

# 基于目标容量的网络化雷达功率分配方案

戴金辉 严俊坤\* 王鹏辉 刘宏伟

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071)

**摘要:** 针对现有网络化雷达功率资源利用率低的问题, 该文提出一种基于目标容量的功率分配(TC-PA)方案以提升保精度跟踪目标个数。TC-PA方案首先将网络化雷达功率分配模型制定为非光滑非凸优化问题; 而后引入Sigmoid函数将原问题松弛为光滑非凸优化问题; 最后运用近端非精确增广拉格朗日乘子法(PI-ALMM)对松弛后的非凸问题进行求解。仿真结果表明, PI-ALMM对于求解线性约束非凸优化问题可以较快地收敛到一个稳态点。另外, 相比传统功率均分方法和遗传算法, 所提TC-PA方案可以最大限度地提升目标容量。

**关键词:** 网络化雷达; 多目标跟踪; 资源分配; 非凸优化

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2021)09-2688-07

DOI: 10.11999/JEIT200873

## Target Capacity Based Power Allocation Scheme in Radar Network

DAI Jinhui YAN Junkun WANG Penghui LIU Hongwei

(National Laboratory of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

**Abstract:** In view of the fact that low power resource utilization rate exists in radar network, a Target Capacity based Power Allocation (TC-PA) scheme is proposed to increase the number of the targets that satisfy tracking accuracy requirements. Firstly, this scheme formulates the power allocation model of radar network as a non-smooth and non-convex optimization problem. Then the original problem is relaxed into a smooth and non-convex problem through introducing Sigmoid function. Finally, the relaxed non-convex problem is solved by utilizing the Proximal Inexact Augmented Lagrangian Multiplier Method (PI-ALMM). Simulation results show that the PI-ALMM can quickly converge to a stationary point for solving the non-convex optimization problem with linear constraints. Moreover, the proposed TC-PA scheme outperforms the traditional uniform power allocation method and genetic algorithm, in terms of target capacity.

**Key words:** Radar network; Multiple target tracking; Resource allocation; Non-convex optimization

### 1 引言

网络化雷达(Radar Network, RN), 例如采用多个相控阵雷达协同工作以执行特定任务的RN, 在未来防空反导和应对密集群目标饱和和攻击应用中

具有光明前景<sup>[1]</sup>。在RN多目标跟踪(Multiple Target Tracking, MTT)应用中, 一方面, RN对特定目标辐射的能量越多, 该目标的跟踪精度越高, 但系统中各个雷达节点的总资源(发射功率、驻留时间、重访时间等)预算往往是有限的; 另一方面, 当目标信噪比(Signal to Noise Ratio, SNR)很高时, 对该目标分配资源所带来的性能增益往往较小, 不仅会造成雷达发射资源的浪费, 而且提高了非合作军用目标截获己方雷达发射信号进而定位并摧毁己方雷达的可能性。为了有效地管理RN, 通常需要在资源预算和逻辑约束范围内设计一种用于平衡系统性能和资源利用率的策略。因此, 资源感知在RN执行任务的过程中起着至关重要的作用, 并通常被表述为优化问题。

面向MTT任务, 现有RN资源感知分配方案大致可以分为两类:

(1) 在多目标跟踪精度需求和各雷达节点总发

收稿日期: 2020-10-12; 改回日期: 2021-01-02; 网络出版: 2021-01-07

\*通信作者: 严俊坤 jkyan@xidian.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(62071345), 国家杰出青年科学基金(61525105), 高等学校学科创新引智计划(111 project, B18039), 陕西省自然科学基金(2020JQ-297), 中国航空科学基金(201920081002), 雷达信号处理国家重点实验室基金(61424010406)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (62071345), The National Science Fund for Distinguished Yong Scholars (61525105), The Fund for Foreign Scholars in University Research and Teaching Programs (111 project, B18039), The Natural Science Foundation of Shaanxi Province (2020JQ-297), The Aeronautical Science Foundation of China (201920081002), The Foundation of National Radar Signal Processing Laboratory (61424010406)

射资源给定的条件下, 最小化系统的总资源消耗<sup>[2-5]</sup>。针对单站雷达, 文献[2]提出了一种联合波束和驻留时间优化模型, 并采用两步法进行求解。文献[3]考虑了目标RCS(Radar Cross Section)的不确定性, 提出了一种基于机会约束的鲁棒功率资源分配模型, 并采用抽样平均近似算法进行求解。针对RN, 文献[4]提出了一种联合节点挑选、功率和带宽优化的资源分配模型, 目的是在满足MTT精度需求和资源限制的条件下, 最小化系统总发射功率。值得注意的是, 文献[2-4]均没有考虑系统资源和性能需求是两类相互冲突的约束, 即存在资源耗尽而某些目标的跟踪精度仍未得到满足的情况。在此情况下, 资源分配问题将没有可行解。对此, 文献[5]提出了一种RN多目标保精度跟踪资源分配框架, 并对模型的可行性和可分性进行了详细的分析。

(2) 在系统中各节点资源预算给定的条件下, 最大化系统跟踪性能, 包括提升MTT综合精度<sup>[6-12]</sup>以及提升可保精度跟踪目标个数<sup>[13,14]</sup>。其中, 关于提升MTT综合精度的研究出现较早, 文献较为丰富<sup>[6-12]</sup>。相反, 关于提升系统保精度跟踪目标个数的研究相对较少。针对单站雷达, 文献[13]将目标丢失概率作为代价函数, 对单波束相控阵雷达的驻留时间和重访时间进行优化, 并采用马尔科夫方法进行求解以提升目标容量。文献[14]采用贝叶斯克拉美-罗下界(Bayesian Cramér-Rao Lower Bound, BCRLB)量化MTT精度, 对同时多波束集中式多输入多输出(Multiple Input and Multiple Output, MIMO)雷达的发射功率进行优化, 有效地提升了系统的目标容量。

由此可见, 已有研究并未考虑在RN中各雷达节点功率资源有限的条件下提升系统保精度跟踪目标个数问题。针对该问题, 本文提出了一种基于目标容量的功率分配(Target Capacity based Power Allocation, TC-PA)方案。本方案首先将功率分配模型制定为非光滑非凸优化问题, 然后引入Sigmoid函数对原问题代价函数进行松弛得到光滑非凸优化问题, 最后采用近端非精确增广拉格朗日乘子法(Proximal Inexact Augmented Lagrangian Multiplier Method, PI-ALMM)对松弛后的非凸问题进行求解。仿真结果验证了PI-ALMM的收敛性和有效性。

## 2 系统模型

考虑RN中共有 $N$ 个集中式MIMO雷达节点, 第 $i$ 个节点的位置为 $(x_i, y_i)$ 。在RN的监视范围内存在 $Q$ 个相互独立的点目标, 在第 $k$ 时刻, 第 $q$ 个目标的位置为 $(x_{q,k}, y_{q,k})$ 。

### 2.1 目标运动模型

假设目标 $q$ 在2维笛卡儿坐标系内做近匀速直线运动, 其状态转移模型为<sup>[6]</sup>

$$\boldsymbol{\xi}_{q,k} = \mathbf{F}_q \boldsymbol{\xi}_{q,k-1} + \boldsymbol{\mu}_{q,k-1} \quad (1)$$

其中,  $\boldsymbol{\xi}_{q,k} = (x_{q,k}, \dot{x}_{q,k}, y_{q,k}, \dot{y}_{q,k})^T$ 表示目标 $q$ 的状态,  $(\dot{x}_{q,k}, \dot{y}_{q,k})$ 表示目标 $q$ 的速度,  $\mathbf{F}_q$ 和 $\boldsymbol{\mu}_{q,k-1}$ 分别表示状态转移矩阵和过程噪声,  $\boldsymbol{\mu}_{q,k-1}$ 服从均值为0协方差为 $\mathbf{Q}_{q,k-1}$ 的高斯分布<sup>[7]</sup>

$$\mathbf{F}_q = \mathbf{I}_2 \otimes \begin{bmatrix} 1 & T_0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\mathbf{Q}_{q,k-1} = \eta_q \mathbf{I}_2 \otimes \begin{bmatrix} \frac{1}{3}T_0^3 & \frac{1}{2}T_0^2 \\ \frac{1}{2}T_0^2 & T_0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中,  $\mathbf{I}_2$ 表示2维单位矩阵,  $\otimes$ 表示克罗内克积,  $T_0$ 表示采样(跟踪)时间间隔,  $\eta_q$ 表示过程噪声强度。

### 2.2 量测模型

在第 $k$ 个时刻, 假设雷达 $i$ 可以从目标 $q$ 的回波信号中提取径向距离和方位角信息

$$\mathbf{z}_{i,q,k} = \mathbf{h}_{i,q,k}(\boldsymbol{\xi}_{q,k}) + \mathbf{w}_{i,q,k} \quad (4)$$

其中,  $\mathbf{z}_{i,q,k} = [r_{i,q,k}, \theta_{i,q,k}]^T$ 表示雷达 $i$ 关于目标 $q$ 的量测值,  $r_{i,q,k}$ 和 $\theta_{i,q,k}$ 分别表示径向距离和方位角,  $\mathbf{h}_{i,q,k}(\cdot)$ 为量测函数,  $\mathbf{w}_{i,q,k}$ 表示零均值协方差为 $\boldsymbol{\Sigma}_{i,q,k}$ 的量测高斯噪声<sup>[11]</sup>

$$\boldsymbol{\Sigma}_{i,q,k} = \text{diag} \left( \sigma_{r_{i,q,k}}^2, \sigma_{\theta_{i,q,k}}^2 \right) \quad (5)$$

其中,  $\text{diag}(\cdot)$ 为构造对角矩阵操作,  $\sigma_{r_{i,q,k}}^2$ 和 $\sigma_{\theta_{i,q,k}}^2$ 分别表示径向距离和方位角量测误差的克拉美-罗界<sup>[15]</sup>

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{r_{i,q,k}}^2 &\propto (p_{i,q,k} \kappa_{i,q,k} B_i^2 / r_{i,q,k}^4)^{-1} \\ \sigma_{\theta_{i,q,k}}^2 &\propto (p_{i,q,k} \kappa_{i,q,k} / r_{i,q,k}^4 \beta_i^3 \text{dB})^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

其中,  $\propto$ 表示正比于,  $p_{i,q,k}$ 表示节点 $i$ 分配给目标 $q$ 的功率,  $\kappa_{i,q,k}$ 表示目标 $q$ 的RCS,  $r_{i,q,k}$ 表示径向距离,  $B_i$ 和 $\beta_i^3 \text{dB}$ 分别表示节点 $i$ 的带宽和3 dB波束宽度。注意到 $\sigma_{r_{i,q,k}}^2$ 和 $\sigma_{\theta_{i,q,k}}^2$ 中均含有变量 $p_{i,q,k}$ , 提取公共项 $p_{i,q,k}^{-1}$ , 式(5)可重写为 $\boldsymbol{\Sigma}_{i,q,k} = p_{i,q,k}^{-1} \mathbf{Y}_{i,q,k}$ , 其中 $\mathbf{Y}_{i,q,k}$ 表示剩余参数构成的矩阵。

在式(6)中, 各雷达与目标 $q$ 的位置关系、目标RCS $\kappa_{i,q,k}$ 和各雷达对目标 $q$ 分配的功率 $p_{i,q,k}$ 等因素相互耦合, 共同决定目标 $q$ 的量测误差, 进而影响目标 $q$ 的跟踪精度。雷达与目标的位置关系随目标运动而变化, 当目标靠近雷达时, 径向距离 $r_{i,q,k}$ 变小, 测量误差变小, 位置估计误差下界 $\mathbb{F}_q(\mathbf{p}_{q,k})$ 变小(式(8)中定义), 目标跟踪精度提高, 越容易满足跟踪精度需求。目标RCS与雷达视角、目标表面材料、雷达发射频率和极化方式等因素有关。在工程

计算中经常将目标RCS视为一个定值,或者将RCS起伏描述为Swerling模型。而在功率资源分配中,需要预测目标的RCS以在下一时刻到来前分配功率,相应预测方法详见文献[16,17]。文中假设目标为远场窄带条件下的点目标,RCS不起伏。如果目标处于近场,则需结合文献[16,17]对目标RCS先进行预测,然后分配功率。由式(6)可知,在分配相同功率 $p_{i,q,k}$ 条件下,目标 $q$ 的RCS $\kappa_{i,q,k}$ 越大,位置估计误差下界 $\mathbb{F}_q(\mathbf{p}_{q,k})$ 越小。换言之,目标RCS越大,达到给定跟踪精度所需功率 $p_{i,q,k}$ 越小。

雷达与目标的位置关系和目标RCS在目标跟踪过程中需要预测,由目标运动和特性决定,往往为不可控因素,而发射功率是集中式MIMO雷达的可调参数。本文的目的便是调整各雷达对多目标分配的功率,以提升系统目标容量。由式(6)可知,对特定目标分配的功率越多,量测误差协方差越小,目标跟踪性能越好。但是,由于各雷达节点发射总功率有限,如何协调各节点对多目标的发射功率以最大系统目标容量是一个约束优化问题。为此,本文制定了如下TC-PA方案。

### 3 TC-PA方案

#### 3.1 跟踪精度量化函数

由于目标跟踪属于状态估计问题,而BCRLB为无偏估计量提供了一个下界[18],故本文采用BCRLB作为目标跟踪精度的量化函数。由式(4)和式(5)可知,在第 $k$ 时刻,目标 $q$ 状态的预测贝叶斯信息矩阵 $\mathbf{J}_{\xi_{q,k}}(\mathbf{p}_{q,k})$ (BCRLB的逆矩阵)是发射功率 $\mathbf{p}_{q,k}$ 的函数[14]

$$\mathbf{J}_{\xi_{q,k}}(\mathbf{p}_{q,k}) \approx \left[ \mathbf{Q}_{q,k-1} + \mathbf{F}_q \mathbf{J}_{\xi_{q,k-1}}^{-1}(\mathbf{p}_{q,k-1}) \mathbf{F}_q^T \right]^{-1} + \sum_{i=1}^N \left[ p_{i,q,k} \mathbf{H}_{i,q,k}^T \mathbf{Y}_{i,q,k}^{-1} \mathbf{H}_{i,q,k} \right]_{\xi_{q,k|k-1}} \quad (7)$$

其中,  $\mathbf{p}_{q,k} = (p_{1,q,k}, p_{2,q,k}, \dots, p_{N,q,k})^T$  表示在第 $k$ 时刻各节点分配给目标 $q$ 的功率向量,故第 $k$ 时刻待优化的功率向量为 $\mathbf{p}_k = (\mathbf{p}_{1,k}^T, \mathbf{p}_{2,k}^T, \dots, \mathbf{p}_{Q,k}^T)^T$ 。  $\mathbf{H}_{i,q,k} = \nabla_{\xi_{q,k}} \mathbf{h}_{i,q,k}(\xi_{q,k})$  为量测函数关于目标状态 $\xi_{q,k}$ 的雅可比矩阵,  $\xi_{q,k|k-1} = \mathbf{F}_q \xi_{q,k-1}$  表示目标状态的一步预测值。

目标 $q$ 的BCRLB为 $\mathbf{CB}_{q,k} = \mathbf{J}_{\xi_{q,k}}^{-1}(\mathbf{p}_{q,k})$ , 其对角线元素为目标状态估计均方误差提供了一个下界。目标 $q$ 的位置估计误差可以表示为

$$\mathbb{F}_q(\mathbf{p}_{q,k}) = \sqrt{\mathbf{CB}_{q,k}(1,1) + \mathbf{CB}_{q,k}(3,3)} \quad (8)$$

结合式(7)及文献[6]可知,  $\mathbb{F}_q(\mathbf{p}_{q,k})$  是一个关于功率变量单调递减的凸函数。

#### 3.2 功率分配模型

本文的目的是在网络化集中式MIMO雷达各节点发射总功率有限的条件下,最大化系统保精度跟踪目标个数。在时刻 $k$ ,目标 $q$ 有满足/不满足跟踪精度需求两种状态,对应1/0变量。为此,本文所制定的RN功率分配模型可以表示为

$$\left. \begin{aligned} \max_{\mathbf{p}_k} \quad & \sum_{q=1}^Q \delta(\gamma_{q,k} - \mathbb{F}_q(\mathbf{p}_{q,k})) \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{q=1}^Q p_{i,q,k} \leq p_{\text{total}}^i, \quad \forall i \\ & p_{i,q,k} \geq 0, \quad \forall i, q \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

其中,  $\gamma_{q,k}$  表示目标 $q$ 的跟踪精度阈值,  $p_{\text{total}}^i$  表示节点 $i$ 的总发射功率,  $\delta(m)$  表示指示函数

$$\delta(m) = \begin{cases} 1, & m \geq 0 \\ 0, & m < 0 \end{cases} \quad (10)$$

由于 $\delta(m)$ 为单调非递减函数,复合函数 $\delta(\gamma_{q,k} - \mathbb{F}_q(\mathbf{p}_{q,k}))$ 同样为单调非递减函数。如果目标 $q$ 达到给定的跟踪精度需求 $\gamma_{q,k}$ ,即 $\gamma_{q,k} - \mathbb{F}_q(\mathbf{p}_{q,k}) \geq 0$ ,则 $\delta(\gamma_{q,k} - \mathbb{F}_q(\mathbf{p}_{q,k})) = 1$ ,目标函数对应增量为1。如果 $\gamma_{q,k} - \mathbb{F}_q(\mathbf{p}_{q,k}) < 0$ ,则表示没有达到目标 $q$ 的跟踪精度需求, $\delta(\gamma_{q,k} - \mathbb{F}_q(\mathbf{p}_{q,k})) = 0$ ,目标函数没有增量。因此,在各雷达总功率有限的约束条件下最大化目标函数值等价于最大化保精度跟踪目标容量。

易知,式(9)为非连续非凸优化问题,难以求解。由于连续的Sigmoid函数 $\text{Sig}(m) = 1/(1 + \exp(-m))$ 可以很好地近似指示函数 $\delta(m)$ [19],故本文引入Sigmoid函数将原问题松弛为光滑的非凸问题。由于 $\text{Sig}(m)$ 是单调递增函数,因此复合函数 $\text{Sig}(\gamma_{q,k} - \mathbb{F}_q(\mathbf{p}_{q,k}))$ 是关于功率变量单调递增的函数。这意味着当函数 $f(\mathbf{p}_k) = -\sum_{q=1}^Q \text{Sig}(\gamma_{q,k} - \mathbb{F}_q(\mathbf{p}_{q,k}))$ 取最小值时(引入负号可以将最大化问题转化为最小化问题),相应最优解一定满足式(9)中第1个不等式约束取等号。经过上述分析,松弛后的非凸最小化问题可以写为

$$\left. \begin{aligned} \min_{\mathbf{p}_k} \quad & f(\mathbf{p}_k) \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{A} \mathbf{p}_k = \mathbf{p}_{\text{total}} \\ & \mathbf{p}_k \succeq 0 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

其中,  $\mathbf{A}$  为系数矩阵,  $\mathbf{p}_{\text{total}} = (p_{\text{total}}^1, p_{\text{total}}^2, \dots, p_{\text{total}}^N)^T$  为总功率向量,  $\succeq$  符号表示向量的逐元素比较。

#### 3.3 优化求解方法

目前,关于非凸优化问题的求解大概有两种思路。第1种思路将非凸问题松弛为凸问题进而采用较为成熟的凸优化方法求解,但这类方法往往会引

入松弛误差, 进而影响解的质量<sup>[20]</sup>; 第2种思路是直接求解非凸问题。注意到式(11)为含有等式约束的非凸优化问题, 因此可以采用非精确增广拉格朗日乘子法求解, 但该方法并不能确保收敛性<sup>[21]</sup>。通过引入2次近端项, PI-ALMM对于求解线性约束非凸问题可以收敛到一个稳态点<sup>[21]</sup>, 故本文采用PI-ALMM直接求解式(11)。式(11)带有2次近端项的增广拉格朗日函数为

$$L(\mathbf{p}_k, \mathbf{b}_k; \mathbf{a}_k) = f(\mathbf{p}_k) + \mathbf{a}_k^T (\mathbf{A}\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_{\text{total}}) + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_{\text{total}}\|^2 + \frac{\ell}{2} \|\mathbf{p}_k - \mathbf{b}_k\|^2 \quad (12)$$

其中,  $\mathbf{b}_k$ 和 $\mathbf{a}_k$ 分别为近端向量和对偶向量,  $\|\cdot\|$ 表示2-范数,  $\rho$ 和 $\ell$ 分别表示增广项和近端项的罚因子。PI-ALMM的求解流程如表1所示。

在步骤(1)中,  $\alpha, c$ 和 $\beta$ 分别为对偶向量 $\mathbf{a}_k$ , 原始向量 $\mathbf{p}_k$ 及近端向量 $\mathbf{b}_k$ 对应的步长。 $\tau$ 和 $\bar{L}$ 均为未知常数, 且关于式(11)定义域内的任意向量 $\mathbf{p}_k$ 和 $\mathbf{p}'_k$ , 满足<sup>[21]</sup>

$$\begin{aligned} (\nabla f(\mathbf{p}_k) - \nabla f(\mathbf{p}'_k))^T (\mathbf{p}_k - \mathbf{p}'_k) &\geq \tau \|\mathbf{p}_k - \mathbf{p}'_k\|^2, \\ \|\nabla L(\mathbf{p}_k, \mathbf{b}_k; \mathbf{a}_k) - \nabla L(\mathbf{p}'_k, \mathbf{b}_k; \mathbf{a}_k)\| &\leq \bar{L} \|\mathbf{p}_k - \mathbf{p}'_k\| \end{aligned} \quad (13)$$

在PI-ALMM的循环迭代步骤(4)中, 对偶变量及近端变量的更新较为简单, 而步骤(4a)中资源变量 $\mathbf{p}_k$ 的更新需要计算高度非线性代价函数 $f(\mathbf{p}_k)$ 的梯度然后向非负实数空间投影 $(\cdot)_+$ 。因此, PI-ALMM每次迭代的计算复杂度主要由步骤(4b)决定。注意到资源向量 $\mathbf{p}_k$ 的维数为 $NQ$ ,  $f(\mathbf{p}_k)$ 对任意变量

表 1 PI-ALMM求解流程

(1) 初始化参数 $\rho > 0, \alpha > 0, 0 < c \leq 1/\bar{L}, \ell > -\tau, 0 < \beta \leq 1$ , 及迭代下标 $j = 0$ ;
(2) 初始化变量 $\mathbf{p}_{q,k}^j = (p_{\text{total}}^1/Q, p_{\text{total}}^2/Q, \dots, p_{\text{total}}^N/Q)^T$ , 令 $\mathbf{p}_k^j = (\mathbf{p}_{1,k}^j; \mathbf{p}_{2,k}^j; \dots; \mathbf{p}_{Q,k}^j)$ , $\mathbf{b}_k^j = \mathbf{p}_k^j$ 及 $\mathbf{a}_k^j = \mathbf{0}_{N \times 1}$ ;
(3) 计算 $L(\mathbf{p}_k, \mathbf{b}_k; \mathbf{a}_k)$ 关于 $\mathbf{p}_k$ 的梯度 $\nabla_{\mathbf{p}_k} L(\mathbf{p}_k, \mathbf{b}_k; \mathbf{a}_k) = \nabla_{\mathbf{p}_k} f(\mathbf{p}_k) + \mathbf{A}^T \mathbf{a}_k + \rho \mathbf{A}^T (\mathbf{A}\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_{\text{total}}) + \ell (\mathbf{p}_k - \mathbf{b}_k)$
(4) 循环
(a) $\mathbf{a}_k^{j+1} = \mathbf{a}_k^j + \alpha (\mathbf{A}\mathbf{p}_k^j - \mathbf{p}_{\text{total}})$ ;
(b) $\mathbf{p}_k^{j+1} = \left[ \mathbf{p}_k^j - c \cdot \nabla_{\mathbf{p}_k^j} L(\mathbf{p}_k^j, \mathbf{b}_k^j; \mathbf{a}_k^{j+1}) \right]_+$ ;
(c) $\mathbf{b}_k^{j+1} = \mathbf{b}_k^j + \beta (\mathbf{p}_k^{j+1} - \mathbf{b}_k^j)$ ;
(d) $j = j + 1$ ;
(5) 直到 $ f(\mathbf{p}_k^j) - f(\mathbf{p}_k^{j-1})  \leq \varepsilon$ ( $\varepsilon$ 为给定算法终止门限), 退出循环, 令功率分配结果 $\mathbf{p}_k^{\text{opt}} = \mathbf{p}_k^j$ 。

$p_{i,q,k}$ 求导的计算复杂度为 $O(Qn_x^3)$ , 其中 $n_x$ 表示目标状态的维数, 故PI-ALMM一次迭代的计算复杂度为 $O(NQ^2n_x^3)$ 。由文献<sup>[22]</sup>可知, PI-ALMM的迭代复杂度为 $O(\varepsilon^{-2})$ , 所以PI-ALMM的计算复杂度为 $O(NQ^2\varepsilon^{-2}n_x^3)$ 。故PI-ALMM的计算量与雷达个数 $N$ 呈线性关系, 与目标总数 $Q$ 呈2次方关系, 而与目标状态维数 $n_x$ 呈3次方关系。

### 4 仿真实验

为了验证所提TC-PA方案的有效性, 本文进行了如下仿真实验。考虑RN中含有 $N=3$ 个集中式MIMO雷达节点, 各节点的带宽为 $B_i = 1$  MHz, 3 dB波束宽度为 $\beta_i = 0.2^\circ$ , 总功率为 $p_{\text{total}}^i = 10$  (无量纲)。在RN的监视区域中存在 $Q = 10$ 个目标, 各目标的速度均为 $(0, -200)$  m/s, 运动过程噪声强度为 $\eta_q = 10$ 。假设目标RCS不起伏, 并且 $\kappa_{i,q,k} = 1 \text{ m}^2$ , 在此假设下, 功率分配结果只和雷达与目标径向距离及空间分布有关。各节点和目标的空分布如图1所示。共有20帧量测数据用于本次实验, 各节点对目标的采样间隔设置为 $T_0 = 2$  s。PI-ALMM的参数设置为:  $\rho = 0.01, \ell = 0.01, \alpha = 0.01, c = 0.01, \beta = 0.9$  以及 $\varepsilon = 0.001$  m。

在实际应用中, 不同目标的跟踪精度需求可能不同, 因此本文为各目标分别设置了不同的跟踪精度阈值, 如图2所示。可以看到, 目标2, 3, 6, 7, 8, 9给定的跟踪精度需求相同, 而目标1和目标4的跟踪精度需求相同, 由于目标5和目标10相距中心节

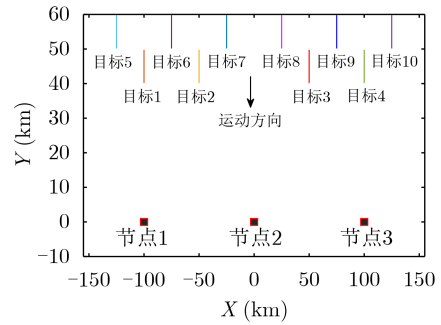


图 1 节点和目标的空位置分布

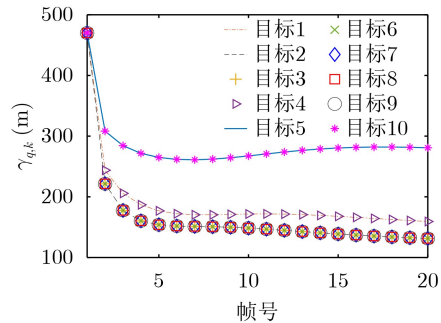


图 2 多目标跟踪精度阈值

点2较远, 故为其设置的跟踪精度阈值相对较高(跟踪精度需求较低), 并且相等。

为了验证PI-ALMM的有效性。图3对比了功率均匀分配方法, 遗传算法<sup>[23]</sup>(种群个数为300)和PI-ALMM的目标容量。结果表明, 相比其他两种方法, PI-ALMM可以提升的保精度跟踪目标个数最多。

各个时刻满足跟踪精度需求的目标下标如图4所示。由图4(a)可以看出, 目标1, 4, 5, 6, 9, 10的跟踪精度需求高于采用功率均匀分配方案所能达到的跟踪精度, 在此情况下, 通过资源优化配置可能提升系统的保精度跟踪目标个数。在第1帧 $k = 1$ , 只有目标2, 3, 7, 8满足跟踪精度需求, 这是由于在起始时刻没有目标的先验信息, 故均采用功率均匀

分配方案。由图4(b)可知, 随着帧数的增加, 采用PI-ALMM可以保精度跟踪的目标个数不断增多。这是由于SNR随着目标朝向RN运动而增大及先验信息不断积累造成的。另外, 距离中心节点2位置较近的目标跟踪精度先得到满足, 而距离中心节点位置较远的目标5和目标10在第10帧以后才达到跟踪精度阈值。下面结合功率分配结果分析造成该现象的原因。

图5给出了采用PI-ALMM各节点对所有目标的归一化功率分配结果。由于假设目标的RCS不起伏, 因此功率分配结果只和雷达目标径向距离及空间分布有关。

结合图4和图5的结果, 可以得出以下结论: RN倾向于为距离雷达节点较近的目标多分配功率资源。例如在第2帧 $k = 2$ , 节点1给目标1, 2, 5, 6, 7分配了较多功率资源, 而节点3为目标3, 4, 8, 9, 10分配了较多功率资源。这是由于距离RN较近的目标SNR较大, 单位资源对跟踪精度的增益较大, 因此目标跟踪精度需求容易得到满足。另外, 中心节点2对目标1, 4, 6, 9分配了较多的功率资源, 而为距离该节点距离更近的目标2, 3, 7, 8分配的资源相对较少。这是由于节点1和节点3已经为目标2, 3, 7, 8分配了较多资源, 而节点2只需为这些目标分配少量功率即可达到跟踪精度阈值, 而更多的功率资源

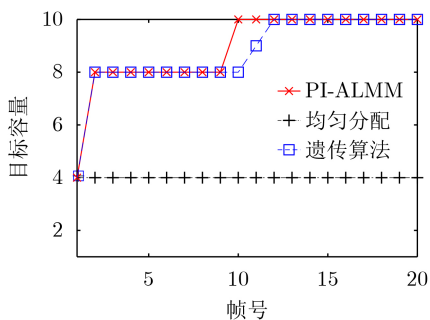
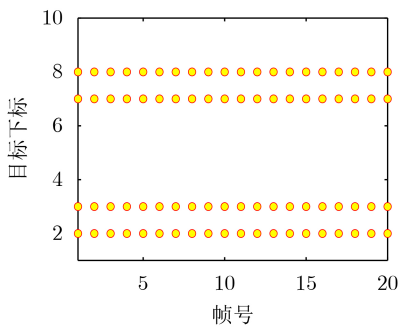
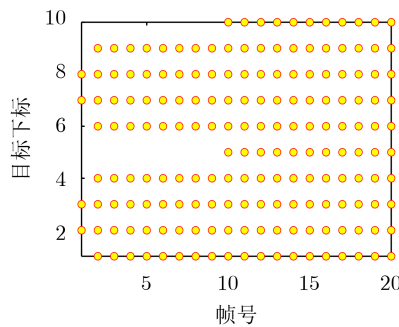


图3 不同方法的目标容量



(a) 功率均匀分配



(b) 近端非精确增广拉格朗日乘子法

图4 均匀分配和PI-ALMM满足跟踪精度的目标下标

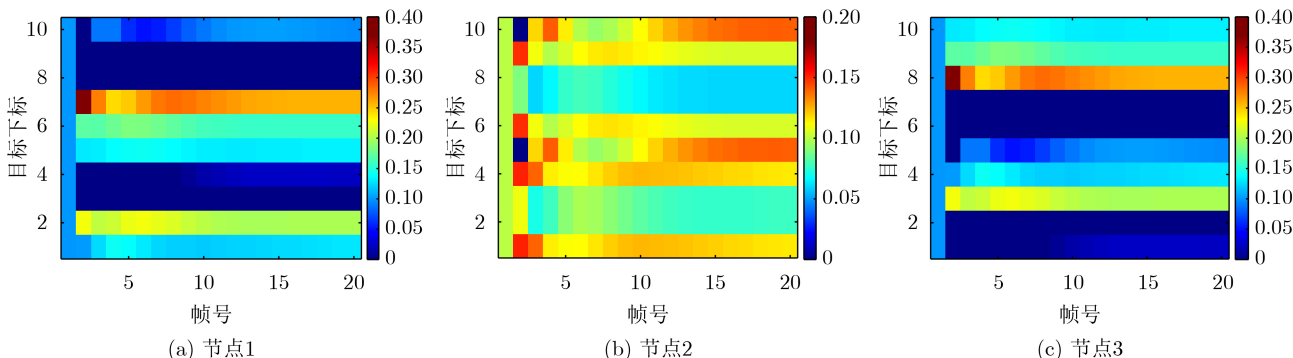


图5 采用PI-ALMM各节点功率分配结果

分配给距离节点2较远的其他目标，从而满足这些目标的跟踪精度需求，以使系统的保精度跟踪目标容量最大。

为了验证PI-ALMM的收敛性，图6和图7分别给出了目标函数值 $f(\mathbf{p}_k^j)$ 及线性约束残差 $\phi_k^j$ 随着迭代次数的变化曲线。这里 $\phi_k^j$ 定义为

$$\phi_k^j = \left\| \mathbf{A}\mathbf{p}_k^j - \mathbf{p}_{\text{total}} \right\|^2 \quad (14)$$

可以看出，PI-ALMM对于求解线性约束非凸优化问题可以在100次迭代后收敛。

## 5 结束语

面向网络化集中式MIMO雷达多目标跟踪任务，本文提出了一种基于保精度跟踪目标容量的功率分配方案。本方案首先将功率分配模型制定为一个非连续非凸的约束优化问题，然后引入Sigmoid函数将原模型松弛为一个易于求解的非凸优化问题，最后采用PI-ALMM对松弛问题进行求解得到功率分配结果。仿真结果表明，相比功率均匀分配方法及遗传算法，所提方案可以显著提升系统目标容量。本文只对理想条件下的RN功率分配问题进行了讨论，而在实际应用中，网络化雷达可能面临杂波背景下的3维多目标跟踪场景。故下一步工作将针对杂波背景下网络化雷达3维多目标跟踪问题，制定以提升目标容量为目的的功率分配模型，分析模型特性并设计相应快速求解算法。另外，本文在对原问题松弛的过程中引入了模型松弛误差，如何

补偿松弛误差，进一步提升目标容量也是下一步工作的重点。

## 参考文献

- [1] GRECO M S, GINI F, STINCO P, *et al.* Cognitive radars: On the road to reality: Progress thus far and possibilities for the future[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2018, 35(4): 112–125. doi: [10.1109/MSP.2018.2822847](https://doi.org/10.1109/MSP.2018.2822847).
- [2] 王祥丽, 易伟, 孔令讲. 基于多目标跟踪的相控阵雷达波束和驻留时间联合分配方法[J]. *雷达学报*, 2017, 6(6): 602–610. doi: [10.12000/JR17045](https://doi.org/10.12000/JR17045).
- [3] 严俊坤, 刘宏伟, 戴奉周, 等. 基于非线性机会约束规划的多基雷达系统稳健功率分配算法[J]. *电子与信息学报*, 2014, 36(3): 509–515. doi: [10.3724/SP.J.1146.2013.00656](https://doi.org/10.3724/SP.J.1146.2013.00656).
- [4] SHI Chenguang, DING Lintao, WANG Fei, *et al.* Low probability of intercept-based collaborative power and bandwidth allocation strategy for multi-target tracking in distributed radar network system[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2020, 20(12): 6367–6377. doi: [10.1109/JSEN.2020.2977328](https://doi.org/10.1109/JSEN.2020.2977328).
- [5] YAN Junkun, DAI Jinhui, PU Wenqiang, *et al.* Quality of service constrained-resource allocation scheme for multiple target tracking in radar sensor network[J]. *IEEE Systems Journal*, 2021, 15(1): 771–779. doi: [10.1109/JSYST.2020.2990409](https://doi.org/10.1109/JSYST.2020.2990409).
- [6] YAN Junkun, PU Wenqiang, ZHOU Shenghua, *et al.* Optimal resource allocation for asynchronous multiple targets tracking in heterogeneous radar networks[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2020, 68: 4055–4068. doi: [10.1109/TSP.2020.3007313](https://doi.org/10.1109/TSP.2020.3007313).
- [7] XIE Mingchi, YI Wei, KONG Lingjiang, *et al.* Receive-beam resource allocation for multiple target tracking with distributed MIMO radars[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2018, 54(5): 2421–2436. doi: [10.1109/TAES.2018.2818579](https://doi.org/10.1109/TAES.2018.2818579).
- [8] XIE Mingchi, YI Wei, KIRUBARAJAN T, *et al.* Joint node selection and power allocation strategy for multitarget tracking in decentralized radar networks[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018, 66(3): 729–743. doi: [10.1109/TSP.2017.2777394](https://doi.org/10.1109/TSP.2017.2777394).
- [9] YI Wei, YUAN Ye, HOSEINNEZHAD H, *et al.* Resource scheduling for distributed multi-target tracking in netted

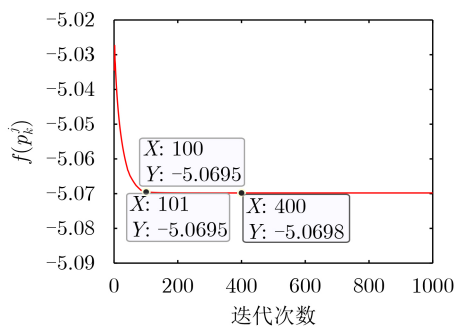


图6 目标函数值与迭代次数的关系

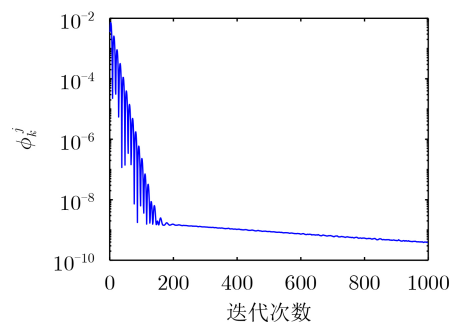


图7  $\phi_k^j$ 与迭代次数的关系

- colocated MIMO radar systems[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2020, 68: 1602–1617. doi: [10.1109/TSP.2020.2976587](https://doi.org/10.1109/TSP.2020.2976587).
- [10] ZHANG Haowei, LIU Weijian, XIE Junwei, *et al.* Joint subarray selection and power allocation for cognitive target tracking in large-scale MIMO radar networks[J]. *IEEE Systems Journal*, 2020, 14(2): 2569–2580. doi: [10.1109/JSYST.2019.2960401](https://doi.org/10.1109/JSYST.2019.2960401).
- [11] 严俊坤, 纠博, 刘宏伟, 等. 一种针对多目标跟踪的多基雷达系统聚类与功率联合分配算法[J]. *电子与信息学报*, 2013, 35(8): 1875–1881. doi: [10.3724/SP.J.1146.2012.01470](https://doi.org/10.3724/SP.J.1146.2012.01470).
- YAN Junkun, JIU Bo, LIU Hongwei, *et al.* Joint cluster and power allocation algorithm for multiple targets tracking in multistatic radar systems[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2013, 35(8): 1875–1881. doi: [10.3724/SP.J.1146.2012.01470](https://doi.org/10.3724/SP.J.1146.2012.01470).
- [12] YAN Junkun, PU Wenqiang, ZHOU Shenghua, *et al.* Collaborative detection and power allocation framework for target tracking in multiple radar system[J]. *Information Fusion*, 2020, 55: 173–183. doi: [10.1016/j.inffus.2019.08.010](https://doi.org/10.1016/j.inffus.2019.08.010).
- [13] 秦童, 戴奉周, 刘宏伟, 等. 火控相控阵雷达的时间资源管理算法[J]. *系统工程与电子技术*, 2016, 38(3): 545–550. doi: [10.3969/j.issn.1001-506X.2016.03.11](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-506X.2016.03.11).
- QING Tong, DAI Fengzhou, LIU Hongwei, *et al.* Time resource management algorithm for the fire control phased-array radar[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2016, 38(3): 545–550. doi: [10.3969/j.issn.1001-506X.2016.03.11](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-506X.2016.03.11).
- [14] YAN Junkun, ZHANG Peng, DAI Jinhui, *et al.* Target capacity based simultaneous multibeam power allocation scheme for multiple target tracking application[J]. *Signal Processing*, 2021, 178: 107794. doi: [10.1016/j.sigpro.2020.107794](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2020.107794).
- [15] GURBUZ A C, MDRAFI R, and CETINER B A. Cognitive radar target detection and tracking with multifunctional reconfigurable antennas[J]. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 2020, 35(6): 64–76. doi: [10.1109/MAES.2020.2990589](https://doi.org/10.1109/MAES.2020.2990589).
- [16] NEITZ O and EIBERT T F. A plane-wave synthesis approach for 3D monostatic RCS prediction from near-field measurements[C]. 2018 15th European Radar Conference, Madrid, Spain, 2018: 99–102. doi: [10.23919/EuRAD.2018.8546622](https://doi.org/10.23919/EuRAD.2018.8546622).
- [17] SONG Wanjun and ZHANG Hou. RCS prediction of objects coated by magnetized plasma via scale model with FDTD[J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2017, 65(6): 1939–1945. doi: [10.1109/TMTT.2016.2645567](https://doi.org/10.1109/TMTT.2016.2645567).
- [18] TICHAVSKY P, MURAVCHIK C H, and NEHORAI A. Posterior Cramer-Rao bounds for discrete-time nonlinear filtering[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1998, 46(5): 1386–1396. doi: [10.1109/78.668800](https://doi.org/10.1109/78.668800).
- [19] ILIEV A, KYURKCHIEV N, MARKOV S. On the approximation of the step function by some sigmoid functions[J]. *Mathematics and Computers in Simulation*, 2017, 133: 223–234. doi: [10.1016/j.matcom.2015.11.005](https://doi.org/10.1016/j.matcom.2015.11.005).
- [20] GARULLI A and VICINO A. Convex relaxations in circuits, systems, and control[J]. *IEEE Circuits and Systems Magazine*, 2009, 9(2): 46–56. doi: [10.1109/MCAS.2008.931737](https://doi.org/10.1109/MCAS.2008.931737).
- [21] ZHANG Jiawei and LUO Zhiquan. A proximal alternating direction method of multiplier for linearly constrained nonconvex minimization[J]. *SIAM Journal on Optimization*, 2020, 30(3): 2272–2302. doi: [10.1137/19M1242276](https://doi.org/10.1137/19M1242276).
- [22] ZHANG Jiawei and LUO Zhiquan. A global dual error bound and its application to the analysis of linearly constrained nonconvex optimization[J]. *arXiv preprint arXiv: 2006.16440*, 2020.
- [23] GREFFENSTETTE J J. Optimization of control parameters for genetic algorithms[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 1986, 16(1): 122–128. doi: [10.1109/TSMC.1986.289288](https://doi.org/10.1109/TSMC.1986.289288).
- 戴金辉: 男, 1993年生, 博士生, 研究方向为网络化雷达资源分配、目标跟踪。
- 严俊坤: 男, 1987年生, 副教授, 博士生导师, 研究方向为认知雷达、目标跟踪与定位、协同探测等。
- 王鹏辉: 男, 1984年生, 副教授, 硕士生导师, 研究方向为雷达自动目标识别、机器学习与模式识别等。
- 刘宏伟: 男, 1971年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为网络化雷达、宽带雷达信号处理、雷达自动目标识别、自适应和阵列信号处理及目标检测等。

责任编辑: 余蓉