

# 多径环境下异步长码直接序列码分多址信号伪码序列及信息序列盲估计

周 杨\* 张天骐

(重庆邮电大学信号与信息处理重庆市重点实验室 重庆 400065)

**摘 要:** 针对低信噪比 (SNR) 下存在多径效应的传统单通道异步长码直接序列码分多址(DS-CDMA)信号伪码序列(PN)及信息序列难估计问题, 该文提出一种基于平行因子的多通道盲估计方法。该方法先将接收到的多径信号建模为多通道模型, 然后将长码DS-CDMA信号建模成短码DS-CDMA信号的缺失数据模型, 形成观测缺失数据矩阵, 并将其等效为缺失平行因子模型, 最后利用正则交替最小二乘法(ALS)对缺失平行因子进行低秩分解, 实现多径环境下长码DS-CDMA信号各用户伪码序列及信息序列的盲估计。仿真结果表明, 序列的估计性能与多径环境密切相关, 且在莱斯因子为10, 多径路数为3, 通道数为4, 用户数为6, 信噪比大于-10 dB的条件下, 伪码序列及信息序列的估计错误率均低于1%。

**关键词:** 长码直接序列码分多址信号; 缺失数据模型; 多径环境; 伪码序列; 信息序列

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2021)04-1137-08

DOI: [10.11999/JEIT200019](https://doi.org/10.11999/JEIT200019)

## Blind Estimation of the Pseudo Noise Sequence and Information Sequence for Long Code Asynchronous DS-CDMA Signal in Multipath Environment

ZHOU Yang ZHANG Tianqi

(Chongqing Key Laboratory of Signal and Information Processing, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

**Abstract:** For the problem of long code Direct Sequence-Code Division Multiple Access (DS-CDMA) signal in traditional asynchronous single-channel with multipath effect under low Signal-to-Noise Ratio (SNR), including blind estimation of the Pseudo-Noise (PN) sequence and information sequence, a method using multi-channel synchronous and asynchronous based on parallel factor is proposed. Firstly, the received signal in multipath environment is modeled as a multi-channel receiving model. And then the long code DS-CDMA signal is modeled as the short code DS-CDMA signal with missing data to form the observation missing-data matrix, which is equivalent to a parallel factor model with missing data. Finally, the regularized Alternating Least Squares (ALS) algorithm is applied to decompose the parallel factor, and the PN sequence and information sequence of long code DS-CDMA signals in multipath environment can be further estimated. Simulation results show that the performance of sequences estimation closely relates with the multipath environment, and the estimation error rate of 6 user PN sequences and information sequence is less than 1% under the condition that the Rician factor is equal to 10 and the number of path and channel are 3 and 4 respectively when the SNR is higher than -10 dB.

**Key words:** Long code Direct Sequence-Code Division Multiple Access (DS-CDMA) signal; Missing-data model; Multipath environment; Pseudo Noise (PN) sequence; Information sequence

收稿日期: 2020-01-03; 改回日期: 2020-07-19; 网络出版: 2020-07-27

\*通信作者: 周杨 zhouyang@cqupt.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(61671095, 61371164), 信号与信息处理重庆市市级重点实验室建设项目(CSTC2009CA2003), 重庆市杰出青年基金(CSTC2011jjjq40002)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61671095, 61371164), The Project of Key Laboratory of Signal and Information Processing of Chongqing (CSTC2009CA2003), The Chongqing Distinguished Youth Foundation (CSTC2011jjjq40002)

## 1 引言

直接序列码分多址(Direct-Sequence Code division Multiple Access, DS-CDMA)技术因其抗干扰性强、保密性好等优点被广泛应用在通信、测控、雷达、遥控等领域<sup>[1]</sup>。且在非协作通信中,如:无线电监测、通信对抗等,由于接收方并不知道信号调制所用的扩频码,即使截获到DS-CDMA信号,也难以获取信号中的有用信息。因此,有效估计DS-CDMA信号的伪码序列及信息序列是当前通信领域的研究重点之一。

目前,针对DS-CDMA信号伪码序列及信息序列估计的研究方法主要集中在短码扩频(即1周期伪码序列仅由1位信息码调制而成)上,而长码扩频DS-CDMA信号(即1周期伪码序列由多位信息码间隔调制而成)的研究较少。如:迭代最小二乘法<sup>[2,3]</sup>、3阶相关算法<sup>[4-6]</sup>、奇异值分解或特征值分解算法<sup>[7,8]</sup>、信号子空间算法<sup>[9]</sup>、最大似然估计算法<sup>[10]</sup>、MUSIC算法<sup>[11]</sup>和FAST-ICA算法<sup>[12]</sup>。其中,文献<sup>[2,3]</sup>采用迭代最小二乘投影法实现短码DS-CDMA信号各用户伪码序列的估计,但是该方法在估计长码DS-CDMA信号伪码序列时,估计性能容易受缺失数据影响。文献<sup>[4-6]</sup>提出了矩阵填充和3阶相关的估计方法,该方法首先将长码DS-CDMA信号建模为含缺失数据的混合矩阵形式,再利用延时3阶相关的方法实现了各用户长码扩频码序列的估计,但是该方法仅仅适用于m序列估计,无法估计其它类型的伪码序列,如:Gold序列和M序列等,存在一定局限性。文献<sup>[7]</sup>采用特征值分解法估计DS-CDMA信号各用户的伪码序列,但该方法在各用户功率相近的情况下,会得到两个近似的特征值,导致无法准确提取出主特征向量,从而影响估计性能。文献<sup>[9]</sup>利用信号子空间投影算法实现DS-CDMA信号各用户伪码序列的盲估计,但由于批处理数据矩阵,导致计算复杂度高。文献<sup>[12]</sup>利用Fast-ICA算

法估计信号的伪码序列,但由于盲源分离过程中会进行白化处理,从而在低信噪比条件下无法准确地提取主分量,导致估计性能下降。此外,已有的对DS-CDMA信号中的伪码估计方法的研究都是在理想信道下进行的,而实际的无线信道大多都是多径环境<sup>[13,14]</sup>。因此,研究该信号在多径环境下的序列估计具有重要意义。

针对多径异步长码DS-CDMA信号序列盲估计问题,本文提出一种基于缺失平行因子(PARAllel FACtor, PARAFAC)的多通道模型,并利用正则交替最小二乘法估计出各用户的伪码序列及信息序列。

## 2 多径长码DS-CDMA信号多通道接收模型

在非协作DS-CDMA通信系统中,假设有 $U$ 个用户且使用 $R$ 个接收通道接收信号,且各用户之间、各接收通道之间相互独立。则多径长码DS-CDMA信号多通道接收模型如图1所示。

则第 $r$ 个通道接收的信号经过离散采样后可表示为

$$x_r(n) = \sum_{u=1}^U a_{r,u} \left[ \sum_{\bar{m}=0}^{\bar{M}-1} b_{u,\bar{m}} h_u(n - \bar{m}G - \tau_u) \cdot \sum_{m=0}^{M-1} p_{u,m} q_u(n - mP - \tau_u) \right] * h(n) + w_r(n), \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (1)$$

式(1)中,  $a_{r,u}$ 和 $\tau_u$ 分别为第 $r$ 个通道对第 $u$ 个用户的接收增益和传输时延;当 $\tau_u \neq 0$ 时,式(1)表示多径异步长码DS-CDMA信号;  $\{b_{u,\bar{m}} = \pm 1\}_{\bar{m}=0}^{\bar{M}-1}$ 和  $\{p_{u,m} = \pm 1\}_{m=0}^{P-1}$ 分别表示第 $u$ 个用户的信息序列和伪码序列;  $h_u(n)$ ,  $q_u(n)$ 为矩形脉冲序列;  $P$ 为伪码周期;  $G$ 为信息码元宽度,对于长码信号满足  $G < P$ (当 $P$ 是 $G$ 的整数倍时,为周期长码信号;否则为非周期长码信号);  $N$ 表示接收信号样本的长度;  $\bar{M} = \lceil N/G \rceil$ 和  $M = \lceil N/P \rceil$ 分别为信号样本内

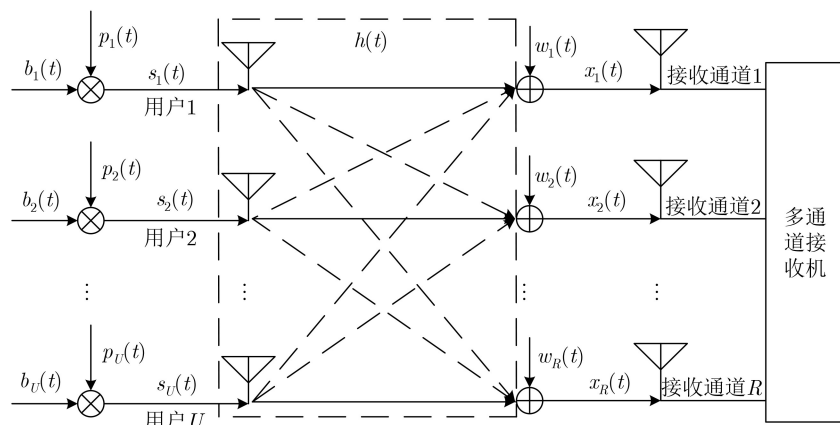


图1 多通道接收模型

包含的信息码元个数及伪码周期个数, 其中“ $\lceil \cdot \rceil$ ”表示向上取整; “ $*$ ”为卷积;  $w_r(n)$ 为高斯白噪声;  $h(n)$ 可表示为

$$h(n) = \sum_{l=1}^L A_l \delta(n - \tau'_l) \quad (2)$$

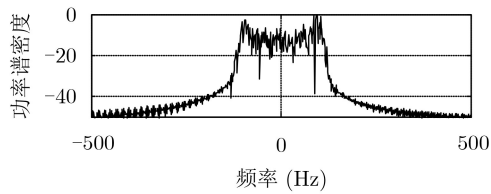
式(2)中,  $A_l$ 和 $\tau'_l$ 分别是第 $l$ 条路径的幅度和时延;  $\delta(n)$ 为单位序列响应; 定义莱斯因子 $K = A_{\text{Los}}^2 / \sum_{l=1}^{L-1} A_l^2$ , 表示视距分量功率与衰落分量功率之和的比值。莱斯信道的分布如图2所示。

由于长码DS-CDMA信号满足 $G < P$ , 短码DS-CDMA信号满足 $G = P$ 。现将长码DS-CDMA信号建模为短码DS-CDMA信号的缺失数据模型<sup>[15]</sup>, 其主旨是假设存在一个含有相同波形的伪码及信息码序列的多径异步短码DS-CDMA信号 $\bar{x}_r(n)$ , 可表示为

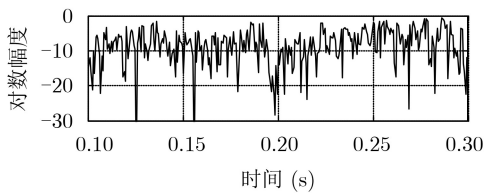
$$\begin{aligned} \bar{x}_r(n) = & \sum_{u=1}^U a_{r,u} \sum_{\bar{m}=0}^{\bar{M}-1} b_{u,\bar{m}} h_u(n - \bar{m}P - \tau_u) \\ & \cdot \sum_{m=0}^{M-1} p_{u,m} q_u(n - mP - \tau_u) * h(n) + w_r(n), \\ & n = 0, 1, \dots, \bar{N} - 1 \end{aligned} \quad (3)$$

式(3)中,  $\bar{N} = P\bar{M}$ 表示多径短码DS-CDMA信号样本 $\{\bar{x}_r(n)\}_{n=0}^{\bar{N}-1}$ 含有 $\bar{M}$ 个伪码波形。由于式(1)中 $G < P$ , 则 $\bar{N} > N$ 。因此, 多径长码DS-CDMA信号 $\{x_r(n)\}_{n=0}^{N-1}$ 为多径短码DS-CDMA信号 $\{\bar{x}_r(n)\}_{n=0}^{\bar{N}-1}$ 的子集。由于我们仅能观测到 $\{x_r(n)\}_{n=0}^{N-1}$ , 所有 $\{\bar{x}_r(n)\}_{n=0}^{\bar{N}-1}$ 中除 $\{x_r(n)\}_{n=0}^{N-1}$ 外未观测到的子集为0, 称为“缺失”, 故多径长码DS-CDMA信号式(1)能等效为多径短码DS-CDMA式(3)的缺失数据模型。

由式(3)可知, 多径异步短码DS-CDMA信号的第 $r$ 个通道的接收信号矩阵可表示为 $\bar{\mathbf{X}}_r$ , 其维数为 $P \times \bar{M}$ 。现将多径异步长码DS-CDMA信号的第



(a) 功率谱密度



(b) 幅度包络分布

图2 莱斯信道的功率谱密度及包络分布

$r$ 个通道的接收信号 $x_r(n)$ 表示成矩阵形式, 则对于 $n \in \{0, 1, \dots, N-1\}$ , 令矩阵 $\mathbf{X}_r$ 和 $\mathbf{Z}_r$ 的第 $(\text{mod}(n, P) + 1)$ 行、第 $(\lceil n/G \rceil + 1)$ 列元素分别为 $x_r(n)$ 和1, 其余元素为0, 表示该元素缺失了。因此,  $\mathbf{X}_r$ 和 $\mathbf{Z}_r$ 分别为 $\bar{\mathbf{X}}_r$ 的缺失数据矩阵和加权矩阵, 则有

$$\mathbf{X}_r = \bar{\mathbf{X}}_r \odot \mathbf{Z}_r \quad (4)$$

式(4)中, “ $\odot$ ”为点乘运算<sup>[15]</sup>。因此, 对于所有 $R$ 个接收通道, 有

$$\mathbf{X} = \bar{\mathbf{X}} \odot \mathbf{Z} \quad (5)$$

式(5)中,  $\bar{\mathbf{X}}$ 和 $\mathbf{X}$ 分别为多径异步短码DS-CDMA信号和多径异步长码DS-CDMA信号的3维矩阵, 其在接收增益矩阵方向上的第 $r$ 个切片分别为 $\bar{\mathbf{X}}_r$ 和 $\mathbf{X}_r$ 。同理,  $\mathbf{Z}$ 的第 $r$ 个切片为 $\mathbf{Z}_r$ 。

### 3 多径异步长码DS-CDMA信号的伪码序列及信息序列盲估计

#### 3.1 多径异步长码DS-CDMA信号的缺失平行因子模型及可辨识性条件

本文重点讨论多径异步长码DS-CDMA信号的序列盲估计。在此之前, 可以利用一些参数盲估计算法(如: 2次谱法, 循环谱法, 循环自相关法等)估计出多径环境下长码DS-CDMA信号的伪码周期 $P$ 。并以伪码周期的2倍, 重叠1倍的时间窗对接收的多径异步长码DS-CDMA信号进行分段, 共分为 $\bar{L}$ 段。假设 $U$ 个用户的失步时间分别为 $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_U$ , 则第 $r$ 通道第 $m$ 段缺失数据矩阵为

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{r,m} = & [\mathbf{p}_1 \mathbf{b}_{1,m} + \mathbf{p}_2 \mathbf{b}_{2,m} + \mathbf{p}_3 \mathbf{b}_{3,m}] \odot \mathbf{z}_{r,m} + \mathbf{w}_{r,m} \\ = & [\mathbf{p}_1 \ \mathbf{p}_2 \ \mathbf{p}_3] [\mathbf{b}_{1,m} \ \mathbf{b}_{2,m} \ \mathbf{b}_{3,m}]^H \odot \mathbf{z}_{r,m} + \mathbf{w}_{r,m} \end{aligned} \quad (6)$$

式(6)中

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{b}_{1,k} = & [a_{r,1} b_{1,k} \ a_{r,2} b_{2,k} \ \dots \ a_{r,U} b_{U,k}]^H \\ \mathbf{b}_{2,m} = & [a_{r,1} b_{1,k+1} \ a_{r,2} b_{2,k+1} \ \dots \ a_{r,U} b_{U,k+1}]^H \\ \mathbf{b}_{3,m} = & [a_{r,1} b_{1,k+2} \ a_{r,2} b_{2,k+2} \ \dots \ a_{r,U} b_{U,k+2}]^H \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{p}_1 = & [{}^1\mathbf{p}_1 \ {}^1\mathbf{p}_2 \ \dots \ {}^1\mathbf{p}_U]_{2P \times U}, \\ {}^1\mathbf{p}_i = & \begin{bmatrix} \underbrace{p_{i,\tau_i+1} \ \dots \ p_{i,P}}_{P-\tau_i} & \underbrace{0 \ 0 \ \dots \ 0}_{P+\tau_i} \end{bmatrix}_{2P \times 1}, \quad 1 \leq i \leq U \\ \mathbf{p}_2 = & [{}^2\mathbf{p}_1 \ {}^2\mathbf{p}_2 \ \dots \ {}^2\mathbf{p}_U]_{2P \times U}, \\ {}^2\mathbf{p}_i = & \begin{bmatrix} \underbrace{0 \ 0 \ \dots \ 0}_{P-\tau_i} & \underbrace{p_{i,1} \ p_{i,2} \ \dots \ p_{i,P}}_P & \underbrace{0 \ 0 \ \dots \ 0}_{\tau_i} \end{bmatrix}_{2P \times 1}, \quad 1 \leq i \leq U \\ \mathbf{p}_3 = & [{}^3\mathbf{p}_1 \ {}^3\mathbf{p}_2 \ \dots \ {}^3\mathbf{p}_U]_{2P \times U}, \\ {}^3\mathbf{p}_i = & \begin{bmatrix} \underbrace{0 \ 0 \ \dots \ 0}_{2P-\tau_i} & \underbrace{p_{i,1} \ p_{i,2} \ \dots \ p_{i,\tau_i}}_{\tau_i} \end{bmatrix}_{2P \times 1}, \quad 1 \leq i \leq U \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{z}_{r,m} &= [z_{r,1}, z_{r,2}, \dots, z_{r,2P}]_{2P \times 1}^H \\ \mathbf{w}_{r,k} &= [w_{r,1}, w_{r,2}, \dots, w_{r,2P}]_{2P \times 1}^H \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

由式(8)可知,  ${}^2\mathbf{p}_i$ 中包含完整的伪码序列,  ${}^1\mathbf{p}_i$ 和 ${}^3\mathbf{p}_i$ 分别包含伪码序列的左和右子序列。结合式(4)可知第 $r$ 个通道的接收信号矩阵为

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_r &= [\mathbf{x}_{r,0}, \mathbf{x}_{r,1}, \dots, \mathbf{x}_{r,L-1}]_{1 \times L} = \bar{\mathbf{X}}_r \odot \mathbf{Z}_r \\ &= \mathbf{P} \mathbf{A} \mathbf{B}^H \odot \mathbf{Z}_r + \mathbf{W}_r \end{aligned} \quad (10)$$

式(8)中,  $\mathbf{P} = [\mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2 \mathbf{p}_3]_{2P \times 3U}$ ;  $\mathbf{A} = \text{diag}[\mathbf{a} \mathbf{a} \mathbf{a}]_{3U \times 3U}$ , 其中 $\mathbf{a} = \text{diag}[a_{r,1} \ a_{r,2} \ \dots \ a_{r,U}]$ ;

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_{1,1} & \mathbf{b}_{2,1} & \dots & \mathbf{b}_{3,1} \\ \mathbf{b}_{1,2} & \mathbf{b}_{2,2} & \dots & \mathbf{b}_{3,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{b}_{1,\bar{L}} & \mathbf{b}_{2,\bar{L}} & \dots & \mathbf{b}_{3,\bar{L}} \end{bmatrix}_{\bar{L} \times 3U} \quad \circ$$

平行因子模型是一种3线性分解模型<sup>[16]</sup>, 即将3维矩阵向3个剖面进行投影使其转化为2维矩阵的过程, 利用平行因子模型对多径异步短码DS-CDMA信号矩阵 $\bar{\mathbf{X}} = \mathbf{P} \mathbf{A} \mathbf{B}^H$ 进行低秩分解可得<sup>[17]</sup>

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{X}} &= \mathbf{p}_1 \odot \mathbf{A}_1 \odot \mathbf{b}_1 + \dots + \mathbf{p}_{U'} \odot \mathbf{A}_{U'} \odot \mathbf{b}_{U'} \\ &= \sum_{i=1}^{U'} \mathbf{p}_i \odot \mathbf{A}_i \odot \mathbf{b}_i \end{aligned} \quad (11)$$

式(11)中,  $\mathbf{p}_i$ ,  $\mathbf{a}_i$ 和 $\mathbf{b}_i$ 分别是矩阵 $\mathbf{P}$ ,  $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 的第 $i$ 列;  $U'$ 表示该3维矩阵 $\bar{\mathbf{X}}$ 的秩, 即 $U' = 3U$ 。

由式(5)、式(10)和式(11)可知, 多径异步长码DS-CDMA信号可以等效为缺失平行因子模型, 即

$$\mathbf{X} = \bar{\mathbf{X}} \odot \mathbf{Z} + \mathbf{W} \quad (12)$$

将3维矩阵 $\mathbf{X}$ 分别投影在 $\mathbf{P}$ ,  $\mathbf{B}$ 和 $\mathbf{A}$ 方向上, 可得剖面矩阵 $\mathbf{X}_P$ ,  $\mathbf{X}_B$ 和 $\mathbf{X}_A$ 分别为

$$\mathbf{X}_P = (\mathbf{P} \otimes \mathbf{B}) \mathbf{A}^H \quad (13)$$

$$\mathbf{X}_B = (\mathbf{B} \otimes \mathbf{A}) \mathbf{P}^H \quad (14)$$

$$\mathbf{X}_A = (\mathbf{A} \otimes \mathbf{P}) \mathbf{B}^H \quad (15)$$

式(12)—式(15)中, “ $\otimes$ ”是矩阵的Khattri-Rao积<sup>[18]</sup>。

由于3维矩阵在分解时需要具有可辨识性, 即3维矩阵的低秩分解要唯一, 则3个加载矩阵 $\mathbf{P}$ ,  $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 须满足

$$K_P + K_A + K_B \geq 2(U' + 1) \quad (16)$$

式(16)中,  $K_P$ ,  $K_A$ 和 $K_B$ 分别表示矩阵 $\mathbf{P}$ ,  $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 的Kruskal秩<sup>[18]</sup>。因矩阵 $\mathbf{P}$ ,  $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 均为列满秩矩阵, 且在实际的DS-CDMA通信系统中,  $\bar{M} \gg U'$ , 故式(16)可简化为

$$\min(R, U') \geq 2 \quad (17)$$

由于本文考虑的是异步长码DS-CDMA信号, 则 $U' = 3U \geq 2$ 恒成立, 只要接收通道 $R \geq 2$ , 式(17)

均成立, 这表明理论上仅通过2个通道对异步长码DS-CDMA信号进行接收, 即可完成任意用户的异步长码DS-CDMA信号的盲解扩。此外, 由式(16)可知, 当3个加载矩阵(伪码序列矩阵 $\mathbf{P}$ 、增益矩阵 $\mathbf{A}$ 、信息序列矩阵 $\mathbf{B}$ )满足可唯一辨识条件, 具有可唯一辨识性, 本文算法收敛(相关证明可参考文献<sup>[3]</sup>)。

### 3.2 正则交替最小二乘算法

3维矩阵的低秩分解常采用交替最小二乘法实现<sup>[3]</sup>, 但是交替最小二乘法在迭代的过程中可能会出现慢收敛, 或者陷入局部最优, 需要经过漫长迭代才能收敛的情况。为了避免发散或慢收敛问题, 本文提出正则交替最小二乘法实现异步长码DS-CDMA信号的序列估计, 即对交替最小二乘的目标函数正则化, 则由式(14)可得正则交替最小二乘的分离优化目标函数为

$$\begin{aligned} f(\mathbf{X}_B; \mathbf{B}, \mathbf{A}, \mathbf{P}) &= \arg \min_{\mathbf{P}} \left\| \mathbf{X}_B^H - \mathbf{P}(\mathbf{B} \otimes \mathbf{A})^H \right\|_F^2 \\ &\quad + \lambda_r \|\mathbf{P} - \mathbf{P}_r\|_F^2 \end{aligned} \quad (18)$$

式(18)中,  $\|\cdot\|_F^2$ 为矩阵的Frobenius 2范数;  $\lambda_r$ 为正则因子; 正则项 $\|\mathbf{P} - \mathbf{P}_r\|_F^2$ 使得下一次迭代更新后的矩阵 $\mathbf{P}_{r+1}$ 不会偏离上一次的矩阵 $\mathbf{P}_r$ 太多, 从而避免在更新迭代过程中的慢收敛。由式(18)可得伪码序列矩阵 $\mathbf{P}$ 的正则化最小二乘解为

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= \left[ \tilde{\mathbf{X}}_B^H (\mathbf{B}_r \otimes \mathbf{A}_r) + \lambda_r \mathbf{P}_r \right] \\ &\quad \cdot \left( \mathbf{B}_r^H \mathbf{B}_r \odot \mathbf{A}_r^H \mathbf{A}_r + \lambda_r \mathbf{I} \right)^\dagger \end{aligned} \quad (19)$$

式(19)中, “ $\odot$ ”为矩阵的Hadamard积;  $[\cdot]^\dagger$ 为对矩阵的Moore-Penrose逆<sup>[19]</sup>。

同理, 根据式(13)和式(15)可得接收通道增益矩阵 $\mathbf{A}$ 及信息序列矩阵 $\mathbf{B}$ 的正则化最小二乘解分别为

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \left[ \tilde{\mathbf{X}}_P^H (\mathbf{P}_r \otimes \mathbf{B}_r) + \lambda_r \mathbf{A}_r \right] \\ &\quad \cdot \left( \mathbf{P}_r^H \mathbf{P}_r \odot \mathbf{B}_r^H \mathbf{B}_r + \lambda_r \mathbf{I} \right)^\dagger \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \left[ \tilde{\mathbf{X}}_A^H (\mathbf{A}_r \otimes \mathbf{P}_r) + \lambda_r \mathbf{B}_r \right] \\ &\quad \cdot \left( \mathbf{A}_r^H \mathbf{A}_r \odot \mathbf{P}_r^H \mathbf{P}_r + \lambda_r \mathbf{I} \right)^\dagger \end{aligned} \quad (21)$$

将接收到的长码DS-CDMA信号等效为短码DS-CDMA信号的缺失平行因子模型后, 使用正则交替最小二乘算法对缺失数据的3维矩阵进行低秩分解。由于缺失元素为0, 因此在迭代的过程中需要用插补法对缺失元素进行补偿。即在下一次更新迭代之前, 需要将缺失3维矩阵中的缺失元素, 按一一对应方式替换成上一次迭代更新所得的插补

3维矩阵 $\mathbf{O}$ 中相对应位置上的元素,从而获得元素不为0的3维矩阵。然后继续更新迭代,直至算法收敛,具体步骤如下:

步骤1 将接收的异步长码DS-CDMA信号虚拟成含缺失数据的短码DS-CDMA信号,然后分段得到观测缺失数据矩阵。

步骤2 将观测缺失数据矩阵建模成缺失平行因子模型,按式(11)~式(13)进行空间上的投影得到3个加载矩阵 $\mathbf{X}_P$ ,  $\mathbf{X}_B$ 和 $\mathbf{X}_A$ 。

步骤3 随机初始化正则化因子 $\lambda_0$ 及加载矩阵 $\mathbf{P}_0$ ,  $\mathbf{B}_0$ 和 $\mathbf{A}_0$ 。

步骤4 迭代次数 $\alpha$ 初始值为0,令 $\alpha = \alpha + 1$ ,计算第 $\alpha - 1$ 次的插补3维矩阵 $\mathbf{O}^{(\alpha-1)}$ ,再利用插补法对缺失元素进行补偿

$$o_{l',m,r}^{(\alpha-1)} = \sum_{i=1}^{U'} p_{l',i}^{(\alpha-1)} b_{m,i}^{(\alpha-1)} a_{r,i}^{(\alpha-1)} \quad (22)$$

$$\mathbf{X}^{(\alpha-1)} = \mathbf{X} + \mathbf{O}^{(\alpha-1)} (1 - \mathbf{Z}) \quad (23)$$

步骤5 依次计算矩阵 $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ 和 $\mathbf{P}$ 的第 $\alpha$ 次迭代值,分别为

$$\mathbf{A}_\alpha = \left[ \mathbf{X}_P^H (\mathbf{P}_{\alpha-1} \otimes \mathbf{B}_{\alpha-1}) + \lambda_{\alpha-1} \mathbf{A}_{\alpha-1} \right] \cdot \left( \mathbf{P}_{\alpha-1}^H \mathbf{P}_{\alpha-1} \odot \mathbf{B}_{\alpha-1}^H \mathbf{B}_{\alpha-1} + \lambda_{\alpha-1} \mathbf{I} \right)^\dagger \quad (24a)$$

$$\mathbf{B}_\alpha = \left[ \mathbf{X}_A^H (\mathbf{A}_\alpha \otimes \mathbf{P}_{\alpha-1}) + \lambda_{\alpha-1} \mathbf{B}_{\alpha-1} \right] \cdot \left( \mathbf{A}_\alpha^H \mathbf{A}_\alpha \odot \mathbf{P}_{\alpha-1}^H \mathbf{P}_{\alpha-1} + \lambda_{\alpha-1} \mathbf{I} \right)^\dagger \quad (24b)$$

$$\mathbf{P}_\alpha = \left[ \mathbf{X}_B^H (\mathbf{B}_\alpha \otimes \mathbf{A}_\alpha) + \lambda_\alpha \mathbf{P}_{\alpha-1} \right] \cdot \left( \mathbf{B}_\alpha^H \mathbf{B}_\alpha \odot \mathbf{A}_\alpha^H \mathbf{A}_\alpha + \lambda_{\alpha-1} \mathbf{I} \right)^\dagger \quad (24c)$$

步骤6 计算判决条件值 $\rho$

$$\rho = \left\| \mathbf{X}_B - \mathbf{P}_\alpha^H (\mathbf{B}_\alpha \otimes \mathbf{A}_\alpha) \right\|_F^2 - \left\| \mathbf{X}_B - \mathbf{P}_{\alpha-1}^H (\mathbf{B}_{\alpha-1} \otimes \mathbf{A}_{\alpha-1}) \right\|_F^2 \quad (25)$$

当 $|\rho| \leq \varepsilon$  (一般取 $\varepsilon = 10^{-8}$ )时,算法迭代结束,输出此时的加载矩阵 $\mathbf{P}_\alpha$ 和 $\mathbf{B}_\alpha$ ,即可估计出异步长码DS-CDMA信号的伪码序列及信息序列;当 $|\rho| > \varepsilon$ 时,返回步骤4,继续迭代直至满足该判决条件。

若 $\lambda_\alpha \equiv 0$ ,则上述算法退化为普通的交替最小二乘算法。以加载矩阵 $\mathbf{A}_\alpha$ 的迭代为例,本文算法相比交替最小二乘法的改进主要体现在以下两个方面:

(1) 引入 $\lambda_{\alpha-1} \mathbf{I}$ 项,可以避免 $\mathbf{P}_{\alpha-1}^H \mathbf{P}_{\alpha-1} \odot \mathbf{B}_{\alpha-1}^H \mathbf{B}_{\alpha-1}$ 项因奇异引起的数值稳定问题。

(2) 引入 $\lambda_{\alpha-1} \mathbf{A}_{\alpha-1}$ 项,通过 $\lambda_{\alpha-1}$ 的加权作用使得 $\mathbf{A}_\alpha$ 在迭代更新过程中与 $\mathbf{A}_{\alpha-1}$ 弱相关,可以防止 $\mathbf{A}_\alpha$ 发生跳变。

## 4 仿真及结果分析

对本文所提算法进行仿真实验,信息码采用长码扩频方式,各用户伪码序列均采用gold序列,算法收敛判别条件为 $|\rho| \leq \varepsilon = 10^{-8}$ 。实验过程中采用误码率 $p_e$ 作为性能评价指标,其定义为

$$p_e = \frac{1}{D} \sum_{i=1}^D \frac{n_i}{UP} \quad (26)$$

式(26)中, $n_i$ 表示第 $i$ 次蒙特卡洛仿真中伪码序列的错误估计个数; $U$ 为用户数; $P$ 为伪码周期; $D$ 为蒙特卡洛仿真的次数。

**实验1** 对接收的多径异步长码DS-CDMA信号进行分段,假设分段数 $\bar{L} = 1000$ ,多径路数 $L = 3$ ,通道数 $R = 4$ ,用户数 $U = 2$ ,伪码周期 $P = 127$ ,信息码元宽度 $G = 70$ ,信噪比 $\text{SNR} = -7$  dB,失步时间 $\tau_u$ 为 $[0, P]$ 内的随机整数,莱斯因子 $K = 10$ ,对多径异步长码DS-CDMA信号进行仿真得到各用户伪码序列估计值如图3及图4所示。

由图3可知,以2倍伪码周期并重叠1倍伪码周期的时间窗对接收的多径异步长码DS-CDMA信号分段后,每个用户的伪码序列都存在3个子序列,图3(a)中的伪码子序列2和图3(b)中的伪码子序列5表示1周期完整的伪码序列,图3(a)中的伪码子序列1和图3(b)中的伪码子序列4表示伪码周期序列的左子序列;图3(a)中的伪码子序列3和图3(b)中的伪码子序列6表示伪码周期序列的右子序列,这与3.1节的理论分析一致,且将图3(a)中的伪码子序列1和伪码子序列3进行拼接即可得到图3(a)中的伪码子序列2;同理,将图3(b)中的伪码子序列4和伪码子序列6进行拼接也可得到图3(b)中的伪码子序列5。由图4可知,多径异步长码DS-CDMA信号2用户伪码序列的估计值与真实值相一致,说明本文所提算法的有效性。

**实验2** 在信息码元宽度 $G$ 不同的情况下,对比多径异步长码DS-CDMA信号的伪码序列估计性能,取信息码元宽度 $G = 70, 90, 110$ ,用户数 $U = 6$ ,其它条件与实验1一致,进行200次蒙特卡洛仿真,结果如图5所示。

由图5可知,信息码元宽度 $G$ 越大,多径异步长码DS-CDMA信号伪码序列的估计错误概率越小,估计性能越好。这是由于 $G$ 越大,缺失数据矩阵 $\mathbf{X}$ 缺失的元素越少,利用插补法对信号进行补偿时其效果也越好。

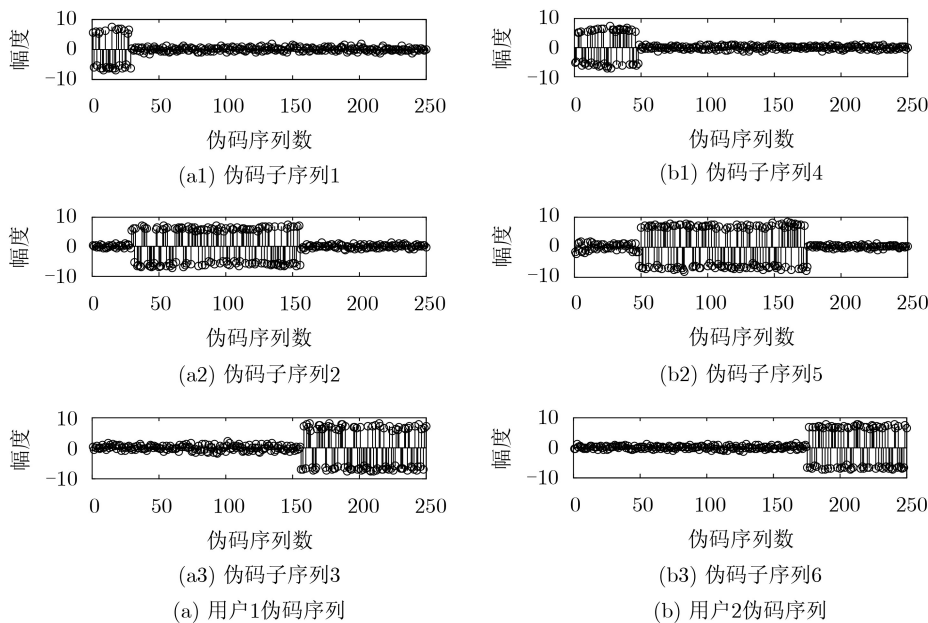


图3 多径异步长码DS-CDMA信号2用户伪码序列估计值

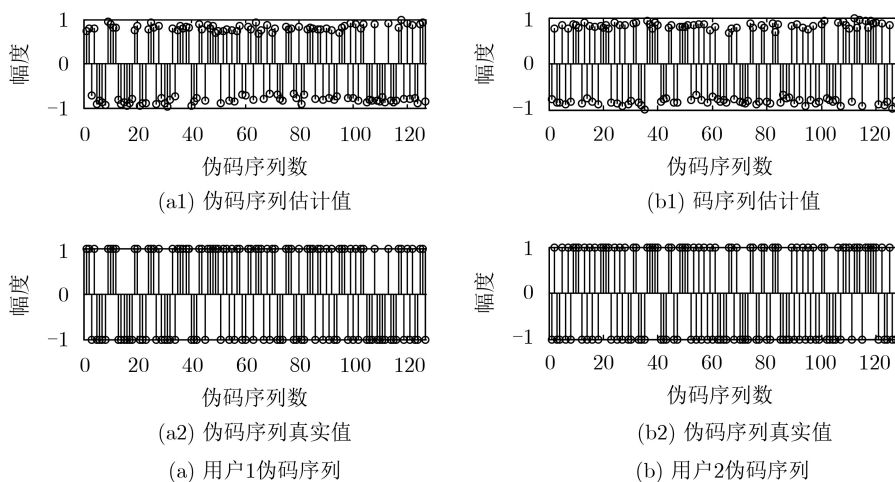


图4 多径异步长码DS-CDMA信号2用户伪码序列估计值与真实值对比

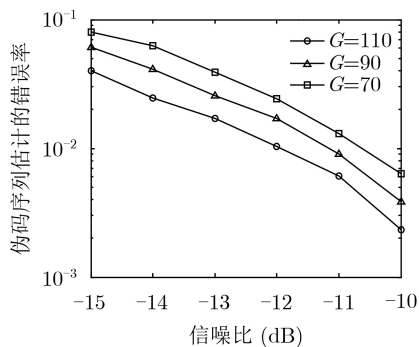


图5 不同G值下的估计性能

**实验3** 在通道数 $R$ 和用户数 $U$ 不同的情况下, 对比多径异步长码DS-CDMA信号的伪码序列估计性能, 取通道数 $R = 4, 6, 8$ , 用户数 $U = 4, 6$ , 其它条件与实验1一致, 进行200次蒙特卡洛仿真, 结果如图6所示。

由图6可知, 用户数 $U$ 的增加会导致估计性能下降, 但通道数 $R$ 的增加却能使估计性能得到提升, 这是由于通道数 $R$ 的增加可以更好地让缺失平行因子进行低秩分解。此外, 通道数的增加会使得矩阵的维数变大, 从而导致计算复杂度增大。因此, 在实际的DS-CDMA通信系统中, 通道数的最优值要根据系统性能与系统复杂度来均衡决定。

**实验4** 考虑多径信道对长码DS-CDMA信号伪码序列估计性能的影响, 取莱斯因子 $K = 0.00001, 1, 10$ , 用户数 $U = 6$ , 其它条件与实验1一致, 进行200次蒙特卡洛仿真, 伪码序列的估计性能曲线如图7所示。

由图7可知, 多径异步长码DS-CDMA信号伪码序列的估计性能与莱斯因子 $K$ 密切相关。随着莱斯因子 $K$ 的增大, 伪码序列的估计错误概率减小。

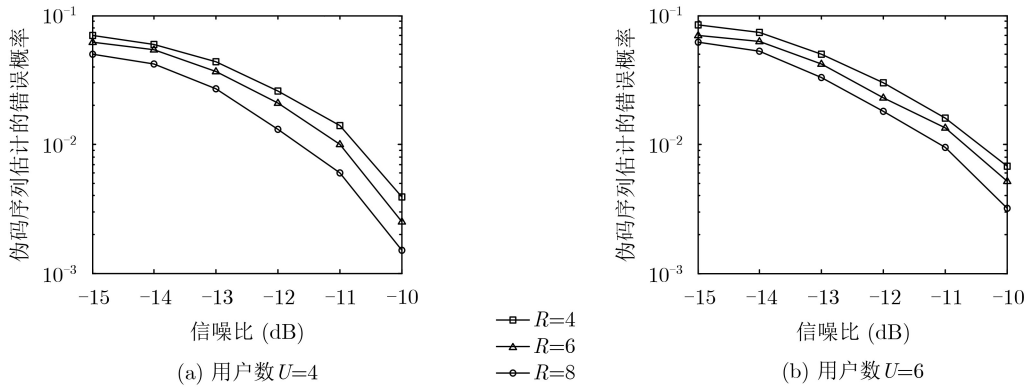


图6 不同R值和U值下的估计性能

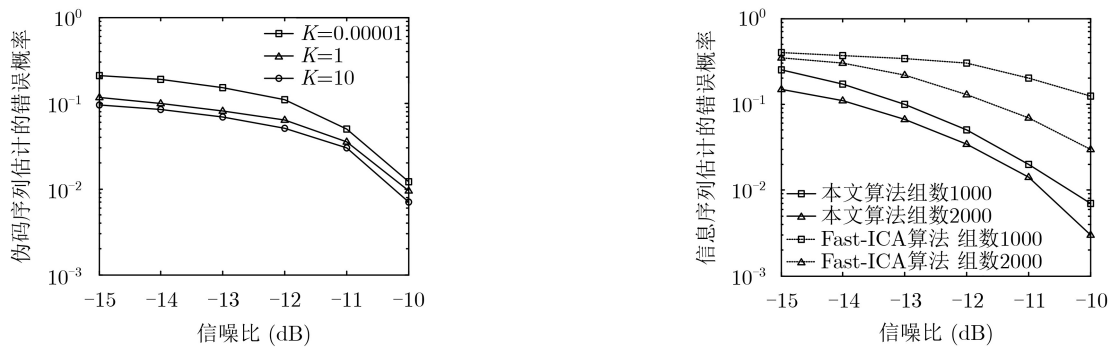


图7 不同K值下的估计性能

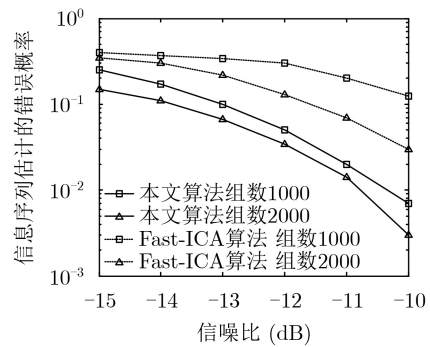


图9 不同算法和不同数据组数L下信息序列估计性能对比

这是因为莱斯因子 $K$ 的增大能使接收到的多径信号存在主导分量，在一定程度上可以抑制干扰，从而使估计性能变好。

**实验5** 对比本文算法与文献[12]所提的Fast-ICA算法的估计性能，数据组数 $L$ 分别取1000和2000，用户数 $U = 6$ ，其它条件与实验1一致，进行200次蒙特卡洛仿真，伪码序列和信息序列的估计性能曲线分别如图8和图9所示。

由图8和图9可知，文中算法估计多径异步长码DS-CDMA信号伪码序列及信息序列的错误率低于Fast-ICA算法。尤其是在信噪比 $SNR = -15\text{dB}$ 的条件下，文中算法的估计性能远优于Fast-ICA算法，其主要原因是Fast-ICA算法在盲源分离过程中会进行白化处理，而在低信噪比条件下，白化处理

会影响主分量的准确提取，从而影响估计性能。此外，Fast-ICA算法需要先估计出所有用户的伪码序列，然后才能对应地估计出各用户的信息序列，存在误差传递现象，而本文算法可以直接估计出各用户的信息序列。

### 5 结束语

本文首先将接收到的传统单通道多径异步长码DS-CDMA信号建模为多通道接收模型；其次将长码DS-CDMA信号建模成短码DS-CDMA信号的缺失数据模型，并将分段后得到的观测缺失数据矩阵建模为缺失平行因子模型；最后，再利用正则交替最小二乘算法实现多径异步长码DS-CDMA信号伪码序列及信息序列的盲估计。所给的仿真实验结果表明，在莱斯因子 $K = 10$ ，多径路数为3，通道数为4，用户数为6，信噪比大于 $-10\text{ dB}$ 的条件下，伪码序列及信息序列的估计错误率均低于1%。

### 参考文献

[1] 田日才, 迟永钢. 扩频通信[M]. 2版. 北京: 清华大学出版社, 2014: 1-5.  
TIAN Richai and CHI Yonggang. Spread Spectrum Communication[M]. 2nd ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2014: 1-5.

[2] 周杨, 张天骐. 同/异步短码DS-CDMA信号伪码序列及信息序列盲估计[J]. 电子与信息学报, 2019, 41(7): 1540-1547. doi: 10.11999/JEIT180812.

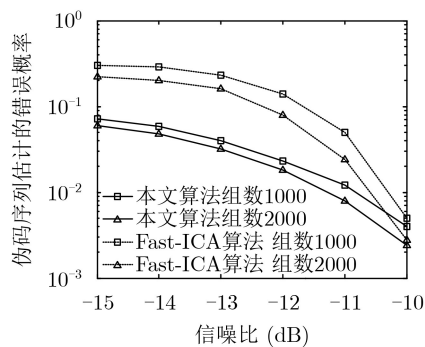


图8 不同算法和不同数据组数L下伪码序列估计性能对比

- ZHOU Yang and ZHANG Tianqi. Blind estimation of the pseudo noise sequence and information sequence for short code synchronous and asynchronous DS-CDMA signal[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2019, 41(7): 1540–1547. doi: [10.11999/JEIT180812](https://doi.org/10.11999/JEIT180812).
- [3] 张天骐, 强幸子, 马宝泽, 等. 基于最小二乘的同步多用户非周期长码直扩信号扩频序列估计[J]. *电波科学学报*, 2016, 31(6): 1113–1123. doi: [10.13443/j.cjors.2016030201](https://doi.org/10.13443/j.cjors.2016030201).
- ZHANG Tianqi, QIANG Xingzi, MA Baoze, *et al.* Estimation of the spread spectrum sequence for synchronous multi-user aperiodic long-code DSSS signals based on least squares[J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2016, 31(6): 1113–1123. doi: [10.13443/j.cjors.2016030201](https://doi.org/10.13443/j.cjors.2016030201).
- [4] GU Xiaowei, ZHAO Zhijin, and SHEN Lei. Blind estimation of pseudo-random codes in periodic long code direct sequence spread spectrum signals[J]. *IET Communications*, 2016, 10(11): 1273–1281. doi: [10.1049/iet-com.2015.0374](https://doi.org/10.1049/iet-com.2015.0374).
- [5] 赵知劲, 李淼, 尚俊娜. 基于矩阵填充和三阶相关的长短码DS-CDMA信号多伪码盲估计[J]. *电子与信息学报*, 2016, 38(7): 1788–1793. doi: [10.11999/JEIT151087](https://doi.org/10.11999/JEIT151087).
- ZHAO Zhijin, LI Miao, and SHANG Junna. Blind estimation of LSC-DS-CDMA signal based on matrix completion and triple correlation[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2016, 38(7): 1788–1793. doi: [10.11999/JEIT151087](https://doi.org/10.11999/JEIT151087).
- [6] SHEN Lei and ZHAO Zhijing. Blind estimation of the pseudo-random sequences of direct sequence spread spectrum signals in multi-path using fast ICA[C]. 2009 Pacific-Asia Conference on Circuits, Communications and Systems, Chengdu, China, 2009: 531–535. doi: [10.1109/PACCS.2009.75](https://doi.org/10.1109/PACCS.2009.75).
- [7] LUO Zhongqiang and ZHU Lidong. A charrelation matrix-based blind adaptive detector for DS-CDMA Systems[J]. *Sensors*, 2015, 15(8): 20152–20168. doi: [10.3390/s150820152](https://doi.org/10.3390/s150820152).
- [8] 张天骐, 杨强, 宋玉龙, 等. 基于相似度的直扩信号盲解扩方法[J]. *系统工程与电子技术*, 2017, 39(7): 1451–1456. doi: [10.3969/j.issn.1001-506X.2017.07.04](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-506X.2017.07.04).
- ZHANG Tianqi, YANG Qiang, SONG Yulong, *et al.* Similarity based blind despread method of DS-SS signal[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2017, 39(7): 1451–1456. doi: [10.3969/j.issn.1001-506X.2017.07.04](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-506X.2017.07.04).
- [9] LIANG Jianghai, WANG Xiang, WANG Fenghua, *et al.* Blind spreading sequence estimation algorithm for long-code DS-CDMA signals in asynchronous multi-user systems[J]. *IET Signal Processing*, 2017, 11(6): 704–710. doi: [10.1049/iet-spr.2016.0506](https://doi.org/10.1049/iet-spr.2016.0506).
- [10] MEHBOODI S, FARHANG M, and JAMSHIDI A. Maximum likelihood estimation of pseudo-noise sequences in non-cooperative direct-sequence spread-spectrum communication systems[C]. 2016 24th Iranian Conference on Electrical Engineering, Shiraz, Iran, 2016: 119–123. doi: [10.1109/IranianCEE.2016.7585501](https://doi.org/10.1109/IranianCEE.2016.7585501).
- [11] QIU Piyong, HUANG Zhitao, JIANG Wangliang, *et al.* Blind multiuser spreading sequences estimation algorithm for the direct-sequence code division multiple access signals[J]. *IET Signal Processing*, 2010, 4(5): 465–478. doi: [10.1049/iet-spr.2008.0254](https://doi.org/10.1049/iet-spr.2008.0254).
- [12] 任啸天, 徐晖, 黄知涛, 等. 基于Fast-ICA同、异步系统短码CDMA信号扩频序列与信息序列盲估计[J]. *电子学报*, 2011, 39(12): 2726–2732.
- REN Xiaotian, XU Hui, HUANG Zhitao, *et al.* Fast-ICA based blind estimation of spreading and information sequences of short-code CDMA signals in synchronous and asynchronous systems[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2011, 39(12): 2726–2732.
- [13] 周义明, 李英顺, 田小平. 基于瑞利多径衰落信道的信号包络频谱感知[J]. *电子与信息学报*, 2020, 42(5): 1231–1236. doi: [10.11999/JEIT190065](https://doi.org/10.11999/JEIT190065).
- ZHOU Yiming, LI Yingshun, and TIAN Xiaoping. Spectrum sensing based on signal envelope of Rayleigh multi-path fading channels[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2020, 42(5): 1231–1236. doi: [10.11999/JEIT190065](https://doi.org/10.11999/JEIT190065).
- [14] 陈根华, 陈伯孝. 复杂多径信号下基于空域变换的米波雷达稳健测高算法[J]. *电子与信息学报*, 2020, 42(5): 1297–1302. doi: [10.11999/JEIT190554](https://doi.org/10.11999/JEIT190554).
- CHEN Genhua and CHEN Baixiao. Robust altitude estimation based on spatial sign transform in the presence of diffuse multipath for very high frequency radar[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2020, 42(5): 1297–1302. doi: [10.11999/JEIT190554](https://doi.org/10.11999/JEIT190554).
- [15] 牟青, 魏平. 基于缺失数据模型的长码直扩信号的伪码估计[J]. *电子学报*, 2010, 38(10): 2365–2369.
- MOU Qing and WEI Ping. Spreading waveform estimation of long-code DS-SS signals based on missing-data model[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2010, 38(10): 2365–2369.
- [16] HARSHMAN R A, HONG S, and LUNDY M E. Shifted factor analysis—Part I: Models and properties[J]. *Journal of Chemometrics*, 2003, 17(7): 363–378. doi: [10.1002/cem.808](https://doi.org/10.1002/cem.808).
- [17] 韩曦. 基于多维矩阵的移动通信信号检测及参数估计技术研究[D]. [博士学位论文], 北京邮电大学, 2013: 18–22.
- HAN Xi. Research on signal detection and parameter estimation in mobile communications based on multi-way arrays[D]. [Ph. D. dissertation], Beijing University of Posts and Telecommunications, 2013: 18–22.
- [18] SIDIROPOULOS N D, GIANNAKIS G B, and BRO R. Blind PARAFAC receivers for DS-CDMA systems[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2000, 48(3): 810–823. doi: [10.1109/78.824675](https://doi.org/10.1109/78.824675).
- [19] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 2版. 北京: 清华大学出版社, 2013: 604–608.
- ZHANG Xianda. Matrix Analysis and Applications[M]. 2nd ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2013: 604–608.
- 周 杨: 男, 1989年生, 博士, 主要研究方向为通信信号的盲处理.
- 张天骐: 男, 1971年生, 博士后, 教授, 主要研究方向为通信信号的调制解调、盲处理、语音信号处理、神经网络实现以及FPGA实现.