

基于随机平均梯度下降和对比源反演的非线性逆散射算法研究

周辉林* 欧阳韬 刘健

(南昌大学信息工程学院 南昌 330031)

摘要: 采用非线性对比源反演(CSI)算法求解电磁逆散射问题时,在每次迭代过程中都涉及到求解散射场数据关于对比源和总场的微分,即Jacobi矩阵,该矩阵求解导致算法存在计算代价大和收敛速度慢等问题。该文在CSI框架下,采用一种基于随机平均梯度下降的对比源反演算法(SAG-CSI)代替原来的全梯度交替共轭梯度算法来重构介质目标介电常数的空间分布信息。该方法在每次迭代中只需计算随机抽取的部分测量数据在目标函数中的梯度信息,同时目标函数对未抽中的测量数据的梯度信息保持不变,用以上两部分梯度信息共同求解出目标函数的最优值。由模拟数据结果表明,该方法与传统CSI方法在成像精度相比拟的情况下,降低了计算代价并提高算法收敛速度。

关键词: 非线性电磁场逆散射;对比源反演;随机平均梯度

中图分类号: O451

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2020)08-2053-06

DOI: 10.11999/JEIT190566

Stochastic Average Gradient Descent Contrast Source Inversion Based Nonlinear Inverse Scattering Method for Complex Objects Reconstruction

ZHOU Huilin OUYANG Tao LIU Jian

(Institute of Information engineering, Nanchang University, Nanchang 330031, China)

Abstract: When using the nonlinear Contrast Source Inversion (CSI) algorithm to solve the electromagnetic inverse scattering problem, each iteration involves finding the differential of the dissolution radiation field data about the contrast source and the total field, i.e., the Jacobi matrix. the solution of the matrix leads to the problem of large computational cost and slow convergence speed of the algorithm. in this paper, a Contrast Source Inversion algorithm based on Stochastic Average Gradient descent (SAG-CSI) is used instead of the original full gradient alternating Conjugate Gradient algorithm to reconstruct the spatial distribution information of the dielectric constant of the dielectric target under the CSI framework. the method only needs to calculate the gradient information of the randomly selected part of the measurement data in the objective function in each iteration, while the objective function keeps the gradient information of the unscented measurement data, and the optimal value of the objective function is solved together with the above two parts of the gradient information. The simulation results show that the proposed method reduces the computational cost and improves the convergence speed of the algorithm when compared with the traditional CSI method.

Key words: Inverse scattering; Contrast Source Inversion (CSI); Stochastic Average Gradient (SAG)

1 引言

电磁场逆散射方法是利用测量散射场数据,基于电磁场前向模型和反演算法,重构目标的几何形状和电性能参数,近年来已广泛应用于目标识别、

生物医学成像、遥感、地球物理成像、无损测试和评价等领域^[1-3]。电磁场逆散射算法在一定程度上都依赖散射体内外场的Lippmann-Schwinger方程或者是积分方程^[4]。因为这两种方程具有非线性以及病态性,所以导致了求解与计算都存在着巨大的挑战。

对于电磁逆散射方法,通常可以分为线性方法与非线性方法。线性电磁场逆散射方法主要通过1阶Born近似^[5]将非线性电磁场逆散射成像模型转换为线性成像模型,然后运用截断奇异分解正则化(Truncated Singular Value Decomposition,

收稿日期: 2019-07-26; 改回日期: 2020-02-22; 网络出版: 2020-03-23

*通信作者: 周辉林 zhouhuilin@ncu.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(61561034, 61261010, 41505015)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61561034, 61261010, 41505015)

TSVD)^[6]、TV正则化^[7]或稀疏约束正则化^[8]等方法进行电磁逆散射求解。非线性电磁场逆散射方法有子空间优化方法(Subspace Optimization Method, SOM)^[9,10]，对比源反演(Contrast Source Inversion, CSI)^[4,11]，玻恩迭代法(Born Iterative Method, BIM)^[12]及其变形(Distorted Born Iterative Method, DBIM)^[13]等。

对于线性近似方法而言，主要是把目标区域内总场近似等于入射场。虽然其计算代价低，但只适用于弱散射体。由于实际应用中的大多数散射体属于强散射体，使得线性近似方法不能适用。针对强散射体的反演重构问题，随着计算机性能与存储性能的提升，近年来非线性优化方法得到广泛关注。对于强散射体而言，由于入射波与介质目标相互作用产生的多次散射效应，所以在成像区域的总场为入射场与散射场的叠加。通过构造目标函数并选择恰当的迭代优化方法来实现目标区域内的散射体重构。这些迭代类非线性算法能精确地定量重构目标几何形状、位置和电性能参数信息，但这些迭代类方法具有对初值较敏感、易于陷入局部极小值和收敛速度相对较慢等缺点。

CSI方法通过引入对比源这一辅助变量，然后通过构建包含状态方程和数据方程的代价函数，采用CG^[14]迭代优化算法，交替更新总场与对比源。该方法是一种全梯度方法，在每次迭代过程中都需要计算所有测量数据关于未知变量的梯度信息，虽然能够很好的重构散射体的介电常数及其空间分布，但是计算代价较大，收敛速度慢。

针对此问题，本文提出一种CSI和随机平均梯度(Stochastic Average Gradient, SAG)^[15,16]优化算法相结合的成像方法。该方法通过随机抽取部分测量数据来计算并更新关于未知变量的梯度信息，不仅减小了计算的复杂度，还提升迭代收敛速度。

2 电磁逆散射的一般问题

考虑2维电磁逆散射成像模型如图1所示。假设在均匀无界的背景介质中，有一目标散射体存在于非均匀且有界的目标区域D，目标区域D也称为感兴趣区域(Region Of Interesting, ROI)。散射体的位置以及对比度函数 $\chi(r)$ 均未知。在TM极化条件下，基于同一频率的发射天线和接收天线分别按照图1中的圆形轨迹分布，位置矢量分别为 \mathbf{r}_j ($j = 1, 2, \dots, N_j$)和 \mathbf{r}_q ($q = 1, 2, \dots, N_s$)，其中 N_j 和 N_s 分别表示发射天线与接收天线的阵元数。

为了便于数值的计算和编程的实现，通常将感兴趣区域D划分成 M 个面积相等方形网格，每个网格面积为 ΔS ，其中每个网格的中心位置为 \mathbf{r}_m ，

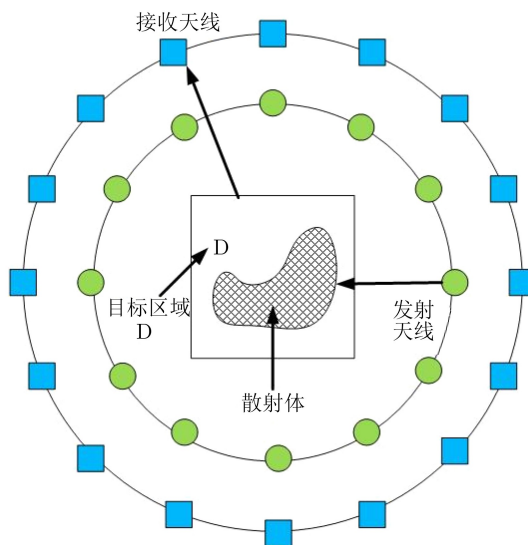


图1 2维电磁逆散射模型

$m = (1, 2, \dots, M)$ ，每个网格的半径为 $a = \sqrt{\Delta S/\pi}$ ，同时假定每个网格内的对比度函数一致。场状态方程的矩阵形式为

$$\mathbf{E}_{\text{tot}}(\mathbf{r}_m) = \mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}_m) + \mathbf{G}_D \boldsymbol{\chi} \mathbf{E}_{\text{tot}}(\mathbf{r}_m) \quad (1)$$

式中 $\mathbf{E}_{\text{tot}}(\mathbf{r}_m) = [\mathbf{E}_{\text{tot}}^{r_1}(\mathbf{r}_m), \mathbf{E}_{\text{tot}}^{r_2}(\mathbf{r}_m), \dots, \mathbf{E}_{\text{tot}}^{r_{N_j}}(\mathbf{r}_m)]$ ， $\mathbf{E}_{\text{tot}}^{r_j}(\mathbf{r}_m)$ 表示第 j 根发射天线所激发的目标区域总场， $j \in (1, 2, \dots, N_j)$ ， $\mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}_m) = [\mathbf{E}_{\text{inc}}^{r_1}(\mathbf{r}_m), \mathbf{E}_{\text{inc}}^{r_2}(\mathbf{r}_m), \dots, \mathbf{E}_{\text{inc}}^{r_{N_j}}(\mathbf{r}_m)]$ ， $\mathbf{E}_{\text{inc}}^{r_j}(\mathbf{r}_m)$ 表示第 j 根发射天线所激发的目标区域入射场， $j \in (1, 2, \dots, N_j)$ ，且大小都是 $M \times N_j$ ， \mathbf{G}_D 和 $\boldsymbol{\chi}$ 是 $M \times M$ ， $\boldsymbol{\chi}$ 是对角矩阵，其对角线上的元素为 $\chi(m, m) = \chi(r_m)$ ，且2维标量格林函数为

$$G_D(m, n) = \begin{cases} \frac{jk_b \pi a}{2} J_1(k_b a) H_0^{(1)}(k_b |\mathbf{r}_m - \mathbf{r}_n|), & m \neq n \\ \frac{jk_b \pi a}{2} H_0^{(1)}(k_b a), & m = n \end{cases} \quad (2)$$

$H_0^{(1)}(\cdot)$ 是1阶0类汉克函数， $J_1(\cdot)$ 是第1类1阶贝塞尔函数， $k_b = \omega(\epsilon_0 \mu_0)^{1/2}$ 表示背景介质波数， ω ， ϵ_0 及 μ_0 分别为电磁波角频率、背景介质的介电常数和磁导率。而在格林函数中， $G_R(q, m)$ 和 $G_D(m, n)$ 分别表示目标区域D到接收天线的格林函数与目标区域D内的格林函数。

其中，对比度函数的定义表达式为

$$\chi(\mathbf{r}_m) = \frac{\epsilon(\mathbf{r}_m) - \epsilon_0}{\epsilon_0} + i \frac{\sigma(\mathbf{r}_m)}{\omega \epsilon_0} = \chi^r(\mathbf{r}_m) + i \chi^i(\mathbf{r}_m) \quad (3)$$

式中 $\chi^r(\mathbf{r}_m)$ 和 $\chi^i(\mathbf{r}_m)$ 分别表示目标区域 \mathbf{r}_m 处的对比度函数的实部与虚部， $j = \sqrt{-1}$ 。

数据方程的矩阵形式表示为

$$\mathbf{E}_{\text{sca}}(\mathbf{r}_q) = \mathbf{G}_R \boldsymbol{\chi} \mathbf{E}_{\text{tot}}(\mathbf{r}_m) \quad (4)$$

式中 $\mathbf{E}_{\text{sca}}(\mathbf{r}_q) = [\mathbf{E}_{\text{sca}}^{r_1}(\mathbf{r}_q), \mathbf{E}_{\text{sca}}^{r_2}(\mathbf{r}_q), \dots, \mathbf{E}_{\text{sca}}^{r_{N_j}}(\mathbf{r}_q)]$, 测量散射场数据 $\mathbf{E}_{\text{sca}}(\mathbf{r}_q)$ 和 \mathbf{G}_R 的大小分别为 $N_s \times N_j$ 和 $N_s \times M$, 且

$$\mathbf{G}_R(q, m) = \begin{cases} \frac{jk_b \pi a}{2} J_1(k_b a) H_0^{(1)}(k_b |\mathbf{r}_q - \mathbf{r}_m|), & q \neq m \\ \frac{jk_b \pi a}{2} H_0^{(1)}(k_b a), & q = m \end{cases} \quad (5)$$

其中 $q = 1, 2, \dots, N_s$, $m = 1, 2, \dots, M$. 在电磁逆散射问题中, 式(1)与式(4)中的 χ 和 $\mathbf{E}_{\text{tot}}(\mathbf{r}_m)$ 均未知. 在传统的CSI方法中, 通过引入对比源 $\mathbf{w}_j = \chi \mathbf{E}_{\text{tot}}^j$ 作为辅助变量来构造相应的目标函数

$$\mathbf{F} = \frac{\sum_j \|\chi \mathbf{E}_{\text{inc}}^j - \mathbf{w}_j + \chi \mathbf{G}_D \mathbf{w}_j\|^2}{\sum_j \|\chi \mathbf{E}_{\text{inc}}^j\|^2} + \frac{\sum_j \|\mathbf{E}_{\text{sca}}^j - \mathbf{G}_R \mathbf{w}_j\|^2}{\sum_j \|\mathbf{E}_{\text{sca}}^j\|^2} \quad (6)$$

其中右端第1项表示归一化场状态方程的误差, 第2项表示归一化数据方程的误差. 采用CG全梯度的方式计算目标函数关于对比源与总场的微分: $\nabla_{\mathbf{w}} \mathbf{F}$ 和 $\nabla_{\mathbf{E}_{\text{tot}}} \mathbf{F}$, 用上述微分值来最小化目标函数求得最优对比度函数. 由于全梯度方式会导致计算代价高, 且收敛速度慢. 为此, 本文拟采用SAG与CSI相结合的方法求解电磁逆散射问题.

3 基于SAG-CSI的电磁逆散射方法

SAG是一种很好的大规模数据寻优算法, 并且广泛应用于机器学习^[16]和数值优化^[15]等领域. 该算法的本质是通过随机选取少量的样本(测量数据)来更新全体样本的梯度值, 达到最小化目标函数, 与此同时需要保存全部样本的上次迭代的数据. 如果把SAG用于解决电磁逆散射优化问题, 它需要满足3个条件: (1)合适的初值 \mathbf{w}_0 ; (2)最优的搜索步长 α ; (3)最优的搜索方向 ν . 由于该方法是基于CSI的框架下, 所以可以借鉴CSI中的反向传播算法确定对比源初值 \mathbf{w}_0

$$\mathbf{w}_0 = \frac{\|\mathbf{G}_R^H \mathbf{E}_{\text{sca}}\|^2}{\|\mathbf{G}_R \mathbf{G}_R^H \mathbf{E}_{\text{sca}}\|^2} \mathbf{G}_R^H \mathbf{E}_{\text{sca}} \quad (7)$$

其中 H 为共轭转置. 然后对目标函数进行求导得到梯度值, 并且沿着梯度方向交替迭代更新对比源和总场的值, 达到最小化目标函数. 由式(6)可知, 随着迭代次数的变化, 目标函数、对比源以及总场都在不断地更新与调整, 最终获得最优的对比度函数.

SAG在CSI中的优化流程如下: 假设所有的测

量散射场数据 \mathbf{E}_{sca} 为: $N = (N_s \times N_j) \times 1$, 首先在每次迭代时从全部测量数据中随机抽取 K 个测量数据($K \ll N$), 然后计算抽取出来的测量数据关于网格中的对比源和总场的微分, 并进行相关的梯度更新, 其余测量数据关于对比源和总场的微分值保持上次迭代不变, 具体公式为

$$\mathbf{g}_n^i = \begin{cases} \nabla \mathbf{F}_n^i, & i = i_k \\ \mathbf{g}_{n-1}^i, & \text{其他} \end{cases} \quad (8)$$

i 和 i_k 分别表示所有测量数据与随机抽取部分测量数据的索引, 且 $i, i_k \in (1, 2, \dots, N)$, $\mathbf{F}_n^{i_k}$ 为随机抽取的某个测量数据在第 n 次迭代时的目标函数, \mathbf{g}_{n-1}^i 是索引 i 为的测量数据在上次迭代时保存的梯度值. 将式(6)代入式(8)中, 可得 $\mathbf{g}_n^{i_k}$

$$\mathbf{g}_n^{i_k} = - \frac{(\mathbf{G}_R^{i_k})^H \rho_{n-1}^{i_k}}{\sum_k \|\mathbf{E}_{\text{sca}}^{i_k}\|^2} - \frac{\gamma_{n-1}^{i_k} - \mathbf{G}_D^H \chi_{n-1}^* \gamma_{n-1}^{i_k}}{\sum_k \|\chi_{n-1} \mathbf{E}_{\text{inc}}^{i_k}\|^2} \cdot \|\mathbf{E}_{\text{sca}}^{i_k}\|^2 \quad (9)$$

*为复共轭, 其中数据方程误差 ρ_n 可以表示为

$$\rho_n = \mathbf{E}_{\text{sca}} - \mathbf{G}_R \mathbf{w}_n \quad (10)$$

场状态方程误差 γ_n 可以表示为

$$\gamma_n = \chi_n \mathbf{E}_{\text{tot}}^n - \mathbf{w}_n \quad (11)$$

最后将所有更新的梯度值与保持不变的梯度值求和取平均, 求得当前迭代的梯度值 \mathbf{g}_n

$$\mathbf{g}_n = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{g}_n^i \quad (12)$$

其中所求的梯度值与测量散射场数据的个数无关. 在SAG算法中, 搜索步长的确定同样至关重要, 假设对比源更新公式为

$$\mathbf{w}_n = \mathbf{w}_{n-1} - \alpha_n \mathbf{g}_n \quad (13)$$

式中的 α_n 表示第 n 次迭代时的搜索步长, 将式(13)代入式(6), 并对其求导, 具体公式为

$$\left. \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \chi} \right|_{\chi=\chi_n} = 0 \quad (14)$$

由式(14)可解得搜索步长为

$$\alpha_n = \left(\frac{\rho_{n-1}, \mathbf{G}_R \mathbf{g}_n}{\sum_k \|\mathbf{E}_{\text{sca}}^{i_k}\|^2} + \frac{\gamma_{n-1}, \mathbf{g}_n - \chi_{n-1} \mathbf{G}_D \mathbf{g}_n}{\sum_k \|\chi_{n-1} \mathbf{E}_{\text{inc}}^{i_k}\|^2} \right) \times \left(\frac{\|\mathbf{G}_R \mathbf{g}_n\|^2}{\sum_k \|\mathbf{E}_{\text{sca}}^{i_k}\|^2} + \frac{\|\mathbf{g}_n - \chi_{n-1} \mathbf{G}_D \mathbf{g}_n\|^2}{\sum_k \|\chi_{n-1} \mathbf{E}_{\text{inc}}^{i_k}\|^2} \right)^{-1} \quad (15)$$

最后求得搜索步长代回式(13), 通过不断地

交替更新迭代可以求得最优的对比源 w_n 进而求出最优对比度函数 χ_n 。具体的伪码如表1所示。

4 实验结果分析

Austria散射体^[13]是一种比较复杂的散射体结构,如图2所示。它由两个介质圆与1个介质圆环构成。其中介质圆的半径为 0.2λ ,圆心分别位于 $(-0.3\lambda, 0.6\lambda)$ 和 $(0.3\lambda, 0.6\lambda)$ 。介质圆环的内径为 0.3λ ,外径为 0.6λ ,其圆心位于 $(0\lambda, 0.2\lambda)$,介质的相对介电常数为2,背景介电常数为1。在本次模拟实验中,16根发射天线与32根接收天线分布于圆心的实验设置的圆上,半径为3 m,工作频率为400 MHz。在前向模型求解散射场数据的过程中,运用MOM(Method Of Moments)的方法将目标区域重新离散为 100×100 个网格,通过采用不同网格计算正问题数据,可以对逆问题反演时可能存在的错误进行纠正,使其更符合实际测量的情况。

表1 SAG-CSI算法

输入: 对比源初值: w_0 ,	
散射场数据: E_{sca} ,	
测量数据的索引: $i \in (1, 2, \dots, N)$,	
随机抽取数据的索引: $i_k \in (1, 2, \dots, N)$ 。	
输出: 当目标函数 F_n 达到设定误差值 δ 或最大迭代次数 N_{iter} 时, 输出对比度函数: χ_n	
(1) 计算格林函数 G_D, G_R	
(2) 对比度函数初值 $\chi_0 = 0$,	
(3) 由前向模型计算得到对比源初值	$w_0 = \frac{\ G_R^H E_{sca}\ ^2}{\ G_R G_R^H E_{sca}\ ^2} G_R^H E_{sca} \quad (*\text{为共轭转置}) \quad (16)$
(4) $n \leftarrow 0$ (n 为迭代次数)	
(5) while $F_n(w_n) < \delta$ 或 $n < N_{iter}$ do	
步骤1 每次迭代随机抽取测量数据的索引: $i_k = \text{randperm}(i)$	
步骤2 将步骤1抽取的测量数据按照进行梯度更新计算(其中 $\rho_{n-1}^{i_k}, \gamma_{n-1}^{i_k}$ 和 χ_{n-1} 分别表示随机抽取散射场数据的数据方程误差和场误差以及上次迭代保存的对比度函数)	$g_n^{i_k} = -\frac{(G_R^{i_k})^H \rho_{n-1}^{i_k}}{\sum_k \ E_{sca}^{i_k}\ ^2} - \frac{\gamma_{n-1}^{i_k} - G_D^H \chi_{n-1}^* \gamma_{n-1}^{i_k}}{\sum_k \ \chi_{n-1} E_{inc}^{i_k}\ ^2} \quad (*\text{为复共轭}) \quad (17)$
步骤3 对抽取的散射场数据在目标函数中的梯度值进行更新, 其余散射场数据对应的梯度不变(其中 $\nabla_{w_n} F_n^i$ 表示随机抽取散射场数据在目标函数中关于对比源的更新梯度值, $g_{n-1}^{i_k}$ 表示上次迭代该散射场数据对应的梯度值, \bar{g}_{n-1} 表示所有散射场数据在目标函数中的梯度矩阵)	$\bar{g}_n = \bar{g}_{n-1} - g_{n-1}^{i_k} + \nabla_{w_n} F_n^i \quad (18)$
将所有测量数据构成的梯度矩阵 \bar{g}_n 求和取平均得出当前迭代的梯度 g_n ,即搜索方向的反方向。	
步骤4 由步骤3所得的搜索方向和式(15)所求得的搜索步长可计算更新的对比源(上次迭代保存的对比源 w_{n-1}): $w_n = w_{n-1} - \alpha_n g_n$	
步骤5 更新总场的值: $E_{tot}^n = E_{tot}^{n-1} - \alpha_n G_D g_n$	
步骤6 由对比源作为辅助变量公式可知	$\chi_n = \frac{\sum w_n (E_{tot}^n)^*}{\sum_K E_{tot}^n (E_{tot}^n)^*} \quad (*\text{为复共轭}, K\text{为抽取样本的总个数}) \quad (19)$
步骤7 $n = n + 1$	
(6) end	
(7) $\chi = \chi_n$	

在前向模型中产生的散射数据以多稳态响应矩阵 Z 的形式记录下来,大小为 $N_s \times N_j$ 。为了使散射场更符合实际测量效果,将不同的高斯白噪声 n 加入原有的矩阵 Z 中,形成噪声矩阵 $Z + n$,用于反演。噪声水平 ε 可以量化为

$$\varepsilon = (\|n\|_F / \|Z\|_F \times 100\%) \quad (20)$$

其中 $\|\cdot\|_F$ 表示Frobenius范数矩阵。信噪比SNR可以表示为

$$\text{SNR} = 20 \lg \left(\frac{1}{\varepsilon} \right) \quad (21)$$

假设散射体在 2×2 m的目标区域内,其中散射体的具体位置和介电常数未知,通过运用CSI与SAG-CSI的方法对目标区域进行反演重构。图3和图5为成像结果,图4和图6分别是运用CSI与SAG-CSI的两种方法在5 dB, 10 dB与20 dB的不同信噪比下的目标函数的收敛情况;在信噪比为10 dB

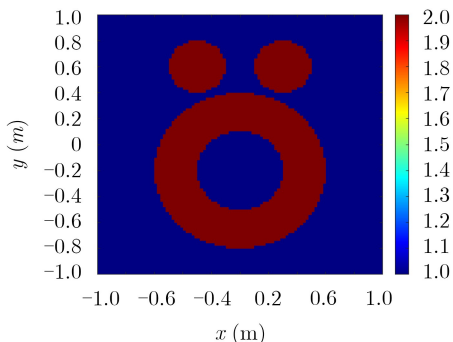


图 2 Austria 散射体

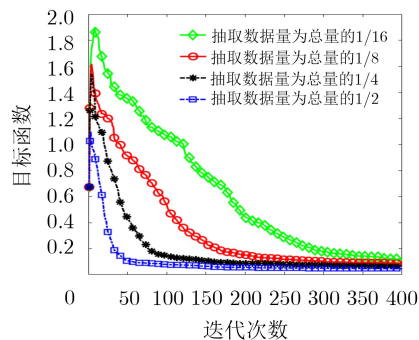


图 6 SAG-CSI 中不同散射场数据量的目标函数

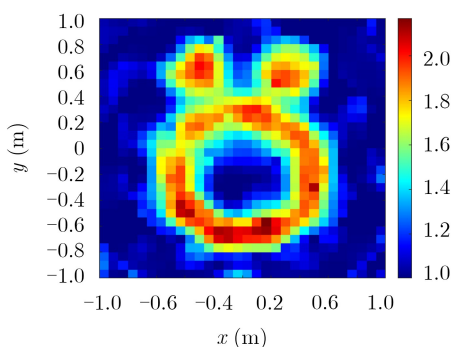


图 3 SNR 为 10 dB 时 SAG-CSI 的成像结果

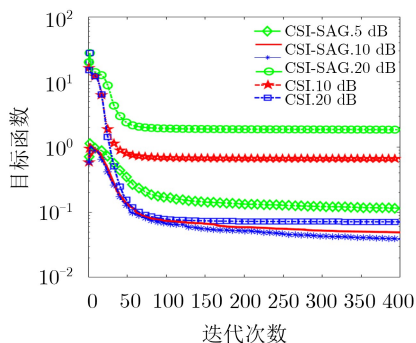


图 4 不同信噪比下两种方法的目标函数

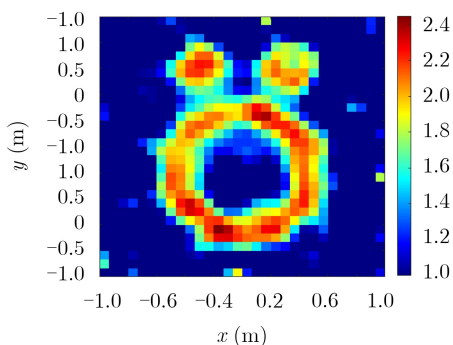


图 5 SNR 为 10 dB 时 CSI 的成像结果

时，CSI与SAG-CSI在 30×30 的网格中的具体成像结果；对于不同测量散射场数据量的目标函数的收敛情况的对比情况。

由图4可知，在相同迭代次数，反演成像网格

数量一致以及成像精度相比拟的情况下，同一反演算法的目标函数都会随着信噪比的增大而减小。说明信噪比越大，目标收敛速度越快。而对于同一信噪比下，SAG-CSI的目标函数明显小于CSI。因为SAG-CSI相比于CSI在梯度的迭代更新时运用随机抽取部分散射场数据进行更新梯度，所以计算代价降低，目标函数的收敛速度更快。可以看出，在信噪比小(即噪声大)的情况下，这一优势更加明显。可以看到在同一信噪比(10 dB)的情况下具体的成像情况，通过将两图进行对比，在成像效果相比拟的情况下，SAG-CSI的计算代价更小，收敛速度更快。所以SAG-CSI方法比传统的CSI方法在同等噪声情况下更有优势。

在SAG-CSI方法中，由于随机抽取不同的散射场数据量进行更新对于目标函数收敛可能存在一定的影响，为此，进行了4次不同数据量的反演实验，并且通过观察和对比目标函数在不同数据量之间的差异，进行数值分析。通过图6可以发现不同的散射场数据量对收敛有明显的的影响，随着数据量的增加，收敛速度增大。尤其在迭代次数为100次时，抽取数据量为总量的1/16的目标函数值明显大于其他3种数据量。但是随着迭代次数的增多，不同样本量之间目标函数的差距越来越小，说明不是数据量越多越好，因为随着数据量的增多，计算代价逐渐增大。当数据量到达一定时，目标函数几乎不发生变化。同时迭代次数也并非越多越好，因为随着迭代次数增多，可能会导致过拟合，使得模型泛化能力减弱。而且从图6中可以看出，在迭代到达一定次数时，目标函数并不会随着继续迭代而发生很大变化。但是在反演问题中计算代价是衡量一个算法优越性的重要指标。倘若能用较少的迭代次数就能达到的目标函数终止值，就能在一定程度上减少了计算代价。由图6可知，随机抽取的测量数据量为总量的1/4时，所得的结果与付出成本之间的性价比最高。不仅如此，该数据量能够使用较少的迭代次数达到一个较稳定的水平。所以，在SAG

算法中存在以一个最优的抽取数据量, 并且选择恰当的数据量能够进一步体现算法的优越性。

5 结论

本文提出的SAG-CSI方法是在CSI的框架下, 运用SAG的方法对梯度进行随机抽样更新, 代替原有的共轭梯度下降法, 达到反演成像的目的。最终的数值结果表明, 在成像精度相比拟的情况下, SAG-CSI相比于传统的CSI能够更好地降低计算代价, 提高算法收敛速度。

参考文献

- [1] LI Lianlin, WANG Longgang, DING Jun, *et al.* A probabilistic model for the nonlinear electromagnetic inverse scattering: TM case[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2017, 65(11): 5984–5991. doi: [10.1109/TAP.2017.2751654](https://doi.org/10.1109/TAP.2017.2751654).
- [2] KIM S B, VAN ZYL J J, JOHNSON J T, *et al.* Surface soil moisture retrieval using the l-band synthetic aperture radar onboard the Soil Moisture Active-Passive satellite and evaluation at core validation sites[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2017, 55(4): 1897–1914. doi: [10.1109/TGRS.2016.2631126](https://doi.org/10.1109/TGRS.2016.2631126).
- [3] WANG Longgang, Li Lianlin, DING Jun, *et al.* A fast patches-based imaging algorithm for 3-D multistatic imaging[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2017, 14(6): 941–945. doi: [10.1109/LGRS.2017.2688461](https://doi.org/10.1109/LGRS.2017.2688461).
- [4] VAN DEN BERG P M and KLEINMAN R E. A contrast source inversion method[J]. *Inverse Problems*, 1997, 13(6): 1607. doi: [10.1088/0266-5611/13/6/013](https://doi.org/10.1088/0266-5611/13/6/013).
- [5] POLI L, OLIVERI G, and MASSA A. Microwave imaging within the first-order Born approximation by means of the contrast-field Bayesian compressive sensing[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2012, 60(6): 2865–2879. doi: [10.1109/TAP.2012.2194676](https://doi.org/10.1109/TAP.2012.2194676).
- [6] SHEA J D, VAN VEEN B D, and HAGNESS S C. A TSVD analysis of microwave inverse scattering for breast imaging[J]. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 2012, 59(4): 936–945. doi: [10.1109/TBME.2011.2176727](https://doi.org/10.1109/TBME.2011.2176727).
- [7] OLIVERI G, ANSELMINI N, and MASSA A. Compressive sensing imaging of non-sparse 2D scatterers by a total-variation approach within the Born approximation[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2014, 62(10): 5157–5170. doi: [10.1109/TAP.2014.2344673](https://doi.org/10.1109/TAP.2014.2344673).
- [8] BEVACQUA M T, CROCCO L, DI DONATO L, *et al.* Non-linear inverse scattering via sparsity regularized contrast source inversion[J]. *IEEE Transactions on Computational Imaging*, 2017, 3(2): 296–304. doi: [10.1109/TCI.2017.2675708](https://doi.org/10.1109/TCI.2017.2675708).
- [9] CHEN Xudong. Subspace-based optimization method for solving inverse-scattering problems[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2010, 48(1): 42–49. doi: [10.1109/TGRS.2009.2025122](https://doi.org/10.1109/TGRS.2009.2025122).
- [10] 周辉林, 郑灵辉, 莫仲念, 等. 基于直接采样法和子空间优化法的多介质目标混合逆散射成像方法[J]. *电子与信息学报*, 2017, 39(3): 758–762. doi: [10.11999/JEIT160534](https://doi.org/10.11999/JEIT160534).
ZHOU Huilin, ZHENG Linghui, MO Zhongnian, *et al.* DSM-SOM based hybrid inverse scattering method for multiple dielectric objects reconstruction[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2017, 39(3): 758–762. doi: [10.11999/JEIT160534](https://doi.org/10.11999/JEIT160534).
- [11] SONG Xiaoqian, LI Maokun, YANG Fan, *et al.* Feasibility study of acoustic imaging for human thorax using an acoustic contrast source inversion algorithm[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2018, 144(5): 2782–2792. doi: [10.1121/1.5078590](https://doi.org/10.1121/1.5078590).
- [12] GUO Lei and ABBOSH A M. Microwave imaging of nonsparse domains using Born iterative method with wavelet transform and block sparse Bayesian learning[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2015, 63(11): 4877–4888. doi: [10.1109/TAP.2015.2473000](https://doi.org/10.1109/TAP.2015.2473000).
- [13] YE Xiuzhu and CHEN Xudong. Subspace-based distorted-Born iterative method for solving inverse scattering problems[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2017, 65(12): 7224–7232. doi: [10.1109/TAP.2017.2766658](https://doi.org/10.1109/TAP.2017.2766658).
- [14] ABUBAKAR A, VAN DEN BERG P M, and KOOLIJ B J. A conjugate gradient contrast source technique for 3D profile inversion[J]. *IEICE Transactions on Electronics*, 2000, E83-C(12): 1864–1874.
- [15] SCHMIDT M, LE ROUX N, and BACH F. Minimizing finite sums with the stochastic average gradient[J]. *Mathematical Programming*, 2017, 162(1/2): 83–112. doi: [10.1007/s10107-016-1030-6](https://doi.org/10.1007/s10107-016-1030-6).
- [16] DOGNIN P and GOEL V. Combining stochastic average gradient and hessian-free optimization for sequence training of deep neural networks[C]. 2013 IEEE Workshop on Automatic Speech Recognition and Understanding. Olomouc: IEEE, 2013: 321–325.

周辉林: 男, 1979年生, 教授, 研究方向为超宽带雷达成像、雷达信号处理。

欧阳韬: 男, 1996年生, 硕士生, 研究方向为超宽带探地雷达成像, 逆散射成像方法研究。

刘健: 男, 1995年生, 硕士生, 研究方向为超宽带穿墙雷达成像, 逆散射成像方法研究。

责任编辑: 阮望