

交替使用小波去噪和全变差正则化的盲图像恢复算法

周祚峰^{①②} 水鹏朗^①

^①(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071)

^②(中国科学院西安光学精密机械研究所 西安 710119)

摘要: 盲图像恢复就是在点扩散函数未知情况下从降质观测图像恢复出原图像。该文提出了一种交替使用小波去噪和全变差正则化的盲图像恢复算法。观测模型首先被分解成两个相互关联的子模型,这种分解转化盲恢复问题成为图像去噪和图像恢复两个问题,可以交替采用图像去噪和图像恢复算法求解。模糊辨识阶段,使用全变差正则化算法估计点扩散函数;图像恢复阶段,使用小波去噪和全变差正则化相结合的算法恢复图像。实验结果和与其它方法的比较表明该文算法能够获得更好的恢复效果。

关键词: 盲图像恢复; 点扩散函数; 小波去噪; 全变差正则化

中图分类号: TN391

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)12-2912-04

Blind Image Restoration Algorithm Iteratively Using Wavelet Denoising and Total Variation Regularization

Zhou Zuo-feng^{①②} Shui Peng-lang^①

^①(National Lab of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

^②(Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710119, China)

Abstract: Blind image restoration is to recover the original image from the observed degraded image with unknown the Point Spread Function (PSF). This paper proposes a blind image restoration algorithm iteratively using wavelet denoising and total variation regularization. The observation model is first divided into two mutually associated sub-models, and this representation converses the blind restoration into the two issues of image denoising and image restoration, which makes us to solve the problem by iteratively using image denoising and image restoration algorithms. The stage of the PSF identification uses Total Variation (TV) regularization and the stage of image restoration uses wavelet denoising and TV regularization. The experimental results show that the proposed algorithm achieves better performance than the existing algorithms.

Key words: Blind image restoration; Point Spread Function (PSF); Wavelet denoising; Total Variation (TV) regularization

1 引言

图像恢复是人们对图像进行更高级别处理,如模式识别、图像分析和图像理解,所必需的一个预处理步骤,广泛应用于遥感成像、医学图像处理、天文学成像和显微镜成像等众多领域。图像恢复的任务就是从降质观测图像尽可能恢复原图像。对于点扩散函数不随空间位置变化的成像系统,降质图像的观测模型如下:

$$g = h * f + n = \mathbf{H}f + n \quad (1)$$

其中 g, f , 和 n 分别表示观测图像、原图像和观测噪声(一般假定为零均值、方差为 σ^2 的高斯白噪声), $\mathbf{H}$ 表示由点扩散函数 h 生成的块循环矩阵, $*$ 表示二维卷积操作^[1]。按照点扩散函数 h 的先验信息,图像恢复可以分为点扩散函数 h 已知的标准图像恢复问题和点扩散函数 h 未知的盲图像恢复问

题。许多实际问题中,客观因素的限制使得点扩散函数未知或仅知道部分信息,因此,必须从降质图像同时提取点扩散函数和原图像的信息。正是由于这点,近年来盲图像恢复问题得到了广泛深入的研究,提出了各种算法^[2-5]。

图像恢复问题是一个典型的病态问题,观测中噪声的存在进一步增加了恢复问题的难度^[2],直接求解常常得不到满意的恢复效果,也无法保证解的稳定性。正则化是处理此类问题的常用方法。按照正则项的选择,可分为二次正则化和非二次正则化。二次正则化方法中效果比较好的有小波域二次正则化方法^[6]和双参数正则化方法^[3]等。非二次正则化有结合数据压缩准则的正则化方法^[7]和基于图像小波域统计模型的正则化方法^[8]。这些非二次正则化方法计算量大。非二次正则化中,Chan^[4]等提出的全变差正则化方法具有计算复杂度低,恢复效果好的特点。并且从理论上证明了图像是逐片光滑时,全变差正则化比二次正则化能更好地恢复图像边

2007-05-28 收到, 2007-10-08 改回

国家自然科学基金(60472086)和博士点基金(20050701014)资助课题

缘^[9,10]。

在模型式(1)中, $\mathbf{H}$ 为单位矩阵时, 图像恢复问题就退化为容易处理的图像去噪问题。由于小波基良好的时频局部化、多分辨、去相关等特性, 近年来基于小波的图像去噪方法被广泛深入地研究并且得到了许多有效的去噪算法。例如, 小波域混合尺度高斯模型图像去噪算法^[11]和小波域双重局部维纳滤波图像去噪算法^[12]等。本文联合使用图像小波去噪和全变差正则化, 提出了一种盲图像恢复的迭代算法。算法交替使用两个最小化求解问题: 模糊辨识阶段使用全变差正则化; 图像恢复阶段使用小波去噪和全变差正则化。仿真结果和不同方法的对比表明: 本文提出的算法比已有的一些算法更有效。

2 本文算法

2.1 观测模型的分解子模型表示

假设 θ 为原图像小波变换后的小波域系数, 即 $f = \mathbf{W}\theta$, 其中 $\mathbf{W}$ 是正交小波变换。则式(1)可写为

$$g = \mathbf{H}\mathbf{W}\theta + n \quad (2)$$

式(2)可以进一步表示成

$$g = \mathbf{H}(\mathbf{W}\theta + \alpha n) + n - \alpha \mathbf{H}n = \mathbf{H}z + n_1 \quad (3)$$

其中 $z = \mathbf{W}\theta + \alpha n$, $n_1 = n - \alpha \mathbf{H}n$, α 是一个待定参数。式(3)的分解使得式(2)的观测模型可以描述为下面两个相互关联的子模型:

$$\begin{cases} z = \mathbf{W}\theta + \alpha n \\ g = \mathbf{H}z + n_1 \end{cases} \quad (4)$$

按照关联模型式(4), 可以先得到过渡图像 z , 然后通过小波去噪得到最终的恢复图像。图像恢复是一个典型病态问题, 对噪声非常敏感。而去噪算法对噪声是稳健的, 也就是说, 随着噪声增强, 恢复图像质量缓慢下降。因此, 希望式(4)中噪声 n_1 的方差尽可能小。点扩散函数已知情况下, 可以按照下面定理的结论选择最优的参数 α 。

定理 1 假定点扩散函数 $h(m, n)$ 已知, 则当 $\alpha = h(0, 0) / \|h\|_2^2$ 时, 噪声 $n_1 = n - \alpha \mathbf{H}n$ 的方差最小。

证明 由于 n 是零均值、方差为 σ^2 的高斯白噪声, 容易推导

$$\begin{aligned} \text{var}(n_1) &= E\{n_1 n_1^T\} = E\{(n - \alpha \times h * n)(n - \alpha \times h * n)^T\} \\ &= \sigma^2 - 2\alpha \sigma^2 \sum_{k,l} h(k, l) \delta(k, l) + \alpha^2 \sigma^2 \sum_{k,l} h(k, l) \\ &\quad \cdot \sum_{k',l'} h(k', l') \delta(k - k', l - l') = \sigma^2 (1 - 2\alpha h(0, 0) + \alpha^2 \|h\|_2^2) \end{aligned}$$

对 α 求导并令它等于零, 得到最小值点是

$$\alpha = h(0, 0) / \|h\|_2^2 \quad \text{证毕}$$

在对点扩散函数 h 和过渡图像 z 没有任何先验知识的前提下, 文献[4]中使用全变差正则化的方法对图像进行恢复, 其代价函数为

$$\begin{aligned} \min_{z,h} C(z, h) &= \min_{z,h} \frac{1}{2} \|h * z - g\|_{L^2(\Omega)}^2 \\ &\quad + \alpha_1 \int_{\Omega} |\nabla z| dx dy + \alpha_2 \int_{\Omega} |\nabla h| dx dy \end{aligned} \quad (5)$$

其中 α_1 和 α_2 为正的参数, 调节图像迭代恢复时对过渡图像 z 和点扩散函数 h 的置信度, Ω 为图像的范围, ∇z 和 ∇h 分别表示 z 和 h 的梯度。本文算法的模型框图如图 1 所示。

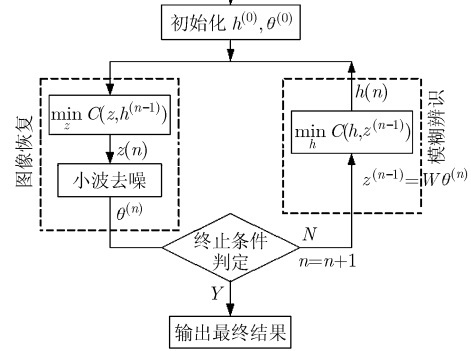


图 1 本文算法框图

2.2 图像恢复

假设经过第 $n-1$ 次迭代, 已经得到点扩散函数 $h^{(n-1)}$, 则根据式(5), 过渡图像 $z^{(n)}$ 可通过下式求解:

$$\begin{aligned} \partial C(z^{(n)}, h^{(n-1)}) / \partial z^{(n)} &= h^{(n-1)}(-x, -y) * (h^{(n-1)} * z^{(n)} - g) \\ &\quad - \alpha_2 \cdot \nabla \cdot (\nabla z^{(n)} / |\nabla z^{(n)}|) = 0, \quad x, y \in \Omega \end{aligned} \quad (6)$$

但是式(6)是一个非线性偏微分方程, 无法求出其解析解, 只能对其线性化处理后求其近似的数值解。在众多求解非线性偏微分方程问题数值解得算法中, 不动点算法以其简单且鲁棒性好而被经常采用。本文中选用不动点法对式(6)进行线性化后求数值解。同时为了避免式(6)中的 $1/|\nabla z|$ 项的奇异性, 引入一个正的参数 β , 将 $1/|\nabla z|$ 变为 $1/\sqrt{|\nabla z|^2 + \beta}$, 则式(6)变为

$$\begin{aligned} h^{(n-1)}(-x, -y) * (h^{(n-1)} * z^{(n)} - g) - \alpha_2 \cdot \nabla \\ \cdot \left(\nabla z^{(n)} / \sqrt{|\nabla z^{(n)}|^2 + \beta} \right) = 0, \quad x, y \in \Omega \end{aligned} \quad (7)$$

为了获得有意义的解, 需要对过渡图像 $z^{(n)}$ 进行非负性的约束, 即

$$z^{(n)}(x, y) = \begin{cases} z^{(n)}(x, y), & z^{(n)}(x, y) > 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}, \quad x, y \in \Omega \quad (8)$$

在得到 $z^{(n)}$ 后, 理论上任何一种去除图像中高斯白噪声的算法都可以用来对过渡图像进行去噪来得到对原始图像的一个估计。为了在增加尽可能小的计算量的同时获得尽可能好的去噪效果, 本文选择文献[12]的基于方向窗的小波域双重局部维纳滤波算法对 $z^{(n)}$ 进行去噪。

假设已经给定两个小波基, 首先使用第 1 个小波基对 $z^{(n)}$ 进行小波分解, 在小波的 3 个高频子带中估计信号的能量分布:

$$\hat{\sigma}^2(i, j) = \left(\frac{1}{\#R} \sum_{(p,q) \in R} y^2(i+p, j+q) - (\alpha\sigma)^2 \right)_+ \quad (9)$$

其中 $y(i, j)$ 为图像 $z^{(n)}$ 在第 1 个小波基下的小波系数, $(\cdot)_+ = \max\{0, \cdot\}$, R 和 $\#R$ 分别表示方向窗及窗中像素的个数。在 3 个高频子带中使用的方向窗同文献[12]中。在估计出信号的能量分布后, 在小波域作局部维纳滤波来得到图像 $\hat{s}$:

$$\hat{s}(i, j) = \frac{\hat{\sigma}^2(i, j)}{\hat{\sigma}^2(i, j) + (\alpha^{(n)}\sigma^{(n)})^2} y(i, j) \quad (10)$$

把图像 $\hat{s}$ 和 $z^{(n)}$ 在第 2 个小波基下再进行小波分解后再次估计信号的能量分布, 不同的是这时信号的能量分布是由图像 $\hat{s}$ 的小波系数估计的, 即

$$\tilde{\sigma}^2(i, j) = \frac{1}{\#A} \sum_{(p,q) \in A} y_2(i+p, j+q) \quad (11)$$

其中 $y_2(i, j)$ 是图像 $\hat{s}$ 在第 2 个小波基下的小波域系数, A 是第 2 次维纳滤波中使用的方向窗。然后再进行一次小波域的局部维纳滤波来得到最终的去噪结果:

$$\theta^{(n)}(i, j) = \frac{\tilde{\sigma}^2(i, j)}{\tilde{\sigma}^2(i, j) + (\alpha^{(n)}\sigma^{(n)})^2} y_2(i, j) \quad (12)$$

2.3 模糊辨识

假设经过第 $n-1$ 次迭代, 已经得到对原始图像的一个估计 $\theta^{(n)}$, 因为在图像恢复中已经进行过去噪, 此时噪声很小, 可令 $z^{(n-1)} \approx W\theta^{(n)}$, 则, 点扩散函数 $h^{(n)}$ 可以通过下式求解:

$$\partial C(h^{(n)}, z^{(n-1)}) / \partial h^{(n)} = z^{(n-1)}(-x, -y) * (z^{(n-1)} * h^{(n)} - g) - \alpha_2 \cdot \nabla \cdot (\nabla h^{(n)} / |\nabla h^{(n)}|) = 0, \quad x, y \in \Omega \quad (13)$$

类似式(6)的求解, 用不动点法对式(13)进行线性化后求数值解。为避免式(13)中 $1/|\nabla h|$ 项的奇异性, 也将 $1/|\nabla h|$ 变为 $1/\sqrt{|\nabla h|^2 + \beta}$, 则式(13)变为

$$z^{(n-1)}(-x, -y) * (z^{(n-1)} * h^{(n)} - g) - \alpha_2 \cdot \nabla \cdot \left(\nabla h^{(n)} / \sqrt{|\nabla h^{(n)}|^2 + \beta} \right) = 0, \quad x, y \in \Omega \quad (14)$$

式(14)的解是不唯一的, 为了获得有意义的解, 需要根据实际物理系统特性对点扩散函数 h 进行非负性、中心对称性和归一化约束, 即

$$\left. \begin{aligned} h^{(n)}(x, y) &= \begin{cases} h^{(n)}(x, y), & h^{(n)}(x, y) > 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \\ h^{(n)}(x, y) &= \frac{[h^{(n)}(-x, -y) + h^{(n)}(x, y)]}{2} \\ h^{(n)}(x, y) &= \frac{h^{(n)}(x, y)}{\int_{\Omega} h^{(n)}(x, y) dx dy} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

3 实验结果

本文采用与文献[4]相同的 256×256 个像素的卫星图像作为测试图像并同文献[4]的恢复效果作比较来验证本文算法的有效性。图像盲恢复的性能采用信噪比衡量。

仿真试验中, 全变差正则化的参数参照文献[4]中的方法选择。在小波去噪部分, 对含噪图像做 5 层非下采样小波分解, 第一重局部维纳滤波中选用 ‘db4’ 小波, 方向窗的参数为 $l=2, 3, 3, 4, 4, a=2$; 第二重局部维纳滤波中选用 ‘sym8’ 小波, 方向窗参数取为 $l=1, 2, 2, 3, 3, a=2$ 。上面假定噪声的方差都是已知的, 但在实际中噪声的方差都需要被估计出来。仿真实验中每次迭代时噪声的标准差使用常用的小波域绝对中值估计子来估计。

第 1 个试验选用半径为 9 的圆盘状点扩散函数对原始图像进行模糊。图 2(a), 2(b), 2(c), 2(d) 分别给出了原始的清晰图像, 使用圆盘状点扩散函数模糊再加高斯白噪声后的降质图像, 采用文献[4]方法的恢复图像和采用本文方法的恢复图像。通过对比, 可以明显地看出: 采用本文算法的恢复效果要明显的好于采用文献[4]算法的恢复效果, 有效地消除了文献[4]恢复算法所造成的恢复图像的斑点现象。在信噪比方面, 本文算法比文献[4]算法的恢复信噪比提高了 0.7dB, 有了较大的提高。

第 2 个试验改用大小为 13×13 , 标准差为 2 的高斯点扩散函数对原始图像进行模糊。模糊再加高斯白噪声后的降质图像, 采用文献[4]方法的恢复图像和采用本文方法的恢复图像分别如图 3(a), 3(b), 3(c) 所示。可以看出从视觉效果和 SNR 上采用本文算法的恢复效果同样好于采用文献[4]算法的恢复效果。

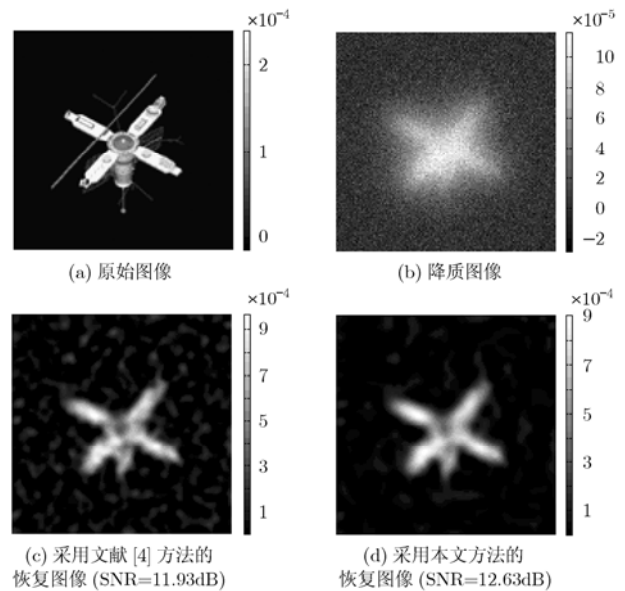


图2 采用圆盘状点扩散函数的恢复效果

在计算复杂度方面, 文献[4]算法中每次迭代时使用的共轭梯度法的计算复杂度为 $O(N \log_2 N)$, 本文算法在它的基础上主要是增加了小波变换的计算复杂度 $O(N)$, 故本文算法的计算复杂度也为 $O(N \log_2 N)$ 。

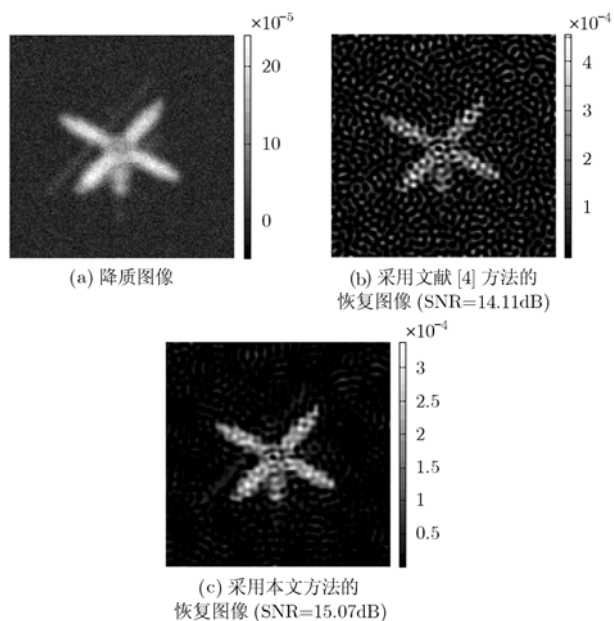


图 3 采用高斯状点扩散函数的恢复效果

4 结束语

盲图像恢复问题一直是一个具有挑战性的问题。本文提出了一种基于小波和全变差的盲图像恢复算法。通过把噪声分为两部分,使问题可以使用交替最小化结构求解:即在模糊辨识阶段,使用全变差正则化算法;在图像恢复阶段,使用小波去噪和全变差正则化相结合的算法。实验结果与其它方法的比较表明本文算法能获得更好的恢复效果。

参 考 文 献

- [1] Andrews H C and Hunt B R. Digital Image Restoration. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 1977, Chapter 2.
- [2] Kundur D and Hatzinakos D. Blind image deconvolution, IEEE Signal Processing Magazine, 1996, 5: 43-64.
- [3] Chen L and Yap K H. A soft double regularization approach

to parametric blind image deconvolution. *IEEE Trans. on Image Processing*, 2005, 14(5): 624-633.

- [4] Chan T F and Wong C K. Total variation blind deconvolution. *IEEE Trans. on Image Processing*, 1998, 7(3): 370-375.
- [5] Figueiredo M A T and Nowak R D. An EM algorithm for wavelet-based image restoration. *IEEE Trans. on Image Processing*, 2003, 12(8): 906-916.
- [6] Wang G and Zhang J, *et al.* Solution of inverse problems in image processing by wavelet expansion, *IEEE Trans. on Image Processing*, 1995, 4(5): 579-593.
- [7] Liu J and Moulin P. Complexity-regularized image denoising. *IEEE Trans. on Image Processing*, 2001, 10(6): 841-851.
- [8] Belge E and Kilmer M, *et al.* Wavelet domain image restoration with adaptive edge-preserving regularization. *IEEE Trans. on Image Processing*, 2000, 9(4): 597-608.
- [9] Dobson D C and Santosa F. Recovery of blocky images form noisy and blurred data. *SIAM J. Appl. Math.*, 1995, 56: 1181-1198.
- [10] Acer R and Vogel C R. Analysis of total variation penalty methods. *Inverse Problem*, 2004, 10: 1217-1229.
- [11] Portilla J and Strela V, *et al.* Image denoising using scale mixtures of Gaussians in the wavelet domain. *IEEE Trans. on Image Processing*, 2003, 12(11): 1338-1351.
- [12] Shui P L. Image denoising algorithm via doubly local Wiener filtering with directional windows in wavelet domain. *IEEE Signal Processing Letters*, 2005, 12(10): 681-684.

周祚峰: 男, 1982 年生, 博士生, 研究方向为小波理论及其在图像去噪、图像恢复和滤波器设计等方面的应用.

水鹏朗: 男, 1967 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为小波理论及其应用、信号检测、时频分析、滤波器设计等.