

非均匀矩形阵列下双基地MIMO雷达目标定位方法

郑志东 袁红刚*

(北方电子设备研究所 北京 100191)

摘要: 该文针对双基地MIMO雷达发射端、接收端皆为非均匀矩形阵列配置情况,将MIMO技术和最小冗余阵列相结合,提出基于双重孔径自由度扩展的目标发射俯仰角、发射方位角、接收俯仰角、接收方位角4参数联合估计新算法。首先利用矩阵Khatri-Rao积的运算特性,构造出2个置换矩阵,对接收信号进行矢量行变换,再通过数据的“去冗余”、“多维平滑”和“折叠”运算,使得新数据具备MIMO雷达自身和最小冗余阵列双重自由度扩展的特点。理论和仿真结果表明:该文算法能够有效估计出目标的4个参数值,且能够实现自动配对;在相同仿真条件下,该文算法的估计精度优于交替最小二乘和多维ESPRIT算法,并且提高了最大可估计的目标数目。

关键词: 双基地MIMO雷达; 矩形阵列; 最小冗余阵列; 差分同置; 角度估计

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2018)08-1802-07

DOI: 10.11999/JEIT171036

Multi-target Localization Method for Bistatic MIMO Radar Using Nonuniform Rectangular Array

ZHENG Zhidong YUAN Honggang

(Institute of North Electronic Equipment, Beijing 100191, China)

Abstract: A new algorithm is proposed to estimate jointly the four parameters (EDOD, ADOD, EDOA, ADOA) of targets based on the double-extension of aperture degree of freedom by combining MIMO technique with Minimum redundancy array under the conditions of non-uniform rectangular array configurations both on transmitter and receiver. Firstly, the two permutation matrices are constructed by utilizing the operational properties of the Khatri-Rao product of multiple matrices. Then the new data which possesses the characteristics of the double-extension of degree of freedom is attained by performing the twice row permutating, the redundant items deleting, multi-dimensional smoothing and data folding operations on the received data. The results illustrate that: the proposed method can estimate the four parameters of targets efficiently, and the estimated parameters are paired automatically without extra pairing operation. The parameter estimation performance of the proposed method is better than those of the ALS and multi-dimension ESPRIT methods under the same simulation conditions. And the proposed method can provide much stronger parameter identifiability than the conventional ones.

Key words: Bistatic MIMO radar; Rectangular array; Minimum redundancy array; Difference co-array; Angle estimation

1 引言

将通信中的多输入多输出(MIMO)技术引入到现代雷达体制中,极大拓展了雷达理论的概念范畴。以此为基础,诸多学者将双基地雷达与MIMO技术相结合,提出了一种新型体制雷达—双基地MIMO雷达^[1-6]。双基地MIMO雷达不仅继承了双基地雷达在反侦察、抗干扰、反隐身等方面的优点,而且能够利用MIMO技术扩展阵列孔径自由度^[2]、

提高参数估计精度^[3,4],降低双基地雷达在时间、空间、频率同步方面的要求。它通过接收端信号处理,能够同时获得目标相对于发射阵列的发射角(Direction Of Departure, DOD)和目标相对于接收阵列的接收角(Direction Of Arrival, DOA),从而实现目标的定位。该处理过程无需复杂的时间和空间同步技术,解决了传统双基地雷达的同步难题。

现有文献对双基地MIMO雷达的参数估计算法进行了大量报道,主要围绕:提高参数估计精度^[2]、稳健参数估计算法^[4,5]、降低算法复杂度^[6]、复杂噪声背景下参数估计^[7]等方面开展研究,这些方法为

收稿日期: 2017-11-02; 改回日期: 2018-05-08; 网络出版: 2018-06-07

*通信作者: 袁红刚 focusdong@aliyun.com

实现双基地MIMO雷达目标定位提供了有效手段。但是已有方法大多以收发阵列线性配置为前提建立模型,属于2维平面坐标下的目标发射和接收方位角度估计问题。对于收发均为矩形阵列配置情况下的参数估计算法研究的较少,当采用此种配置时,需要建立3维平面坐标下的信号模型,同时估计出目标的收发方位角和俯仰角(4个参数),增加了未知参数的估计数。此外,采用矩形阵列配置时,将使得接收信号的方向矢量为多个子方向矢量的Khatri-Rao乘积,增加了模型求解的复杂性。文献[8]假设收发端采用均匀矩形阵列配置,建立以目标发射方位角(ADOD)、发射俯仰角(EDOD)、接收方位角(ADOA)、接收俯仰角(EODA)以及多普勒频率5个参数为未知信息的双基地MIMO雷达信号模型,利用交替最小二乘(ALS)算法迭代求解出目标参数,且能够实现5个参数的自动配对。对于文献[8]中的信号模型,也可以根据多个Kronecker乘积以及方向矢量的特点,利用多维ESPRIT算法^[9]提取出多个参数旋转不变因子,进而求解出目标参数值。但文献[8,9]以阵列均匀配置为假设前提,众所周知,采用合理的非均匀配置,能够以较少的实际阵元数目获得较大的孔径自由度,与此同时,双基地MIMO雷达自身也具备阵列孔径扩展的能力,如果MIMO雷达采用合适的非均匀阵列配置方式,将使得阵列虚拟孔径得到双重扩展,从而获得更好的参数估计性能。因而,本文考虑收发端均采用非均匀矩形阵列配置下的目标参数估计问题。当采用非均匀矩形阵列时,多维ESPRIT算法^[9]的估计性能将急剧下降,而文献[8]虽然也适用于非均匀配置情况,但是ALS算法无法获得双重孔径扩展的处理优势。

本文首先以发射阵列、接收阵列均采用非均匀矩形配置方式,建立双基地MIMO雷达的信号模型,利用矩阵Khatri-Rao积的性质特点,对接收信号进行矢量数据置换处理,使得新数据矢量具备差分同置结构,而后对其进行“去冗余”、“多维平滑”和“折叠”运算,将所得数据转换为传统协方差矩阵,从而传统子空间算法估计出目标的收发方位角和俯仰角。

2 信号模型

如图1所示,双基地MIMO雷达的收发阵列采用非均匀矩形配置,发射端阵元数为 $M = M_x M_y$, M_x, M_y 分别为发射阵 x 轴和 y 轴上的阵元数,接收端阵元数为 $N = N_x N_y$, N_x, N_y 分别为接收阵 x' 轴和 y' 轴上的阵元数。记 $(T_i^x, T_j^y) \lambda/2$, $(i = 1, 2, \dots, M_x, j = 1, 2, \dots, M_y)$ 为第 (i, j) 个发射阵元的位置,

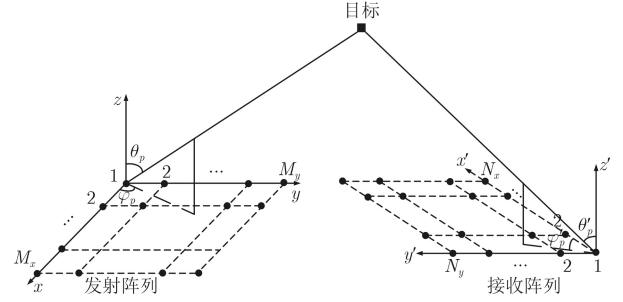


图1 非均匀矩形配置下的双基地MIMO雷达

$(R_k^x, R_l^y) \lambda/2$, $(k = 1, 2, \dots, N_x, l = 1, 2, \dots, N_y)$ 为第 (k, l) 个接收阵元的位置,分别以发射1号和接收1号阵元作为各收发参考阵元。假设在阵列远场处有 P 个静止点目标,第 p 个目标的发射俯仰角(Elevation Direction Of Departure, EDOD)、方位角(Azimuth Direction Of Departure, ADOD)和接收俯仰角(EDOA)、方位角(ADOA)分别为 $\theta_p, \varphi_p, \theta'_p, \varphi'_p$ 。

假设发射端发射 M 个不同的正交编码脉冲信号,第 m 个发射脉冲为 $\mathbf{s}_m = [s_m(1), s_m(2), \dots, s_m(L)]^T$,其中 L 为一个脉冲周期内的子脉冲数(或称子码),则在第 q ($q = 1, 2, \dots, Q$)个发射脉冲下, N 个接收阵元的输出信号为

$$\mathbf{r}(l) = \mathbf{B} \text{diag}(\boldsymbol{\alpha}_q) \mathbf{A}^T \mathbf{S}(l) + \mathbf{w}(l) \quad (1)$$

其中, $\mathbf{r}(l)$ 为 $N \times 1$ 的接收信号矢量, $\mathbf{S}(l) = [s_1(l), s_2(l), \dots, s_M(l)]^T$ 表示第 q 个发射脉冲 l 时刻的发射信号矢量, $\boldsymbol{\alpha}_q = [\alpha_{1,q}, \alpha_{2,q}, \dots, \alpha_{P,q}]^T$,其中 $\alpha_{p,q}$ 为第 p 个目标的复散射系数, $\mathbf{w}(l)$ 为噪声矢量,假设其服从零均值,方差为 σ^2 的复高斯随机分布,即 $\mathbf{w}(l) \sim N^c(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I}_N)$ 。 \mathbf{A} 为 $M \times P$ 的发射方向矢量,记 $\mathbf{A} = \mathbf{A}_u \odot \mathbf{A}_v = [\mathbf{a}_{u1} \otimes \mathbf{a}_{v1}, \mathbf{a}_{u2} \otimes \mathbf{a}_{v2}, \dots, \mathbf{a}_{uP} \otimes \mathbf{a}_{vP}]$,其中 \odot, \otimes 分别表示矩阵的Khatri-Rao积、Kronecker积, $\mathbf{A}_u = [\mathbf{a}_{u1}, \mathbf{a}_{u2}, \dots, \mathbf{a}_{uP}] \in \mathbb{C}^{M_x \times P}$, $\mathbf{A}_v = [\mathbf{a}_{v1}, \mathbf{a}_{v2}, \dots, \mathbf{a}_{vP}] \in \mathbb{C}^{M_y \times P}$, $\mathbf{a}_{up} = [1, e^{j\pi T_x^i u_p}, \dots, e^{j\pi T_{M_x}^x u_p}]^T \in \mathbb{C}^{M_x \times 1}$, $\mathbf{a}_{vp} = [1, e^{j\pi T_y^j v_p}, \dots, e^{j\pi T_{M_y}^y v_p}]^T \in \mathbb{C}^{M_y \times 1}$, $u_p = \sin \theta_p \cos \varphi_p$, $v_p = \sin \theta_p \sin \varphi_p$ 。 \mathbf{B} 为 $N \times P$ 的接收方向矢量,记 $\mathbf{B} = \mathbf{B}_u \odot \mathbf{B}_v = [\mathbf{b}_{u1} \otimes \mathbf{b}_{v1}, \mathbf{b}_{u2} \otimes \mathbf{b}_{v2}, \dots, \mathbf{b}_{uP} \otimes \mathbf{b}_{vP}]$,其中 $\mathbf{B}_u = [\mathbf{b}_{u1}, \mathbf{b}_{u2}, \dots, \mathbf{b}_{uP}] \in \mathbb{C}^{N_x \times P}$, $\mathbf{B}_v = [\mathbf{b}_{v1}, \mathbf{b}_{v2}, \dots, \mathbf{b}_{vP}] \in \mathbb{C}^{N_y \times P}$, $\mathbf{b}_{up} = [1, e^{j\pi R_x^i u'_p}, \dots, e^{j\pi R_{N_x}^x u'_p}]^T \in \mathbb{C}^{N_x \times 1}$, $\mathbf{b}_{vp} = [1, e^{j\pi R_y^j v'_p}, \dots, e^{j\pi R_{N_y}^y v'_p}]^T \in \mathbb{C}^{N_y \times 1}$, $u'_p = \sin \theta'_p \cos \varphi'_p$, $v'_p = \sin \theta'_p \sin \varphi'_p$ 。

由于发射信号为正交波形,即满足 $\mathbf{s}_i \mathbf{s}_j^H = \delta_{i,j} |\mathbf{s}_i|^2$,所以第 q 个发射脉冲下接收信号经过匹配滤波器的输出为

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_q &= \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{r}(l) \mathbf{S}^H(l) \\ &= \frac{1}{L} \left[\mathbf{B} \text{diag}(\boldsymbol{\alpha}_q) \mathbf{A}^T \mathbf{S}(l) \mathbf{S}^H(l) + \mathbf{w}(l) \mathbf{S}^H(l) \right] \\ &= \mathbf{B} \boldsymbol{\Lambda}_q \mathbf{A}^T + \mathbf{W}_q \end{aligned} \quad (2)$$

其中, \mathbf{X}_q 为 $N \times M$ 的匹配滤波器输出, $\boldsymbol{\Lambda}_q = \text{diag}(\boldsymbol{\alpha}_q)$, $\mathbf{W}_q = (1/L) \sum_{l=1}^L \mathbf{w}(l) \mathbf{S}^H(l)$ 为噪声矩阵, $(\cdot)^H$ 表示矩阵的共轭转置运算。

进一步, 对式(2)进行列向量化运算可得

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_q &= \text{vec}(\mathbf{X}_q) = (\mathbf{A} \odot \mathbf{B}) \boldsymbol{\alpha}_q + \mathbf{v}_q \\ &= \mathbf{K}_{\text{tr}} \boldsymbol{\alpha}_q + \mathbf{v}_q \end{aligned} \quad (3)$$

其中, $\text{vec}(\cdot)$ 表示矩阵的列向量化运算, $\mathbf{K}_{\text{tr}} = \mathbf{A} \odot \mathbf{B} = \mathbf{A}_u \odot \mathbf{A}_v \odot \mathbf{B}_u \odot \mathbf{B}_v$ 为 $MN \times P$ 的收发联合方向矢量, 矢量 \mathbf{v}_q 表示经过匹配滤波之后的输出噪声, 服从 $\mathbf{v}_q \sim N^c(\mathbf{0}, \sigma_v^2 \mathbf{I}_{MN})$, $\sigma_v^2 = \sigma^2/L$ 。

式(3)为一个发射脉冲经过目标反射到接收端, 再通过匹配滤波器的输出表示式, 由此可知, 若发射 Q 个脉冲时, 经过匹配滤波器的输出为

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= [\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_Q] = \mathbf{K}_{\text{tr}} \mathbf{H} + \mathbf{V} \\ &= (\mathbf{A}_u \odot \mathbf{A}_v \odot \mathbf{B}_u \odot \mathbf{B}_v) \mathbf{H} + \mathbf{V} \end{aligned} \quad (4)$$

其中, \mathbf{Y} 为 $MN \times Q$ 的接收输出信号, \mathbf{V} 为噪声项, $\mathbf{H} = [\boldsymbol{\alpha}_1, \boldsymbol{\alpha}_2, \dots, \boldsymbol{\alpha}_Q]$ 包含了目标的散射系数截面积信息。

3 算法描述

从式(4)可以看出, 矩形阵列配置下的双基地 MIMO 雷达总方向矢量为 4 个子方向矢量的 Khatri-Rao 积, 较线性阵列配置下的方向矢量复杂, 且由于阵列采用非均匀配置, 使得角度估计变得困难。以下通过对接收数据进行预处理, 使得 M 发 N 收的非均匀矩形阵列等效为 \tilde{M} 发 \tilde{N} 收的均匀矩阵阵列配置下的接收数据矢量 ($\tilde{M} \geq M, \tilde{N} \geq N$)。

从式(4)可得到接收数据的协方差矩阵:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_Y &= \text{E}[\mathbf{Y} \mathbf{Y}^H] = \mathbf{K}_{\text{tr}} \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{K}_{\text{tr}}^H + \sigma_v^2 \mathbf{I}_{MN} \\ &= (\mathbf{A}_u \odot \mathbf{A}_v \odot \mathbf{B}_u \odot \mathbf{B}_v) \\ &\quad \cdot \boldsymbol{\Lambda} (\mathbf{A}_u \odot \mathbf{A}_v \odot \mathbf{B}_u \odot \mathbf{B}_v)^H + \sigma_v^2 \mathbf{I}_{MN} \end{aligned} \quad (5)$$

由于 P 个目标相互独立, $\boldsymbol{\Lambda} = \text{diag}(\mathbf{h})$ 为对角阵, 且 $\mathbf{h} = \left[\sum_{q=1}^Q \alpha_{1,q}^2, \sum_{q=1}^Q \alpha_{2,q}^2, \dots, \sum_{q=1}^Q \alpha_{P,q}^2 \right]^T / Q$ 。对式(5)协方差矩阵进行列矢量化处理, 可进一步得

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= \text{vec}(\mathbf{R}_Y) = (\mathbf{K}_{\text{tr}}^* \odot \mathbf{K}_{\text{tr}}) \mathbf{h} + \sigma_v^2 \boldsymbol{\Lambda} \\ &= [(\mathbf{A}_u \odot \mathbf{A}_v \odot \mathbf{B}_u \odot \mathbf{B}_v)^* \\ &\quad \odot (\mathbf{A}_u \odot \mathbf{A}_v \odot \mathbf{B}_u \odot \mathbf{B}_v)] \mathbf{h} + \sigma_v^2 \boldsymbol{\Lambda} \end{aligned} \quad (6)$$

其中, $\boldsymbol{\Lambda} = [\mathbf{e}_1^T, \dots, \mathbf{e}_{MN}^T]^T$ 为 $M^2 N^2 \times 1$ 的常系数矢量, $\mathbf{e}_i \in \mathbb{R}^{MN \times 1}$ 表示除第 i 行元素为 1, 其余行均为 0 的列向量 ($i = 1, 2, \dots, MN$)。

3.1 数据矢量变换

首先给出矩阵 Khatri-Rao 积的计算性质。

性质 1^[10] 对于任意矩阵 $\mathbf{D}_1 \in \mathbb{C}^{K \times P}$, $\mathbf{D}_2 \in \mathbb{C}^{L \times P}$, 存在 $KL \times KL$ 的置换矩阵 $\boldsymbol{\Gamma} = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L \boldsymbol{\Gamma}_{k,l}^{K \times L} \otimes \boldsymbol{\Gamma}_{l,k}^{L \times K}$, 使得 $\boldsymbol{\Gamma}(\mathbf{D}_1 \odot \mathbf{D}_2) = \mathbf{D}_2 \odot \mathbf{D}_1$ 成立, 其中 $\boldsymbol{\Gamma}_{k,l}^{K \times L}$ 表示: 除矩阵的第 (k, l) 元素为 1 外, 其余元素项均为 0。

性质 2^[10] 任意矩阵的 Khatri-Rao 积满足交换律性质, 即对于 $\mathbf{D}_1 \in \mathbb{C}^{K \times P}$, $\mathbf{D}_2 \in \mathbb{C}^{L \times P}$, $\mathbf{F}_1 \in \mathbb{C}^{\tilde{K} \times P}$, 有 $(\mathbf{D}_1 \odot \mathbf{D}_2) \odot \mathbf{F}_1 = \mathbf{D}_1 \odot (\mathbf{D}_2 \odot \mathbf{F}_1)$ 成立。

基于上述性质 1 和性质 2, 分别构造 $M^2 N^2$ 维的置换矩阵 $\boldsymbol{\Pi}_1$ 和 $\boldsymbol{\Pi}_2$:

$$\left. \begin{aligned} \boldsymbol{\Pi}_1 &= \mathbf{I}_M \otimes \boldsymbol{\Gamma}_1 \otimes \mathbf{I}_N \\ \boldsymbol{\Pi}_2 &= \mathbf{I}_{M_x} \otimes \boldsymbol{\Gamma}_2 \otimes \mathbf{I}_{M_y} \otimes \mathbf{I}_{N_x} \otimes \boldsymbol{\Gamma}_3 \otimes \mathbf{I}_{N_y} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

其中,

$$\left. \begin{aligned} \boldsymbol{\Gamma}_1 &= \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \boldsymbol{\Gamma}_{i,j}^{M \times N} \otimes \boldsymbol{\Gamma}_{j,i}^{N \times M} \in \mathbb{R}^{MN \times MN} \\ \boldsymbol{\Gamma}_2 &= \sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} \boldsymbol{\Gamma}_{i,j}^{M_x \times M_y} \otimes \boldsymbol{\Gamma}_{j,i}^{M_y \times M_x} \in \mathbb{R}^{M \times M} \\ \boldsymbol{\Gamma}_3 &= \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} \boldsymbol{\Gamma}_{i,j}^{N_x \times N_y} \otimes \boldsymbol{\Gamma}_{j,i}^{N_y \times N_x} \in \mathbb{R}^{N \times N} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

将 $\boldsymbol{\Pi}_2 \boldsymbol{\Pi}_1$ 左乘于式(6)可得到变换后的接收数据:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{r}} &= \boldsymbol{\Pi}_2 \boldsymbol{\Pi}_1 \mathbf{r} \\ &= \boldsymbol{\Pi}_2 (\mathbf{I}_M \otimes \boldsymbol{\Gamma}_1 \otimes \mathbf{I}_N) [(\mathbf{A}_u \odot \mathbf{A}_v \odot \mathbf{B}_u \odot \mathbf{B}_v)^* \\ &\quad \odot (\mathbf{A}_u \odot \mathbf{A}_v \odot \mathbf{B}_u \odot \mathbf{B}_v)] \mathbf{h} + \sigma_v^2 \boldsymbol{\Pi}_2 \boldsymbol{\Pi}_1 \mathbf{1} \\ &= \boldsymbol{\Pi}_2 [(\mathbf{A}_u \odot \mathbf{A}_v)^* \odot (\mathbf{A}_u \odot \mathbf{A}_v) \odot (\mathbf{B}_u \odot \mathbf{B}_v)^* \\ &\quad \odot (\mathbf{B}_u \odot \mathbf{B}_v)] \mathbf{h} + \sigma_v^2 \boldsymbol{\Pi}_2 \boldsymbol{\Pi}_1 \mathbf{1} \\ &= (\mathbf{I}_{M_x} \otimes \boldsymbol{\Gamma}_2 \otimes \mathbf{I}_{M_y}) \otimes (\mathbf{I}_{N_x} \otimes \boldsymbol{\Gamma}_3 \otimes \mathbf{I}_{N_y}) \\ &\quad \cdot [(\mathbf{A}_u \odot \mathbf{A}_v)^* \odot (\mathbf{A}_u \odot \mathbf{A}_v) \odot (\mathbf{B}_u \odot \mathbf{B}_v)^* \\ &\quad \odot (\mathbf{B}_u \odot \mathbf{B}_v)] \mathbf{h} + \sigma_v^2 \boldsymbol{\Pi}_2 \boldsymbol{\Pi}_1 \mathbf{1} \\ &= [(\mathbf{A}_u^* \odot \mathbf{A}_u) \odot (\mathbf{A}_v^* \odot \mathbf{A}_v) \odot (\mathbf{B}_u^* \odot \mathbf{B}_u) \\ &\quad \odot (\mathbf{B}_v^* \odot \mathbf{B}_v)] \mathbf{h} + \sigma_v^2 \boldsymbol{\Pi}_2 \boldsymbol{\Pi}_1 \mathbf{1} \end{aligned} \quad (9)$$

由式(9)可以看出, $\mathbf{A}_u^* \odot \mathbf{A}_u$, $\mathbf{A}_v^* \odot \mathbf{A}_v$, $\mathbf{B}_u^* \odot \mathbf{B}_u$, $\mathbf{B}_v^* \odot \mathbf{B}_v$ 具有相同的矩阵结构, 即均为某方向矢量与之共轭的 Khatri-Rao 积。由文献[11]可知, 该结构为差分同置阵, 变换后数据 $\tilde{\mathbf{r}}$ 的导向矢量为 4 个差分同置阵的 Khatri-Rao 积。由差分同置

阵性质可知, 对于发射端 x 轴阵元位置为 $\lambda t_x^i/2$ ($i = 1, 2, \dots, M_x$) 的配置阵, 通过 $\mathbf{A}_u^* \odot \mathbf{A}_u$ 差分同置结构, 将在集合为 $\{\lambda(t_x^i - t_x^j)/2, 1 \leq i, j \leq M_x\}$ 的位置产生虚拟阵元。若发射端 x 轴采用均匀线阵配置, 则 $\mathbf{A}_u^* \odot \mathbf{A}_u$ 将产生 M_x^2 个虚拟阵元, 但其中仅有 $2M_x - 1$ 个不同位置的阵元数, 其虚拟阵列相同位置上的重复度较大。若该差分同置结构采用最小冗余配置, 则将产生最大的独立孔径数目, 且虚拟孔径的相同位置重复度最小。文献[10]对此进行了详细的举例说明, 本文中不再赘述。如果发射端和接收端矩形阵列均采用最小冗余配置, 则将产生相同阵元重复度最小、阵列自由度最大的虚拟孔径数。进一步, 如果将最小冗余阵列配置与差分同置结构相结合, 能够产生更大的独立孔径自由度, 且虚拟阵列遍历孔径长度内的所有阵元位置, 虚拟阵列的冗余度最小。

由上所述, 虽然最小冗余阵列配置和差分同置结构形成的扩展孔径具有最小的冗余度(虚拟阵元位置的重复度最小), 但在个别阵元位置上仍然存在冗余。因此, 首先应通过构造去冗余矩阵, 对式(9)中的数据 $\tilde{\mathbf{r}}$ 进行去冗余处理, 减少后续处理的计算量。对于不同的最小冗余配置, 经过差分同置结构孔径扩展后, 其冗余的位置各不相同, 从而, 所需构造的去冗余矩阵也不同。但对于已配置好的发射和接收冗余阵(冗余阵的数量、位置固定且事先已知), 则可以离线预先计算出去冗余矩阵的结构, 无需根据接收数据进行在线计算和调整, 降低了在线处理的计算量。

令离线设计出的去冗余矩阵为 $\mathbf{\Gamma}$, 并对式(9)左乘 $\mathbf{\Gamma}$, 可得到新的数据矢量为

$$\tilde{\mathbf{r}} = (\bar{\mathbf{A}}_u \odot \bar{\mathbf{A}}_v \odot \bar{\mathbf{B}}_u \odot \bar{\mathbf{B}}_v) \mathbf{h} + \sigma_n^2 \mathbf{e} \quad (10)$$

其中, $\bar{\mathbf{A}}_u = [\bar{\mathbf{a}}_{u1}, \bar{\mathbf{a}}_{u2}, \dots, \bar{\mathbf{a}}_{uP}]$, $\bar{\mathbf{A}}_v = [\bar{\mathbf{a}}_{v1}, \bar{\mathbf{a}}_{v2}, \dots, \bar{\mathbf{a}}_{vP}]$ 分别为 $(2\bar{M}_x + 1) \times P$ 和 $(2\bar{M}_y + 1) \times P$ 的发射等效导向矢量, $\bar{\mathbf{a}}_{uk} = [\exp(j\pi[-\bar{M}_x : \bar{M}_x] u_k)]^T$, $\bar{\mathbf{a}}_{vk} = [\exp(j\pi[-\bar{M}_y : \bar{M}_y] v_k)]^T$, $\bar{\mathbf{B}}_u = [\bar{\mathbf{b}}_{u1}, \bar{\mathbf{b}}_{u2}, \dots, \bar{\mathbf{b}}_{uP}]$, $\bar{\mathbf{B}}_v = [\bar{\mathbf{b}}_{v1}, \bar{\mathbf{b}}_{v2}, \dots, \bar{\mathbf{b}}_{vP}]$ 分别为 $(2\bar{N}_x + 1) \times P$ 和 $(2\bar{N}_y + 1) \times P$ 的接收等效导向矢量, $\bar{\mathbf{b}}_{uk} = [\exp(j\pi[-\bar{N}_x : \bar{N}_x] u'_k)]^T$, $\bar{\mathbf{b}}_{vk} = [\exp(j\pi[-\bar{N}_y : \bar{N}_y] v'_k)]^T$, 对于已配置好的冗余阵列, 其 $\bar{M}_x, \bar{M}_y, \bar{N}_x, \bar{N}_y$ 为已知值。例如: 若发射阵的 x 轴采用4元最小冗余配置方式时, 则 \bar{M}_x 为最小冗余配置的最大位置所对应的数值, 即 $\bar{M}_x = 6$ 。e表示中间元素为1, 其余元素均为0的 $(2\bar{M}_x + 1)(2\bar{M}_y + 1)(2\bar{N}_x + 1)(2\bar{N}_y + 1) \times 1$ 的列向量。

由式(10)可知, 通过对MIMO雷达接收协方差矩阵的多次变换处理, 结合差分同置结构的阵列特

点, 利用最小冗余阵列配置, 可使得 $M_x M_y N_x N_y$ 维的数据矢量扩展成 $(2\bar{M}_x + 1)(2\bar{M}_y + 1)(2\bar{N}_x + 1)(2\bar{N}_y + 1)$ 的数据矢量, 由于 $\bar{M}_x \geq M_x$, 因此, 通过上述处理进一步扩展了双基地MIMO雷达的虚拟孔径自由度。综合上述, 最小冗余矩形配置下的双基地MIMO雷达经历了2次虚拟孔径扩展, 第1次为 $M_x M_y$ 发 $N_x N_y$ 收的配置, 形成了 $M_x M_y N_x N_y$ 个接收数据, 第2次由于采取了最小冗余配置, 使得 $M_x M_y N_x N_y$ 进一步扩展成 $(2\bar{M}_x + 1)(2\bar{M}_y + 1)(2\bar{N}_x + 1)(2\bar{N}_y + 1)$ 维。

3.2 目标收发角4个参数估计

由式(10)可知, 经过数据矢量变换和去冗余之后, $\tilde{\mathbf{r}}$ 为列矢量, 为了采用子空间类算法进行参数估计, 以下基于多维参数估计的特征矢量方法[11], 对数据 $\tilde{\mathbf{r}}$ 进行“平滑”和“折叠”处理, 将其转换为具有协方差结构的数据矩阵。令 $\tilde{M}_x = \bar{M}_x + 1$, $\tilde{M}_y = \bar{M}_y + 1$, $\tilde{N}_x = \bar{N}_x + 1$, $\tilde{N}_y = \bar{N}_y + 1$, 并定义 $\tilde{M}_x \tilde{M}_y \tilde{N}_x \tilde{N}_y \times (2\tilde{M}_x + 1)(2\tilde{M}_y + 1)(2\tilde{N}_x + 1)(2\tilde{N}_y + 1)$ 的选择矩阵:

$$\mathbf{J}_{i,j,k,l} = \mathbf{J}_i^{(1)} \otimes \mathbf{J}_j^{(2)} \otimes \mathbf{J}_k^{(3)} \otimes \mathbf{J}_l^{(4)}, \quad \left(1 \leq i \leq \tilde{M}_x, 1 \leq j \leq \tilde{M}_y, 1 \leq k \leq \tilde{N}_x, 1 \leq l \leq \tilde{N}_y\right) \quad (11)$$

其中, $\mathbf{J}_i^{(1)} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{\tilde{M}_x \times (\tilde{M}_x - i)}, \mathbf{I}_{\tilde{M}_x}, \mathbf{0}_{\tilde{M}_x \times (i-1)} \end{bmatrix}$, $\mathbf{J}_j^{(2)} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{\tilde{M}_y \times (\tilde{M}_y - j)}, \mathbf{I}_{\tilde{M}_y}, \mathbf{0}_{\tilde{M}_y \times (j-1)} \end{bmatrix}$ 分别为发射阵列 x 轴和 y 轴上的选择矩阵, $\mathbf{J}_k^{(3)} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{\tilde{N}_x \times (\tilde{N}_x - k)}, \mathbf{I}_{\tilde{N}_x}, \mathbf{0}_{\tilde{N}_x \times (k-1)} \end{bmatrix}$, $\mathbf{J}_l^{(4)} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{\tilde{N}_y \times (\tilde{N}_y - l)}, \mathbf{I}_{\tilde{N}_y}, \mathbf{0}_{\tilde{N}_y \times (l-1)} \end{bmatrix}$ 分别为接收阵列 x 轴和 y 轴上的选择矩阵。根据式(11)选择矩阵结构, 遍历所有的参量 i, j, k, l , 对数据矢量 $\tilde{\mathbf{r}}$ 进行平滑运算, 可得到 $\tilde{M}_x \tilde{M}_y \tilde{N}_x \tilde{N}_y \times \tilde{M}_x \tilde{M}_y \tilde{N}_x \tilde{N}_y$ 的数据矩阵:

$$\tilde{\mathbf{R}} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{1,1,1,1} \tilde{\mathbf{r}}, \mathbf{J}_{1,1,1,2} \tilde{\mathbf{r}}, \dots, \mathbf{J}_{1,1,1,\tilde{M}_x} \tilde{\mathbf{r}}, \mathbf{J}_{1,1,2,1} \tilde{\mathbf{r}}, \dots, \mathbf{J}_{1,1,2,\tilde{M}_x} \tilde{\mathbf{r}}, \dots, \mathbf{J}_{\tilde{N}_x, \tilde{N}_y, \tilde{M}_y, 1} \tilde{\mathbf{r}}, \mathbf{J}_{\tilde{N}_x, \tilde{N}_y, \tilde{M}_y, 2} \tilde{\mathbf{r}}, \dots, \mathbf{J}_{\tilde{N}_x, \tilde{N}_y, \tilde{M}_y, \tilde{M}_x} \tilde{\mathbf{r}} \end{bmatrix} \quad (12)$$

将式(10)代入式(12), 并进一步化简可得

$$\tilde{\mathbf{R}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}}_u^{(1)} \odot \bar{\mathbf{A}}_v^{(2)} \odot \bar{\mathbf{B}}_u^{(3)} \odot \bar{\mathbf{B}}_v^{(4)} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{A} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}}_u^{(1)} \odot \bar{\mathbf{A}}_v^{(2)} \odot \bar{\mathbf{B}}_u^{(3)} \odot \bar{\mathbf{B}}_v^{(4)} \end{bmatrix}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{\tilde{M}_x \tilde{M}_y \tilde{N}_x \tilde{N}_y} = \mathbf{G} \mathbf{\Lambda} \mathbf{G}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{\tilde{M}_x \tilde{M}_y \tilde{N}_x \tilde{N}_y} \quad (13)$$

式(13)的推导过程类似于文献[12], 在此不再赘述。其中 $\mathbf{G} = \bar{\mathbf{A}}_u^{(1)} \odot \bar{\mathbf{A}}_v^{(2)} \odot \bar{\mathbf{B}}_u^{(3)} \odot \bar{\mathbf{B}}_v^{(4)}$ 为二次

虚拟孔径扩展后的方向矢量, $(\cdot)^{(i)}$ 表示取矩阵的前行运算。

由式(13)的矩阵结构可知, 通过遍历选择矩阵 $J_{i,j,k,l}$ 进行平滑处理, 使得数据矩阵 $\bar{\mathbf{R}}$ 具有传统子空间算法中的协方差矩阵结构。因此, 可以采用多种经典算法^[1,9,10]估计目标的收发角度。对矩阵 $\bar{\mathbf{R}}$ 进行特征分解, 可得到由 P 个大特征值所对应的特征向量构成的信号子空间 $\mathbf{U}_s \in \mathbb{C}^{\tilde{M}_x \tilde{M}_y \tilde{N}_x \tilde{N}_y \times P}$, 该子空间与方向矢量 \mathbf{G} 所张成的子空间相同, 因此, 存在可逆阵 \mathbf{T} 满足 $\mathbf{U}_s = \mathbf{G}\mathbf{T}^{-1}$ 。进一步, 分别令 \mathbf{U}_{s1} 和 \mathbf{U}_{s2} 为 \mathbf{U}_s 的前 $(\tilde{M}_x - 1)\tilde{M}_y\tilde{N}_x\tilde{N}_y$ 行和后 $(\tilde{M}_x - 1)\tilde{M}_y\tilde{N}_x\tilde{N}_y$ 行矩阵, 根据 \mathbf{G} 的导向矢量特点, 有

$$\left. \begin{aligned} \hat{u}_p &= \frac{1}{\pi(\tilde{M}_x - 1)\tilde{M}_y\tilde{N}_x\tilde{N}_y} \sum_{n=1}^{\tilde{M}_x-1} \sum_{m=1}^{\tilde{M}_y} \sum_{l=1}^{\tilde{N}_x\tilde{N}_y} \text{angle} \left(\frac{\mathbf{G}(n\tilde{M}_y\tilde{N}_x\tilde{N}_y + (m-1)\tilde{N}_x\tilde{N}_y + l, p)}{\mathbf{G}((n-1)\tilde{M}_y\tilde{N}_x\tilde{N}_y + (m-1)\tilde{N}_x\tilde{N}_y + l, p)} \right) \\ \hat{v}_p &= \frac{1}{\pi(\tilde{M}_y - 1)\tilde{M}_x\tilde{N}_x\tilde{N}_y} \sum_{n=1}^{\tilde{M}_x} \sum_{m=1}^{\tilde{M}_y-1} \sum_{l=1}^{\tilde{N}_x\tilde{N}_y} \text{angle} \left(\frac{\mathbf{G}((n-1)\tilde{M}_y\tilde{N}_x\tilde{N}_y + m\tilde{N}_x\tilde{N}_y + l, p)}{\mathbf{G}((n-1)\tilde{M}_y\tilde{N}_x\tilde{N}_y + (m-1)\tilde{N}_x\tilde{N}_y + l, p)} \right) \\ \hat{u}'_p &= \frac{1}{\pi(\tilde{N}_x - 1)\tilde{N}_y\tilde{M}_x\tilde{M}_y} \sum_{n=1}^{\tilde{M}_x\tilde{M}_y} \sum_{m=1}^{\tilde{N}_x-1} \sum_{l=1}^{\tilde{N}_y} \text{angle} \left(\frac{\mathbf{G}((n-1)\tilde{N}_x\tilde{N}_y + m\tilde{N}_y + l, p)}{\mathbf{G}((n-1)\tilde{N}_x\tilde{N}_y + (m-1)\tilde{N}_y + l, p)} \right) \\ \hat{v}'_p &= \frac{1}{\pi(\tilde{N}_y - 1)\tilde{N}_x\tilde{M}_x\tilde{M}_y} \sum_{n=1}^{\tilde{M}_x\tilde{M}_y} \sum_{m=1}^{\tilde{N}_x} \sum_{l=1}^{\tilde{N}_y-1} \text{angle} \left(\frac{\mathbf{G}((n-1)\tilde{N}_x\tilde{N}_y + (m-1)\tilde{N}_y + l + 1, p)}{\mathbf{G}((n-1)\tilde{N}_x\tilde{N}_y + (m-1)\tilde{N}_y + l, p)} \right) \end{aligned} \right\} (15)$$

由式(15)估计出 $\hat{u}_p, \hat{v}_p, \hat{u}'_p, \hat{v}'_p$ 值之后, 便可由阵列流型分别求出发射阵列、接收阵列的方位角和俯仰角。由式(15)可知, 由于目标的4个估计值都从 \mathbf{G} 的同一列导向矢量中计算得到, 因此, 所得到的目标方位和俯仰角4个参数能够自动配对。

比较式(5)和式(13)两个协方差矩阵可知, $M_x M_y$ 发 $N_x N_y$ 收的非均匀矩形阵配置双基地MIMO雷达, 利用本文处理算法可以将其等效为 $\tilde{M}_x \tilde{M}_y$ 发 $\tilde{N}_x \tilde{N}_y$ 收的均匀矩形阵配置双基地MIMO雷达, 由于 $\tilde{M}_x \geq M_x, \tilde{M}_y \geq M_y, \tilde{N}_x \geq N_x, \tilde{N}_y \geq N_y$, 因此, 本文方法扩展了收发阵元的孔径自由度。比如: 对于 $M_x = M_y = N_x = N_y = 5$ 的最小冗余配置双基地MIMO雷达, 可等效扩展成 $\tilde{M}_x = \tilde{M}_y = \tilde{N}_x = \tilde{N}_y = 10$ 的均匀配置双基地MIMO雷达, 阵列孔径的扩展极大提高了目标的参数估计性能和最大可识别数目。

4 实验仿真和数据分析

以下对本文所提算法的有效性、估计性能进行验证, 并与文献[8]ALS算法, 多维ESPRIT算法的参数估计性能进行比较。假设发射端采用相互正交

$$\mathbf{U}_{s1}^\dagger \mathbf{U}_{s2} = \mathbf{T}_s \mathbf{D}(u) \mathbf{T}_s^{-1} \quad (14)$$

其中, $\mathbf{D}(u) = \text{diag}(e^{j\pi u_1}, e^{j\pi u_2}, \dots, e^{j\pi u_P})$ 为旋转不变因子。由式(14)可知, \mathbf{T}_s 和 \mathbf{T} 均为矩阵 $\mathbf{U}_{s1}^\dagger \mathbf{U}_{s2}$ 的特征矢量, 且满足 $\mathbf{T}_s = \mathbf{T}\mathbf{\Delta}\mathbf{H}$, 其中 $\mathbf{\Delta}$ 和 \mathbf{H} 分别为列比例因子矩阵和列置换矩阵。因此, 特征矢量 \mathbf{T}_s 和 \mathbf{T} 之间仅仅是列的排列顺序和比例系数之间的不同, 它们行与行之间具有相同的比例关系, 因此可以直接将 \mathbf{T}_s 代入 $\mathbf{U}_s = \mathbf{G}\mathbf{T}^{-1}$ 中, 得到导向矢量的估计值: $\hat{\mathbf{G}} = \mathbf{U}_s \mathbf{T}_s$ 。当估计得到 $\hat{\mathbf{G}}$ 之后, 可以根据导向矢量中4个Khatri-Rao的乘积特点, 通过式(15)分别估计出目标发射和接收阵列的方位和俯仰角。

的多相编码信号发射, 目标处于复高斯白噪声背景下, 各目标的散射截面也服从复高斯分布。

实验1 算法有效性验证

考虑发射阵列 $M_x = M_y = 3$, 接收阵列 $N_x = N_y = 3$ 的双基地MIMO雷达, 发射阵列和接收阵列的 x, y 轴均采用最小冗余配置, 即 $\{T_i^x, T_j^y\}_{i=j=1}^3 = [0, 1, 3]\lambda/2$, $\{R_i^x, R_j^y\}_{i=j=1}^3 = [0, 1, 3]\lambda/2$ 。假设空间中存在6个不相关目标, 其位置 $(\theta_p, \varphi_p, \theta'_p, \varphi'_p)$ 分布为: $(-30^\circ, -15^\circ, -5^\circ, -20^\circ), (-20^\circ, -10^\circ, -5^\circ, 20^\circ), (-10^\circ, -5^\circ, 5^\circ, -30^\circ), (5^\circ, 0^\circ, 5^\circ, 30^\circ), (15^\circ, 15^\circ, 15^\circ, -20^\circ), (25^\circ, 30^\circ, 15^\circ, 20^\circ)$, 发射的脉冲数 $Q=500$, 图2(a)为本文算法下发射阵列方位角、俯仰角的位置估计星座图, 图2(b)为接收阵列下方位角、俯仰角的位置估计星座图。实验时Monte-carlo次数为100, SNR=-5 dB。由图2可以看出, 本文算法能够准确估计出6个目标的收发方位、俯仰角, 实现目标4参数的精确配对。

实验2 不同信噪比条件下的估计性能比较

考虑收发阵列的 x, y 轴的阵元个数均为5, 最小冗余位置配置均为 $[0, 1, 4, 7, 9]\lambda/2$, 假设目标个数

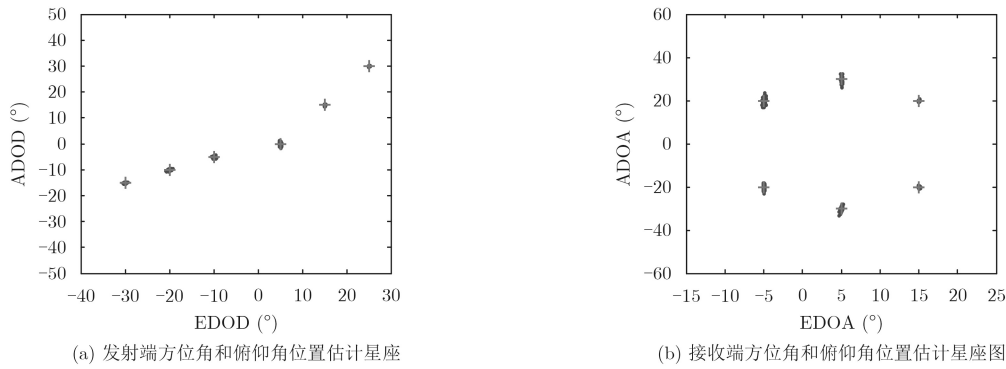


图2 本文算法下目标的定位结果

为3, 目标的4个参数为: $(10^\circ, -10^\circ, 20^\circ, 30^\circ)$, $(15^\circ, -5^\circ, 35^\circ, 10^\circ)$, $(35^\circ, -25^\circ, -5^\circ, -20^\circ)$, 当利用ALS算法和多维ESPRIT算法时, 假设收发阵列 x, y 轴采用均匀配置方式, 且阵元个数均设为6, 即: $M_x = M_y = N_x = N_y = 6$ 。图3(a), 图3(b), 图3(c), 图3(d)

分别为本文算法、ALS算法、多维ESPRIT算法下目标发射俯仰角(EDOD)、发射方位角(ADOD)、接收俯仰角(EDO A)、接收方位角(ADO A)的RMSE随SNR的变化曲线, 每个SNR下Monte-carlo次数为2000, 快拍数为400。

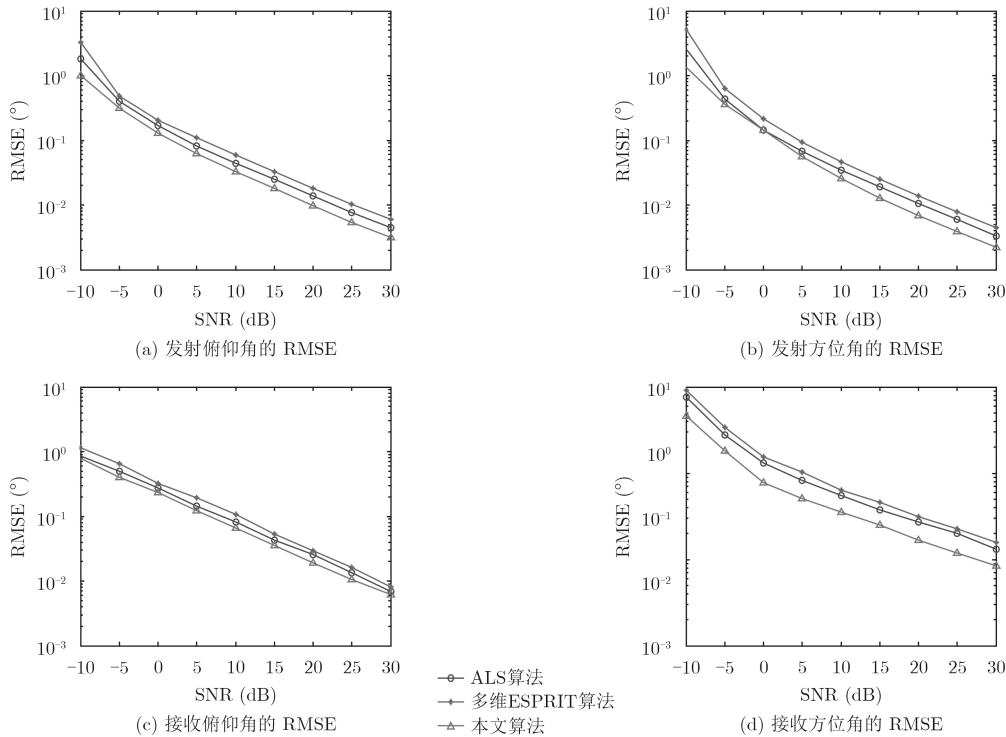


图3 3种不同算法下目标4个参数RMSE随SNR的变化曲线

由图3可知, 在同等信噪比条件下, 本文算法的4个参数估计性能优于ALS算法和多维ESPRIT算法; ALS算法的估计性能优于ESPRIT算法。这主要是由于: 本文算法通过最小冗余和MIMO雷达自身的两次虚拟孔径扩展, 使得总的虚拟孔径维数为: $\tilde{M}_x \times \tilde{M}_y \times \tilde{N}_x \times \tilde{N}_y = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10000$, 而在设置仿真条件时, 虽然ALS算法和多维ESPRIT算法的实际收发阵元数多

于本文算法仿真时的阵元数, 但其只有MIMO雷达自身的一次虚拟孔径扩展, 扩展后的维数为: $M_x \times M_y \times N_x \times N_y = 6 \times 6 \times 6 \times 6 = 1296$, 其扩展维数明显小于本文算法的二次扩展后的维数, 因此, 即使在本文算法所采用的实阵元数较少情况下, 仍然能够获得更好的目标参数估计精度。

5 结论

针对发射端、接收端为非均匀矩形配置的双基

地MIMO雷达阵列模型, 将最小冗余阵列与MIMO技术相结合, 本文提出了收发阵列孔径自由度双重扩展的目标EDOD, ADOD, EDOA, ADOA 4个参数联合估计新算法。由于接收信号中含有多个Khatari-Rao乘积, 首先对接收信号进行数据矢量变换和去冗余运算, 使得阵列孔径获得MIMO雷达自身和最小冗余配置双重扩展, 而后将新数据进行“多维平滑”和“折叠”处理, 从而利用传统的子空间算法分别估计出目标的4参数值, 且实现目标参数的自动配对, 最后给出了参数估计的克拉美罗下界。理论分析和仿真实验表明: 由于本文算法同时获得MIMO雷达本身和最小冗余阵列的双重孔径自由度扩展, 能够将自身非均匀实阵列等效为大于实阵元数的均匀虚拟阵列, 从而大大扩展了阵列的孔径自由度。在相同仿真条件下, 本文算法的估计精度优于ALS算法和多维ESPRIT算法, 同时提高了最大可识别的目标数目。此外, 通过最小冗余配置, 极大地降低了阵列和延迟器的配置需求, 更利于实际工程应用。

参考文献

- [1] CHEN Duofang, CHEN Baixiao, and QIN Guodong. Angle estimation using ESPRIT in MIMO radar[J]. *Electronics Letters*, 2008, 44(12): 770–771. doi: [10.1049/el:20080276](https://doi.org/10.1049/el:20080276).
 - [2] MING Yangcao, VOROBYOV A, and HASSANIEN A. Transmit array interpolation for DOA estimation via tensor decomposition in 2-D MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(19): 5255–5239. doi: [10.1109/TSP.2017.2721904](https://doi.org/10.1109/TSP.2017.2721904).
 - [3] 王彩云, 龚路路, 吴淑侠. 基于稀疏表示的多输入多输出雷达多目标定位[J]. *电波科学学报*, 2016, 31(1): 61–67. doi: [10.13443/j.cjors.2015020601](https://doi.org/10.13443/j.cjors.2015020601).
WANG Caiyun, GONG Luoluo, and WU Shuxia. Multi-target localization for MIMO radar based on sparse representation[J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2016, 31(1): 61–67. doi: [10.13443/j.cjors.2015020601](https://doi.org/10.13443/j.cjors.2015020601).
 - [4] WEN Fangqing, XIONG Xiaodong, and ZHANG Zijing. Angle and mutual coupling estimation in bistatic MIMO radar based on PARAFAC decomposition[J]. *Digital Signal Processing*, 2017, 65: 1–10. doi: [10.1016/j.dsp.2017.02.011](https://doi.org/10.1016/j.dsp.2017.02.011).
 - [5] WEN Fangqing, XIONG Xiaodong, and SU Jian. Angle estimation for bistatic MIMO radar in the presence of spatial colored noise[J]. *Signal Processing*, 2018, 134(1): 261–267. doi: [10.1016/j.sigpro.2016.12.017](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2016.12.017).
 - [6] 孙理, 朱晓华, 贺亚鹏, 等. 双基地稀疏阵列MIMO雷达快速多目标定位方法[J]. *电子与信息学报*, 2013, 35(5): 1142–1148. doi: [10.3724/SP.J.1146.2012.01070](https://doi.org/10.3724/SP.J.1146.2012.01070).
SUN Li, ZHU Xiaohua, HE Yapeng, et al. Fast multi-target localization with sparse array in bistatic MIMO radar[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2013, 35(5): 1142–1148. doi: [10.3724/SP.J.1146.2012.01070](https://doi.org/10.3724/SP.J.1146.2012.01070).
 - [7] 李丽, 邱天爽. 冲激噪声环境下基于最大相关熵准则的双基地MIMO雷达目标参数联合估计算法[J]. *电子与信息学报*, 2016, 38(12): 3189–3196. doi: [10.11999/JEIT160022](https://doi.org/10.11999/JEIT160022).
LI Li and QIU Tianshuang. Parameter jointly estimation algorithm in bistatic MIMO radar under impulsive noise environment based on maximum correntropy criterion[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2016, 38(12): 3189–3196. doi: [10.11999/JEIT160022](https://doi.org/10.11999/JEIT160022).
 - [8] CHENG Yuanbing, GU Hong, and SU Weimin. Joint 4-D Angle and Doppler shift estimation via tensor decomposition for MIMO array[J]. *IEEE Communications Letters*, 2012, 16(6): 917–920.
 - [9] 刘帅, 张弓, 刘文波. 基于时空结构的双基地MIMO雷达多维参数联合估计[J]. *航空学报*, 2010, 31(6): 1196–1203.
LIU Shuai, ZHANG Gong, and LIU Wenbo. Multi-dimensional parameter joint estimation of bistatic MIMO radars based on temporal-spatial structure[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica sinica*, 2010, 31(6): 1196–1203.
 - [10] 郑志东, 方飞, 袁红刚, 等. 时空非均匀采样下双基地MIMO雷达收发角及多普勒频率联合估计方法[J]. *电子与信息学报*, 2015, 37(9): 2164–2170. doi: [10.11999/JEIT141523](https://doi.org/10.11999/JEIT141523).
ZHENG Zhidong, FANG Fei, YUAN Honggang, et al. Joint DOD-DOA and Doppler frequency estimation for bistatic MIMO radar under condition of temporal-spatial nonuniform sampling[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2015, 37(9): 2164–2170. doi: [10.11999/JEIT141523](https://doi.org/10.11999/JEIT141523).
 - [11] PAL P and VAIDYNANTHAN P P. Nested arrays: A novel approach to array processing with enhanced degrees of freedom[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(8): 4176–4181. doi: [10.1109/TSP.2010.2049264](https://doi.org/10.1109/TSP.2010.2049264).
 - [12] LIU J and LIU X Q. An eigenvector-based approach for multidimensional frequency estimation with improved identifiability[J]. *IEEE Transactions on Signal processing*, 2006, 54(12): 4543–4556. doi: [10.1109/TSP.2006.882077](https://doi.org/10.1109/TSP.2006.882077).
- 郑志东: 男, 1985年生, 博士, 工程师, 研究方向为MIMO雷达技术、雷达信号处理、二次雷达信号处理、阵列信号处理。
袁红刚: 女, 1972年生, 硕士, 高级工程师, 研究方向为二次雷达系统总体设计、雷达信号处理。