

## 改进多元宇宙算法求解大规模实值优化问题

刘小龙\*

(华南理工大学工商管理学院 广州 510641)

**摘要:** 针对多元宇宙优化(MVO)算法中虫洞存在机制、白洞选择机制等不足, 该文提出一种改进多元宇宙优化算法(IMVO)。设计固定概率的虫洞存在机制和前期快速收敛后期平缓收敛的虫洞旅行距离率, 加快算法全局探索能力和快速迭代能力; 提出黑洞的随机白洞选择机制, 设计黑洞围绕白洞恒星进行公转并模型化, 解决代间宇宙信息沟通的问题, 中低维度数值比较实验验证了改进算法的优良性能。选取大规模实值问题较难优化的3个基准测试函数进行对比实验, 改进算法在大规模优化问题上的求解精度和成功率方面具有较好的适用性和鲁棒性。

**关键词:** 大规模优化问题; 多元宇宙优化; 元启发式优化; 非线性收敛因子

中图分类号: TP301.6

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2019)07-1666-08

DOI: 10.11999/JEIT180751

## Application of Improved Multiverse Algorithm to Large Scale Optimization Problems

LIU Xiaolong

(School of Business Administration, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China)

**Abstract:** To overcome the mechanism shortcomings of wormhole and white hole selection in the Multi-Verse Optimizer (MVO), an Improved Multi-Universes Optimization (IMVO) algorithm is proposed. To speed up global exploration ability and quick iteration ability, this thesis designs the existence mechanism of wormhole with fixed probability and the Travel Distance Rate (TDR) that its convergence from early stage's smoothly to later stage's fast. The random white hole selection mechanism is proposed; Black holes can revolve around selected white hole stars and is modelled to solve the problem of information communication of the Inter-generational Universes. The performance of IMVO is verified by comparison experiments in low-middle dimensions. Three benchmarks test functions are selected for comparison in large scale which are difficult to be optimized, the experimental results show that IMVO has good applicability and robustness with higher solving accuracy and success rate in large scale optimization problem.

**Key words:** Large scale optimization problem; Multi-Verses Optimization (MVO); Meta heuristic optimization; Non-linear convergence factor

### 1 引言

20世纪40年代以来, 针对实际工程问题的高维度、多峰值、非线性、不可微特征, 基于“生成+检验”的启发式方式, 构造和设计了诸多的仿生优化方法, 譬如模拟生物行为的遗传算法、差分进化、进化策略等生物演化技术; 模拟生物群体行为特征的蚁群、鸟群、蜂群、萤火虫群、细菌群及

后来扩展的蝙蝠、乌鸦、蜻蜓、布谷鸟、狼群、蚁狮、鲸鱼、蚱蜢和樽海鞘等优化算法; 以及模拟自然和物理机理的植物生长优化、生物地理学优化、模拟退火算法、和声搜索算法、花朵授粉算法、正弦余弦优化算法、万有引力算法、搜索群组算法、多元宇宙算法等, 这种源于生物系统或者自然界物理现象灵感的进化和群智能启发式方法得到了极大应用。群智能技术是一种基于群体迭代搜索的随机式优化方法, 因其潜在的并行性、分布式搜索和全局搜索能力较强等特点, 成为近年来的研究热点。不同学者针对上述群体仿生优化方法, 在算子改进、算子融合、搜索技术、隔离技术等方面进行了大量的研究, 数值实验表明这些基本的启发式方法针对低维度问题具有一定的优越性, 但面对大规模

收稿日期: 2018-07-22; 改回日期: 2019-01-17; 网络出版: 2019-02-14

\*通信作者: 刘小龙 xlliu@scut.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(71471065, 71571072, 71771091), 广州社科联基金(2018GZGJ02)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (71471065, 71571072, 71771091), Guangzhou Social Science Federation Fund (2018GZGJ02)

问题也存在着陷入局部极值、优化能力一般、收敛精度不高等问题。

在科学研究和工业实践中，未知变量多、约束条件多，目标函数结构愈加复杂，这就使得传统随机迭代式的仿生元启发式优化方法遇到了挑战，难以求解这种具有高维度、变量相关等大规模优化问题(变量维度 $10^3$ 以上)。针对大规模优化问题，国外对种群初始化方法、维度分组策略、子代进化和变异策略、自适应策略、局部搜索策略和动态分组策略等都进行了大量的研究，文献[1,2]对大规模优化问题的基准测试函数进行了对比分析。国内方面，文献[3]提出了随机动态的协同进化策略，实现对种群粒子和决策变量的双重分组来求解大规模优化问题；文献[4]提出了融合多种搜索策略的差分进化方法来求解大规模优化问题；文献[5-8]对鲸鱼优化、灰狼优化进行了研究，提出了相应的改进算法，并应用于大规模优化问题和柔性作业车间调度问题中，文献[9]综述了进化算法在大规模优化问题中的应用情况。

文献[10]提出了多元宇宙优化算法(Multi-Verse Optimization, MVO)，它基于宇宙中的物质通过虫洞由白洞向黑洞进行转移的原理进行模拟。在MVO算法中，主要的性能参数是虫洞存在概率和虫洞旅行距离率，参数相对较少，低维度数值实验表现出了相对较优异的性能。在国内，文献[11]对多元宇宙优化算法中的宇宙个体更新策略和模型应用等进行了初步的研究；在国外，文献[12-16]利用MVO算法解决经济负荷调度、进行数值计算和工程优化、训练前馈神经网络、进行无功优化调度、求解光伏发电机组参数等。但国内外对MVO算法在大规模优化问题中的应用研究相对较少。因

此，本文对MVO算法进行改进，并应用于大规模优化问题，数值实验和实际案例研究表明改进算法(IMVO)具有较强的适用性；研究成果可以丰富和完善现有大规模优化问题求解方法的算法体系，进而为特定大规模优化问题提供可供借鉴的启发式思想集，稍作修改可应用于图像分析处理、产品优化设计和交通调度优化等诸多领域。

## 2 MVO算法

MVO算法源于多元宇宙理论，该理论认为：多元宇宙源于宇宙大爆炸，每一个宇宙都存在一个膨胀率使其膨胀，宇宙间存在黑洞和白洞，黑洞引力很大能够通过虫洞链接到另一个时空，黑洞会吸入所有物质甚至光，白洞就是由黑洞吸收过多物质后而开始吐出的物质。MVO算法依据多元宇宙理论的3个主要概念：白洞、黑洞和虫洞来建立数学模型，定义候选解为宇宙，候选解的适应度为宇宙的膨胀率。迭代过程中，每一个候选解为黑洞，适应度好的宇宙依轮盘赌原理成为白洞，黑洞和白洞交换物质(维度更换)，部分黑洞可以通过虫洞链接穿越到最优宇宙附近(群体最优附近搜索)。本文绘出多元宇宙优化内部循环结构的逻辑流程，如图1所示。

在图1中，黑洞有2种维度更新机制。其一，依照轮盘赌原则，针对排序并标准化后的各宇宙膨胀率，选出白洞序号，黑洞与其交换维度信息；其二，当满足 $Rand2 < WEP$ 时，黑洞通过虫洞穿越到最优宇宙周围，黑洞维度在最优宇宙维度附近通过TDR参数进行更新，其迭代利用式(1)进行。其中， $j$ 为待优化问题的具体维度。

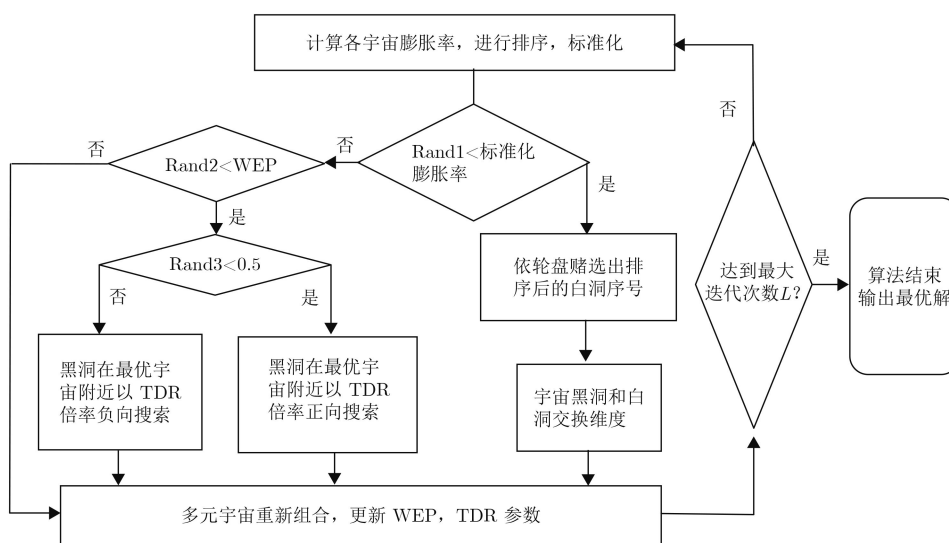


图 1 多元宇宙算法内部主循环结构

$$X_j^i = \begin{cases} \text{Best}X_j - \text{TDR}((\text{ub}_j - \text{lb}_j) \times \text{rand} + \text{lb}_j), & \text{Rand3} \geq 0.5 \\ \text{Best}X_j + \text{TDR}((\text{ub}_j - \text{lb}_j) \times \text{rand} + \text{lb}_j), & \text{Rand3} < 0.5 \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{TDR} = 1 - \left(\frac{l}{L}\right)^{1/6} \quad (2)$$

$$\text{WEP} = \text{WEP}_{\min} + \frac{l}{L} \cdot (\text{WEP}_{\max} - \text{WEP}_{\min}) \quad (3)$$

式(1)–式(3)中,  $l$ 和 $L$ 为当前迭代步和最大迭代步,  $\text{ub}$ 和 $\text{lb}$ 为问题边界,  $\text{Best}X$ 为最优宇宙位置,  $\text{WEP}$ 和 $\text{TDR}$ 为虫洞存在概率和旅行距离率, 是多元宇宙优化算法的重要参数。式(2)可知, 多元宇宙优化算法的参数 $\text{TDR}$ 通过迭代呈凹型递减, 先快速后缓慢地减少, 参数 $\text{WEP}$ 线性递增。文献[10]中,  $L=500$ ,  $\text{WEP}$ 从0.2线性递增到1,  $\text{TDR}$ 从0.6凹型递减到0。文献[10]利用7个单峰函数和6个多峰函数进行了50维度的基准测试, 与遗传算法(GA)、粒子群算法(PSO)、灰狼优化算法(GWO)、万有引力搜索等4种主要的群体智能优化算法进行了对比, 研究表明: 在单峰和多峰函数上, 多元宇宙优化算法在大部分测试函数上, 寻优能力和鲁棒性相对较好<sup>[10]</sup>。

基本MVO算法中, 宇宙种群个体(黑洞)的更新, 通过随机数与标准化膨胀率的比较, 依轮盘赌选定宇宙(白洞)并为之交换宇宙物质(变量维度), 再根据虫洞存在概率 $\text{WEP}$ , 选定部分黑洞基于虫洞进行穿越, 围绕最优宇宙进行正负向随机更新。该算法主要问题如下: (1)黑洞与白洞之间的迭代更新属于宇宙间的代际更新策略, 代间缺乏信息交流, 且白洞位置优劣直接影响算法寻优性能。(2)虫洞存在概率依迭代变大。寻优前期, 最优宇宙位置往往离真实最优解相对较远,  $\text{WEP}$ 值较小, 黑洞穿越虫洞的机会较少, 宇宙黑洞依概率与轮盘赌选定的白洞进行部分维度交换信息; 寻优后期,  $\text{WEP}$ 值较大, 黑洞穿越虫洞的机会增加, 黑洞基于虫洞在最优宇宙周围以 $\text{TDR}$ 的旅行距离率进行全局探索, 但因 $\text{TDR}$ 值凹型从0.6递减到0, 导致迭代后期的旅行距离率较小, 难以起到探索的作用, 进而变成了开发。(3)基于轮盘赌选定的白洞基本都是最优宇宙。在标准化宇宙膨胀率下, 单个宇宙大于随机数的情况较少, 而且在基于迭代的轮盘赌白洞选择中, 白洞序号大多都是最优宇宙序号, 这就使得算法缺乏跳出局部极值的能力, 也容易导致种群早熟, 进而无法进行深度开发。综上所述, 本文提出一种基于星系旋转的改进MVO算法(IMVO)以提高算法的全局探索和局部开发性能。

### 3 IMVO算法

#### 3.1 非线性收敛因子

MVO算法中, 算法寻优主要依靠黑洞基于虫洞进行穿越, 在最优宇宙周围进行旅行, 其旅行距离率 $\text{TDR}$ 是协调算法探索能力和开发能力的重要变量, 是影响基本MVO算法寻优的主要参数, 但MVO算法中的 $\text{TDR}$ 值由0.6凹型递减到0, 其变化幅度过窄。由式(2)可以看出, 较大的 $\text{TDR}$ 值有利于全局探索能力, 较小的 $\text{TDR}$ 值有利于局部深度开发, 在此, 应该在迭代前期保持较快的迭代趋势进行全局探索, 迭代后期保持较慢的迭代趋势, 进行局部开发。因此, 使用如下非线性收敛因子

$$\text{TDR} = 2 \exp\left(-\left(\frac{4l}{L}\right)^2\right) \quad (4)$$

#### 3.2 虫洞存在机制和白洞选择机制

基本MVO算法中, 轮盘赌机制下的白洞多数是最优宇宙, 从而没有很好地利用其它宇宙的信息, 且虫洞存在概率由小到大, 实验数据表明其概率大小对全局极值的获得并没有多大影响。因此, 本文提出虫洞的固定存在机制为0.5, 即每一轮迭代中, 有一半宇宙都会利用虫洞进行穿越, 在最优宇宙周围进行正负向随机搜索, 定义穿越后的这些宇宙为白洞, 剩余的宇宙为黑洞, 白洞的维度更新利用式(1)。

#### 3.3 黑洞围绕白洞公转

星团是宇宙中最大的引力结构, 包含数百甚至数千个星系, 它们被暗物质的大量晕圈所束缚, 多元宇宙其实就是大量的星团结构。目前天文学家发现至少14个星系结构, 而人类所处的是银河星系。银河星系中, 包括大量的恒星、星团和星云, 还有各种类型的星际气体和星际尘埃, 银河系本身是一个旋转恒星, 各种恒星围绕星系中心旋转, 譬如地球围绕太阳公转, 地球自身产生自转等。针对剩余的宇宙黑洞, 定义它随机选定白洞星系进行螺旋式公转, 从而解决种群间的代间信息沟通问题, 黑洞的公转使用式(5)数学模型

$$X^H(l+1) = |X^H(l) - X^B(l)| \cdot e^k \cdot \cos(2\pi k) \quad (5)$$

式中,  $H$ 为宇宙黑洞,  $B$ 为选定的宇宙白洞,  $k$ 为 $[-1, 1]$ 之间的随机数。

基于上述策略, 本文提出如下改进思想: 宇宙膨胀时期, 黑洞和白洞存在的机会均等, 如果存在虫洞则黑洞穿越虫洞在最优宇宙周围进行以 $\text{TDR}$ 旅行距离率进行探索成为白洞; 如果不存在虫洞, 则黑洞基于已经穿越的白洞进行螺旋式星系公转。

### 3.4 IMVO算法改进机理分析

标准MVO算法中，迭代中通过比较随机数与标准化膨胀率来选定黑洞进行维度交换，这一机制的设置是基于差分思想的维度互换，想通过随机维度交换获得其它宇宙的优秀维度信息。但是，这种维度互换是强制的而非贪婪选择，即维度互换导致宇宙性能变好则置换，否则便不置换；大多数基准函数测试表明，迭代前期最优秀宇宙与其它宇宙的膨胀率差异特大，这就导致标准化膨胀率后的宇宙间差异也很大，基于轮盘赌策略选出的白洞基本就是最优秀宇宙，而所有黑洞都与同一个最优秀宇宙置换的结果是多样性的丧失，从而无法获得全局最优。其次，各个宇宙通过与标准化宇宙膨胀率比较，部分宇宙与最优秀宇宙交换了维度，剩下来的宇宙与虫洞存在概率WEP进行比较进而穿越，能够获得穿越的宇宙数目为 $N \times WEP$ ，基于算法中WEP的设置，不能获得穿越虫洞机会的宇宙数目为 $0.8N$ 依迭代下降到0，这就意味着这部分宇宙不参与任何进化，这相对减弱了算法的寻优性能。

改进IMVO算法中，考虑到宇宙间的维度互换并非基于贪婪选择，而算法本身就设置了最优宇宙保留，所以将这一机制改为了黑洞围绕白洞公转，相当于增加了新的寻优策略，从而有助于算法收敛和增强算法的全局寻优能力。同时，IMVO算法随机选定一半宇宙围绕最优宇宙按照TDR穿越，而TDR随着迭代变小，这一机制有效地增强了最优宇宙周边的开发能力，相对于标准算法中的穿越率而言，将穿越机会由0.2到1变为了永远的随机0.5，这一机制设置的思想源于优化算法中的竞争对抗理念，即随机选择2个个体进行竞争，强者进入弱者出局。最后，为了拓展强者的局部开发，即提高穿越后宇宙的周边开发能力，利用剩下的一半宇宙，随机选择穿越后的黑洞(定义为白洞)进行螺旋式公转，且公转系数随迭代由大变小，最后收敛到白洞中心，其收敛路径如图2所示。

基于上述黑洞的TDR穿越，IMVO算法可以有

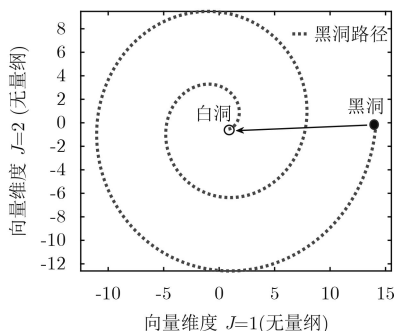


图2 黑洞围绕白洞螺旋式公转

效地利用最优宇宙向其它宇宙传递的宇宙进化信息；基于黑洞围绕白洞的螺旋式公转，IMVO算法解决了代间宇宙(白洞传向黑洞)的信息传递问题，故认为本文更为有效地利用了迭代中的宇宙进化信息，相对于MVO算法性能更优。

### 3.5 算法时间复杂度比较

改进算法的时间复杂度与问题维度 $D$ 、宇宙个数 $N$ 和最大迭代步数 $L$ 等有关，迭代中算法执行2种搜索策略，标准MVO算法还与标准化膨胀率和虫洞存在概率WEP有关，各自的计算复杂度如表1、表2所示。

表1中， $K=N \times$  标准化膨胀率，由表可知原始的MVO和改进IMVO算法的循环次数相同，其差别在于策略选择。标准MVO算法单次循环中，维度交换和穿越策略的时间复杂度之和为 $O(K+(1-K)WEP)$ ，而改进IMVO算法单次循环中的穿越和公转策略，其计算时间复杂度之和为 $O(N)$ 。因WEP和标准率膨胀率小于1，很明显 $O(K+(N-K)WEP) < O(N)$ ，故改进算法的时间复杂度稍高，但与原始MVO算法处于同一量级。

### 3.6 IMVO算法流程

改进算法的实现流程描述如下：

- 步骤1 定义各参数：定义问题维度 $D$ 、宇宙个数 $N$ 、旅行距离率TDR，最大迭代步数 $L$ ；
- 步骤2 初始化宇宙位置；
- 步骤3 迭代开始，计算各宇宙的膨胀化率(适应度)；
- 步骤4 白洞选择虫洞穿越：虫洞存在概率

表1 文献[10]的时间复杂度

操作	计算复杂度	循环次数
初始化	$O(N)$	$1 \times D$
计算宇宙膨胀率	$O(N)$	$L \times D$
排序/标准化宇宙	$O(N)$	$L \times D$
黑白洞换维度	$O(K)$	$L \times D$
穿越选择	$O((1-K)WEP)$	$L \times D$
参数更新	$O(1)$	$L$

表2 本文的时间复杂度

操作	计算复杂度	循环次数
初始化	$O(N)$	$1 \times D$
计算宇宙膨胀率	$O(N)$	$L \times D$
黑白洞选择	$O(N)$	$L \times D$
策略1: 穿越	$O(N/2)$	$L \times D$
策略2: 公转	$O(N/2)$	$L \times D$
参数更新	$O(1)$	$L$

WEP为0.5, 若 $WEP > Rand2$ , 则存在虫洞, 黑洞利用虫洞进行穿越, 在最优宇宙周围旅行, 按照式(6)更新位置

$$X_j^H(l+1) = \begin{cases} F_j(l) - TDR((ub_j - lb_j)rand + lb_j), & Rand2 \geq 0.5 \\ F_j(l) + TDR((ub_j - lb_j)rand + lb_j), & Rand2 < 0.5 \end{cases} \quad (6)$$

式(6)中,  $F$ 为最优宇宙;

步骤5 黑洞围绕对应白洞公转: 若 $WEP < Rand2$ , 则不存在虫洞, 剩余黑洞基于已穿越白洞宇宙进行公转, 按照式(7)更新位置;

$$X_j^H(l+1) = |X_j^H(l) - X_j^B(l+1)| \cdot e^{bk} \cdot \cos(2\pi k) + X_j^B(l+1) \quad (7)$$

步骤6 更新当前宇宙旅行距离率TDR。宇宙重新组合;

步骤7 循环结束条件判断, 满足则结束, 输出结果。不满足则跳转到步骤3。

## 4 数值实验

为探究和研究IMVO算法的性能, 本文选取寻优成功率(SR)、平均精度、标准差等指标来评价算法的性能, 并与文献[6]、文献[10]和文献[11]等进行对比, 评价指标具体定义参见文献[17,18]。

### 4.1 低维函数的实验比较

为探讨改进算法对实值优化问题的测试性能, 本文利用文献[6]和[10]以及文献[11]部分涉及的8个标准测试函数 $f_1|f_2|f_3|f_7|f_9-12$ 等进行对比, 维度设置为50, 这些测试函数的最小值为0, 单峰和多峰函数各4个。参数参照文献[10]的设置, 宇宙数目为30, 最大迭代次数为500, 通过30次独立测试, 计算实验结果的均值(Mean)、标准差(Std)、最差值(Worse)、成功率(SR)等评价指标, 成功率阈值设置为1, 如果算法收敛到阈值范围内, 则认定算法获得了全局最优解。搜索区间和具体表达式见文献[10], 低维单峰和多峰优化问题的实验数据见表3、表4。

由表3、表4的各项指标对比可知, IMVO算法

的鲁棒性更好, 明显改善了MVO算法的收敛精度, 提高了全局极值求解能力。

同时, 将维度降低为30, 并与文献[6]进行比较, 得到数据如表5所示。

结合表5和文献[6, 10]可知, 针对单峰函数 $f_1$ ,  $f_2$ 和 $f_{10}$ , 本文IMVO算法的收敛精度略低于文献[6]提出的IWOA, 但均高于文献[6]用作对比的WOA算法和文献[10]提出的MVO算法, 且得到了全局极值; 针对 $f_5$ ,  $f_{12}$ , 本文算法明显优于IWOA; 针对 $f_7$ ,  $f_9$ 和 $f_{11}$ , IMVO算法和IWOA算法相当。当测试函数维度为30的时候, 给定算法收敛阈值为 $1e-03$ , 则在给定阈值范围内, IMVO算法全部收敛, IWOA算法大部分收敛, 仅 $f_5$ ,  $f_{12}$ 没有收敛。

对比文献[10,11,17,18], 采用较为复杂、存在多个局部极值点的多峰函数 $f_{10}$ 和 $f_{12}$ 进行比较, 维度设置为10, 对比实验数据如表6所示。

由表6可知, 针对蜻蜓算法(DA)<sup>[18]</sup>、搜索群组

表3 单峰基准测试函数的50维对比实验

	算法	均值	标准差	成功率(%)
$f_1$	文献[10]	2.08583	0.648651	0
	本文	4.64e-21	9.90e-21	100
$f_2$	文献[10]	15.92479	44.7459	0
	本文	4.04e-11	3.86e-11	100
$f_5$	文献[10]	1272.13	1479.477	0
	本文	6.70e-20	1.77e-19	100
$f_7$	文献[10]	0.051991	0.029606	100
	本文	3.08e-04	3.91e-04	100

表4 多峰基准测试函数的50维对比实验

	算法	均值	标准差	成功率(%)
$f_6$	文献[10]	118.046	39.34364	0
	本文	0	0	100
$f_{10}$	文献[10]	4.074904	5.501546	0
	本文	8.71e-12	5.66e-12	100
$f_{11}$	文献[10]	0.938733	0.059535	100
	本文	0	0	100
$f_{12}$	文献[10]	2.459953	0.791886	0
	本文	1.83e-23	3.51e-23	100

表5 基准测试函数30维度的算法对比实验

		$f_1$	$f_2$	$f_5$	$f_7$	$f_9$	$f_{10}$	$f_{11}$	$f_{12}$
文献[6]	均值	6.54e-125	2.15e-73	27.27950	2.42e04	0	3.02e-15	0	0.087646
	标准差	6.80e-125	3.64e-73	0.215438	4.41e-04	0	1.95e-15	0	0.011997
本文	均值	5.24e-21	1.86e-11	2.46e-20	3.41e-04	0	5.51e-12	0	1.14e-23
	标准差	1.96e-20	1.37e-11	4.03e-20	3.23e-04	0	6.56e-12	0	1.90e-23

算法(CSA)<sup>[17]</sup>、多元宇宙(MVO)<sup>[10]</sup>和改进多元宇宙算法<sup>[11]</sup>的低维度比较实验得出, 本文IMVO算法在算法性能(均值)和稳定性(标准差)方面, 均相对优于上述算法和文献<sup>[11]</sup>所做出的改进。

#### 4.2 较大规模优化问题数值实验

基于表6数据的算法比较结果, 利用本文IMVO算法和文献<sup>[6]</sup>中的改进IWOA算法对上述单峰函数 $f_2$ ,  $f_5$ 和多峰函数 $f_{10}$ ,  $f_{12}$ 在维度( $d=200$ ,  $d=500$ )中进行求解, 验证IMVO算法求解较大规模实值优化问题的有效性和鲁棒性, 实验结果如表7所示。对比实验中, 宇宙数为60, 最大迭代500次, 收敛阈值由1更改为 $1e-08$ , 低于此阈值算

法成功求得全局极值, 记录30次独立实验的各性能指标, 程序采用matlab2009a语言, 仿真实验在联想X230笔记本电脑实现。

由表7可知, 针对中大规模实值优化问题, 本文IMVO算法在给定阈值条件下, 均获得了全局极值, 成功率SR均为100%, 成功率均优于文献<sup>[6,10]</sup>中的IWOA和WOA, 但在求解函数 $f_2$ 和 $f_{10}$ 上, 本文IMVO算法的求解精度稍低于IWOA算法, 但也高于给定阈值 $1e-08$ 。另外, 根据文献<sup>[6,10]</sup>和本文数据, 汇总 $f_2$ 和 $f_{10}$ 函数不同维度的算法求解对比, 实验数据如表8所示。

分析表8可以发现, 维度增加改进IMVO算法

表6 基准测试函数10维度的算法对比实验

函数	算法	DA <sup>[18]</sup>	CSA <sup>[17]</sup>	MVO <sup>[10]</sup>	IMVO <sup>[11]</sup>	本文
$f_{10}$	均值	2.28	1.07	8.06e-02	4.27e-05	9.66e-12
	标准差	1.13	0.921	2.04e-01	2.22e-05	8.08e-12
	最差值	4.20	3.02	1.16	1.04e-04	7.76e-11
	最好值	4.44e-15	1.75e-03	1.17e-02	7.08e-06	3.67e-13
$f_{12}$	均值	9.78e-01	3.83e-01	1.07e-02	1.25e-10	4.32e-23
	标准差	8.58e-01	6.07e-01	5.70e-02	1.18e-10	1.06e-22
	最差值	3.49	3.20	3.12e-01	4.45e-10	4.71e-22
	最好值	4.84e-03	5.67e-05	9.21e-05	7.76e-12	9.15e-27

表7 本文IMVO算法和文献<sup>[6,10]</sup>中WOA, IWOA对较大规模单峰和多峰函数寻优对比

$F$	对比算法	$D=200$			$D=500$		
		均值	标准差	成功率(%)	均值	标准差	成功率(%)
$f_2$	文献 <sup>[10]</sup>	7.50e-51	9.40e-51	100	1.10e-49	2.10e-49	100
	文献 <sup>[6]</sup>	1.60e-67	1.90e-67	100	5.30e-66	9.60e-66	100
	本文	1.59e-10	1.43e-10	100	2.56e-10	2.41e-10	100
$f_5$	文献 <sup>[10]</sup>	1.98e+02	2.22e-01	0	4.96e02	4.66e-01	0
	文献 <sup>[6]</sup>	1.98e+02	5.43e-02	0	4.96e02	3.78e-01	0
	本文	6.13e-20	1.29e-19	100	3.48e-19	4.15e-19	100
$f_{10}$	文献 <sup>[10]</sup>	5.15e-15	1.94e-15	100	5.86e-15	2.97e-15	100
	文献 <sup>[6]</sup>	8.88e-16	0	100	4.44e-15	0	100
	本文	7.16e-12	6.87e-12	100	6.49e-12	1.13e-11	100
$f_{12}$	文献 <sup>[10]</sup>	8.09e-02	4.05e-02	0	9.19e-02	5.92e-02	0
	文献 <sup>[6]</sup>	2.02e-02	2.75e-02	0	8.30e-02	3.17e-02	0
	本文	5.09e-24	8.06e-24	100	4.25e-24	9.01e-24	100

表8 求解不同规模 $f_2$ 和 $f_{10}$ 函数的优化均值对比

维度 $D$	$f_2$ 均值			$f_{10}$ 均值		
	文献 <sup>[10]</sup>	文献 <sup>[6]</sup>	本文	文献 <sup>[10]</sup>	文献 <sup>[6]</sup>	本文
30	1.00e-21	2.20e-73	1.86e-11	7.40	3.02e-15	5.51e-12
200	7.50e-51	1.60e-67	1.59e-10	5.15e-15	8.88e-16	7.16e-12
500	1.10e-49	5.30e-66	2.56e-10	5.86e-15	4.44e-15	6.49e-12

的极值求取能力较为稳定,精度也较为稳定或者略微下降。但是,文献[6]中给出的数据表明,在求解 $f_2$ 的时候,当维度从30增加到200,WOA算法的求解精度竟然增加了;同时IWOA算法在求解 $f_{10}$ 的时候,当维度从30增加到200,其求解精度也增加1个数量级,而文献[6]的算法参数设置并没有发生改变,这就与一般的文献研究结果相矛盾,进而对文献[6]中的参数设置发生质疑,文献[6]或者是增加了群体数目,抑或是增加了最大迭代次数。

### 4.3 较大型优化模型问题应用

股票指数是研究和判断国家经济变化趋势的重要参考依据,股票指数的建模和预测对我国经济发展和金融建设具有重要意义。近年来,基于神经网络的预测方法日益成熟,已经被广泛地应用于对金融领域股票价格、收益和风险的预测中。基于此,本文尝试构建IMVO, MVO的3层神经网络模型对上证指数进行单步预测,进而检验IMVO和MVO算法求解较大型优化问题的能力,同时与BP网络进行比较。根据相关文献建议,选取上证指数第 $t-1$ 日的开盘价、最低价、最高价、收盘价和交易量信息共5个指标为输入变量,第 $t$ 日的收盘价为输出变量。为了消除不同指标之间的量纲影响,利用premmx函数和postmmx函数对输入指标和输出指标进行归一化处理,输入层到隐含层的转换函数采用tansig,隐含层到输出层的转换函数采用

purelin。

数据采集2017年8月6日至2018年8月16日的上证指数,经剔除后共计244组数据,其中前196组用来训练,后48组用来预测,所有样本中的测试样本占比大约为20%。因此,构建的模型输入层为5个神经元,输出层1个神经元,经过反复测试,对隐含层取10个神经元,此时IMVO算法中维度 $D$ 设置为71,即利用IMVO算法求解71维度的大规模优化问题,算法中设置适应度指标为平均绝对百分比误差(MAPE),同时测算均方误差(MSE)指标。参照前述IMVO算法参数设置,最大迭代次数为500,多元宇宙数目为50,新建模型对上证指数进行求解。BP, MVO和本文IMVO算法的训练MSE指标分别为:0.0057, 0.0285和0.0126,测试MAPE指标分别为:3.95%, 2.37%和1.38%,可见IMVO算法相对于BP算法和MVO算法,其MSE和MAPE指标性能相对更优。

### 4.4 大规模优化问题数值实验

文献研究表明,许多算法在函数 $f_5|f_7|f_9$ 上表现相对较差,现利用改进IMVO算法对这些函数的高维度( $D=1000, 2000$ )优化问题进行求解,实验结果如表9所示。对比实验中,最大迭代次数为500,多元宇宙数目为100,记录30次独立试验的各性能指标,程序采用matlab2009a语言,仿真实验在联想X230笔记本电脑实现。

表9 改进算法的大规模实值优化结果(阈值为1)

$F$	对比算法	$D=1000$			$D=2000$		
		均值	标准差	成功率(%)	均值	标准差	成功率(%)
$f_5$	文献[10]	8.70e+08	7.81e+07	0	7.11e+09	3.23e+08	0
	本文	2.05e-19	3.42e-19	100	5.62e-19	1.37e-18	100
$f_7$	文献[10]	1.08e+04	8.35e+02	0	1.81e+05	9.44e+03	0
	本文	2.52e-04	3.99e-04	100	2.70e-04	3.87e-04	100
$f_9$	文献[10]	1.37e+04	3.36e+02	0	3.04e+04	3.28e+02	0
	本文	0	0	100	0	0	100

由表9可知,针对大规模优化问题 $D=1000$ ,MVO无法获得全局极值,其成功率SR均为0(收敛到阈值1以内才算成功),鲁棒性相对较弱;而本文IMVO算法的寻优精度明显提高,且在现有3个基准测试函数上,都收敛到了全局极值附近。为了进一步检验IMVO算法的性能,在其他参数不变的情况下,将大规模优化问题维度扩展至2000维,本文IMVO算法的寻优性能能够继续保持稳定,且给定阈值条件下,成功率均为100%,故本文所提IMVO算法适合于大规模实值问题的优化。

## 5 结束语

MVO算法是新近提出的新型仿生元启发式算法,现有算法对低维度问题具有一定的适用性,但求解大规模优化问题的性能较差。针对MVO算法的不足,本文提出改进算法IMVO,参考文献[6]、文献[10]以及文献[11]的建议,选取了单峰和多峰2组共8个基准测试函数,在各种维度上与现有算法进行了性能测试和对比,表现出了相对优越于文献[6],文献[10]和文献[11]提出的相关算法性能,将其应用于大规模优化实值问题( $D=1000$ 以上),数

值实验结果表明IMVO算法可以求解大规模实值优化问题, 具有较强的鲁棒性和适用性。研究结果拓展和丰富了文献[10]在大规模优化问题上的应用范围, 稍作修改可以应用于约束优化、多目标优化和实际的大规模实值优化工程问题之中。

### 参考文献

- [1] MAHDAVI S, RAHNAMAYAN S, and SHIRI M E. Multilevel framework for large-scale global optimization[J]. *Soft Computing*, 2017, 21(14): 4111–4140. doi: [10.1007/s00500-016-2060-y](https://doi.org/10.1007/s00500-016-2060-y).
- [2] BOLUFÉ-RÖHLER A, FIOL-GONZÁLEZ S, and CHEN S. A minimum population search hybrid for large scale global optimization[C]. Proceedings of 2015 IEEE Congress on Evolutionary Computation, Sendai, Japan, 2015: 1958–1965. doi: [10.1109/CEC.2015.7257125](https://doi.org/10.1109/CEC.2015.7257125).
- [3] 梁静, 刘睿, 于坤杰, 等. 求解大规模问题协同进化动态粒子群优化算法[J]. 软件学报, 2018, 29(9): 2595–2605. doi: [10.13328/j.cnki.jos.005398](https://doi.org/10.13328/j.cnki.jos.005398).  
LIANG Jing, LIU Rui, YU Kunjie, et al. Dynamic multi-swarm particle swarm optimization with cooperative coevolution for large scale global optimization[J]. *Journal of Software*, 2018, 29(9): 2595–2605. doi: [10.13328/j.cnki.jos.005398](https://doi.org/10.13328/j.cnki.jos.005398).
- [4] 罗家祥, 倪晓晔, 胡跃明. 融合多种搜索策略的差分进化大规模优化算法[J]. 华南理工大学学报: 自然科学版, 2017, 45(3): 97–103. doi: [10.3969/j.issn.1000-565X.2017.03.014](https://doi.org/10.3969/j.issn.1000-565X.2017.03.014).  
LUO Jiexiang, NI Xiaoye, and HU Yueming. A hybrid differential evolution algorithm with multiple search strategies for large-scale optimization[J]. *Journal of South China University of Technology: Natural Science Edition*, 2017, 45(3): 97–103. doi: [10.3969/j.issn.1000-565X.2017.03.014](https://doi.org/10.3969/j.issn.1000-565X.2017.03.014).
- [5] MIRJALILI S and LEWIS A. The whale optimization algorithm[J]. *Advances in Engineering Software*, 2016, 95: 51–67. doi: [10.1016/j.advengsoft.2016.01.008](https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2016.01.008).
- [6] 龙文, 蔡绍洪, 焦建军, 等. 求解大规模优化问题的改进鲸鱼优化算法[J]. 系统工程理论与实践, 2017, 37(11): 2983–2994. doi: [10.12011/1000-6788\(2017\)11-2983-12](https://doi.org/10.12011/1000-6788(2017)11-2983-12).  
LONG Wen, CAI Shaohong, JIAO Jianjun, et al. Improved whale optimization algorithm for large scale optimization problems[J]. *Systems Engineering-Theory & Practice*, 2017, 37(11): 2983–2994. doi: [10.12011/1000-6788\(2017\)11-2983-12](https://doi.org/10.12011/1000-6788(2017)11-2983-12).
- [7] MIRJALILI S, MIRJALILI S M, and LEWIS A. Grey wolf optimizer[J]. *Advances in Engineering Software*, 2014, 69: 46–61. doi: [10.1016/j.advengsoft.2013.12.007](https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2013.12.007).
- [8] 姜天华. 混合灰狼优化算法求解柔性作业车间调度问题[J]. 控制与决策, 2018, 33(3): 503–508. doi: [10.13195/j.kzyjc.2017.0124](https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2017.0124).  
JIANG Tianhua. Flexible job shop scheduling problem with hybrid grey wolf optimization algorithm[J]. *Control and Decision*, 2018, 33(3): 503–508. doi: [10.13195/j.kzyjc.2017.0124](https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2017.0124).
- [9] 梁静, 刘睿, 瞿博阳, 等. 进化算法在大规模优化问题中的应用综述[J]. 郑州大学学报: 工学版, 2018, 39(3): 15–21. doi: [10.13705/j.issn.1671-6833.2017.06.016](https://doi.org/10.13705/j.issn.1671-6833.2017.06.016).  
LIANG Jing, LIU Rui, QU Boyang, et al. A survey of evolutionary algorithms for large scale optimization problem[J]. *Journal of Zhengzhou University: Engineering Science*, 2018, 39(3): 15–21. doi: [10.13705/j.issn.1671-6833.2017.06.016](https://doi.org/10.13705/j.issn.1671-6833.2017.06.016).
- [10] MIRJALILI S, MIRJALILI S M, and HATAMLOU A. Multi-verse optimizer: A nature-inspired algorithm for global optimization[J]. *Neural Computing and Applications*, 2016, 27(2): 495–513. doi: [10.1007/s00521-015-1870-7](https://doi.org/10.1007/s00521-015-1870-7).
- [11] 赵世杰, 高雷阜, 徒君, 等. 耦合横纵向个体更新策略的改进MVO算法[J]. 控制与决策, 2018, 33(8): 1422–1428. doi: [10.13195/j.kzyjc.2017.0441](https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2017.0441).  
ZHAO Shijie, GAO Leifu, TU Jun, et al. Improved multi-verse optimizer coupling horizontal-and-vertical individual updated strategies[J]. *Control and Decision*, 2018, 33(8): 1422–1428. doi: [10.13195/j.kzyjc.2017.0441](https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2017.0441).
- [12] CHOPRA N and SHARMA J. Multi-objective optimum load dispatch using Multi-verse optimization[C]. Proceedings of the 2016 IEEE 1st International Conference on Power Electronics, Intelligent Control and Energy Systems, Delhi, India, 2016: 1–5. doi: [10.1109/ICPEICES.2016.7853482](https://doi.org/10.1109/ICPEICES.2016.7853482).
- [13] HU Cong, LI Zhi, ZHOU Tian, et al. A multi-verse optimizer with levy flights for numerical optimization and its application in test scheduling for network-on-chip[J]. *PLOS One*, 2016, 11(12): e0167341. doi: [10.1371/journal.pone.0167341](https://doi.org/10.1371/journal.pone.0167341).
- [14] FARIS H, ALJARAH I, and MIRJALILI S. Training feedforward neural networks using multi-verse optimizer for binary classification problems[J]. *Applied Intelligence*, 2016, 45(2): 322–332. doi: [10.1007/s10489-016-0767-1](https://doi.org/10.1007/s10489-016-0767-1).
- [15] JANGIR P, PARMAR S A, TRIVEDI I N, et al. A novel hybrid particle swarm optimizer with multi-verse optimizer for global numerical optimization and optimal reactive power dispatch problem[J]. *Engineering Science and Technology, An International Journal*, 2017, 20(2): 570–586. doi: [10.1016/j.jestech.2016.10.007](https://doi.org/10.1016/j.jestech.2016.10.007).
- [16] ALI E E, EL-HAMEED M A, EL-FERGANY A A, et al. Parameter extraction of photovoltaic generating units using multi-verse optimizer[J]. *Sustainable Energy Technologies and Assessments*, 2016, 17: 68–76. doi: [10.1016/j.seta.2016.08.004](https://doi.org/10.1016/j.seta.2016.08.004).
- [17] MIRJALILI S. Dragonfly algorithm: A new meta-heuristic optimization technique for solving single-objective, discrete, and multi-objective problems[J]. *Neural Computing and Applications*, 2016, 27(4): 1053–1073. doi: [10.1007/s00521-015-1920-1](https://doi.org/10.1007/s00521-015-1920-1).
- [18] ASKARZADEH A. A novel metaheuristic method for solving constrained engineering optimization problems: Crow search algorithm[J]. *Computers & Structures*, 2016, 169: 1–12. doi: [10.1016/j.compstruc.2016.03.001](https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2016.03.001).

刘小龙: 男, 1977年生, 讲师, 研究方向为仿生优化与计算智能。