

六边形环复合吸波超材料性能的等效电路分析方法

于家傲^{*①} 彭世蕤^① 陈晓坤^② 李有权^①

^①(空军预警学院六系 武汉 430019)

^②(华中农业大学理学院 武汉 430070)

摘要: 该文提出一种针对六边形环复合吸波超材料吸波性能的等效电路分析方法。基于六边形环谐振特性建立了等效电路模型,通过对六边形点阵分布的傅里叶分析,提出了等效分布周期参数,给出了基于模型尺寸的RLC参数提取方法。与全波仿真结果比较,所提出的等效电路模型对分析多种尺寸的六边形环复合吸波材料具有较好的适用性和准确性。通过样品制作和测量,进一步验证了该模型的有效性,最后实现了一款工作于1.7~5.7 GHz的宽带雷达吸波材料。

关键词: 复合吸波超材料; 等效电路模型; 六边形环; 宽带雷达吸波材料

中图分类号: TN804

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2018)08-1873-06

DOI: 10.11999/JEIT171103

Equivalent Circuit Method for Hexagonal Loop Composite Absorbing Material

YU Jiaao^① PENG Shirui^① CHEN Xiaokun^② LI Youquan^①

^①(No.6 Department, Air Force Early Warning Academy, Wuhan 430019, China)

^②(College of Science, Huazhong Agricultural University, Wuhan 430070, China)

Abstract: An equivalent circuit method of performance estimation for hexagonal loop composite absorbing metamaterial is proposed, and the corresponding equivalent circuit model is established. Based on the Fourier analysis of hexagonal lattice distribution, the equivalent distribution periodic parameter is proposed and the estimation method of RLC parameters is given according to the size of units. The applicability and accuracy of the equivalent circuit model for several structure dimensions are verified and compared with HFSS. A sample is fabricated and measured for further verification, which has a good broadband radar absorbing performance in 1.7~5.7 GHz.

Key words: Composite absorbing metamaterial; Equivalent circuit method; Hexagonal loop; Wideband radar absorbing material

1 引言

基于有耗周期单元的复合吸波超材料(CAM)通过单元阵列与金属背板产生的多谐振特性可获得宽带吸波性能,该材料具有轻、薄、易弯曲的特点,作为宽带雷达吸波材料,在军事隐身领域具有广泛的应用前景^[1-4]。针对频率选择表面(FSS)及其复合吸波材料的主要分析方法有变分法、等效电路法(ECM)等近似分析方法和矩量法(MOM)、时域有限差分(FDTD)、有限元法(FEM)等全波分析方

法^[5-8]。其中全波分析方法可提供精确的S参量、电场及电流分布等信息,但消耗更多的计算成本。当前,由于全波仿真软件在处理复杂CAM结构和多层结构时更具优势,通过全波分析结果进行曲线拟合提取等效电路参数的方法成为主流,但该方法需要大量的仿真或实测数据作为支撑^[9-11]。等效电路法通过分析CAM周期结构特点,利用LC等效电路模型获得其频率响应特性,能更直观地反映周期结构的物理特性,具有快速简洁的特点,对于FSS及其复合吸波材料的理论设计和性能分析具有重要的参考意义。等效电路模型建立的关键是谐振电路的组成和L、C参数的计算。

针对有耗周期单元材料的特性,文献^[12-14]对宽带结构的方环吸波超材料进行了研究,分析了结构参数对RCS减缩性能的影响。文献^[15,16]设计了

收稿日期: 2017-11-24; 改回日期: 2018-05-08; 网络出版: 2018-06-07

*通信作者: 于家傲 yujiaao123@126.com

基金项目: 国家自然科学基金(61601492)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (61601492)

六边形拓扑结构的吸波超材料, 实现了多频段的吸波特性, 同时具有较好的极化稳定性和入射角稳定性。本文针对一种具有宽带吸波特性的六边形环CAM的结构特点, 建立了相应的等效电路分析模型, 通过对六边形点阵分布的傅里叶分析, 提出了等效分布周期参数, 给出了基于模型尺寸的RLC参数提取方法。相比于基于全波仿真结果或实测数据来提取RLC参数的方法, 本文方法无需先验数据, 直观地体现了集总参数与CAM物理尺寸的关系。通过与HFSS仿真结果比较, 验证了该ECM模型在多种六边形环CAM结构参数条件下的适用性和准确性。最后通过样品制作和测量, 进一步验证了该模型的有效性。

2 六边形环CAM分析模型

2.1 六边形环CAM结构及其ECM模型

六边形环CAM通过将损耗材料以一定距离置于金属板上实现宽带吸波效果, 其结构如图1所示。在六边形环金属环每边加入贴片电阻, 电阻值为 R , 空气层厚度为 t_2 。六边形环内接圆半径为 d , 线宽为 w , 环间距为 g , 六边形环分布周期, 即任意两环中心之间的距离为 p , 六边形环印刷于相对介电常数为 ϵ_r 的薄介质基板上, 其厚度 t_1 。

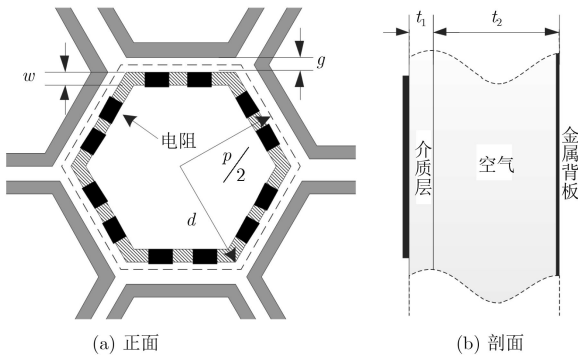


图1 电阻加载六边形环复合吸波超材料周期结构

六边形环周期结构具有单谐振的频率选择特性, 其传输特性可等效于一个串联RLC谐振电路^[1,8], 反射背腔等效成末端短路的一段传输线, 建立六边形环CAM的等效电路模型, 如图2所示。 L 为等效电感, C 为等效电容, 其中集总电参数随入射波频率变化, R_{eff} 为等效电阻, Y_0 为自由空间特性导纳, Y_{in} 为从FSS表面处看入的特性导纳。

2.2 等效分布周期

文献[7]中提出了方环频率选择表面的LC参数的计算公式, 但用该计算方法得到的ECM模型无法准确分析六边形环CAM。考虑到六边形环周期分布与方环周期的不同, 其点阵分布更为密集交

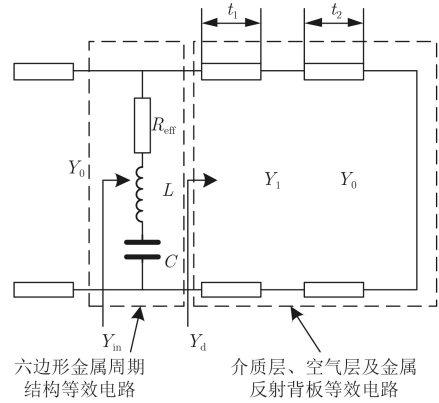


图2 六边形环复合吸波超材料等效电路模型

错, 因此采用2维傅里叶变换的方法对两种点阵分布规律进行比较分析。

周期为 p_{sq} 的正方形点阵分布函数为

$$n_{\text{sq}}(x, y) = n_{\text{sq}}(x + p_{\text{sq}}u, y + p_{\text{sq}}v) = \sum_u \sum_v [\delta(x - p_{\text{sq}}u) + \delta(y - p_{\text{sq}}v)] \quad (1)$$

其中, u, v 为整数, 则分布函数 $n_{\text{sq}}(x, y)$ 的2维傅里叶级数展开如式(2)和式(3), 其中 s 为单个周期的正方形面积元。

$$n_{\text{sq}}(u, v) = \frac{1}{p_{\text{sq}}^2} \sum_u \sum_v c_{uv} \exp\left(j2\pi u \frac{x}{p} + j2\pi v \frac{y}{p}\right) \quad (2)$$

$$c_{uv} = \iint_s n(x, y) \exp\left(-j2\pi u \frac{x}{p} - j2\pi v \frac{y}{p}\right) ds \quad (3)$$

六边形环周期结构的点阵分布是周期为 p_{hex} 的正三角形点阵分布, 其分布函数为

$$n_{\text{hex}}(x, y) = n_{\text{hex}}\left(x + \frac{\sqrt{3}}{2} p_{\text{hex}}u', y + \frac{1}{2} p_{\text{hex}}v'\right) = \sum_{u'} \sum_{v'} \left[\delta\left(x - \frac{\sqrt{3}}{2} p_{\text{hex}}u'\right) + \delta\left(y - \frac{1}{2} p_{\text{hex}}v'\right) \right] \quad (4)$$

其中, u', v', n 为整数, 且 $u' + v' = 2n$ 。其2维傅里叶级数展开如式(5)和式(6), 其中 s' 为单个周期的正三角形面积元。

$$n_{\text{hex}}(x, y) = \frac{4}{\sqrt{3}} \frac{1}{p_{\text{hex}}^2} \sum_{u'} \sum_{v'} c_{u'v'} \cdot \exp\left(j2\pi u' \frac{x}{\sqrt{3}p} + j2\pi v' \frac{y}{p}\right) \quad (5)$$

$$c_{u'v'} = \iint_{s'} n_{\text{hex}}(x, y) \exp\left(-j2\pi u' \frac{x}{\sqrt{3}p} - j2\pi v' \frac{y}{p}\right) ds' \quad (6)$$

根据式(2)和式(5)，点阵分布函数可以表示成一个与周期有关的系数与周期级数和的乘积，比较式(2)和式(5)中求和级数之前的系数，提出等效分布周期参数 p_{eff} ，使得该系数具有相同的形式，并定义其值为

$$\frac{1}{p_{\text{eff}}^2} = \frac{4}{\sqrt{3}} \frac{1}{p_{\text{hex}}^2} \quad (7)$$

$$p_{\text{eff}} = \frac{\sqrt[4]{3}}{2} p_{\text{hex}} = \frac{\sqrt[4]{3}}{2} p \quad (8)$$

在相同的周期分布参数 $p_{\text{sq}} = p_{\text{hex}} = p$ 的条件下，相比于方环分布周期，六边形环具有更小的等效周期分布特性。

2.3 RLC参数计算

仿真分析垂直入射电磁波激励下，方环和六边形环CAM产生的分布电参数，其中面电流和相应的分布电感如图3(a)所示，电场和相应的分布电容如图3(b)所示， E 为入射波电场方向。由于周期单元具有中心对称特性，其不同电场方向的入射波所激励的分布电参数在数值上近似，仿真所设置的电场方向不失一般性。可以看出，入射波在六边形金属边上产生了更复杂的分布电参数，当入射电磁波的电场分量 E_L 平行于金属线时，在六边形周期结构上产生了等效电感 L ，当入射电磁波的电场分量 E_C 垂直于金属线时，在六边形周期结构上产生了等效电容 C 。

六边形环周期结构的分布电容由于单元之间的更多接触而变得更为复杂，通过引入等效分布周期

参数 p_{eff} ，得到适合六边形环CAM的RLC参数的计算方法。

$$L = \frac{1}{Y_0 \omega} \frac{d}{p_{\text{eff}}} F(p_{\text{eff}}, w, \lambda) \quad (9)$$

$$C = \frac{Y_0}{\omega} \frac{8d}{p_{\text{eff}}} \varepsilon_{\text{eff}} F(p_{\text{eff}}, g, \lambda) \quad (10)$$

$$R_{\text{eff}} = R \frac{p_{\text{eff}}}{d} \quad (11)$$

其中，

$$F(p, w, \lambda) = \frac{p}{\lambda} \cos \theta \left[\ln \left(\cos \text{ec} \frac{\pi w}{2p} \right) + G(p, w, \lambda) \right] \quad (12)$$

薄介质层的等效介电常数为^[7]

$$\varepsilon_{\text{eff}} = \varepsilon_r + (\varepsilon_r - 1) \left[\frac{-1}{\exp^N(x)} \right] \quad (13)$$

考虑到金属环周期结构的影响，取 $x = 0.5$ ， $N = 1.8$ 。入射波频率为 f_0 ，入射角为 θ ， $\omega = 2\pi f_0$ ， $\lambda = c/f_0$ 。 $G(p, w, \lambda)$ 为修正项，在 $p/\lambda \ll 1$ 时，该项可忽略^[8]。

$$Y_{\text{CAM}} = \left(j\omega L + \frac{1}{j\omega C} + R_{\text{eff}} \right)^{-1} \quad (14)$$

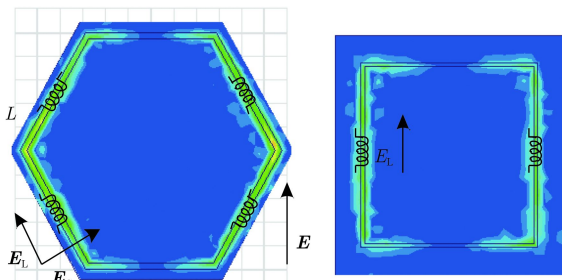
$$Y_d = j \frac{Y_1 (Y_1 \tan(\beta_2 t_2) - Y_0 \cot(\beta_1 t_1))}{Y_1 + Y_0 \cot(\beta_1 t_1) \tan(\beta_2 t_2)} \quad (15)$$

$$Y_{\text{in}} = Y_{\text{CAM}} + Y_d \quad (16)$$

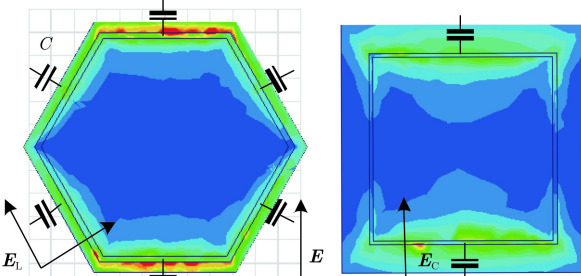
$$|\Gamma|_{\text{dB}} = 20 \lg \left| \frac{Y_0 - Y_{\text{in}}}{Y_0 + Y_{\text{in}}} \right| \quad (17)$$

其中， $Y_1 = Y_0 \sqrt{\varepsilon_r}$ ， $\beta_1 = 2\pi/\lambda$ ， $\beta_2 = 2\pi\sqrt{\varepsilon_r}/\lambda$ 。

当 Y_{in} 的虚部为0时，复合吸波超材料具有谐振特性，其中 Y_d 的虚部和 Y_{CAM} 的虚部随频率变化曲线如图4所示，通过调整周期单元的尺寸参数可实现对 Y_{CAM} 的虚部的控制^[12]，采用参数优化方法使其值随频率递减并与 Y_d 的虚部相匹配，即可得到宽带特性的吸波超材料。



(a) 面电流及等效电感分布



(b) 电场及等效电容分布

图3 六边形环CAM分布电参数

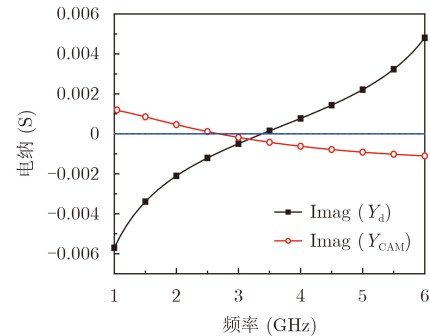


图4 Y_d 和 Y_{CAM} 虚部仿真曲线

3 仿真结果比较

采用HFSS建立了基于Floquet端口的无限周期全波分析模型进行对比分析。设置六边形环CAM的主要尺寸参数值为 $p=25.0$ mm, $d=11.5$ mm, $w=0.5$ mm, $\epsilon_r=4.4$, $t_1=0.5$ mm, $t_2=20.0$ mm, $R=200$ Ω 。对其中六边形环周期、空气层厚度 t_2 和集总电阻值 R 进行参数分析, 计算不同尺寸参数条件下CAM的吸波性能。

3.1 六边形环分布周期 p

六边形环周期分别为 $p=24.0$ mm, 26.0 mm, 28.0 mm, 其反射系数的等效电路模型仿真结果与HFSS仿真结果比较如图5所示, ECM中等效电容电感见表1。等效电路模型可以有效地给出该类型吸波材料的谐振特性和-10 dB吸收频段, 吸波频段内反射系数的最大误差小于0.05。模型中 p 变大时, 吸波频段向低频移动且带宽变窄, 结果与HFSS仿真结果相吻合。在式(12)的等效计算中, 当 $p/\lambda > 0.1$ 时, 随着频率的升高, 其等效LC参数的计算误差变大, $G(p, w, \lambda)$ 函数修正效果下降。因而本文模型在频率小于4 GHz, 即 $0.1 < p/\lambda < 0.4$ 时, 具有较高精度。当 $p/\lambda > 0.4$ 时, 与全波仿真精度虽然存在一定误差, 但仍能较好反映出材料的吸波特性变化规律, 具有较好的适用性。

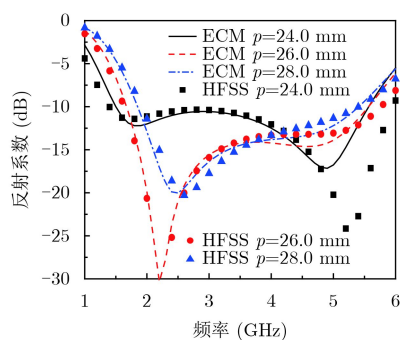


图5 六边形环周期 p 对反射系数的影响

表1 不同六边形环周期 p 的ECM模型中等效电容电感

p (mm)	等效电容 (pF)	等效电感 (μ H)
24.0	0.50	6.6
26.0	0.28	6.8
28.0	0.19	7.0

3.2 空气层厚度 t_2

空气层厚度分别为 $t_2=18.0$ mm, 20.0 mm, 22.0 mm, 其反射系数的等效电路模型仿真结果与HFSS仿真结果比较如图6所示。上层周期结构的等效电容电感值不随 t_2 变化, 其值分别为 $C=0.36$ pF, $L=6.7$ μ H, 等效电路模型的仿真结果与HFSS仿真

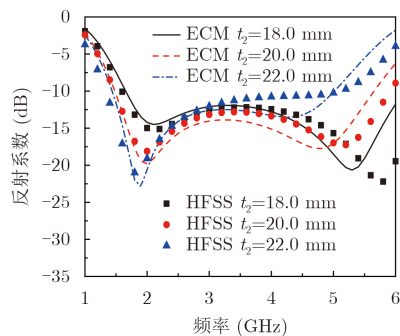


图6 空气层厚度 t_2 对反射系数的影响

结果相吻合, 随着空气层 t_2 的增加吸波段向低频偏移。

3.3 电阻值 R

集总电阻值分别为 $R=170$ Ω 、210 Ω 、250 Ω , 其反射系数的等效电路模型仿真结果与HFSS仿真结果比较如图7所示, ECM中周期结构的等效电容电感不随 R 变化, 等效电路模型的仿真结果与HFSS仿真结果相吻合。等效电阻计算忽略了插入电阻两端的寄生电容, 当频率较高时, 集总电阻中的寄生电容变大, 使得该模型在频率大于4 GHz时误差变大。随着电阻值 R 减小, 吸波频段变宽, 吸波性能降低。

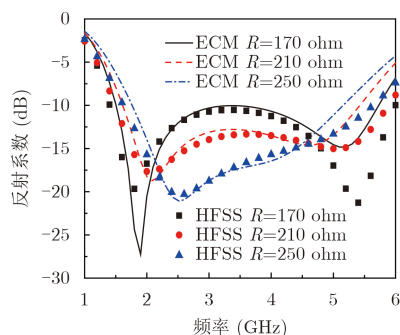


图7 集总电阻阻值 R 对反射系数的影响

4 样品加工和实测结果

根据仿真参数加工实物样品如图8所示。在尺寸为300 mm \times 286 mm的FR4介质基板上印刷有限周期的六边形环结构, 其在 x 轴方向交错分布15个单元, 在 y 轴方向均匀分布13个单元。根据GJB 2038A-2011, 通过测量垂直入射条件下, CAM与同等大小金属板的RCS比值来计算吸波材料的反射系数, 实测中入射TE波电场沿 x 轴方向。仿真结果与实测结果比较如图9所示, 结果表明: 实测结果与等效电路模型计算结果吻合较好, 该材料在1.7~5.7 GHz频段实现了良好的宽带吸波特性, 仿真结果和实测结果的差异可能是由周期截断带来的边沿效应产生。

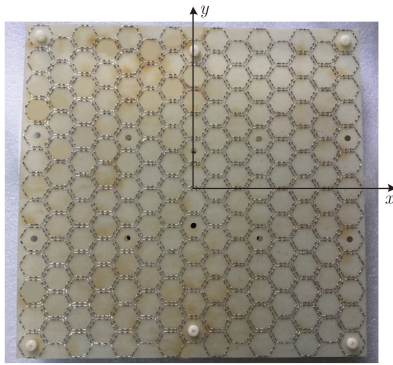


图8 六边形环复合吸波超材料样品

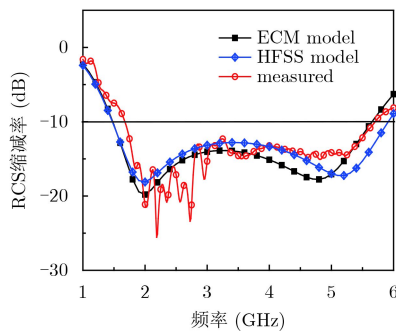


图9 仿真与实测结果比较

5 结论

本文提出了一种针对六边形环复合吸波超材料吸波性能的等效电路分析方法。基于对六边形环CAM点阵分布特点的分析,提出了等效分布周期参数 p_{eff} ,并进一步给出基于模型尺寸的RLC参数提取方法和建立了相应的等效电路模型。该模型能实现对多种尺寸参数的六边形环CAM吸波性能的计算,并与HFSS仿真结果相吻合,对实现宽带雷达吸波材料的设计与优化具有参考意义。通过样品制作和测量,进一步验证了该模型的有效性,最后实现了一款宽带雷达吸波材料,其在1.7~5.7 GHz频段内具备良好的宽带吸波特性。

参考文献

- [1] MUNK B A. Frequency Selective Surfaces: Theory and Design [M]. John Wiley & Sons, Inc., 2005: 1–46.
- [2] 路宝, 龚书喜, 凌劲, 等. 一种新型频率选择表面及其在天线雷达散射截面减缩中的应用[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(1): 199–202. doi: 10.3724/SP.J.1146.2009.00046.
LU Bao, GONG Shuxi, LING Jin, *et al.* A novel frequency selective surface structure and its application to RCS reduction of antennas[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2010, 32(1): 199–202. doi: 10.3724/SP.J.1146.2009.00046.
- [3] JOOZDANI M Z, AMIRHOSSEINI M K, and ABDOLALI A. Wideband radar cross-section reduction of patch array antenna with miniaturised hexagonal loop frequency selective surface[J]. *Electronics Letters*, 2016, 52(9): 767–768. doi: 10.1049/el.2016.0336.
- [4] 周禹龙, 曹祥玉, 高军, 等. 双频率选择表面及其在微带天线宽带RCS减缩中的应用[J]. 电子与信息学报, 2017, 39(6): 1446–1451. doi: 10.11999/JEIT160854.
ZHOU Yulong, CAO Xiangyu, GAO Jun, *et al.* Dualband frequency selective surface and its application to wideband RCS reduction of the microstrip antenna[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2017, 39(6): 1446–1451. doi: 10.11999/JEIT160854.
- [5] RUVIO G, LEONE G, and MATTIELLO F. Analysis and characterization of finite-size curved frequency selective surfaces[J]. *Studies in Engineering & Technology*, 2015, 2(1): 9–21. doi: 10.11114/set.v2i1.684.
- [6] COSTA F, MONORCHIO A, and MANARA G. Analysis and design of ultra thin electromagnetic absorbers comprising resistively loaded high impedance surfaces[J]. *IEEE Transactions on Antennas & Propagation*, 2010, 58(5): 1551–1558. doi: 10.1109/TAP.2010.2044329.
- [7] COSTA F, MONORCHIO A, and MANARA G. Efficient analysis of frequency-selective surfaces by a simple equivalent-circuit model[J]. *IEEE Antennas & Propagation Magazine*, 2012, 54(4): 35–48. doi: 10.1109/MAP.2012.6309153.
- [8] LIU Tian and KIM S S. Design of wide-bandwidth electromagnetic wave absorbers using the inductance and capacitance of a square loop-frequency selective surface calculated from an equivalent circuit model[J]. *Optics Communications*, 2016, 359: 372–377. doi: 10.1016/j.optcom.2015.10.011.
- [9] SILVA M W B and KRETLY L C. An efficient method based on equivalent-circuit modeling for analysis of Frequency Selective Surfaces[C]. Proceedings of the Microwave & Optoelectronics Conference, Rio de Janeiro, Brazil, 2013: 1–4. doi: 10.1109/IMOC.2013.6646473.
- [10] 王秀芝, 高劲松, 徐念喜. 利用等效电路模型快速分析加载集总元件的微型化频率选择表面[J]. 物理学报, 2013, 62(20): 1–5. doi: 10.7498/aps.62.207301.
WANG Xiuzhi, GAO Jinsong, and XU Nianxi. Quick analysis of miniaturized-element frequency selective surface that loaded with lumped elements by using an equivalent circuit model[J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, 62(20): 1–5. doi: 10.7498/aps.62.207301.
- [11] HAN Ye, CHE Wenquan, CHRISTOPOULOS C, *et al.* A fast and efficient design method for circuit analog absorbers consisting of resistive square-loop arrays[J]. *IEEE*

- Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 2016, 58(3): 747–757. doi: [10.1109/TEMC.2016.2524553](https://doi.org/10.1109/TEMC.2016.2524553).
- [12] SHANG Yuping, SHEN Zhongxiang, and XIAO Shaoqiu. On the design of single-Layer circuit analog absorber using double-square-loop array[J]. *IEEE Transactions on Antennas & Propagation*, 2013, 61(12): 6022–6029.
- [13] YANG Juan and SHEN Zhongxiang. A thin and broadband absorber using double-square loops[J]. *IEEE Antennas & Wireless Propagation Letters*, 2007, 6: 388–391. doi: [10.1109/LAWP.2007.903496](https://doi.org/10.1109/LAWP.2007.903496).
- [14] LUO X F, TEO P T, QING A, *et al.* Design of double - square - loop frequency - selective surfaces using differential evolution strategy coupled with equivalent - circuit model[J]. *Microwave & Optical Technology Letters*, 2005, 44(2): 159–162. doi: [10.1002/mop.20575](https://doi.org/10.1002/mop.20575).
- [15] SUDHENDRA C, RAMKUMAR M A, and RAO K A R K. Design, analysis, and implementation of spacecloth based on hexagonal resistor grid network of planar resistors[J]. *IEEE Microwave & Wireless Components Letters*, 2017, 27(11): 986–988. doi: [10.1109/LMWC.2017.2750066](https://doi.org/10.1109/LMWC.2017.2750066).
- [16] 白正元, 姜雄伟, 张龙. 超薄电磁屏蔽光窗超材料吸波器[J]. *光学学报*, 2017, 37(8): 244–252. doi: [10.3788/AOS201737.0816003](https://doi.org/10.3788/AOS201737.0816003).
- BAI Zhengyuan, JIANG Xiongwei and ZHANG Long. Ultra-thin metamaterial absorber for electromagnetic window shielding[J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(8): 244–252. doi: [10.3788/AOS201737.0816003](https://doi.org/10.3788/AOS201737.0816003).
- 于家傲: 男, 1989年生, 博士生, 研究方向为电子对抗技术、微带天线、电磁超材料等.
- 彭世蕤: 男, 1963年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为电子对抗技术、微波技术与电磁场等.
- 陈晓坤: 女, 1979年生, 讲师, 研究方向为微带天线、电磁超材料等.
- 李有权: 男, 1980年生, 讲师, 研究方向为电子对抗技术、微带天线、电磁超材料等.