

基于能量误差的人体有限元模型网格剖分优化研究

魏宏安 吴小清 张昂*

(福州大学物理与信息工程学院 福州 350116)

(福建省媒体信息智能处理与无线传输重点实验室 福州 350116)

摘要: 网格剖分是有限元建模分析过程中最重要,也是工作量最大的环节,直接影响有限元分析的精度和时间。该文在研究网格自适应剖分及有限元离散误差的基础上,在高压输电场环境中建立不同复杂度的3维人体模型。通过对人体模型自适应网格剖分和手动网格剖分电场仿真结果的对比,分析能量误差变化的趋势,从而指导人体模型的建立及最佳剖分尺寸的设置。该文的研究成果,对其它有限元剖分方案的优化研究具有一定参考意义。
关键词: 能量误差;有限元分析;网格剖分;人体模型;电场仿真

中图分类号: TM154

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2020)11-2615-06

DOI: 10.11999/JEIT190765

Research on Mesh Generation Optimization of Finite Element Model of Human Body Based on Energy Error

WEI Hong'an WU Xiaoqing ZHANG Ang

(College of Physics and Information Engineering, Fuzhou University, Fuzhou 350116, China)

(Key Laboratory of Media Intelligence and Communication, Fujian Province, Fuzhou 350116, China)

Abstract: Meshing is the most important part of the finite element modeling and analysis process, and it also has the largest workload, which directly affects the accuracy and time of the finite element analysis. Based on the research of adaptive meshing and finite element discrete errors, three-dimensional human body models of different complexity are established in the environment of high-voltage power transmission fields. By comparing the results of the electric field simulation between the adaptive meshing of the human body model and the manual meshing, the trend of energy error changes is analyzed, so as to guide the establishment of the human body model and the setting of the optimal mesh size. The research results have certain reference significance to the optimization research of other finite element splitting schemes.

Key words: Energy error; Finite Element Analysis (FEA); Mesh generation; Human body model; Electric field simulation

1 引言

有限元分析(Finite Element Analysis, FEA)是将连续介质离散成有限的单元,使无限自由度的问题转化成有限自由度的问题,再使用计算机进行计算^[1]。在进行数据分析之前,需对待分析的物体做网格剖分,网格划分的质量直接影响到计算结果的好坏。一个高质量的网格剖分,要结合计算时间和工程精度要求,设定合理的网格数量和相对网格密度^[2,3]。

有限元离散误差是评估有限元模型仿真精度的主要依据。误差估计方法可分为“前误差估计”和“后误差估计”^[4],关于后误差估计方法前人已

经做了大量的研究,如文献^[5]基于极小化总势能和极大化应变能等原理建立了基本框架对离散误差进行评估。文献^[6]针对线性椭圆问题用局部误差指标定义了最优网格,并给出了误差的界限。文献^[7]在误差估计方面做了大量富有成效的研究,并提出采用能量范数度量两应力场间的差值表示离散误差,文献^[8]证明了这种方法的有效性。文献^[9]提出有限元法通常在保证收敛性时是按能量收敛。

在有限元分析中网格尺寸大小的确定是一个较大的问题。本文通过在高压输电环境中建立不同复杂度的3维人体模型;对人体模型进行自适应剖分和不断细化网格单元大小的手动剖分的研究,以能量误差(EnergyError)为判据指导模型的建立和最佳剖分尺寸的设置。

2 网格剖分

2.1 有限元网格自适应剖分

自适应网格剖分是一种场量计算方法,在生成的初始网格的基础上,通过自动估计网格剖分误差和网格细分得到合理的网格^[10,11]。它是通过循环实现网格加密,如图1所示。

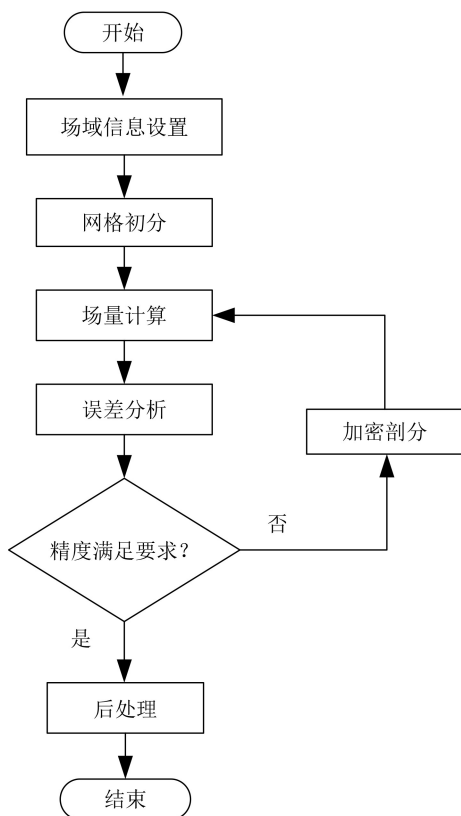


图1 自适应网络剖分流程

2.2 有限元离散误差的基本理论

有限元法中可用范数进行误差度量,其中能量范数的误差度量法是指对模型中的每个单元进行能量误差估计^[12]。误差分为局部误差和全局误差^[13]。每个单元的误差称为局部误差,将所有的单元误差求和即得到全局误差。

对于线弹性力学问题,令 Ω 为有界域, $\Gamma = \Gamma_t \cup \Gamma_\mu$ 为其边界条件,则基本方程可表示为

$$L\mu - f = S^T DS\mu - f = 0 \quad (1)$$

其中,

$$\sigma = DS\mu, \text{ 在 } \Omega \text{ 区内} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} n \cdot \sigma &= t, \text{ 在边界 } \Gamma_t \text{ 上} \\ \mu &= \mu, \text{ 在边界 } \Gamma_\mu \text{ 上} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

其中, L 为线性微分算子, $L = S^T DS$; μ 为位移; f 为体积力矢量; D 为弹性常数矩阵; S 为应变微分矩阵; σ 为应力。

将式(1)离散后,有限元方程为

$$K\mu = R \quad (4)$$

式中, K 为总刚度矩阵; R 为载荷列向量。

有限元单元 i 的能量误差为

$$e_i = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\sigma^* - \hat{\sigma})^T [D]^{-1} (\sigma^* - \hat{\sigma}) d\Omega_i \quad (5)$$

式中, Ω_i 为单元 i 的有界域体积; $[D]$ 表示弹性矩阵; $(\sigma^* - \hat{\sigma})$ 为有限元应力误差, $\hat{\sigma}$ 为应力近似解, σ^* 为 $\hat{\sigma}$ 修匀得到的改进应力解。

将所有单元能量误差相加得单元总能量误差为

$$e = \sum_{i=1}^{N_r} e_i \quad (6)$$

式中, N_r 为总的单元数。

在有限元软件中,采用全域能量误差作为有限元计算控制标准,计算公式为

$$E = \left(\frac{e}{U + e} \right)^{\frac{1}{2}} \times 100\% \quad (7)$$

式中, U 为单元总应变能; e 为单元总能量误差。

本文中,以式(7)计算得的能量误差作为精度评估依据,研究输电线路有限元模型在不同网格剖分方案下的能量误差,从而选择合适的网格剖分尺寸。

3 仿真模型的建立

有限元分析的核心思想是结构的离散化,即有限元网格剖分。它是有限元分析中至关重要的一步,直接影响计算结构的精确度^[14]。由此可见,建立高压输电线路系统模型,并进行合理的网格剖分是高压输电线路有限元分析中最重要的一步。

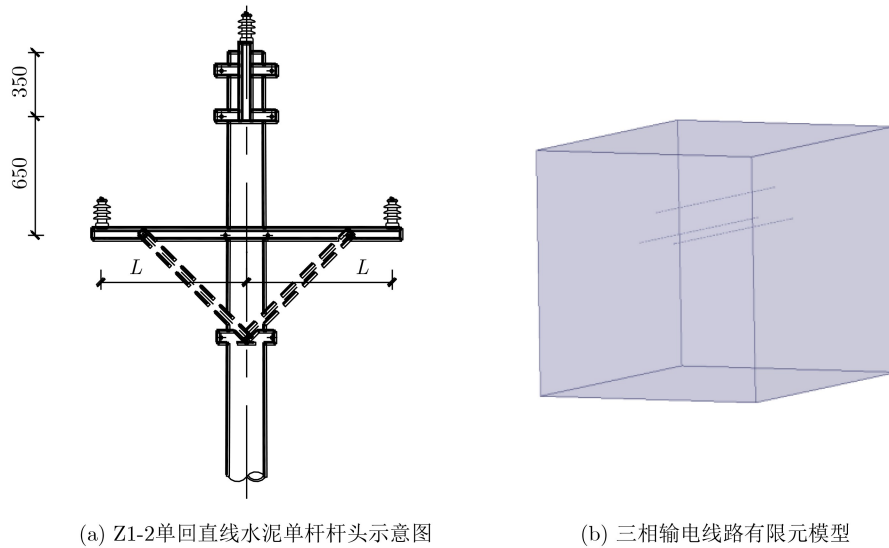
3.1 输电线路有限元模型

本文根据国家电网公司配电网工程典型设计中的Z1-2单回直线水泥单杆杆头示意图(其中 L 为0.8 m),如图2(a)所示。采用Ansoft Maxwell仿真软件建立相应的输电线路有限元模型,如图2(b)所示。在Ansoft Maxwell中进行瞬态电场研究。

在无人情况下空间电场强度仿真结果分布图如图3所示,为了方便观察将立体图的场强最大值设置为30 kV/m,剖面图场强最大值设置为10 kV/m。从图中可以看出电场强度是从导线向四周不断减小的形式变化。

3.2 人体模型的建立

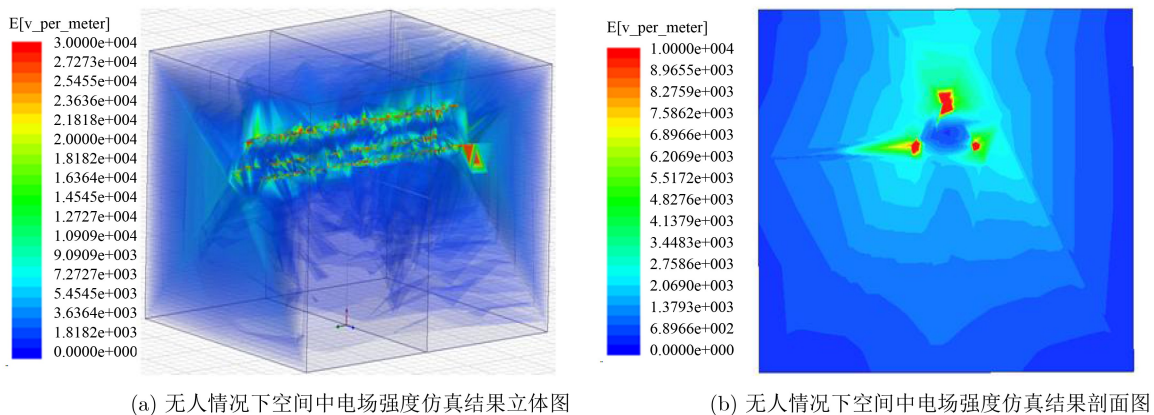
人体结构复杂,其内部含有大量可能受电场作用的带电粒子,这是因为人体内部有各种生物分子。在外加电场作用下,会使人体生物组织表现出



(a) Z1-2单回直线水泥单杆杆头示意图

(b) 三相输电线路有限元模型

图2 三相输电线路布局图



(a) 无人情况下空间中电场强度仿真结果立体图

(b) 无人情况下空间中电场强度仿真结果剖面图

图3 无人情况下空间中电位仿真结果分布图

传导性和介电性^[15]。本文并不着眼于人体某个部位的具体分析,因此建立3种不同复杂程度3维简化人体模型,如图4所示。

其中人体模型的尺寸如表1所示。

3.3 实际案例的有限元模型仿真

根据实际环境和对象参数,在Ansoft Maxwell中建立输电线路有限元模型。考虑到空间中人体可能带来的影响,加入人体模型进行仿真。仿真结果如图5所示。为了方便观察将立体图的场强最大值设置为 10^2 kV/m,剖面图的场强最大值设置为10 kV/m。将仿真结果与图3对比,可知放入人体模型后空间电场的衰减比无人时更快。电场强度分布规律均由输电导线向四周不断减小,在人体附近空气场强要比无人时处的场强大,在靠近导线一侧的人体头部尤为突出,这表明人体的加入使其周围空气中的电场发生严重畸变。这是因为人体的相对介电常数非常大,可近似为一接地导体,且感应电荷随人体与正极板距离的增加而减少。因此,在

靠近导线一侧的人体头部离正极板较近,会聚集有大量感应电荷,场强增大;随着人体各个部分离正极板距离的增加,场强也会随之减小。

4 网格剖分优化仿真

4.1 自适应网格剖分

对3种人体模型以身高为权重求半径的方差和进行自适应网格剖分仿真分析,得到不同人体模型的方差和能量误差,如表2所示。

根据表2,可以拟合出能量误差随着人体模型方差的变化规律,如图6所示。

从图6中可知能量误差随着人体模型方差的增大而增大。因为人体模型方差越大表示建立的人体模型越复杂,在进行有限元网格剖分时模型越复杂产生的误差就越大。因此,可以根据人体模型能量误差来指导模型的选择。

4.2 手动网格剖分

对人体模型进行不同网格剖分设置,并仿真分

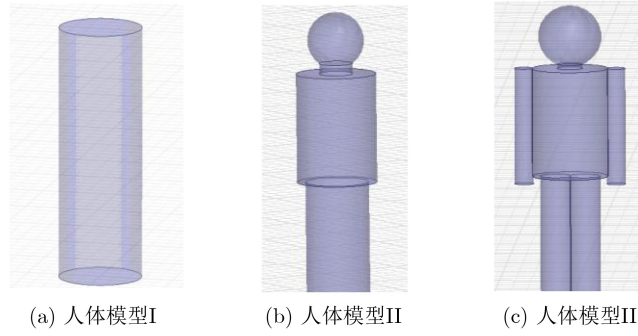
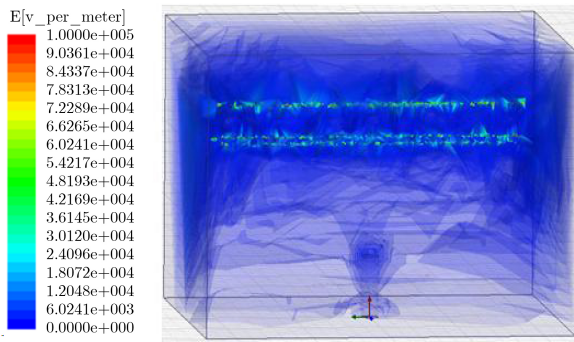


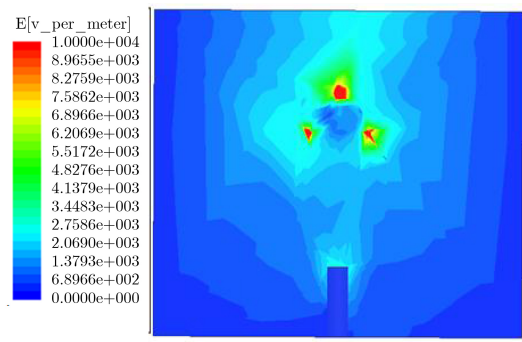
图4 简化3D人体模型

表1 人体模型尺寸(m)

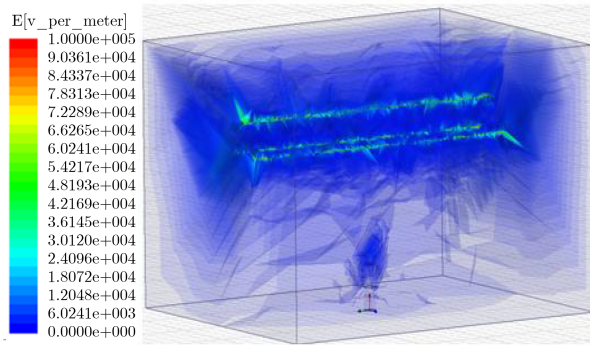
	人体模型I	人体模型II				人体模型III				
		脚	身体	脖子	头	脚	身体	手臂	脖子	头
半径	0.28	0.19	0.24	0.10	0.17	0.05	0.12	0.03	0.04	0.20
高度	1.71	0.70	0.65	0.08	无	0.80	0.70	0.75	0.08	无



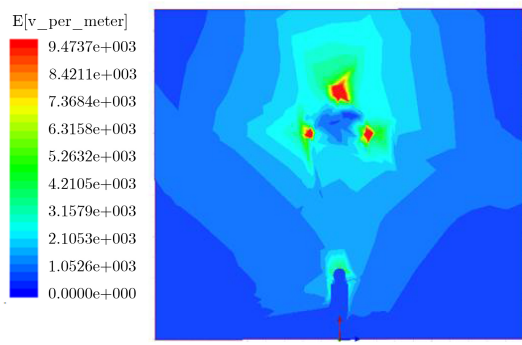
(a) 人体模型I情况下空间电场强度仿真结果立体图



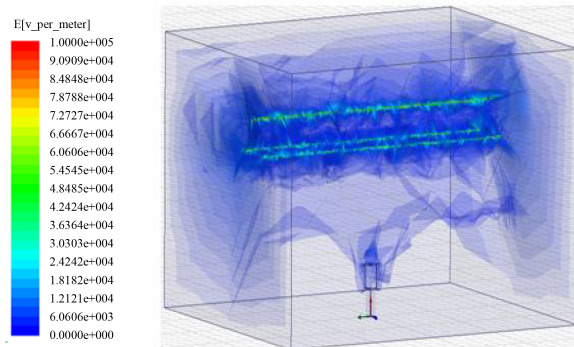
(b) 人体模型I情况下空间电场强度仿真结果剖面图



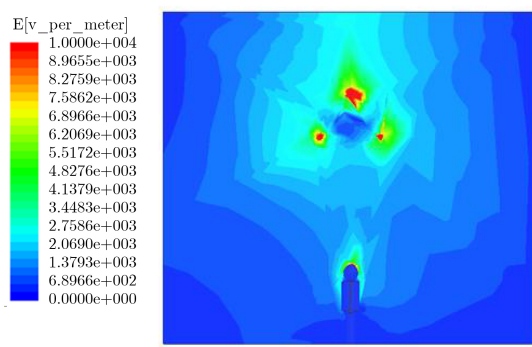
(c) 人体模型II情况下空间电场强度仿真结果立体图



(d) 人体模型II情况下空间电场强度仿真结果剖面图



(e) 人体模型III情况下空间电场强度仿真结果立体图



(f) 人体模型III情况下空间电场强度仿真结果剖面图

图5 有人情况下空间电场强度仿真结果分布图

表 2 不同人体模型的方差和自适应网格剖分能量误差

人体模型类型	人体模型I	人体模型II	人体模型III
能量误差(%)	21.0735	22.4244	26.8348
方差(m ²)	0	0.036	0.050

$$\left. \begin{aligned} y'_I &= \frac{0.928}{x} \\ y'_{II} &= \frac{0.0875}{x} \\ y'_{III} &= \frac{0.3549}{x} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

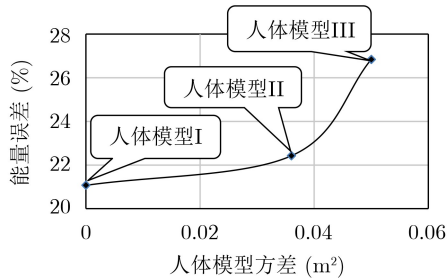


图 6 不同人体模型的能量误差的变化

析。从1.2节的有限元离散误差分析中可知，最大能量误差在一定程度上体现了计算结果的精度，因此本文选择最大的能量误差作为误差大小判断依据。本节仿真分析了3种人体模型进行手动网格剖分设置后的能量误差变化。如图7所示。从图中可知，电场中的能量误差随着计算部分网格剖分单元边长的增大而增大。

图7拟合的对数函数分别为

$$\left. \begin{aligned} y_I &= 0.928 \ln(x) + 22.093 \\ y_{II} &= 0.0875 \ln(x) + 21.937 \\ y_{III} &= 0.3549 \ln(x) + 24.625 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

分别对3个拟合的对数函数进行求导得

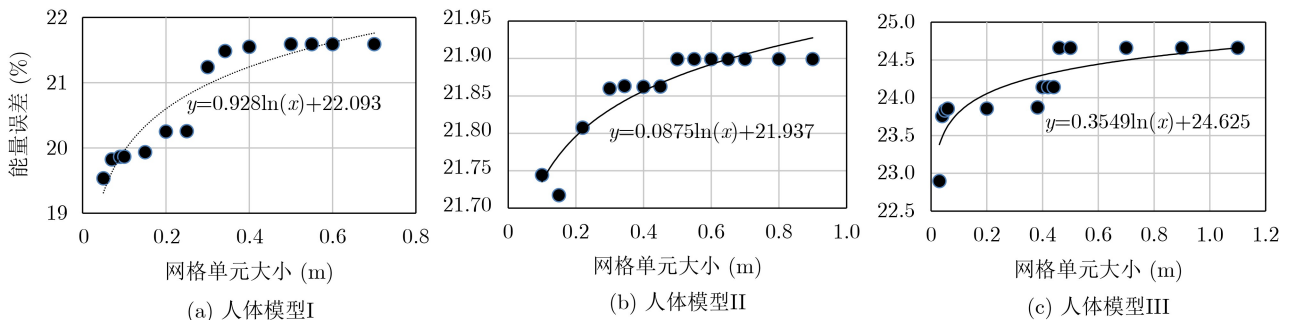


图 7 3种人体模型的不同网格单元大小的能量误差的变化

表 3 网格尺寸0.2 m和0.5 m的模型网格数变化

		人体模型I	人体模型II	人体模型III
全局网格数	网格尺寸0.2 m	281086	282154	285858
	网格尺寸0.5 m	277204	280179	283806
网格数差	全局网格数差	3882	1975	2052
人体网格数	网格尺寸0.2 m	2646	2769	4987
	网格尺寸0.5 m	566	1579	3615
网格数差	人体网格数差	2080	1190	1372

从图7中可知能量误差越小，则模型的计算复杂度就越大，所占用的系统资源和分析时间越大。在实际中要结合计算时间、计算机内存和工程精度要求等因素，使得计算复杂度和能量误差达到一个均衡状态。因此，令 $y' = 1$ 为最佳网格剖分点，求得人体模型I、人体模型II和人体模型III的最佳剖分尺寸分别为0.928 m、0.0875 m和0.3549 m。

对3种模型选择相同的网格剖分尺寸，如选择网格尺寸为0.2 m和0.5 m。它们的网格数差，如表3所示。从表中看出，全局网格数变化及人体网格数变化最小的是人体模型II，其次为人体模型III，最后为人体模型I。使得人体模型II的仿真结果能量误差变化最小，其次为人体模型III，最后为人体模型I。从而求得的 x 为人体模型II最小，其次为人体模型III，最后为人体模型I。

5 结束语

本文在分析了有限元网格自适应剖分及有限元离散误差的基础上，采用Ansoft Maxwell仿真软件，建立3种不同复杂程度的人体模型，并对3种人体模型进行自适应剖分和手动剖分的仿真，分析了能量误差的变化趋势，研究结果可用于对人体模型

的选择提供参考和对不同模型的最佳网格剖分尺寸进行估计。本文的研究成果,对其它有限元网格剖分方案的研究也具有一定的参考价值。

参考文献

- [1] 沈丹丹, 胡万晓, 苟进胜. 木托盘有限元分析精度的影响因素[J]. 包装工程, 2018, 39(17): 12–18. doi: [10.19554/j.cnki.1001-3563.2018.17.003](https://doi.org/10.19554/j.cnki.1001-3563.2018.17.003).
SHEN Dandan, HU Wanxiao, and GOU Jinsheng. Factors affecting the precision of finite element analysis of wooden pallet[J]. *Packaging Engineering*, 2018, 39(17): 12–18. doi: [10.19554/j.cnki.1001-3563.2018.17.003](https://doi.org/10.19554/j.cnki.1001-3563.2018.17.003).
- [2] 叶志红, 周海京, 刘强. 屏蔽腔内任意高度线缆端接TVS管电路的电磁耦合时域分析[J]. 电子与信息学报, 2018, 40(4): 1007–1011. doi: [10.11999/JEIT170615](https://doi.org/10.11999/JEIT170615).
YE Zhihong, ZHOU Haijing, and LIU Qiang. Time domain coupling analysis for the arbitrary height cable terminated with TVS circuit in shield cavity[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2018, 40(4): 1007–1011. doi: [10.11999/JEIT170615](https://doi.org/10.11999/JEIT170615).
- [3] JIN Gefei, WEI Hai, CHEN Danlei, *et al.* Finite element meshing of complex tailings dam based on Hypermesh software[J]. *China Water Transport (The Second Half)*, 2019, 19(8): 96–97.
- [4] 王世杰, 常延贞. 一类抛物最优控制问题的有限元误差估计[J]. 北京化工大学学报: 自然科学版, 2018, 45(6): 106–110. doi: [10.13543/j.bhxbzr.2018.06.017](https://doi.org/10.13543/j.bhxbzr.2018.06.017).
WANG Shijie and CHANG Yanzhen. Error estimates of the finite element method for a class of parabolic optimal control problems[J]. *Journal of Beijing University of Chemical Technology. Natural Science Edition*, 2018, 45(6): 106–110. doi: [10.13543/j.bhxbzr.2018.06.017](https://doi.org/10.13543/j.bhxbzr.2018.06.017).
- [5] TURCKE D J and MCNEICE G M. Guidelines for selecting finite element grids based on an optimization study[J]. *Computers & Structures*, 1974, 4(3): 499–519.
- [6] BABUŠKA I and RHEINBOLDT W C. *A-Posteriori* error estimates for the finite element method[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1978, 12(10): 1597–1615. doi: [10.1002/nme.1620121010](https://doi.org/10.1002/nme.1620121010).
- [7] ZIENKIEWICZ O C and ZHU J Z. The superconvergent patch recovery and a *posteriori* error estimates. Part 1: The recovery technique[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1992, 33(7): 1331–1364. doi: [10.1002/nme.1620330702](https://doi.org/10.1002/nme.1620330702).
- [8] AINSWORTH M, ZHU J Z, CRAIG A W, *et al.* Analysis of the Zienkiewicz-Zhu *a-posteriori* error estimator in the finite element method[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1989, 28(9): 2161–2174. doi: [10.1002/nme.1620280912](https://doi.org/10.1002/nme.1620280912).
- [9] FENG Kang. Finite element method[J]. *Mathematics in Practice and Theory*, 1974(4): 54–61.
- [10] LI Xiangrong, ZHANG Weiwei, and NIE Yufeng. Superconvergence analysis of adaptive finite element method based on the bubble-type mesh generation[J]. *Applied Mathematics Letters*, 2019, 98: 322–328. doi: [10.1016/j.aml.2019.06.034](https://doi.org/10.1016/j.aml.2019.06.034).
- [11] 朱月风, 张洪亮, 张乘源, 等. 简化扩展有限元法精度的验证及在DCT试验中的应用[J]. 武汉大学学报: 工学版, 2019, 52(3): 216–222. doi: [10.14188/j.1671-8844.2019-03-005](https://doi.org/10.14188/j.1671-8844.2019-03-005).
ZHU Yuefeng, ZHANG Hongliang, ZHANG Chengyuan, *et al.* Accuracy verification of simplified XFEM and its application to DCT test[J]. *Engineering Journal of Wuhan University*, 2019, 52(3): 216–222. doi: [10.14188/j.1671-8844.2019-03-005](https://doi.org/10.14188/j.1671-8844.2019-03-005).
- [12] 苏志敏, 闫毅志, 董卫, 等. 特高拱坝有限元网格尺寸与离散误差分析[C]. 第九届南方计算力学学术交流会, 合肥, 2013: 246–250. doi: [10.19636/j.cnki.cjsm42-1250/o3.2014.s1.042](https://doi.org/10.19636/j.cnki.cjsm42-1250/o3.2014.s1.042).
SU Zhimin, YAN Yizhi, DONG Wei, *et al.* Analysis on finite element mesh size and discretization error for super-high arch dam[C]. The 9th South Computational Mechanics Academic Exchange Conference, Hefei, China, 2013: 246–250. doi: [10.19636/j.cnki.cjsm42-1250/o3.2014.s1.042](https://doi.org/10.19636/j.cnki.cjsm42-1250/o3.2014.s1.042).
- [13] 刘建涛, 杜平安, 黄明镜, 等. 曲面薄壳有限元离散误差分析和修正方法研究[J]. 系统仿真学报, 2010, 22(10): 2281–2286. doi: [10.16182/j.cnki.joss.2010.10.006](https://doi.org/10.16182/j.cnki.joss.2010.10.006).
LIU Jiantao, DU Ping'an, HUANG Mingjing, *et al.* Discrete error analysis and correction method of finite element for curved thin-walled structures[J]. *Journal of System Simulation*, 2010, 22(10): 2281–2286. doi: [10.16182/j.cnki.joss.2010.10.006](https://doi.org/10.16182/j.cnki.joss.2010.10.006).
- [14] 宣杨, 王旭, 刘承安, 等. 不完全乔列斯基分解共轭梯度法在磁感应成像三维有限元正问题中的应用[J]. 电子与信息学报, 2016, 38(1): 187–194. doi: [10.11999/JEIT150437](https://doi.org/10.11999/JEIT150437).
XUAN Yang, WANG Xu, LIU Cheng'an, *et al.* Incomplete Cholesky conjugate gradient method for the three-dimensional forward problem in magnetic induction tomography using finite element method[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2016, 38(1): 187–194. doi: [10.11999/JEIT150437](https://doi.org/10.11999/JEIT150437).
- [15] 魏宏安, 吴小清. 基于Maxwell有限元分析的高压输电线路安全距离研究[J]. 电气开关, 2018, 56(5): 86–90. doi: [10.3969/j.issn.1004-289X.2018.05.020](https://doi.org/10.3969/j.issn.1004-289X.2018.05.020).
WEI Hong'an and WU Xiaoqing. Research on safety distance of high voltage transmission lines based on Maxwell's finite element analysis[J]. *Electric Switcher*, 2018, 56(5): 86–90. doi: [10.3969/j.issn.1004-289X.2018.05.020](https://doi.org/10.3969/j.issn.1004-289X.2018.05.020).

魏宏安: 男, 1978年生, 高级实验师, 研究方向为通信与信息系统。
吴小清: 女, 1994年生, 硕士生, 研究方向为电子与通信工程。
张 昂: 男, 1984年生, 实验师, 研究方向为电子与通信工程。

责任编辑: 马秀强