

基于并行全相位点通滤波的高性能互素谱分析方法

黄翔东^{①②} 单宇轩^{①②} 王 健^{*②③}

^①(天津大学电气自动化与信息工程学院 天津 300072)

^②(天津大学青岛海洋技术研究院 青岛 266200)

^③(天津大学微电子学院 天津 300072)

摘 要: 为根本消除欠采样宽频谱分析中的伪峰副效应, 该文提出基于并行全相位点通滤波的高性能互素谱分析方法。通过剖析经典互素谱分析的机理, 指出产生伪峰效应的根源在于上、下通道的多相滤波支路之间存在多余的重叠边界频带。故借助全相位点通滤波器组来取代经典互素谱的原型滤波器, 并且推导出基于并行点通滤波的互素谱分析流程。理论分析和仿真实验均表明, 新的方法显著改善谱分析性能: 不仅从根本上消除了伪峰产生的可能, 而且相比于经典互素谱分析还大大提升了谱分辨率, 从而具有较高的密集谱成分辨识性能。在软件无线电、雷达探测、无源定位、海事无线电等领域有广泛应用前景。

关键词: 信号处理; 互素谱分析; 伪峰副效应; 欠采样; 点通滤波; 分辨率

中图分类号: TN 911.72

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2020)03-0613-08

DOI: 10.11999/JEIT190317

High-performance Co-prime Spectral Analysis Method Based on Paralleled All-phase Point-pass Filtering

HUANG Xiangdong^{①②} SHAN Yuxuan^{①②} WANG Jian^{*②③}

^①(School of Electrical and Information Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

^②(Qingdao Institute of Ocean Technology, Tianjin University, Qingdao 266200, China)

^③(School of Microelectronics, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: In order to completely remove the spurious-peak side effect in the undersampling based wide-band spectral analysis, this paper proposes a high-performance co-prime spectral analysis method based on paralleled all-phase point-pass filtering. On basis of a deep analysis on the mechanism of the classical co-prime spectral analysis, it is discovered that this spurious-peak side effect arises from those redundant overlapping boundary-bands related to distinct polyphase filtering branches between the up data path and the down data path. Therefore, through replacing the prototype filters in the classical co-prime spectral analysis by the all-phase point-pass filtering banks, a novel co-prime analysis dataflow is derived based on paralleled all-phase point-pass filtering. Both theoretic analysis and numerical simulation show that the proposed spectral analysis method achieves remarkable performance improvement: it can not only completely remove the spurious-peak side effect, but also obtain a much higher spectral resolution than the classical co-prime analysis, thereby possessing another merit of distinguishing dense spectral components. The proposed spectral analysis method possesses vast potentials in the software-defined radio, radar detection, passive positioning and marine wireless communication etc.

Key words: Signal processing; Co-prime spectral analysis; Spurious-peak side effect; Undersampling; Point-pass filtering; Resolution

收稿日期: 2019-05-05; 改回日期: 2019-10-31; 网络出版: 2019-11-11

*通信作者: 王健 1016204014@tju.edu.cn

基金项目: 青岛海洋科学与技术国家实验室2016开放基金(QNLM2016OPR0411), 国家自然科学基金(61671012), 973计划(6133190102)

Foundation Items: Qingdao National Laboratory for Marine Science and Technology 2016 Open Fund (QNLM2016OPR0411), The National Natural Science Foundation of China (61671012), 973 Program (6133190102)

1 引言

在认知无线电^[1]、雷达探测、无源定位^[2]、海事无线电^[3]等领域,广泛存在宽频谱探测的应用需求。而随着物联网、第5代移动通信等近距离通信的使用频段日益提高,传统谱分析方法受到香农采样定理(即采样频率不小于模拟信号最高频率分量的2倍)的限制,导致现有模数转换器的采样速率、功耗以及硬件成本都难以满足高速采样的工程要求。因而欠采样下稀疏样本的谱分析算法设计成为目前信号处理领域中急需突破的瓶颈问题。

为获得稀疏样本,国内外提出3种压缩采样方法:多陪集(Multi-coset)采样^[4]、随机解调器采样^[5]、调制宽带转换器(Modulated Wideband Converter, MWC)采样^[6],然而这些采样方式存在采样通道数过多(如多陪集采样)、附加硬件电路过复杂(如随机解调器采样和MWC采样)等缺陷,故仍难以实现工程应用。近年来Vaidyanathan等人^[7-9]提出的互素采样方法,仅仅需要两路并行的稀疏欠采样(要求两路采样的下采样因子 M 和 N 数值满足互素关系),进一步借助互素谱分析算法即可检测出频谱位置,故成为欠采样宽带谱分析的可行方法。

互素谱有两种实现方式:(1)基于自相关函数转化的互素谱分析^[10],其基本思路是将两路欠采样样本之间的原始互相关矩阵映射为Nyquist样本意义上的自相关函数估计,进而借助傅里叶变换而生成功率谱;然而由于互素欠采样丢弃了大量样本,使得自相关映射往往是不充分的,最终导致估计的功率谱性能差强人意;(2)基于IDFT(Inverse Discrete Fourier Transform)滤波器组的互素谱分析方法^[11],该方法通过将两路互素下采样样本分别进行并行多相滤波,进而对其滤波结果做IDFT,最终对两路IDFT输出做互相关扫描,最终获得全景的功率谱分析结果。

需指出,对于基于IDFT滤波器组的互素谱分析方法,由于受到滤波器传输特性和欠采样样本不足的影响,其生成的全景谱仍存在伪峰、分辨率不足的缺陷。为克服该缺陷,文献^[12]中提出基于全相位滤波的经典互素谱分析方法,利用全相位滤波器的优良的抑制谱泄漏性能,达到了消除全频带的小幅度伪峰的效果;另外,文献^[11]中提出基于相移措施的互补互素谱分析器概念,基于此构造“指示器”用以甄别经典互素谱分析的伪峰,但该指示器因需要设置诸多判别阈值,而限制了其工程应用。

为根本上解决经典互素谱分析中的消除伪峰问题,本文将深入剖析互素谱分析的伪峰副效应的产生机理,指出其根源在于“互素谱分析中的上、下

通道的多相滤波支路之间存在多余的重叠边界频带”,故有针对性地引入点通滤波器组^[14]来取代经典互素谱的原型滤波器,并推导出新型的基于并行点通滤波器的互素谱分析流程。理论分析和仿真实验均表明,本文所提新型互素谱分析方法,不仅从根本上消除了伪峰产生的可能,而且相比于经典互素谱分析还大大提升了谱分辨率,从而具有较高的密集谱成分辨识性能。具有较高的工程应用价值。

2 经典互素谱分析原理及性能分析

2.1 经典互素谱分析流程

假定Nyquist采样速率为 F_{Nyq} , M 与 N 为互素整数对(则其数字角频率分辨单元 $\Delta\omega = 2\pi/MN$)。经典互素谱分析流程如图1所示:用两个采样率分别为 F_{Nyq}/N 和 F_{Nyq}/M 的模数转换器对模拟信号 $x(t)$ 进行欠采样得离散信号 $x_u(n)$ 和 $x_v(n)$ (相当于以抽取因子 N 和 M 对Nyquist高速率数据流 $x(n)$ 做并行下采样而得),进而借助子滤波器组 $E_0(z), E_1(z), \dots, E_{M-1}(z)$ 与 $R_0(z), R_1(z), \dots, R_{N-1}(z)$ 分别对 $x_u(n)$ 和 $x_v(n)$ 进行多相滤波分解,从而在上、下半通道分别输出更低的数据流 $\tilde{x}_{u,0}(n), \tilde{x}_{u,1}(n), \dots, \tilde{x}_{u,M-1}(n)$ 与 $\tilde{x}_{v,0}(n), \tilde{x}_{v,1}(n), \dots, \tilde{x}_{v,N-1}(n)$,进一步对上半通道的数据流进行 M 点IDFT获得输出 $u_0(MNn), u_1(MNn), \dots, u_{M-1}(MNn)$,对下半通道的数据流进行 N 点IDFT而获得输出 $v_0(MNn), v_1(MNn), \dots, v_{N-1}(MNn)$,进而对上、下通道的各支路输出进行互相关计算扫描,输出其功率谱估计值 $S_{xx}(\omega_i)$,即

$$S_{xx}(\omega_i) \approx E[u_k(MNn)v_l^*(MNn)] \quad (1)$$

式(1)中, $\omega_i = i\Delta\omega$ 。文献^[7]指出, k 和 l 分别为频率序号 i 模除 M 和 N 后的余数,即

$$k = i \bmod M, \quad l = i \bmod N \quad (2)$$

图1中子滤波器 $E_k(z)$ 和 $R_l(z)$ 分别从截止频率为 π/M 和 π/N 的理想低通滤波器 $H(z)$ 和 $G(z)$ 中做多相分解而得,即

$$\left. \begin{aligned} H(z) &= \sum_{k=0}^{M-1} z^{-k} E_k(z^M) \\ G(z) &= \sum_{l=0}^{N-1} z^{-l} R_l(z^N) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

若其中 $H(z)$ 和 $G(z)$ 的频率响应满足

$$\left. \begin{aligned} H(e^{j\omega}) &= \begin{cases} 1, & |\omega| < \pi/M \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \\ G(e^{j\omega}) &= \begin{cases} 1, & |\omega| < \pi/N \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

则图1的系统可在 $[0, f_{Nyq}]$ 范围内形成全景谱输出。

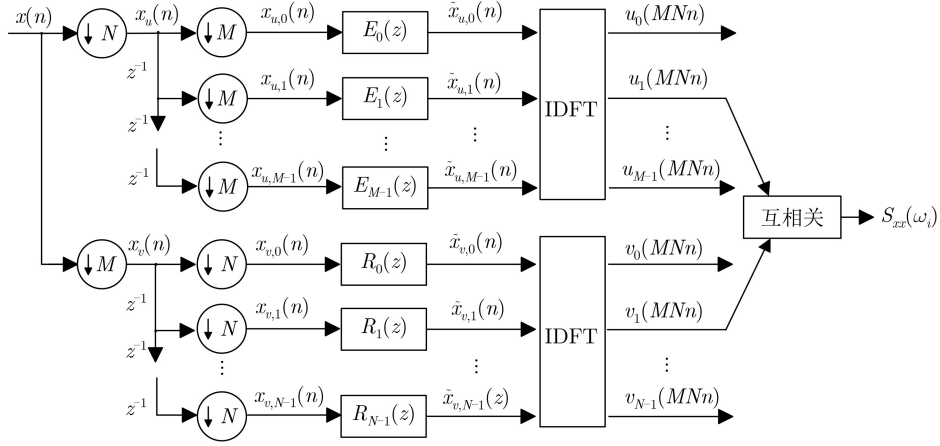


图1 经典互素谱分析流程

2.2 经典互素谱分析原理及伪峰产生原因

令 $W_M = e^{-j2\pi/M}$, $W_N = e^{-j2\pi/N}$ 。根据文献[7], 式(1)中的互相关运算等效为原Nyquist速率信号 $x(n)$ 经过联合乘积滤波器 $F_{k,l}(z) = H(z^N W_M^k) G(z^M W_N^l)$ 的功率输出 $S_{xx}(\omega_i)$, 其中 $H(z^N W_M^k)$ 为对滤波器 $H(z)$ 压缩 N 倍后再向右平移 k 个 $\Delta\omega$ (相应产生如图2所示的 $N-1$ 个镜像谱) 后的频率响应; 同理, $G(z^M W_N^l)$ 为对滤波器 $G(z)$ 压缩 M 倍后再向右平移 l 个 $\Delta\omega$ 后的频率响应。图2给出 $M=4$, $N=3$ 时上、下通道各子滤波器的传输曲线。

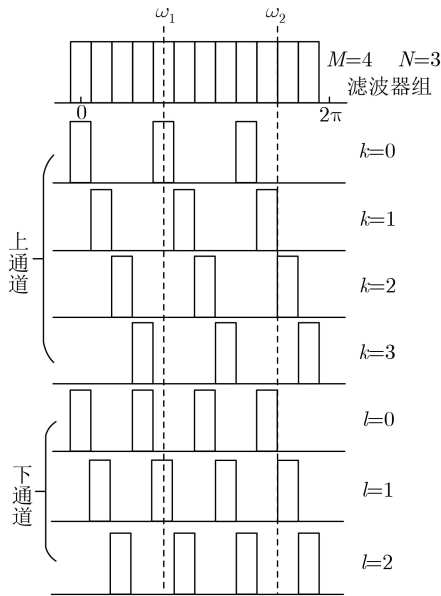


图2 理想情况下原始互素谱多相子滤波器的传输曲线

从图2看出, 由于 M 和 N 存在互素关系, 对于任意频率 ω , 一般情况下, 存在唯一的余数对 (k, l) , 使得单个 $H(z^N W_M^k)$ 与单个 $G(z^M W_N^l)$ 产生重叠频带(如图2虚线1所示, ω_1 对应为 $k=0, l=1$), 最终输出的全景谱 $S_{xx}(\omega)$ 仅有1根期望的谱峰; 但若 ω 位于子滤波器边界频率附近时, 则存在2个

$H(z^N W_M^k)$ 与2个 $G(z^M W_N^l)$ 产生重叠频带(如图2虚线2所示, ω_2 对应为 $k_1=1, k_2=2$ 和 $l_1=0, l_2=1$)。此时余数对 (k, l) 可衍生出4种组合 (k_1, l_1) , (k_1, l_2) , (k_2, l_1) 和 (k_2, l_2) , 即使原型滤波器 $H(z)$, $G(z)$ 为理想滤波器, 全景谱必然会产生其他3根伪谱峰。

3 基于并行全相位点通滤波的消除伪峰措施

3.1 子频率响应分组

既然互素谱伪峰是由于子滤波器 $H(z^N W_M^k)$ 与 $G(z^M W_N^l)$ 之间存在多余的重叠边界频带而产生, 若从根本上消除边界频带重叠的可能性, 则可彻底消除伪峰。基于此, 不妨将 $H(z^N W_M^k)$ 和 $G(z^M W_N^l)$ 都均匀分为 Q 组, 以 $Q=2$ 为例, 图3给出各组上、下通道窄带频响与频率位置的对应关系(白色为第1组, 阴影为第2组)。

对比图1和图3可看出, 对于 ω_1 所指的一般情况, 经过分组后, 只有第1组(白色)的 $k=0, l=1$ 所示的上、下通道子频响才有重叠频带, 而第2组(阴影)则完全不存在重叠频带; 对于 ω_2 所指的特殊边界情况, 则存在两种重叠频带可能: 即第1组(白色)的 $k=2, l=1$ 所示的上、下通道的子频响, 以及第2组(阴影)的 $k=1, l=0$ 所示的上、下通道的子频响; 既然对于每组情况, 最多只有1种重叠频带可能, 则可用带宽仅为 $2\pi/MQ$ 和 $2\pi/NQ$ 的窄带滤波器组 $\{P_H^{(q)}(z), q=0, 1, \dots, Q-1\}$ 和 $\{P_G^{(q)}(z), q=0, 1, \dots, Q-1\}$ 取代原型滤波器 $H(z)$ 和 $G(z)$, 对于第 q 组窄带滤波情况, 根据经典互素谱分析流程得出其谱输出 $S_{xx}(\omega)$, $\omega \in \Gamma_q$, 其中集合 Γ_q 由起始点为 $-\pi/MN + q2\pi/MNQ$ 、均匀间距为 $2\pi/MN$ 的 MN 个的数字角频率组成, 即

$$\Gamma_q = \left\{ \omega_i^{(q)} \mid \omega_i^{(q)} = -\frac{\pi}{MN} + q\frac{2\pi}{MNQ} + i\frac{2\pi}{MN}, i = 0, 1, \dots, MN-1 \right\} \quad (5)$$

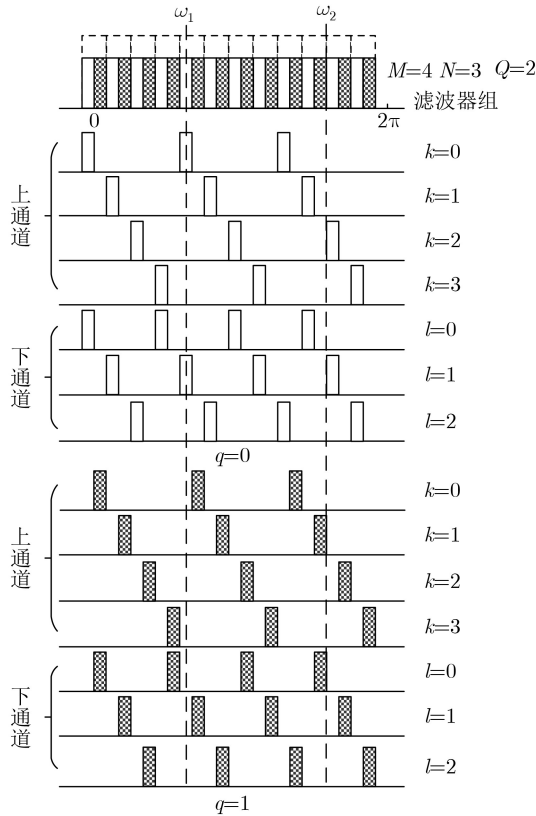


图3 各组上、下通道窄带频响与频率位置的对应关系

最后, 将所有分组的谱输出进行合并, 即可得到最终的谱分析结果 $S_{xx}(\omega)$, $\omega \in \Gamma$, 其中集合 Γ 为各个角频率子集的并集, 即

$$\Gamma = \Gamma_0 \cup \Gamma_1 \cdots \cup \Gamma_{Q-1} \quad (6)$$

图4给出改进后的基于并行窄带滤波的互素谱分析流程: 其中窄带滤波器组 $\{P_H^{(q)}(z), q = 0, 1, \dots, Q-1\}$ 和 $\{P_G^{(q)}(z), q = 0, 1, \dots, Q-1\}$ 的设计是关键所在。

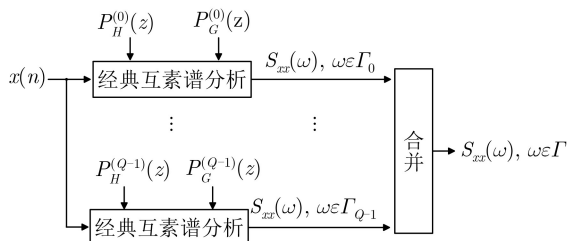


图4 基于并行窄带滤波的互素谱分析流程

3.2 全相位点通滤波器

本文根据文献[14]提出的陷波器设计 $q = 0$ 所对应的窄带FIR滤波器, 长度为 $2MQ - 1$, 系数 $p_H^{(0)}(n)$ 为

$$p_H^{(0)}(n) = w_c(n)e^{-j\pi n/M}, n \in [-MQ+1, MQ-1] \quad (7)$$

其中, $w_c(n)$ 由长度为 MQ 的对称窗 $f(n)$ 与翻转的矩形窗 $R(n)$ 卷积而成, 即

$$w_c(n) = f(n) * R(-n) \quad (8)$$

$w_c(n)$ 由于矩形窗傅里叶变换具有 $\delta(\cdot)$ 函数的采样性质, 该设计本质上遵循了文献[15]所提出的全相位设计法。令 $\Delta\tilde{\omega}_1 = 2\pi/MQ$, 文献[16]指出, 卷积窗傅里叶变换同样满足该采样性质即

$$W_c(e^{j\omega})|_{\omega=k\Delta\tilde{\omega}_1} = \delta(k) = \begin{cases} 1, & k=0 \\ 0, & k \neq 0 \end{cases} \quad (9)$$

进一步用因子 MQ 对 $w_c(n)$ 做归一化后, 结合傅里叶变换的频域性质, 联立式(7)与式(9), 可推出窄带滤波器 $p_H^{(0)}(n)$ 的频谱 $P_H^{(0)}(e^{j\omega})$ 在采样点 $\omega_k = -\pi/M + k\Delta\tilde{\omega}_1$ 上满足

$$P_H^{(0)}(e^{j\omega_k}) = \begin{cases} 1, & k=0 \\ 0, & k \neq 0 \end{cases} \quad (10)$$

类似地, 对于下通道滤波, 设定 $q = 0$ 所对应的窄带FIR滤波器长度为 $2NQ - 1$, 系数 $p_G^{(0)}(n)$ 为

$$p_G^{(0)}(n) = \tilde{w}_c(n)e^{-j\pi n/N}, n \in [-NQ+1, NQ-1] \quad (11)$$

其中, $\tilde{w}_c(n)$ 由长度为 NQ 的对称窗 $\tilde{f}(n)$ 与翻转的矩形窗卷积而成, 用因子 NQ 对 $\tilde{w}_c(n)$ 做归一化后, 令 $\Delta\tilde{\omega}_2 = 2\pi/NQ$, 可推出窄带滤波器 $p_G^{(0)}(n)$ 的频谱 $P_G^{(0)}(e^{j\omega})$ 在采样点 $\tilde{\omega}_k = -\pi/N + k\Delta\tilde{\omega}_2$ 上满足

$$P_G^{(0)}(e^{j\tilde{\omega}_k}) = \begin{cases} 1, & k=0 \\ 0, & k \neq 0 \end{cases} \quad (12)$$

图5(a), 图5(b)分别给出了 $Q = 2$ 时, 组号 $q = 0$ 在 $\omega \in [-\pi, \pi]$ 范围内上、下通道原型窄带滤波器的幅频曲线 $|P_H^{(0)}(e^{j\omega})|$ 和 $|P_G^{(0)}(e^{j\omega})|$ 。

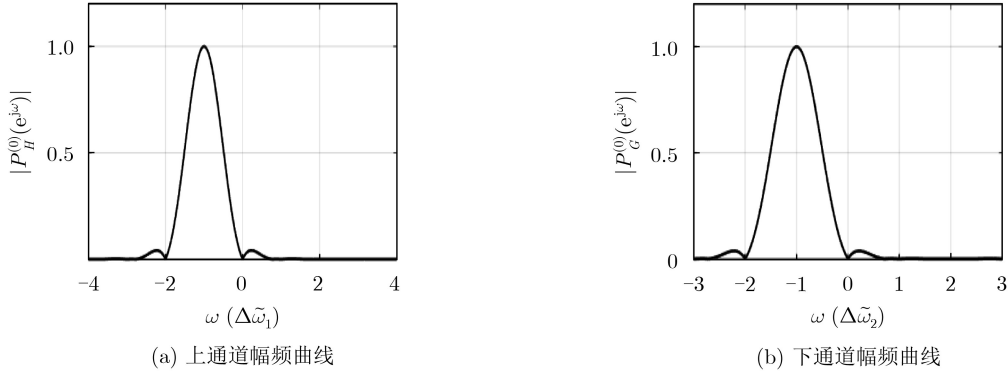
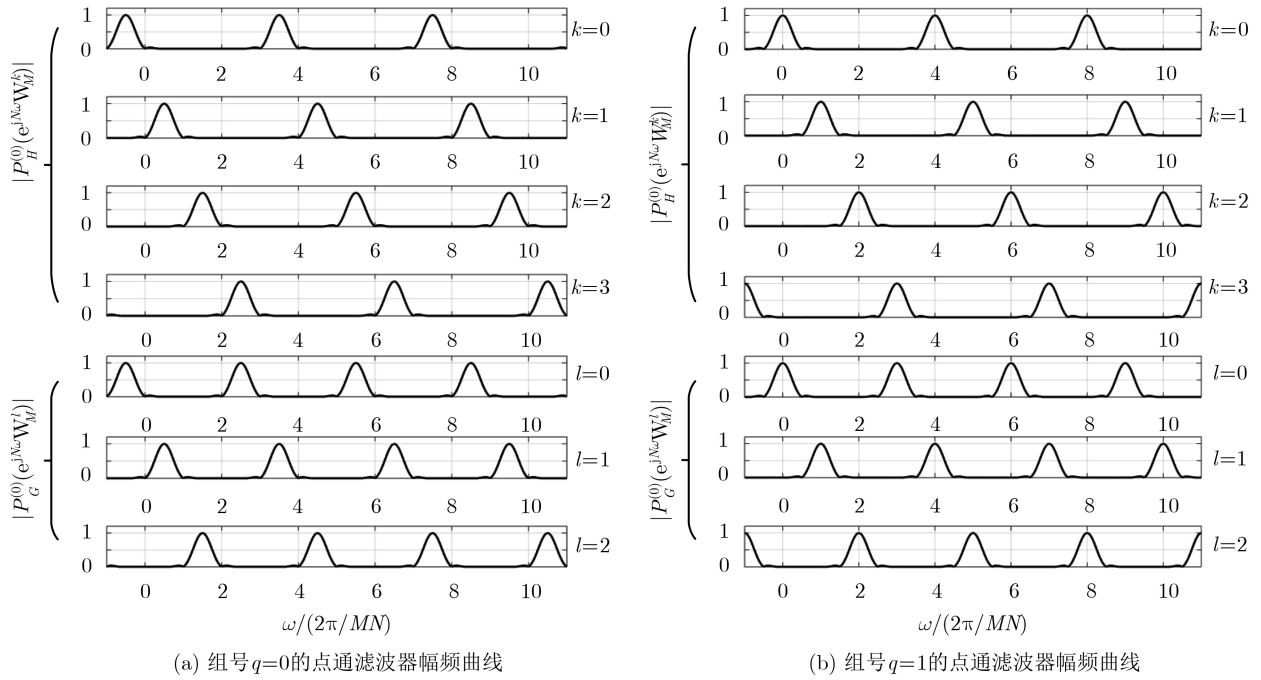
从图5可看出, 两路原型滤波器幅频响应分别在 $\omega = -\pi/M$ 和 $\tilde{\omega} = -\pi/N$ 取得极值1, 在其他采样点 $\omega_k = -\pi/M + k\Delta\tilde{\omega}_1$ 和 $\tilde{\omega}_k = -\pi/N + k\Delta\tilde{\omega}_2$ 上严格取值为0, 整体上两者都以极值频率点为中心, 其幅值向两边衰减, 即幅频曲线均呈现“点通”形状, 故将式(7)、式(11)的滤波器称之为“全相位点通滤波器”。

3.3 点通滤波器组

若将点通滤波器 $p_H^{(0)}(n)$ 和 $p_G^{(0)}(n)$ 按式(13)做相应的相移, 则可生成其他 $Q-1$ 对点通滤波器 ($q = 1, 2, \dots, Q-1$), 即

$$p_H^{(q)}(n) = p_H^{(0)}(n)e^{jq\Delta\tilde{\omega}_1 n}, p_G^{(q)}(n) = p_G^{(0)}(n)e^{jq\Delta\tilde{\omega}_2 n} \quad (13)$$

进一步, 将每一对 $p_H^{(q)}(n)$ 和 $p_G^{(q)}(n)$ 分别做内插因子为 N , M 补0操作, 并分别以频率单元 $\Delta\omega = 2\pi/MN$ 为单元做相应的频移, 即可得到滤波器组 $P_H^{(q)}(z^N W_M^k)$ 和 $P_G^{(q)}(z^M W_N^l)$ 。以 $Q = 2$ 为例, 设 $\Delta\tilde{\omega} = 2\pi/MNQ$, 图6(a), 图6(b)分别给出组号 $q = 0$ 与 $q = 1$ 的上、下通道多相子滤波器组的幅频曲线

图5 原型滤波器幅频曲线($Q=2$, 组号 $q=0$)图6 设计的点通滤波器组幅频曲线($Q=2$)

$|P_H^{(q)}(e^{jN\omega}W_M^k)|, k=0, 1, \dots, M-1$, 以 及 $|P_G^{(q)}(e^{jM\omega}W_N^l)|, l=0, 1, \dots, N-1$ 。

根据式(7)与式(13), 可证得点通滤波器频率响应 $P_H^{(q)}(e^{jN\omega}W_M^k)$ 和 $P_G^{(q)}(e^{jM\omega}W_N^l)$ 在全频域内满足

$$\left. \begin{aligned} \sum_{q=0}^{Q-1} \sum_{k=0}^{M-1} |P_H^{(q)}(e^{jN\omega}W_M^k)| &\approx 1 \\ \sum_{q=0}^{Q-1} \sum_{l=0}^{N-1} |P_G^{(q)}(e^{jM\omega}W_N^l)| &\approx 1 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

式(14)说明, 无论上、下通道, Q 个分组的所有点通滤波器满足近似幅度互补特性。另外, 可发现, 设计出的图6各幅频曲线完全印证了图3给出所期望的“对于任意频率和任意分组情况, 最多只有1种上、下通道的重叠频带可能”, 因而本文提出的基于并行点通滤波的互素谱分析方法可以生成无伪峰全景谱。

显然对于第 q 组互素谱分析, 在式(5)的频率集合 Γ_q 上可获得 MN 个功率谱观测值; 故按照图4流程将所有 Q 组互素谱输出值进行合并后, 在最终频率合集 $\Gamma = \Gamma_0 \cup \Gamma_1 \dots \cup \Gamma_{Q-1}$ 上, 共获得 MNQ 个功率谱观测值。也就是说, 相比于文献[7]给出的经典互素谱分析, 本文方法实现的谱分辨率提高为其 Q 倍。具体而言, 在 $\omega \in [0, 2\pi)$ 内, 前者的可观测频点为 $\omega_i = i2\pi/MN, i=0, 1, \dots, MN-1$, 后者的可观测频点为 $\omega_i = i2\pi/MNQ, i=0, 1, \dots, MNQ-1$ 。

4 仿真实验

本节将文献[12]提出的改进的经典互素谱分析方法和本文提出的基于并行点通滤波的高性能互素谱分析方法进行对比, 旨在验证本文方法的消除伪峰性能和提升谱分辨率的性能。

4.1 单音频信号互素谱分析

令Nyquist采样率 $F_{\text{Nyq}}=357 \text{ kHz}$, 选取互素整

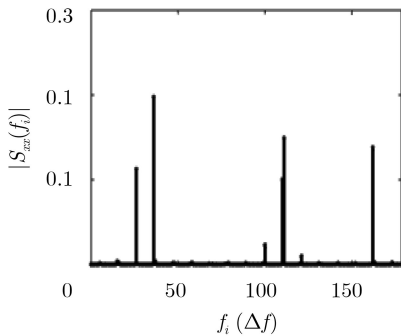
数对 $M=21$, $N=17$, 谱分辨率细化倍数 $Q=8$, 则实际两路ADC的欠采样率分别为 $F_{s1}=F_{Nyq}/N=21$ kHz, $F_{s2}=F_{Nyq}/M=17$ kHz, 经典互素谱分析的谱分辨率 $\Delta f=F_{Nyq}/MN=1$ kHz, 本文提出的高性能互素谱分析的谱分辨率 $\Delta \tilde{f}=F_{Nyq}/MNQ=0.125$ kHz。对式(15)的混合余弦信号进行欠采样谱分析

$$x(t) = \cos(2\pi f_0 t) + \cos(2\pi f_1 t) + \cos(2\pi f_2 t) + \cos(2\pi f_3 t) \quad (15)$$

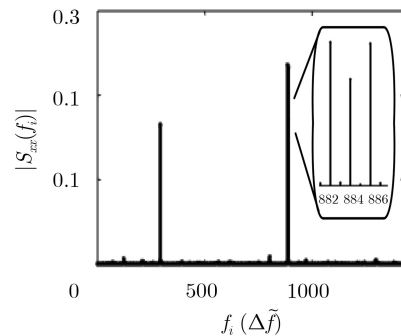
其中, $f_0=36.12$ kHz $=36.12\Delta f=288.96\Delta \tilde{f}$, $f_1=$

110.48 kHz $=110.48\Delta f=883.84\Delta \tilde{f}$, $f_2=110.26$ kHz $=882.08\Delta \tilde{f}$, $f_3=110.75$ kHz $=886\Delta \tilde{f}$ (从而有 $F_{s1}, F_{s2} \ll f_0, f_1, f_2, f_3$)。这4个成分中, f_1, f_2, f_3 的频率间隔不超过0.5 kHz, 即为不易区分的密集成分。图7(a), 图7(b)分别给出了用文献[12]提出的改进的经典互素谱分析方法和本文方法得到的谱分析结果(由于针对实信号做谱分析, 考虑到其对称性, 图7只给出左半频率轴的功率谱)。

从图7的识别结果可得出3个结论:



(a) 经典互素密集谱分析



(b) 本文的高性能互素密集谱分析

图7 密集谱分析识别结果对比

(1) 经典谱分析存在明显伪峰, 而本文方法不产生伪峰。具体而言, 对于图7(a)所描绘的经典谱分析, 除了在期望的 $i=36, 110, 111$ 处出现谱峰外, 还在 $i=26, 162$ 处出现不应存在的大幅值谱峰。而对于图7(b)所描绘的本文方法的谱图, 仅在期望的位置 $i=288, 882, 884, 886$ 处出现谱峰, 正好与4个频率成分相吻合。

(2) 本文方法的谱分辨率为经典谱分析方法的 Q 倍, 表现为图7(b)的观测频点数目为图7(a)的 $Q=8$ 倍。

(3) 从图7(a)可看出, 经典互素谱分析无法区分3个密集成分 f_1, f_2, f_3 ; 而从图7(b)的放大图可看出, 本文提出的高性能互素谱分析方法, 可清晰地分辨出这3个密集成分, 具体而言, f_1 精确落在 $i=884$ 处, f_2 和 f_3 分别精确落在 $i=882$ 和 886 处, 这充

分体现了所提出的并行点滤波措施在提升谱分辨率和消除伪峰的作用。

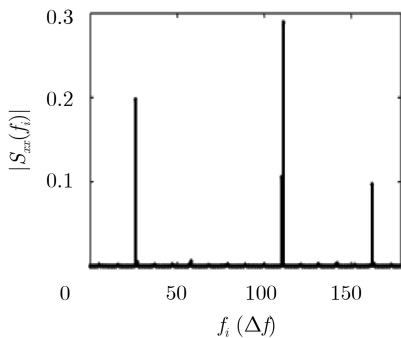
4.2 各类已调信号互素谱分析

本文方法不仅适用于分析简单余弦信号, 还可适合分析各类模拟已调信号和数字已调信号(前提是信号带宽不超过经典互素谱分析的分辨率 Δf)。

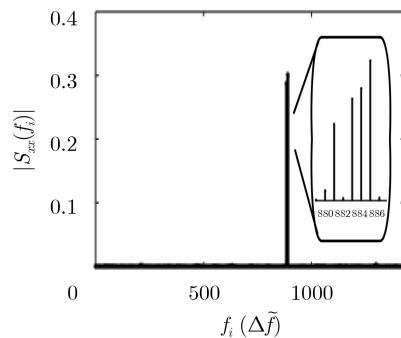
4.2.1 调幅信号谱分析

保持其他参数设置不变, 其调制信号设置为 $\sum_{i=1}^8 \cos(2\pi f_i t + \theta_i)$ (其中 f_i 在频率范围 $[0, 1000]$ 随机取值, θ_i 在 $[0, 2\pi)$ 内随机取值), 采用上边带调制方式, 载波频率 $f_c=110$ kHz $=110\Delta f=880\Delta \tilde{f}$ 。图8给出已调信号的经典互素谱分析方法与本文方法的谱分析对比结果。

从图8(a)可看出, 经典互素谱分析虽然在 $i=$



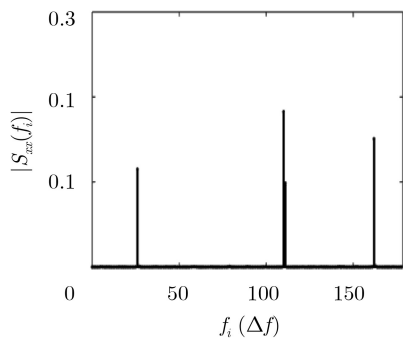
(a) 经典互素谱分析



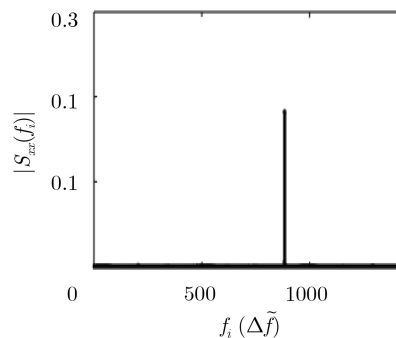
(b) 本文的高性能互素谱分析

图8 调幅信号谱分析识别结果对比

110, 111处呈现出期望的谱线(与上边带调制后信号频率 $f_i + f_c$ 处于 $[110\Delta f, 111\Delta f]$ 相符), 但在位置于 $i=26, 162$ 处还产生不期望的伪峰。从图8(b)可看出, 本文方法不仅消除这些伪峰, 并且在放大图的 $i=881, 883, 884, 885$ 处(与 $f_0 + f_{c1}$ 处于 $[880\Delta\tilde{f}, 888\Delta\tilde{f}]$ 相符), 还可分辨出调制信号包含的4个余弦成分,



(a) 经典互素谱分析



(b) 本文的高性能互素谱分析

图9 调频信号谱分析识别结果对比

图9的谱分析识别结果表明: 本文提出的方法仍只在 $i=884$ 处产生期望的谱线, 除此之外, 不存在在其他伪峰。因而本文方法仍可较好地分析有限带宽的调频信号。

4.2.3 数字已调信号的谱分析

设置已调信号

$$x(t) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} d[n]g(t - nT)e^{j2\pi f_c t} \quad (16)$$

其中, $d[n]$ 为QPSK调制符号序列, 符号周期 $T=2.5$ ms(对应信号带宽 $W=2/T=800$ Hz $=0.8\Delta f$), 载

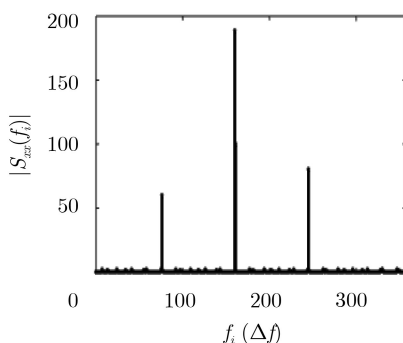
证实了本文方法具备更高的密集谱分辨性能。

4.2.2 调频信号谱分析

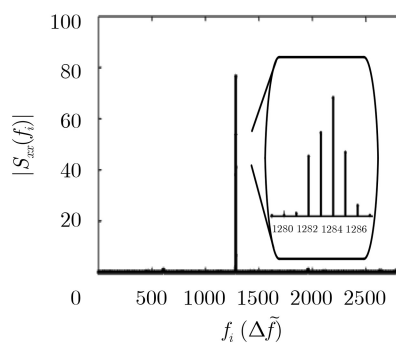
调制信号保持不变, 采用调频调制方式, 设置载波频率 $f_c=110.48$ kHz $=110.48\Delta f=883.84\Delta\tilde{f}$, 调频指数 $K_f=40$ 。图9给出已调信号的经典互素谱分析方法与本文方法的谱分析对比结果。

波频率 $f_c=160.45$ kHz $=160.45\Delta f=1283.6\Delta\tilde{f}$, 使用滚降系数为0.5的根升余弦函数作为脉冲成型函数 $g(t)$ 。图10给出经典互素谱分析方法与本文方法的谱分析对比结果(由于对复信号做谱分析, 图10给出全频率范围的功率谱)。

在图10(a)中, 除了期望的谱线位置 $i=160, 161$ 外, 经典互素谱分析结果依然存在频率位置 $i=76, 245$ 的谱峰, 而经过本文方法, 图10(b)的结果只在期望的位置 $i=1284$ 附近出现一簇谱峰。故本文方法能仍有效地分析数字已调信号。



(a) 经典互素谱分析



(b) 本文的高性能互素谱分析

图10 QPSK编码信号谱分析识别结果对比

从图8到图10的3种已调信号的谱分析结果也可发现本文方法的局限性: (1)所分析的信号带宽不能超过经典互素谱分析的分辨率单元, 这是由于点通滤波器的频率宽度不超过 Δf 决定的; (2)期望成分的谱线能量存在一定的衰减, 这是由图5所示的点通滤波器幅频曲线的尖锥形状决定的。

5 结束语

本文所提基于并行点通滤波的高性能互素谱分析方法, 其生成的全景谱不仅从根本上消除了伪峰产生的可能, 而且相比于经典互素谱分析, 根据组值 Q 成倍地提升谱分辨率, 从而具有较高的密集谱成分辨识性能。

由于本文所提谱分析方法解决了长期困扰欠采样互素谱分析领域中的伪峰效应问题, 因而本文的研究成果具有很高的工程意义, 在软件无线电、雷达探测、无源定位、海事无线电等领域有广泛应用前景。

参 考 文 献

- [1] 郑仕链, 杨小牛. 用于调制宽带转换器压缩频谱感知的重构失败判定方法[J]. 电子与信息学报, 2015, 37(1): 236–240. doi: [10.11999/JEIT140127](https://doi.org/10.11999/JEIT140127).
ZHENG Shilian and YANG Xiaoniu. A reconstruction failure detection scheme for modulated wideband converter based compressed spectrum sensing[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2015, 37(1): 236–240. doi: [10.11999/JEIT140127](https://doi.org/10.11999/JEIT140127).
- [2] DI MARTINO G and IODICE A. Passive beamforming with coprime arrays[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2017, 11(6): 964–971. doi: [10.1049/iet-rsn.2016.0517](https://doi.org/10.1049/iet-rsn.2016.0517).
- [3] 单宇轩, 王健, 黄翔东. 基于互素谱分析的海洋无线电信道感知[C]. 第十二届全国信号和智能信息处理与应用学术会议论文集, 杭州, 2018: 244–248.
SHAN Yuxuan, WANG Jian, and HUANG Xiangdong. Maritime wireless channel recognition based on Co-prime spectrum analysis[C]. The 12th China Signal and Intelligent Information Processing and Application Workshop, Hangzhou, China, 2018: 244–248.
- [4] SUN Hongjian, NALLANATHAN A, WANG Chengxiang, et al. Wideband spectrum sensing for cognitive radio networks: A survey[J]. *IEEE Wireless Communications*, 2013, 20(2): 74–81. doi: [10.1109/MWC.2013.6507397](https://doi.org/10.1109/MWC.2013.6507397).
- [5] TROPP J A, LASKA J N, DUARTE M F, et al. Beyond Nyquist: Efficient sampling of sparse bandlimited signals[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2010, 56(1): 520–544. doi: [10.1109/TIT.2009.2034811](https://doi.org/10.1109/TIT.2009.2034811).
- [6] MISHALI M and ELDAR Y C. From theory to practice: Sub-Nyquist sampling of sparse wideband analog signals[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2010, 4(2): 375–391. doi: [10.1109/jstsp.2010.2042414](https://doi.org/10.1109/jstsp.2010.2042414).
- [7] VAIDYANATHAN P P and PAL P. Sparse sensing with Co-prime samplers and arrays[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(2): 573–586. doi: [10.1109/TSP.2010.2089682](https://doi.org/10.1109/TSP.2010.2089682).
- [8] VAIDYANATHAN P P and PAL P. Theory of sparse coprime sensing in multiple dimensions[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(8): 3592–3608. doi: [10.1109/tsp.2011.2135348](https://doi.org/10.1109/tsp.2011.2135348).
- [9] VAIDYANATHAN P P and PAL P. Sparse coprime sensing with multidimensional lattice arrays[C]. 2011 Digital Signal Processing and Signal Processing Education Meeting, Sedona, USA, 2011: 425–430.
- [10] QIN Si, ZHANG Y D, AMIN M G, et al. Generalized coprime sampling of Toeplitz matrices for spectrum estimation[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(1): 81–94. doi: [10.1109/TSP.2016.2614799](https://doi.org/10.1109/TSP.2016.2614799).
- [11] HUANG Xiangdong, HAN Yiwen, YAN Ziyang, et al. Resolution doubled Co-prime spectral analyzers for removing spurious peaks[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, 64(10): 2489–2498. doi: [10.1109/TSP.2016.2526964](https://doi.org/10.1109/TSP.2016.2526964).
- [12] 黄翔东, 韩溢文, 闫子阳, 等. 基于全相位滤波的互素谱分析的高效设计[J]. 系统工程与电子技术, 2017, 39(1): 27–33.
HUANG Xiangdong, HAN Yiwen, YAN Ziyang, et al. Efficient design of co-prime spectral analysis based on all-phase filtering[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2017, 39(1): 27–33.
- [13] 黄翔东, 王兆华. 基于两种对称频率采样的全相位FIR滤波器设计[J]. 电子与信息学报, 2007, 29(2): 478–481.
HUANG Xiangdong and WANG Zhaohua. All-phase FIR filter design based on two kinds of symmetric frequency sampling[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2007, 29(2): 478–481.
- [14] 闫格, 黄翔东, 刘开华. 基于全相位窄带滤波的超分辨率时延估计[J]. 天津大学学报: 自然科学与工程技术版, 2014, 47(3): 249–254. doi: [10.11784/tdxbz201206042](https://doi.org/10.11784/tdxbz201206042).
YAN Ge, HUANG Xiangdong, and LIU Kaihua. Super-resolution time delay estimation based on all-phase narrow-band filtering[J]. *Journal of Tianjin University: Science and Technology*, 2014, 47(3): 249–254. doi: [10.11784/tdxbz201206042](https://doi.org/10.11784/tdxbz201206042).
- [15] 黄翔东, 王越冬, 靳旭康, 等. 无窗全相位FFT/FFT相位差频移补偿频率估计器[J]. 电子与信息学报, 2016, 38(5): 1135–1142. doi: [10.11999/JEIT151041](https://doi.org/10.11999/JEIT151041).
HUANG Xiangdong, WANG Yuedong, JIN Xukang, et al. No-windowed apFFT/FFT phase difference frequency estimator based on frequency-shift & compensation[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2016, 38(5): 1135–1142. doi: [10.11999/JEIT151041](https://doi.org/10.11999/JEIT151041).
- [16] 黄翔东, 徐婧文, 张博, 等. 低复杂度的可变分数时延滤波器设计[J]. 电子与信息学报, 2018, 40(4): 985–991. doi: [10.11999/JEIT170349](https://doi.org/10.11999/JEIT170349).
HUANG Xiangdong, XU Jingwen, ZHANG Bo, et al. Low-complexity design of variable fractional delay filters[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2018, 40(4): 985–991. doi: [10.11999/JEIT170349](https://doi.org/10.11999/JEIT170349).

黄翔东: 男, 1979年生, 博士, 副教授, 硕士生导师, 研究方向为滤波器设计、频谱分析等。

单宇轩: 男, 1995年生, 硕士生, 研究方向为频谱分析等。

王 健: 男, 1979年生, 高级工程师, 硕士生导师, 研究方向为无线通信等。