

基于Duffing振子的机场异物自动判决算法

钟俊 邢萌 刘星* 曾琦

(四川大学电气工程学院 成都 610065)

摘要: 基于毫米波雷达的机场异物(FOD)检测技术具有高分辨率和低功耗的特点,但是传统恒虚警(CFAR)类检测算法在低信杂比(SCR)情况下虚警过高。该文提出一种基于Duffing振子的FOD检测算法。该算法首先利用杂波图CFAR检测算法将雷达接收机接收回波中的背景杂波初步分离,获得目标(包含虚警)的距离信息,并利用该信息构造Duffing方程,之后将此方程作为系统检测模型,输入接收回波信号,求解输出信号方差,采用方差极值法区分目标和虚警。仿真结果表明,在低信杂比情况下,即使虚警概率为 10^{-3} ,该文检测算法也可以降低虚警率,实现目标与虚警的自动判决。与传统CFAR检测算法相比,该算法的检测概率高于传统检测算法且随信杂比的下降减小速度缓慢,即使在信杂比-30 dB的情况下所提算法仍然可以保持84%的检测概率。

关键词: 机场异物检测; 微弱信号; Duffing振子; 频率检测; 方差

中图分类号: TN957.51

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2021)11-3220-08

DOI: 10.11999/JEIT201043

An Automatic Decision Algorithm for Foreign Objects Debris Based on Duffing Oscillator

ZHONG Jun XING Meng LIU Xing ZENG Qi

(College of Electrical Engineering, Sichuan University, Chengdu 610065, China)

Abstract: The Foreign Objects Debris (FOD) detection technology based on millimeter wave radar has the advantages of high resolution and low power consumption, but the traditional Constant False Alarm Rate (CFAR) detection algorithm has high false alarm probability under the condition of low Signal-to-Clutter Ratio (SCR). A FOD detection method based on Duffing oscillator is proposed. In this method, the clutter map CFAR detection method is firstly used to separate the background clutter from the received echo signal in the radar receiver, after that the distance information of target (including false alarm) can be acquired, and the Duffing equations are constructed by using the distance information. Then the Duffing equations are used as the system detection model, and the received echo signal is considered as the input. Therefore, the output variance can be calculated by solving the Duffing equations. Finally the target can be distinguished from the false alarm by using the variance extremum method. Simulation results show that, even if the false alarm probability is 10^{-3} , the detection method in this paper can distinguish the target from the false alarm automatically under the condition of low SCR. Furthermore, it can also reduce the false alarm probability. Compared with the traditional CFAR detection algorithm, the detection probability of this method is higher and reduces more slowly with the decrease of SCR. Meanwhile, the detection probability can be maintained at 84% under the condition of SCR=-30 dB.

Key words: Foreign Objects Debris (FOD) detection; Weak signal; Duffing oscillator; Frequency detection; Variance

1 引言

机场异物(Foreign Objects Debris, FOD)是指不属于机场跑道的,可能会对飞机安全产生威胁的

外来物品,如金属零件、碎石块、纸屑、塑料布等。机场异物的存在对于飞机安全有着重大影响,在飞机起飞前必须清除。传统的人工检测耗费大量时间,刷新率低,并且在雨雾天气中,肉眼观测会受到很大的影响,同时一些较小的金属物件,即使天气条件好的情况下也不易被发现,因此对机场跑道环境进行实时、自动监测十分重要^[1]。

当前国内外已投入使用的FOD监测系统主要有:毫米波雷达和摄像监控设备结合的英国QinetiQ

收稿日期: 2020-12-14; 改回日期: 2021-03-12; 网络出版: 2021-03-24

*通信作者: 刘星 liuxing4@126.com

基金项目: 国家自然科学基金(61901288)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (61901288)

公司Tarsier1100系统、美国TrexEnterprises公司的FODFinder系统和以色列Xsight公司的FODetect系统；基于光学摄像体制和视频识别技术的新加坡Stratechsystems公司的iFerret系统；基于调频连续波(Frequency Modulated Continuous Wave, FMCW)雷达体制的中国成都赛英公司的FOD监测雷达样机^[2]。由于摄像体制受光照、亮度影响很大，在夜晚、雨雾天气或者能见度很低的情况下检测效果不佳^[3]，在以上投入使用的FOD监测系统中多用于监测人员2次确认，因此本文基于毫米波雷达体制展开研究。

目前毫米波雷达体制通常采用的是恒虚警检测(Constant False Alarm Rate, CFAR)算法，又分为空域恒虚警检测算法和时域恒虚警检测算法。典型的空域恒虚警检测算法有均值类恒虚警检测算法(Mean-Level CFAR, ML-CFAR)和有序统计类恒虚警检测算法(Order-Statistics CFAR, OS-CFAR)，文献^[4-6]指出单元平均恒虚警检测算法(Cell-Average CFAR, CA-CFAR)在均匀杂波背景和单目标检测环境中较好的检测性能，但在非均匀杂波背景和多目标检测环境中其检测性能严重下降。OS-CFAR在均匀杂波背景和多目标检测环境中较好的检测结果，但是在检测区域边缘处虚警概率过高；文献^[7]提出单元平均杂波图CFAR算法，通过多次扫描来估计杂波功率，适用于杂波随距离单元变化比较剧烈的情形，但是虚警的存在会出现“自屏蔽”现象，导致目标漏检。由于机场跑道的散射环境复杂^[8,9]，CFAR类算法在FOD检测过程中虚警过高，区分虚警和FOD的工作只能依靠人工进行。因此降低FOD检测系统的虚警率，自动区分虚警和FOD是当前研究的热点。

混沌理论是非线性科学的重要成就之一，作为研究非线性系统的新方法也引起了雷达领域的关注。文献^[10]将混沌理论应用到低信噪比雷达微动目标的信号特征提取中，仿真验证了在-30 dB信噪比下的算法性能；文献^[11]利用雷达目标的混沌谱特征代替雷达目标的功率谱特征对雷达目标进行识别，识别效果更加有效。文献^[12]利用Duffing振子对雷达常用的线性调频信号进行了频移的测量，实现了-17 dB信噪比下的线性调频信号的时频表示。混沌系统由混沌态转变为大尺度周期态的分岔行为对与策动力同频或相近频率的小信号较为敏感，对噪声有较强免疫力，并且很多研究成果表明这种方法具有检测低信噪比信号的能力^[13-16]，文献^[17]指出，Duffing混沌系统输出信号在系统处于混沌和周期状态时方差不同，当待测信号频率与策动力

信号相等时，信号方差达到最大。基于此，本文在杂波图CFAR预处理的基础上，利用Duffing振子对FOD回波信号和虚警敏感度不同的特性，采用Duffing振子方差极值法将FOD检测问题转换成分离FOD与虚警的问题，最终达到低信杂比条件下FOD检测的目的。

本文主要从以下几个方面展开：首先简单介绍传统CFAR类FOD检测算法，并通过实测数据指出其存在的问题，在此基础上提出利用Duffing振子分离FOD和虚警的检测方法。其次利用杂波图CFAR检测算法对接收回波信号进行预处理，然后针对预处理之后存在虚警的问题，使用Duffing振子方程作为系统检测模型，根据系统输出的方差不同来区分FOD和虚警，最终实现低信杂比条件下的目标检测；最后对比了本文算法和传统CFAR类检测算法的检测概率。

2 机场异物检测传统方法

2.1 接收回波信号模型

毫米波FOD监测雷达使用的是线性调频连续波体制，发射信号为

$$s(t) = \cos(2\pi(f_0 t + 0.5Kt^2)) \quad (1)$$

其中， f_0 表示发射信号的中心频率， $K = B/T$ 表示调频斜率， B 、 T 分别表示发射信号带宽和扫频周期^[18]。因此在距离 R 处的FOD的回波信号可以表示为

$$s_R(t) = \cos(2\pi(f_0(t - t_d) + 0.5K(t - t_d)^2)) \quad (2)$$

其中， $t_d = 2R/c$ 为目标回波的时延，代入式(2)，将式(1)与式(2)进行混频后得到差频信号为

$$s_{\text{diff}}(t) = A \cos \left[2\pi \left(K \frac{2R}{c} t - K \frac{2R^2}{c^2} + \frac{2R}{\lambda} \right) \right] \quad (3)$$

其中， A 表示待测信号的幅值， $\lambda = c/f_0$ 。

根据式(3)可以看到，差频信号是一个频率为 $f_{\text{diff}} = 2RK/c$ 的单频周期信号，经过傅里叶变换之后可以得到频率信息，进而得到距离维信息，即

$$R = cf_{\text{diff}}/2K \quad (4)$$

由于接收机接收到的信号中不可避免地会混杂接收机热噪声 $s_n(t)$ 和地杂波 $s_c(t)$ ，因此最终接收回波信号模型为

$$s_r(t) = s_R(t) + s_c(t) + s_n(t) \quad (5)$$

其中，接收机热噪声是服从高斯分布的白噪声，地杂波是幅度服从瑞利分布的随机信号。

2.2 杂波图CFAR检测算法

由于地杂波在空域变化比较剧烈，传统的均值类检测方法很难获得较好的检测性能^[4-6]。但是在

同一检测单元上,地杂波随时间的变化比较平缓,因此在时间上对同一检测单元的地杂波进行存储并且迭代更新,得到检测单元处的背景杂波,然后在相同检测单元上将检测信号与背景杂波对比,即可较好地检测到目标。这就是杂波图CFAR技术。

杂波图CFAR的核心是迭代更新公式,每个检测单元上的杂波功率估值可以利用式(6)进行迭代更新

$$\hat{p}_n(k) = (1 - \omega)\hat{p}_{n-1}(k) + \omega q_n(k) \quad (6)$$

其中, $q_n(k)$ 是第 n 次扫描中第 k 个距离单元的采样值, $\hat{p}_n(k)$ 是接收 n 次扫描采样值后第 k 个距离单元的杂波功率估值, ω 是遗忘因子。之后利用式(7)即可得到每个检测单元的检测阈值,其中 T 表示门限因子,可利用式(8)通过预设的虚警概率进行求解。通过对比接收回波信号与检测阈值,可判断是否含有目标信号,初步将背景杂波分离出来

$$S_n(k) = T \cdot \hat{p}_{n-1}(k) \quad (7)$$

$$P_{fa} = \prod_{m=0}^{\infty} [1 + T\omega(1 - \omega)^m]^{-1} \quad (8)$$

通过以上分析可以看到,杂波图CFAR算法的本质是设置检测阈值,当待检测信号的强度高于设置门限值时就会被判断为目标。然而在实际情况中,虚警与目标回波具有相近的回波强度,甚至在有些情况下虚警的回波强度明显高于目标,因此在回波域直接分离目标和虚警是十分困难的。在第3节将会介绍区分目标和虚警的方法。

3 基于Duffing振子的FOD自动判决算法

通过第2节的接收回波信号模型来看,目标回波和虚警从本质上是不同的。接收到的目标回波信号如式(3)是周期信号,在多目标情况下是多个周期信号的叠加,而虚警本质上是未滤干净的杂波和噪声的混合信号,是随机信号。通过前面的分析可知,当混沌系统输入的小周期信号与策动力信号同频时,混沌系统由混沌态转换成大尺度周期状态,此时系统输出信号方差达到最大;如果混沌系统输入的信号是噪声、杂波等随机信号,混沌系统状态不发生变化。因此本文利用这一特点来进行目标回波和虚警的分离。

3.1 Duffing振子检测方法原理

基于混沌系统的信号检测是通过混沌系统从混沌状态到大尺度周期状态的相变做判断,当系统相变发生时可以认为输入信号中含有小周期信号,并且如果小周期信号频率与策动力频率一致,方差最大^[17],图1展示了方差与输入信号频率之间的关系。

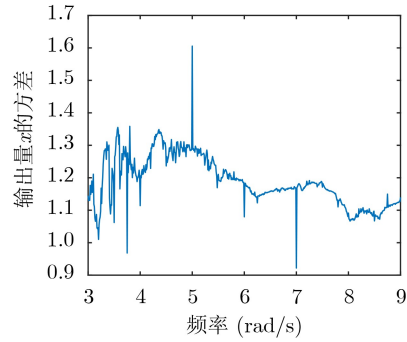


图1 输入信号频率与输出信号方差分布关系图

Duffing振子是混沌系统中常用的一种混沌振子,本文利用Duffing振子,在指定频率范围内构造方程阵列,计算输出信号的方差,寻找方差最大值,对应的Duffing方程的策动力信号频率即为待测信号频率,这就是方差极值法的原理。

首先使用改进型Holmes-Duffing振子方程^[19,20],其状态方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -kx_2 + x_1 - x_1^3 + F_0 \cos(\omega_0 t) + s(t) \end{cases} \quad (9)$$

其中, k 表示阻尼比, $F_0 \cos(\omega_0 t)$ 表示策动力信号, $s(t)$ 表示外界输入小信号,在研究中,一般取 $k = 0.5, \omega_0 = 1$ 。

为了方便测量任意频率的周期信号,对式(9)进行尺度变换,以时间尺度 τ 为变量^[19],令 $t = \omega\tau$, 状态方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \omega x_2 \\ \dot{x}_2 = \omega(-kx_2 + x_1 - x_1^3 + F_0 \cos(\omega\tau) + s_r(\tau)) \end{cases} \quad (10)$$

当策动力信号频率变化时,系统相变阈值不会发生改变。当待测信号中混入噪声时,噪声只会使轨道变得粗糙,而不会影响相变阈值的大小^[21]。因此可以在改进型Holmes-Duffing方程的基础上测出临界状态的相变阈值,即取 $F_0 = 0.825$ 。由于该方程不方便求解解析解,因此采用四阶龙格库塔方法求数值解,得到状态变量 x_1, x_2 关于时间的序列,之后以Duffing方程得到的状态变量 x_1 为自变量,利用式(11)求输出信号的方差

$$\text{Var}(x_1) = \left(\sum_{k=1}^N \left[x_{1k} - \left(\sum_{k=1}^N x_{1k} \right) / N \right]^2 \right) / N \quad (11)$$

为了寻找方差最大值,在指定频率范围 $\omega \in [0.5\omega_d, 1.8\omega_d]$ 内构造方程阵列^[16],求取式(11),并寻找 $\max \text{Var}(x_1)$ 即可。其中 ω_d 表示 $s_r(t)$ 的信号频率。

3.2 FOD自动判决算法流程

图2给出了本文检测算法的流程图,可以看出

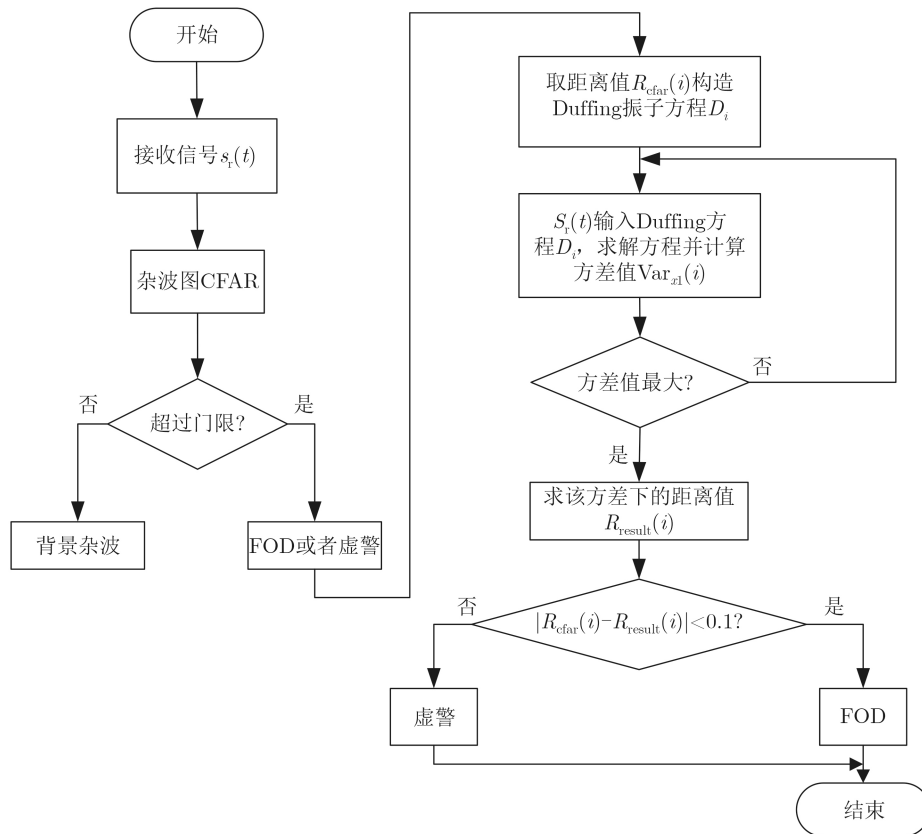


图2 基于Duffing振子的FOD与虚警目标自动判决算法流程图

整个检测算法分为两个阶段，第1阶段利用杂波图CFAR对接收回波信号进行检测，根据是否超过检测门限将其分为两类，一类是背景杂波，一类是目标和虚警，然后将未超过门限的背景杂波作归0处理，方便提取目标回波和虚警的频率信息与距离信息。第2阶段是利用Duffing振子方程阵列来对分离前的回波信号进行处理。算法的具体步骤如下：

步骤1 杂波图CFAR将背景杂波初步分离。初步获得目标(包含虚警)的频率信息 $f_n(n=1,2,3,\dots)$ ，同时利用式(4)得到距离信息 $R_n(n=1,2,3,\dots)$ ，假设 $f_i(i \leq n, i=1,2,3,\dots)$ 为目标，其余为虚警；

步骤2 利用频率信息和距离信息构造对应的Duffing振子状态方程

$$Dn: \begin{cases} \dot{x}_1 = \omega_{ni}x_2 \\ \dot{x}_2 = \omega_{ni}(-kx_2 + x_1 - x_1^3) \\ \quad + F_0 \cos(\omega_{ni}t + \varphi_{ni}) + s_r(t) \end{cases} \quad (12)$$

其中， $\varphi_{ni} = 2\pi \left(-K \frac{2R_n^2}{c^2} + \frac{2R_n}{\lambda} \right)$, $n=1,2,3,\dots$, $\omega_{ni} \in [0.5\omega_n, 1.8\omega_n]$, $\omega_n = 2\pi f_n$, $n=1,2,3,\dots$ 是一个频率范围^[16]，在这个频率范围内构造多个周期策动力频率不同的Duffing振子状态方程阵列；

步骤3 采用四阶龙格库塔方法求解Duffing振

子方程，步长为 $h=1/fs$ ，初值为 $[x_1, x_2] = [1; 0]$ ，求解步骤2中构造的状态方程阵列，获得与之对应的状态变量序列， $Dn: x_1$ ；

步骤4 求解状态变量序列的方差并寻找极大值。记录极大方差对应的Duffing方程的周期策动力信号频率，并利用式(4)转换成距离值。

步骤5 对比杂波图CFAR预处理得到的距离信息和Duffing方程阵列计算距离结果，如果二者距离差值小于设定的阈值0.1 m，则判断该处距离值为目标所在的距离。

4 讨论

4.1 仿真实验验证

本文基于毫米波雷达系统的基本参数为：雷达工作频率为96 GHz，调制信号使用线性调频连续信号，采样频率为20 MHz，傅里叶变换点数取1024点，其他详细参数如表1。

仿真实验分为两种情况：

(1)均匀杂波环境：单目标距离65 m，多目标距离为68 m, 70 m，信杂比SCR=-15 dB，信噪比SNR=-15 dB。

(2)非均匀杂波环境：单目标距离65 m，多目标距离为65 m, 68 m，信杂比SCR=-15 dB，信噪比SNR=-15 dB。

表1 LFM CW雷达检测系统参数

参数名称	参数值	参数名称	参数值
带宽	1.5 GHz	天线增益	20 dBi
调频周期	128 μ s	水平波束宽度	1.9°
累计时间	60 ms	垂直波束宽度	5°
脉冲累计数	468	方位角波束宽度	120°
最远探测距离	70 m	向下波束宽度	28°
距离分辨率	0.1 m	角距	12°/s

图3、图4给出了本文算法的仿真实验结果。其中红色三角表示FOD，黑色圆点表示虚警，蓝色实线表示判断阈值，从中可以看到，FOD的点迹分布在对角阈值线上，而虚警的点迹分散分布在随机位置，虽然偶尔有某个点落在阈值周围，距离阈值线较为接近，但是由于超过距离分辨率阈值，因此也会判为虚警。图3和图4表明本文算法在理想环境和非理想环境下都是可行的。

4.2 场景实测验证

在仿真实验验证算法有效性之后，对实测数据进行处理。实际测试场地位于中国四川省某机场，如图5，场景条件设置如下：(1)单目标环境，在距

离雷达65 m处放置一个直径2 cm的小球；(2)多目标环境，在距离雷达68 m和70 m分别放置一个直径2 cm的小球。图6给出了两种测试场景下雷达录取的现场实测数据。图7给出了杂波图CFAR预处理并将低于CFAR门限的数据作归零处理后的处理效果图，由于事先知道FOD位置，因此在图中对FOD和虚警作了人为标记。从图7可以看到仅经过杂波图CFAR处理之后，背景杂波得到了一定程度的抑制，FOD也较为突出地展现出来，但是在回波域仍然存在少量的虚警，并且虚警的回波强度与FOD的回波强度相近，甚至某些虚警的回波强度高于FOD。图8给出了最终的实测数据处理结果，

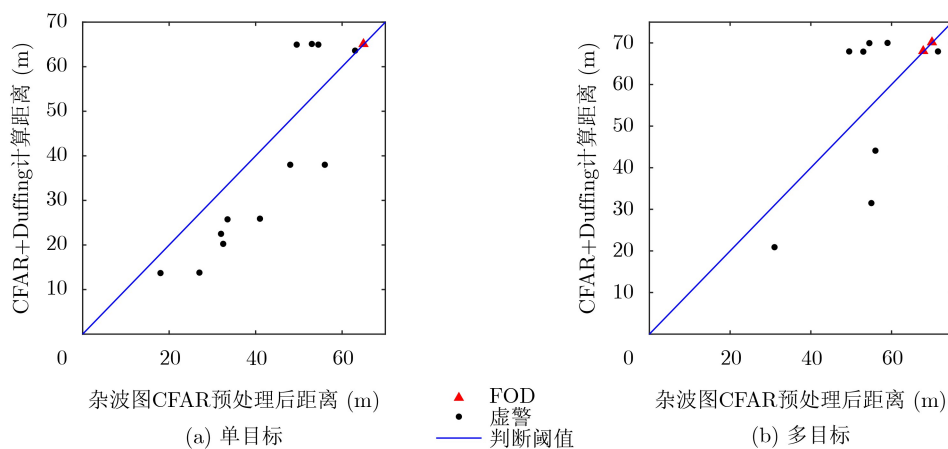


图3 CFAR+Duffing算法在均匀杂波环境的仿真结果

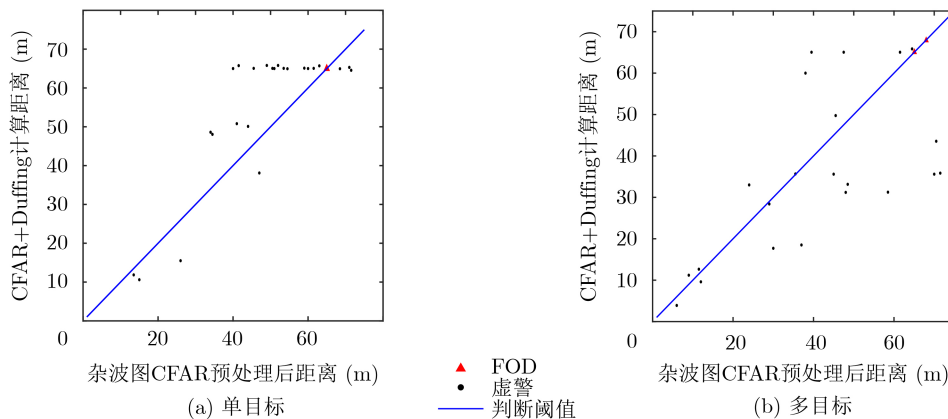


图4 CFAR+Duffing算法在非均匀杂波环境的仿真结果

在单目标情况下，图8(a)与图7(a)的对比可以明显看到虚警被消除；对于图8(b)的多目标情况，虽然在最终结果中没有完全将FOD与虚警区分开，有个别虚警存留，但是对比图7(b)，虚警概率已经明显降低，因此在一定程度上达到了区分FOD与虚警的目的。

4.3 算法性能评价

(1)复杂度分析。算法复杂度可以衡量一个算法的计算效率，本文算法主要分为两部分，设采样点数为 n ，第1部分杂波图CFAR算法复杂度为

$O(n)$ ，第2部分采用Duffing振子方程，使用四阶龙格库塔法求解Duffing方程，以采样率的倒数为计算步长，单次求解的复杂度为 $O(n)$ ，构造的Duffing振子方程组中有 m 个Duffing方程，因此第2部分的复杂度为 $O(mn)$ 。则本文算法的整体复杂度为

$$O(n) + O(mn) = O(mn) \quad (13)$$

(2)检测概率对比。由于本文的方法与传统CFAR检测算法、传统去噪算法不同，因此将本文算法的检测性能与传统算法进行对比，评估本文算法的提高程度。针对在信噪比 $\text{SNR} = -15$ dB，即接收机底噪固定的情况下，改变信杂比在 $-15 \sim -30$ dB进行检测性能的性能对比。

对比结果展示在图9中，可以看到，在低信杂比的情况下，本文算法对检测概率有一个较好的提升。图9(a)表示均匀杂波环境下，在 $\text{SCR} = -30$ dB的情况下，CA-CFAR与杂波图CFAR两种算法的检测概率已经下降到0.6和0.2左右，而OS-CFAR在 $\text{SCR} = -20$ dB的情况下已经几乎为0，但是本文算法却仍然可以保持0.84的检测概率。图9(b)表示非均匀、杂波环境下，传统CFAR检测算法的检测性



图5 测试现场及雷达系统

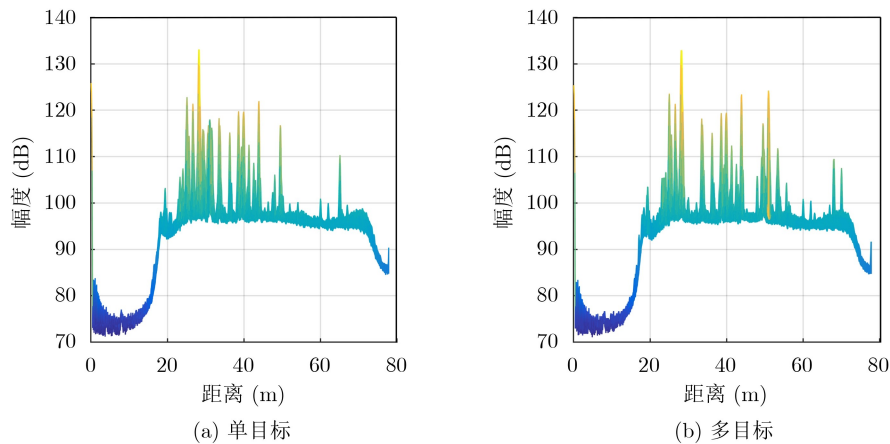


图6 杂波图CFAR预处理之前实测数据

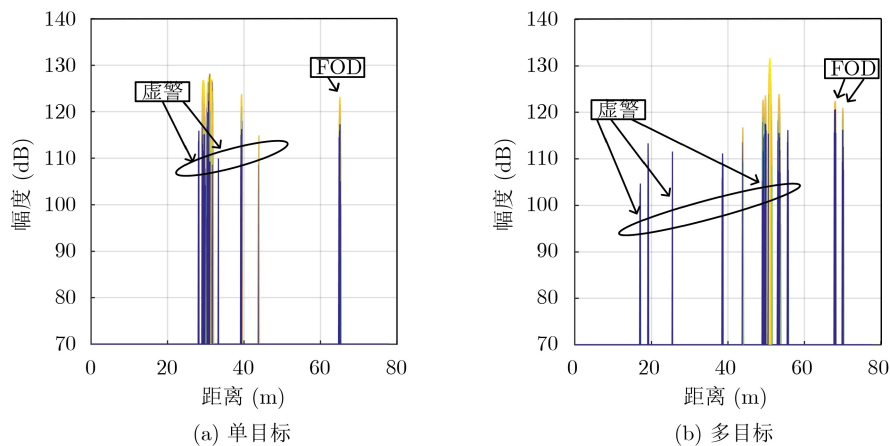


图7 杂波图CFAR预处理之后实测数据

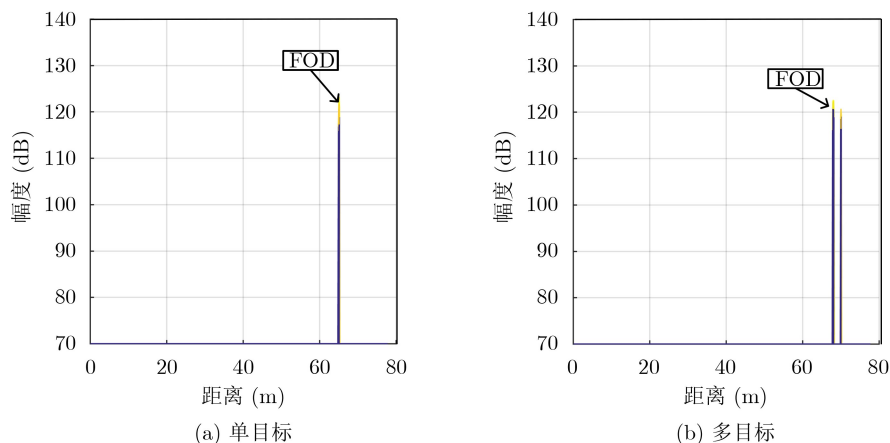


图8 实测数据处理结果

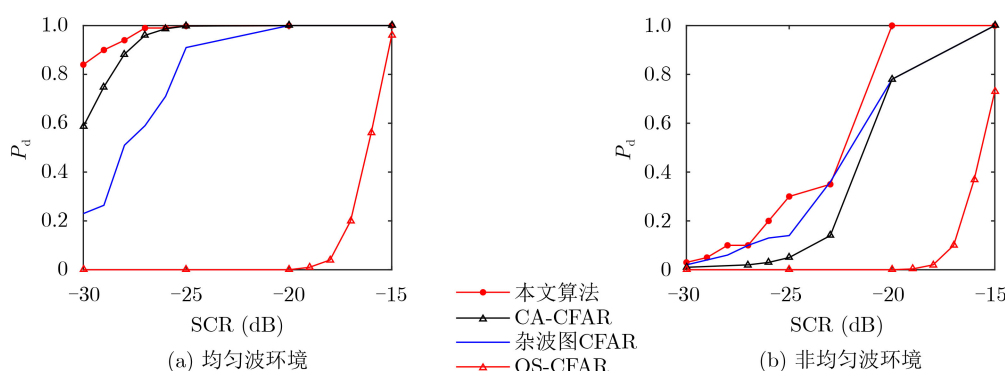


图9 检测性能对比

能都有一定的下降,在 $\text{SCR}=-25\text{ dB}$ 的情况下检测概率均下降到0.2以下,而本文算法在非均匀杂波环境下相较传统恒虚警检测算法,性能有一定提升。

5 结论

本文介绍了基于杂波图CFAR的Duffing振子方差极值方法在FOD检测中的应用,并通过仿真数据进行了验证。本文算法的重点在于杂波图CFAR之后对目标和虚警的分离。根据仿真结果,对比传统算法,可以总结出本文算法主要有以下优势:

(1)本文算法在检测过程中直接将被测信号输入检测系统,信号没有畸变,不会导致有用信号的信息损失;

(2)相较于传统CFAR类检测算法,本文算法利用Duffing振子对周期信号和噪声、杂波等随机信号敏感度不同的特性可以有效分离目标和虚警;

(3)识别方法智能化,采用寻找方差极大值的方式,可以自动检测出差频周期信号的频率,降低人工排查的困难,提高检测精度;

(4)在低信杂比下也有较好的检测性能。

参考文献

- [1] MAZOUNI K, KOHMURA A, FUTATSUMORI S, *et al.* 77 GHz FM-CW radar for FODs detection[C]. The 7th European Radar Conference, Paris, France, 2010: 451–454.
- [2] 王洪, 汪学刚. 机场跑道异物监测雷达关键技术[J]. 电讯技术, 2011, 51(2): 7–10. doi: [10.3969/j.issn.1001-893x.2011.02.002](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-893x.2011.02.002).
WANG Hong and WANG Xuegang. Key technologies of radar for Foreign Objects Debris (FOD) detection on runways[J]. *Telecommunication Engineering*, 2011, 51(2): 7–10. doi: [10.3969/j.issn.1001-893x.2011.02.002](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-893x.2011.02.002).
- [3] 张思睿, 葛万成, 汪亮友, 等. 恶劣天气下可见光和红外图像融合算法设计[J]. 信息技术, 2016(6): 33–36. doi: [10.13274/j.cnki.hdzj.2016.06.010](https://doi.org/10.13274/j.cnki.hdzj.2016.06.010).
ZHANG Sirui, GE Wancheng, WANG Liangyou, *et al.* Design of the image fusion algorithm with infrared image and visible image under severe weather conditions[J]. *Information Technology*, 2016(6): 33–36. doi: [10.13274/j.cnki.hdzj.2016.06.010](https://doi.org/10.13274/j.cnki.hdzj.2016.06.010).
- [4] 李华琼, 张中仅, 王雨果, 等. CFAR方法在机场跑道FOD检测中的性能分析[J]. 无线电工程, 2015, 45(9): 53–57. doi: [10.3969/j.issn.1003-3106.2015.09.14](https://doi.org/10.3969/j.issn.1003-3106.2015.09.14).
LI Huaqiong, ZHANG Zhongjin, WANG Yuguo, *et al.* Performance analysis and comparison of CFAR methods for FOD detection in airport runway environment[J]. *Radio Engineering*, 2015, 45(9): 53–57. doi: [10.3969/j.issn.1003-3106.2015.09.14](https://doi.org/10.3969/j.issn.1003-3106.2015.09.14).
- [5] TOM A and VISWANATHAN R. Switched order statistics

- CFAR test for target detection[C]. 2008 IEEE Radar Conference, Rome, Italy, 2008: 1–5.
- [6] ZATTOUTA B, FARROUKI A, and BARKAT M. Automatic censoring detection using binary clutter-map estimation for NonGaussian environments[C]. 2007 IEEE International Conference on Signal Processing and Communications, Dubai, United Arab Emirates, 2007: 205–208.
- [7] NITZBERG R. Clutter map CFAR analysis[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1986, AES-22(4): 419–421. doi: [10.1109/TAES.1986.310777](https://doi.org/10.1109/TAES.1986.310777).
- [8] CONTE E, LONGO M, and LOPS M. Modelling and simulation of non-Rayleigh radar clutter[J]. *IEE Proceedings F (Radar and Signal Processing)*, 1991, 138(2): 121–130. doi: [10.1049/ip-f-2.1991.0018](https://doi.org/10.1049/ip-f-2.1991.0018).
- [9] SCHLEHER D C. Radar detection in Weibull clutter[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1976, AES-12(6): 736–743. doi: [10.1109/TAES.1976.308352](https://doi.org/10.1109/TAES.1976.308352).
- [10] 邓冬虎, 张群, 罗迎, 等. Duffing振子在低信噪比雷达目标微动特征提取中的应用[J]. *电子与信息学报*, 2014, 36(2): 453–458.
- DENG Donghu, ZHANG Qun, LUO Ying, *et al.* The application of duffing oscillators to micro-motion feature extraction of radar target under low SNR[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2014, 36(2): 453–458.
- [11] 杨绍清, 韩东, 贾传炎. 基于混沌特征的高分辨雷达目标识别[J]. *火力与指挥控制*, 2006, 31(6): 38–40. doi: [10.3969/j.issn.1002-0640.2006.06.011](https://doi.org/10.3969/j.issn.1002-0640.2006.06.011).
- YANG Shaoqing, HAN Dong, and JIA Chuanying. A practical method of target recognition based on chaotic feature for high-resolution radar[J]. *Fire Control & Command Control*, 2006, 31(6): 38–40. doi: [10.3969/j.issn.1002-0640.2006.06.011](https://doi.org/10.3969/j.issn.1002-0640.2006.06.011).
- [12] COSTA A H, ENRÍQUEZ-CALDERA R, TELLO-BELLO M, *et al.* High resolution time-frequency representation for chirp signals using an adaptive system based on duffing oscillators[J]. *Digital Signal Processing*, 2016, 55: 32–43. doi: [10.1016/j.dsp.2016.04.008](https://doi.org/10.1016/j.dsp.2016.04.008).
- [13] 冀常鹏, 许素娜, 冀雯婧. 基于Duffing振子的微弱信号参数估计[J]. *重庆邮电大学学报(自然科学版)*, 2020, 32(2): 263–270.
- JI Changpeng, XU Suna, and JI Wenjing. Estimation of weak signal parameters based on Duffing oscillator[J]. *Journal of Chongqing University of Posts and Telecommunications (Natural Science Edition)*, 2020, 32(2): 263–270.
- [14] 刘海波, 吴德伟, 戴传金, 等. 基于Duffing振子的弱正弦信号检测方法研究[J]. *电子学报*, 2013, 41(1): 8–12.
- LIU Haibo, WU Dewei, DAI Chuanjin, *et al.* A new weak sinusoidal signal detection method based on Duffing oscillators[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2013, 41(1): 8–12.
- [15] 朱来普, 张陆勇, 谢文凤, 等. 基于Duffing混沌振子的微弱信号检测研究[J]. *无线电工程*, 2012, 42(1): 17–20.
- ZHU Laipu, ZHANG Luyong, XIE Wenfeng, *et al.* Research of weak signal detection based on Duffing chaotic oscillator[J]. *Radio Engineering*, 2012, 42(1): 17–20.
- [16] 朱志强, 侯健, 闫晓鹏, 等. 超低信噪比调频连续波引信信号小周期态Duffing振子检测[J]. *北京航空航天大学学报*, 2019, 45(10): 2069–2078. doi: [10.13700/j.bh.1001-5965.2019.0032](https://doi.org/10.13700/j.bh.1001-5965.2019.0032).
- ZHU Zhiqiang, HOU Jian, YAN Xiaopeng, *et al.* Small-scale periodic state Duffing oscillator FMCW fuze signal detection at ultra-low SNR[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2019, 45(10): 2069–2078. doi: [10.13700/j.bh.1001-5965.2019.0032](https://doi.org/10.13700/j.bh.1001-5965.2019.0032).
- [17] NIE Chunyan, SHI Yaowu, WANG Zhuwen, *et al.* A detection method of signal frequency based on optimization theory[C]. SPIE 6357, Sixth International Symposium on Instrumentation and Control Technology: Signal Analysis, Measurement Theory, Photo-Electronic Technology, and Artificial Intelligence, Beijing, China, 2006: 635701.
- [18] WANG Baoshuai and ZHANG Wei. FOD detection based on millimeter wave radar using higher order statistics[C]. 2017 IEEE International Conference on Signal Processing, Communications and Computing, Xiamen, China, 2017.
- [19] WANG Guanyu, CHEN Dajun, LIN Jianya, *et al.* The application of chaotic oscillators to weak signal detection[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 1999, 46(2): 440–444. doi: [10.1109/41.753783](https://doi.org/10.1109/41.753783).
- [20] WANG Wei, LI Qiang, and ZHAO Guojie. Novel approach based on chaotic oscillator for machinery fault diagnosis[J]. *Measurement*, 2008, 41(8): 904–911. doi: [10.1016/j.measurement.2008.01.001](https://doi.org/10.1016/j.measurement.2008.01.001).
- [21] 李国正, 张波. 基于Duffing振子检测频率未知微弱信号的新方法[J]. *仪器仪表学报*, 2017, 38(1): 181–189.
- LI Guozheng and ZHANG Bo. Novel method for detecting weak signal with unknown frequency based on duffing oscillator[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2017, 38(1): 181–189.
- 钟 俊: 男, 1972年生, 博士, 副教授, 研究方向为信号与信息处理、嵌入式系统等.
- 邢 萌: 女, 1997年生, 硕士生, 研究方向为信号与信息处理、雷达信号处理等.
- 刘 星: 男, 1986年生, 博士, 助理研究员, 研究方向为序列设计及编码理论等.
- 曾 琦: 男, 1982年生, 博士, 副教授, 研究方向为无线通信系统、信号检测与处理等.