.00086](https://doi.org/10.1109/JSEE.2014.00086).
- 姚智刚: 男, 1980年生, 讲师, 研究方向为控制系统故障诊断与容错控制技术.
- 解 辉: 男, 1983年生, 讲师, 研究方向为雷达、通信信号侦察处理及信道编码识别分析技术.
- 韩壮志: 男, 1972年生, 副教授, 硕士生导师, 研究方向为电子对抗技术.
- 史 林: 男, 1985年生, 讲师, 研究方向为信号处理与雷达成像技术.
- 尹园威: 男, 1984年生, 讲师, 研究方向为数字信号与信息处理技术.