

# 大气折射率波动引起的SAR成像误差分析

汪玲\* 孙玲玲 宫蕊 朱岱寅

(南京航空航天大学电子信息工程学院微波光子与雷达成像教育部重点实验室 南京 211000)

**摘要:** 合成孔径雷达(SAR)成像中通常默认大气折射率为1, 即电磁(EM)波速率等于自由空间光速且忽略大气吸收特性, 但实际存在的吸收会减弱入射功率, 电磁波速率的变化会引起相位误差, 从而影响图像重建。该文定量分析电磁波速率波动和大气吸收对雷达图像的影响, 理论推导得出大气吸收会导致振幅误差, 表现为散射点在图像中的重建幅度误差; 电磁波速率波动会导致相位误差, 表现为散射点在图像中的重建位置误差。仿真实验验证了误差分析的正确性。该分析进一步完备了SAR成像误差分析, 有助于SAR图像正确解译。

**关键词:** 合成孔径雷达成像; 误差分析; 电磁波速率; 吸收; 折射率波动

中图分类号: TN957.52

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2021)03-0665-09

DOI: 10.11999/JEIT200285

## Error Analysis in SAR Imaging Due to Fluctuation of Atmospheric Refractive Index

WANG Ling SUN Lingling GONG Rui ZHU Daiyin

(Key Laboratory of Radar Imaging and Microwave Photonics of Ministry of Education, Nanjing, 211000, China)

**Abstract:** Generally, the refractive index of atmosphere is simply 1 by default in Synthetic Aperture Radar (SAR) imaging, that is, the ElectroMagnetic (EM) wave velocity is equal to the speed of light in free-space and the atmospheric absorption is ignored. However, the actual absorption may weaken the incident power and variations in the speed of EM waves may cause phase error, thus affecting image reconstruction. In this paper, the influence of wave velocity fluctuation and atmospheric absorption in SAR imagery is analyzed quantitatively. It is theoretically deduced that the atmospheric absorption will lead to amplitude error, which is shown as strength error of the scatterer in the reconstructed image; EM velocity fluctuation will lead to phase error, which is shown as positioning error of the scatterer in the reconstructed image. The correctness of error analysis is verified by simulation experiments. The work in this paper completes further the SAR imaging error analysis, which is beneficial to SAR image interpretation.

**Key words:** Synthetic Aperture Radar (SAR) imaging; Error analysis; ElectroMagnetic(EM) wave velocity; Absorption; Fluctuation of refractive index

### 1 引言

大气折射率的实部和虚部分别表示大气减缓电磁波速率和吸收电磁能量的能力。雷达信号处理时通常认为发射波和散射波都是在真空中传播的, 默认大气折射率为1, 也就是认为电磁波在大气中的传播速率等于自由空间光速且忽略大气吸收引起的

电磁波衰减。然而, 真实的传播过程中, 电磁波速率会因为湍流、风场等不可抗因素而产生波动, 大气吸收会导致电磁波能量衰减, 引起折射率波动, 从而导致合成孔径雷达(Synthetic Aperture Radar, SAR)成像误差。

Porcello教授<sup>[1]</sup>(1970年)在对大气传播产生的SAR成像影响的研究中指出低层大气中湍流导致的折射率波动会限制大型天线孔径和阵列的性能。Danklmayer等人<sup>[2]</sup>(2009年)将SAR图像与几乎同时刻获得的天气雷达数据进行比较, 得出的结论是50 dBZ的气象雷达图像的反射率可能会导致SAR图像中的可见伪影, 此外还讨论了对流层对TerraSAR-X外部定标的影响。对流层和电离层对星载SAR系统的影响的研究结果表明, 未校正的电离层延迟差异

收稿日期: 2020-04-21; 改回日期: 2021-01-13; 网络出版: 2021-02-25

\*通信作者: 汪玲 tulip\_wling@nuaa.edu.cn

基金项目: 国家重点研发计划(2017YFB0502700), 国家自然科学基金(61871217), 航空科学基金(20182052011)

Foundation Items: The National Key Research and Development Program of China (2017YFB0502700), The National Natural Science Foundation of China(61871217), The Aeronautical Science Foundation of China (20182052011)

将会导致图像散焦<sup>[3]</sup>。大气状况的变化对SAR成像的影响分为两类,部分研究学者将图像伪影归因于大气不均匀性<sup>[4-7]</sup>,部分则认为这是由于入射到场景上的功率发生变化而导致了伪影的产生<sup>[8]</sup>。在大气折射率的时间变化对圆迹SAR聚焦性能的影响<sup>[9]</sup>中,通过建立相位误差模型推导出了折射率时间变化对圆迹SAR方位向聚焦性能的影响。

上述现有的关于大气传播对雷达成像的影响的研究的局限性在于只是提出了影响因素和影响在图像上的表现形式,没有给出大气折射率波动和图像误差之间的定量解析关系。针对此局限性,本文将Yazici等人<sup>[10]</sup>(2019年)研究工作的基础上对SAR成像误差展开研究,定量分析大气折射率误差(包括电磁波速率误差和大气吸收)对SAR成像的影响,并通过仿真实验来验证理论分析。

本文的结构安排如下:第2节在考虑电磁波速率误差和电磁波衰减的前提下建立回波模型,然后在单位折射率条件下使用滤波反投影(Filtered Back Projection, FBP)算法进行图像重建,得到复折射率影响下的成像点扩散函数误差。第3节定量推导出电磁波速率误差引起的成像位置误差的解析式,分析电磁吸收导致的幅度误差。第4节通过仿真实验来验证误差分析的正确性。第5节总结全文并得出结论。

## 2 SAR建模

### 2.1 回波建模

本文中统一使用小写字母代表1维变量,即 $x \in \mathbb{R}$ ;粗斜体小写字母代表2维变量,即 $\mathbf{x} = [x_1, x_2] \in \mathbb{R}^2$ ;粗体大写字母代表3维变量,即 $\mathbf{X} = [x, x_3] \in \mathbb{R}^3$ ;手写体字母( $\mathcal{K}, \mathcal{F}$ )代表算子。

假设 $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ 表示待成像目标的2维坐标, $\mathbf{X} = (x_1, x_2, x_3)$ 表示目标3维坐标; $\psi(\mathbf{x}) : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ 为地形因子,表示的是2维坐标与高度的映射关系; $T(\mathbf{x}) : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ 为成像场景的反射率函数。

将大气复折射率定义为

$$n = n_r + jn_i = \frac{c}{c - \Delta c} + j\frac{c}{a} \approx 1 + \frac{\Delta c}{c} + j\frac{c}{a} \quad (1)$$

其中,实部 $n_r$ 代表大气减缓电磁波速率的能力,虚部 $n_i$ 对应的物理意义是电磁波振幅随传播衰减,也就是吸收效应, $a$ 是与电磁吸收系数有关的变量, $c$ 为真空中电磁波速度, $\Delta c$ 为实际电磁波速度与真空中电磁波速度之间的误差值。理想情况下,折射率实部为1,虚部为0。

令 $\gamma(s)$ 表示天线运动轨迹,通过Born近似<sup>[11-13]</sup>后可将回波建模为

$$\begin{aligned} d(s, t) &= \mathcal{F}[T](s, t) \\ &= \int e^{-j\omega[t - (1 + \Delta c/c + jn_i)R(s, \mathbf{x})/c]} \\ &\quad \cdot A(\mathbf{x}, s, \omega)T(\mathbf{x})d\omega d\mathbf{x} \end{aligned} \quad (2)$$

式中, $s$ 和 $t$ 分别表示慢时间和快时间; $\omega$ 为时间频率; $\mathcal{F}$ 为前向算子,表示场景反射率 $T(\mathbf{x})$ 与回波信号 $d(s, t)$ 之间的映射关系; $R(s, \mathbf{x})$ 表示双程斜距,可表示成

$$R(s, \mathbf{x}) = 2|\gamma(s) - \mathbf{X}| \quad (3)$$

$A(s, \omega, \mathbf{x})$ 是一个与天线波束方向图 $J(\mathbf{x}, \gamma(s))$ 、发射波形 $P(\omega)$ 、几何扩展因子等相关的频率 $\omega$ 的慢变函数,可以写成

$$A(s, \omega, \mathbf{x}) = \frac{P(\omega)J^2(\mathbf{x}, \gamma(s))}{4\pi|\gamma(s) - \mathbf{X}|^2} \quad (4)$$

### 2.2 图像重建

图像重建过程中认为不存电磁波速率波动和吸收,即折射率为1。则重建的场景反射率 $I(\mathbf{z})$

$$\begin{aligned} I(\mathbf{z}) &= \mathcal{K}[d](\mathbf{z}) = \int e^{j\omega(t - R(s, \mathbf{z})/c)} Q(\mathbf{z}, s, \omega) \\ &\quad \cdot d(s, t)dsdt d\omega \end{aligned} \quad (5)$$

其中, $\mathbf{z} = (z_1, z_2)$ 和 $\mathbf{Z} = (z_1, z_2, z_3)$ 表示散射点 $\mathbf{X}$ 重建位置的2维和3维坐标; $\mathcal{K}$ 是成像算子,表示的是回波信号 $d(s, t)$ 与重建反射率 $I(\mathbf{z})$ 之间的映射关系; $Q(s, \omega, \mathbf{z})$ 是需要满足必要条件的滤波器<sup>[14-16]</sup>。

将式(2)代入式(5)中并化简可以得到

$$I(\mathbf{z}) = \mathcal{K}\mathcal{F}[T](\mathbf{z}) = \int L(\mathbf{z}, \mathbf{x})T(\mathbf{x})d\mathbf{x} \quad (6)$$

式中, $L(\mathbf{z}, \mathbf{x})$ 是点扩散函数(Point Spread Function, PSF)

$$L(\mathbf{z}, \mathbf{x}) = \int e^{j\phi(\mathbf{x}, \mathbf{z}, s, \omega)} e^{-\omega n_i R(s, \mathbf{x})/c} A Q d\omega ds \quad (7)$$

滤波器 $Q(s, \omega, \mathbf{z})$ 满足

$$Q(s, \omega, \mathbf{z}) = \chi_{\Omega_z}(\xi(s, \omega)) \frac{A^*(\mathbf{z}, \omega, s)}{|A(\mathbf{z}, \omega, s)|^2} \frac{1}{\eta(\mathbf{z}, \mathbf{z}, \xi)} \quad (8)$$

$$\Omega_z = \left\{ \xi = \frac{\omega}{c} \Xi(s, \mathbf{z}, \mathbf{z}) \mid A(\mathbf{z}, \omega, s) \neq 0 \right\} \quad (9)$$

其中, $\Omega_z$ 为像素点 $\mathbf{z}$ 处的数据采集空间。 $\chi_{\Omega_z}$ 为截断函数,在数据采集空间 $\Omega_z$ 内 $\chi_{\Omega_z}$ 的值为1,在采集空间外 $\chi_{\Omega_z}$ 的值为0。 $A^*(\mathbf{z}, \omega, s)$ 为 $A(\mathbf{z}, \omega, s)$ 的共轭。滤波器满足上述条件时,成像PSF为

$$\begin{aligned} L(\mathbf{z}, \mathbf{x}) &= \int e^{j(\mathbf{x} - \mathbf{z}) \cdot \xi} e^{j\omega(\xi) \Delta c R(s(\xi), \mathbf{x})/c^2} \\ &\quad \cdot e^{-\omega(\xi) n_i R(s(\xi), \mathbf{x})/c} \chi_{\Omega_z}(\xi) d\xi \end{aligned} \quad (10)$$

若要保证散射点 $\mathbf{x}$ 在重建图像中的位置是 $\mathbf{z}$ ，理想PSF (IPSF)应无限逼近狄拉克 $\delta$ 函数

$$\text{IPSF} = \int e^{j\xi(\mathbf{x}-\mathbf{z})} \chi_{\Omega_z}(\xi) d\xi \quad (11)$$

对比式(10)和式(11)发现，复折射率影响下的点扩散函数比理想情况多出两项，分别为：复折射率实部相关项 $e^{j\omega(\xi)\Delta c R(s(\xi), \mathbf{x})/c^2}$ 和复折射率虚部相关项 $e^{-\omega(\xi)n_i R(s(\xi), \mathbf{x})/c}$ 。因此，当成像过程中所使用的折射率与电磁波传播大气的真实折射率不匹配时会导致两种类型的SAR成像误差，分别是由电磁波速率波动引起的附加相位项，电磁吸收引起的附加振幅项。第3节将对这两种类型的误差分别进行定量分析。

### 3 误差分析

#### 3.1 电磁波速率误差对成像的影响

$\mathbf{X}$ 为待成像场景中一散射点，SAR回波的时延和多普勒频移分别为

$$\frac{R(s, \mathbf{X})}{c} = \frac{2|\gamma(s) - \mathbf{X}|}{c} \quad (12)$$

$$f(s, \mathbf{X}) = \frac{2\omega}{c} \underbrace{\dot{\gamma}(s) \cdot \widehat{\gamma(s) - \mathbf{X}}}_{\dot{R}(s, \mathbf{X})} \quad (13)$$

其中， $\dot{\gamma}(s)$ 表示天线运动速度， $\widehat{\gamma(s) - \mathbf{X}}$ 为天线视线方向，指的是由目标点 $\mathbf{X}$ 指向天线的单位方向向量。

根据驻定相位定理<sup>[17-19]</sup>，将散射点 $\mathbf{X}$ 重建在图像中 $\mathbf{z}$ 处， $\mathbf{X}$ 与 $\mathbf{z}$ 的时延和多普勒频率应相匹配，即

$$\left. \begin{aligned} \frac{R(s, \mathbf{z})}{c} &= \frac{R(s, \mathbf{x})}{c} \\ f(s, \mathbf{z}) &= f(s, \mathbf{x}) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

此方程组的唯一解是 $\mathbf{z} = \mathbf{x}$ ，但式(14)中的匹配前提是实际电磁波速率等于真空中光速。假设电磁波在大气中的真实传播速率是 $c - \Delta c$ ，而成像中使用的是真空中光速 $c$ ，这将会导致散射点被重建在 $\mathbf{z} = \mathbf{x} + \Delta \mathbf{z}$ 处，其中 $\Delta \mathbf{z}$ 是波速不匹配导致的位置误差，因此可将式(14)重写为

$$\left. \begin{aligned} \frac{R(s, \mathbf{x} + \Delta \mathbf{z})}{c} &= \frac{R(s, \mathbf{x})}{c - \Delta c} \\ \frac{\dot{R}(s, \mathbf{x} + \Delta \mathbf{z})}{c} &= \frac{\dot{R}(s, \mathbf{x})}{c - \Delta c} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

假设电磁波速率误差 $\Delta c$ 相对于 $c$ 是极小的，且 $\mathbf{x} + \Delta \mathbf{z}$ 足够接近 $\mathbf{x}$ ，对式(15)泰勒展开，保留1阶项，可获得 $\Delta \mathbf{z}$ 的表达式

$$\left. \begin{aligned} \Delta \mathbf{z} \cdot \nabla_{\mathbf{x}} R(s, \mathbf{x}) &= \Delta c \cdot R(s, \mathbf{x})/c \\ \Delta \mathbf{z} \cdot \nabla_{\mathbf{x}} \dot{R}(s, \mathbf{x}) &= \Delta c \cdot \dot{R}(s, \mathbf{x})/c \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

定义

$$\left. \begin{aligned} \Xi(s, \mathbf{x}) &:= \nabla_{\mathbf{x}} R(s, \mathbf{x}) = D\psi(\mathbf{x}) \widehat{\gamma(s) - \mathbf{X}} \\ \dot{\Xi}(s, \mathbf{x}) &:= \nabla_{\mathbf{x}} \dot{R}(s, \mathbf{x}) = D\psi(\mathbf{x}) \frac{\dot{\gamma}^\perp(s)}{\gamma(s) - \mathbf{X}} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$$D\psi(\mathbf{x}) = [\mathbf{d}_1 \quad \mathbf{d}_2]^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{\partial \psi}{\partial x_1} \\ 0 & 1 & \frac{\partial \psi}{\partial x_2} \end{bmatrix} \quad (18)$$

其中， $\mathbf{d}_i$ 表示的点 $\mathbf{X}$ 处沿坐标轴的切向量， $D\psi(\mathbf{x})$ 表示 $\mathbf{X}$ 处的切平面， $\dot{\gamma}^\perp(s)$ 为垂直于收发天线视线方向的速度分量， $\dot{\gamma}^\perp(s) = \dot{\gamma}(s) - \left[ \dot{\gamma}(s) \cdot \widehat{\gamma(s) - \mathbf{X}} \right] \widehat{\gamma(s) - \mathbf{X}}$ 。令 $b_p(s, \mathbf{x})$ 和 $b_p^\perp(s, \mathbf{x})$ 分别表示雷达视线方向 $b(s, \mathbf{x})$ 和横向视线方向 $b^\perp(s, \mathbf{x})$ 在 $\mathbf{x}$ 处切平面的投影。当成像场景平坦时， $D\psi(\mathbf{x})$ 表示地平面。

令 $\hat{\Xi}$ 和 $\hat{\dot{\Xi}}$ 分别表示 $\Xi$ 和 $\dot{\Xi}$ 方向的单位向量，因此 $\Xi_i = d_i \cdot b_p(s, \mathbf{x})$ ， $\dot{\Xi}_i = d_i \cdot b_p^\perp(s, \mathbf{x})$ 。定义径向位置误差 $\Delta z^r$ 和横向位置误差 $\Delta z^t$ ，分别表示雷达视线和横向视线在切平面的投影方向上的位置误差分量，为

$$\left. \begin{aligned} \Delta z^r &:= \Delta \mathbf{z} \cdot \hat{\Xi}(s, \mathbf{x}) = \frac{1}{|\Xi(s, \mathbf{x})|} \frac{\Delta c}{c} R(s, \mathbf{x}) \\ \Delta z^t &:= \Delta \mathbf{z} \cdot \hat{\dot{\Xi}}(s, \mathbf{x}) = \frac{1}{|\dot{\Xi}(s, \mathbf{x})|} \frac{\Delta c}{c} \dot{R}(s, \mathbf{x}) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

图1为平坦地形情况下的单基SAR系统，图中 $\varphi$ 为观测角，即雷达视线方向 $b(s, \mathbf{x})$ 和速度 $\dot{\gamma}(s)$ 的夹角； $\eta$ 为擦地角，表示的是雷达视线方向 $b(s, \mathbf{x})$ 和 $\mathbf{X}$ 处切平面的夹角； $\eta^\perp$ 为横向擦地角，是横向视线方向 $b^\perp(s, \mathbf{x})$ 和 $\mathbf{X}$ 处切平面的夹角； $\alpha$ 和 $\alpha_\perp$ 是与地形有关的变量，成像场景地形平坦时， $\alpha = \alpha_\perp = 1$ 。

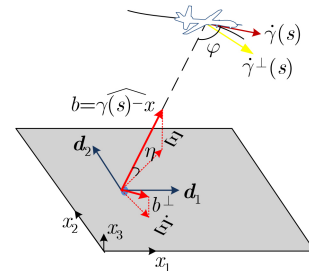


图1 地形平坦时单基SAR中向量和角度示意图

使用上述角度重写径向位置误差 $\Delta z^r$ 和横向位置误差 $\Delta z^t$ 的表达式

$$\left. \begin{aligned} \Delta z^r &= \frac{\Delta c}{c} \frac{R(s, \mathbf{x})}{\cos \eta(s, \mathbf{x})} \\ \Delta z^t &= \frac{\Delta c}{c} \frac{R(s, \mathbf{x})}{\tan \varphi(s, \mathbf{x}) \cos \eta^\perp(s, \mathbf{x})} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

由式(20)可以得出以下结论:

(1)电磁波在大气中的真实速率越低,即电磁波速率误差 $\Delta c$ 越大,径向和横向位置误差越大。

(2)天线与成像目标的距离 $R$ 越大,径向和横向位置误差越大。

(3)擦地角 $\eta$ 和 $\eta^\perp$ 越大,径向和横向位置误差越大。

(4)雷达观测角 $\varphi$ 仅影响横向位置误差。观测角越小或斜视角越大,横向位置误差越大。当 $\varphi \approx 90^\circ$ 时,即雷达的速度方向与视线方向垂直时,电磁波速率误差引起的横向位置误差可以忽略不计。

(5) $\alpha$ ,  $\alpha_\perp$ 的增加,意味着 $\mathbf{x}$ 处的地形变得陡峭,径向和横向位置误差将会变小,因此,电磁波速率误差导致的平原地区(如沙漠)SAR图像的位置误差大于山区SAR图像的位置误差。

(6)位置误差是依赖于 $s$ 和 $\mathbf{x}$ 的,这说明位置误差具有时空变化特征。

(7)小场景和合成孔径相对较短的情况下,可以认为式(20)中的角度和距离是不随着慢时间 $s$ 和散射点位置 $\mathbf{x}$ 变化的,可以用场景中心来代替整个场景,合成孔径中心来代表整个合成孔径。如果成像过程中的电磁波速率误差是恒定的,即 $\Delta c$ 为一常数,那么 $\Delta z^r$ 和 $\Delta z^t$ 在整个孔径和场景中也保持恒定。

### 3.2 大气吸收引起的成像误差

为了能够准确分析大气吸收的影响,本节中不考虑电磁波速率误差,即假设电磁波在大气中的真实速率等于真空中光速<sup>[20,21]</sup>,点目标 $T(\mathbf{x}) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)$ 的重建反射率可表示为

$$I(\mathbf{z}) = \int_{\Omega_z} e^{j(\mathbf{x}_0 - \mathbf{z}) \cdot \boldsymbol{\xi}} e^{-\omega(\boldsymbol{\xi}) n_i R(s(\boldsymbol{\xi}), \mathbf{x}_0)/c} d\mathbf{x} d\boldsymbol{\xi} \quad (21)$$

令 $\boldsymbol{\xi} = |\boldsymbol{\xi}| e^{i\theta_\xi}$ ,则式(21)可用极坐标形式表示为

$$I(\mathbf{z}) = \int_{\theta_\xi} \int_{\Omega_z} e^{j|\boldsymbol{\xi}| |\mathbf{x}_0 - \mathbf{z}| \cos \zeta} e^{-\omega(\boldsymbol{\xi}) n_i R(s(\boldsymbol{\xi}), \mathbf{x}_0)/c} d|\boldsymbol{\xi}| d\theta_\xi \quad (22)$$

其中, $\zeta$ 为向量 $\mathbf{x}_0 - \mathbf{z}$ 和 $\boldsymbol{\xi}$ 的夹角。对于固定 $\theta_\xi$ ,将像素点 $\mathbf{z}$ 在 $\boldsymbol{\xi}$ 上相对于真实目标位置 $\mathbf{x}_0$ 的偏移量定义 $\Delta z_\zeta$

$$\Delta z_\zeta = |\mathbf{x}_0 - \mathbf{z}| \cos \zeta \quad (23)$$

根据上文中对 $\boldsymbol{\xi}$ 和 $\boldsymbol{\Xi}$ 的定义,可得

$$|\boldsymbol{\xi}| = \omega/c |\boldsymbol{\Xi}(s, \mathbf{z})| \quad (24)$$

将式(23)、式(24)代入到(22)中,得到重建反射率为

$$I(\mathbf{z}) = \int_{\theta_\xi} \int_{\omega} e^{j\frac{\omega}{c} |\boldsymbol{\Xi}(s(\theta_\xi), \mathbf{z})| \Delta z_\zeta} e^{-\omega n_i R(s(\theta_\xi), \mathbf{x}_0)/c} \cdot \frac{|\boldsymbol{\Xi}(s(\theta_\xi), \mathbf{z})|}{c} d\omega d\theta_\xi \quad (25)$$

对于固定的 $\mathbf{z}$ , $\theta_\xi$ 随 $s$ 而变化,因此 $s$ 也是 $\theta_\xi$ 的函数。定义 $\theta_\xi$ 固定时的子图像 $I_{\theta_\xi}(\mathbf{z})$

$$I_{\theta_\xi}(\mathbf{z}) = \frac{|\boldsymbol{\Xi}(s(\theta_\xi), \mathbf{z})|}{c} \int e^{j\omega \frac{|\boldsymbol{\Xi}(s(\theta_\xi), \mathbf{z})|}{c} \Delta z_\zeta} \cdot \underbrace{\text{rect}\left(\frac{\omega}{2\pi B}\right) e^{-\omega n_i R(s(\theta_\xi), \mathbf{x}_0)/c}}_{\hat{f}(\omega)} d\omega = \frac{|\boldsymbol{\Xi}(s(\theta_\xi), \mathbf{z})|}{c} f\left(\frac{|\boldsymbol{\Xi}(s(\theta_\xi), \mathbf{z})|}{c} \Delta z_\zeta\right) \quad (26)$$

其中, $B$ 为发射波形带宽; $f(\cdot)$ 是 $\hat{f}(\omega)$ 的逆傅里叶变换。那么,重建图像可以表示为子图像 $I_{\theta_\xi}(\mathbf{z})$ 的累加

$$I(\mathbf{z}) = \int_{\theta_\xi} I_{\theta_\xi}(\mathbf{z}) d\theta_\xi \quad (27)$$

当大气吸收不可忽略时, $f(\cdot)$ 可等效为滤波器,其频谱表达式为

$$W(\omega, s(\theta_\xi)) = \exp[-\omega n_i R(s(\theta_\xi), \mathbf{x}_0)/c] \quad (28)$$

滤波器的3 dB截止频率为

$$\omega_c = a/R(-\ln 0.707) \quad (29)$$

其中

$$a = c/n_i \quad (30)$$

由式(30)看出,双基距离越大, $a$ 越小,滤波器的截止频率就越小,频谱衰减越快。

此等效滤波器的频谱特性如图2(a)所示,滤波器使用到的参数分别为中心频率 $f_0 = 9.6$  GHz,双程斜距 $R = 100$  km,复折射率虚部 $n_i = 10^{-4}$ ,蓝色竖线为截止频率,棕色曲线的走势表明吸收引起的滤波会引起幅度呈现指数衰减,且此滤波器幅度数量级为 $10^{-135}$ ,也就是说幅度衰减将会非常严重。

对线性调频信号(Linear Frequency Modulation, LFM)使用该滤波器来说明折射率虚部的影响,如图2(b)所示,红色曲线为滤波前幅度为1的LFM信号的时域压缩波形,蓝色曲线为滤波后波形。可以看出,滤波器增加了主瓣宽度和副瓣电平,因此图像分辨率和对比度降低。

由于此滤波器还受双程斜距的影响,因此距离不同时引起重建图像中散射体强度的变化也是不一样的。对LFM信号使用两个距离参数不同的滤波器来滤波,如图2(c)所示,红色和蓝色波形分别为使用 $R = 99.9$  km和 $R = 100$  km的滤波器进行滤波后的时域信号波形,可以看到两个信号的幅度是不一样的,双基距离越大,信号幅度越小,因此可以得出大气吸收影响下,目标离雷达越远,其重建反射率就越弱的结论。

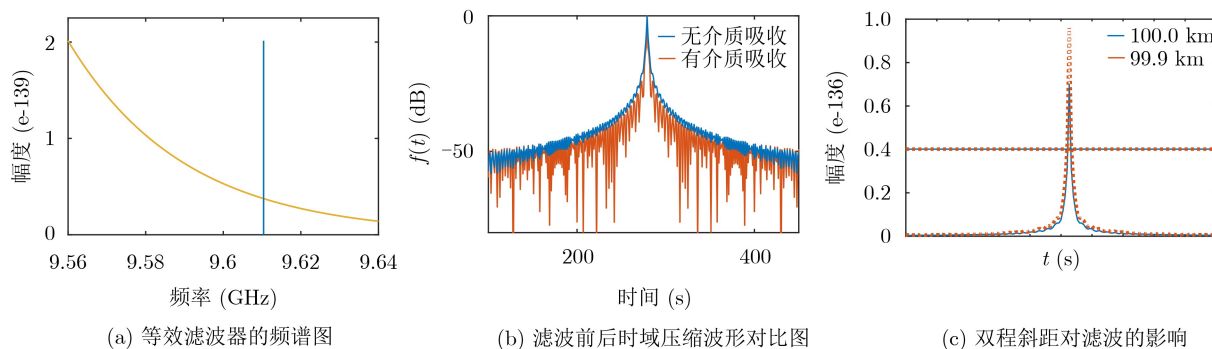


图2 吸收引起的滤波效应

## 4 验证与分析

### 4.1 系统配置和参数设置

本节中将进行仿真实验以验证前文分析的正确性，考虑两种平坦成像场景，第1个为单点目标，此点目标位于场景中心。第2个场景是合成场景，包含单词“NUAA”，为多点目标，所有散射点反射率均设置为1。使用LFM信号作为发射波形，带宽为62.5 MHz，载波频率为 $f_0 = 700$  MHz。

使用单基线性轨迹SAR分别对单点目标和多点目标进行误差仿真，天线运动轨迹为 $\gamma(s) = \mathbf{v}s + \mathbf{H}$ ，其中速度 $\mathbf{v} = [69.4, 0, 0]$  m/s，初始位置 $\mathbf{H} = [0, 0, 7300]$  m，场景中心位于 $[7100 R_c]$  m处， $R_c$ 的大小反映的是天线和目标之间的距离。

现实中影响折射率实部虚部的因素有很多，包括温度、大气压强、频率、高度等。通常情况下，在离海平面较低、温度较高、雷达频率较大的情况下，折射率波动对成像的影响更为突出。比如，气温低于300 K时，折射率实部的数量级为 $10^{-5}$ ，当气温高于300 K时，折射率实部的数量级变为 $10^{-4}$ 。标准大气压下，在频率为580, 780和1000 GHz附近时，虚部的数量级最高可达到为 $10^{-4}$ 。

### 4.2 无折射率误差的成像仿真

本节中假设电磁波速率等于真空中光速且不存在吸收，即折射率为1，成像结果如图3所示，可以看到点目标和目标“NUAA”在正确位置(图中用红色方框标出)重建，且聚焦良好。

### 4.3 考虑波速率误差的成像仿真和分析

本节中假设电磁波真实传播速率不等于真空中光速，而成像过程中忽略了速率误差，即认为 $n = 1$ 。为了验证电磁波速率误差大小以及天线到目标的距离大小对重建位置误差的影响，此节将在3种配置对单点目标进行误差仿真，配置的参数表1所示，成像结果如图4所示，图4中红色圆圈表示点目标的正确位置。

从这三幅图中可以发现，电磁波速率误差将会导致目标重建位置相对正确位置产生一个恒定偏移，而偏移主要集中在径向视线方向，横向上基本为零。对比图4(a)和图4(b)，可以发现图4(b)中的位置误差较大，是由于配置II中的电磁波速率误差比配置I中的电磁波速率误差大。对比图4(a)和图4(c)，发现图4(c)中的位置误差较小，这是因为配置III中天线到目标的距离比配置I中的距离小。

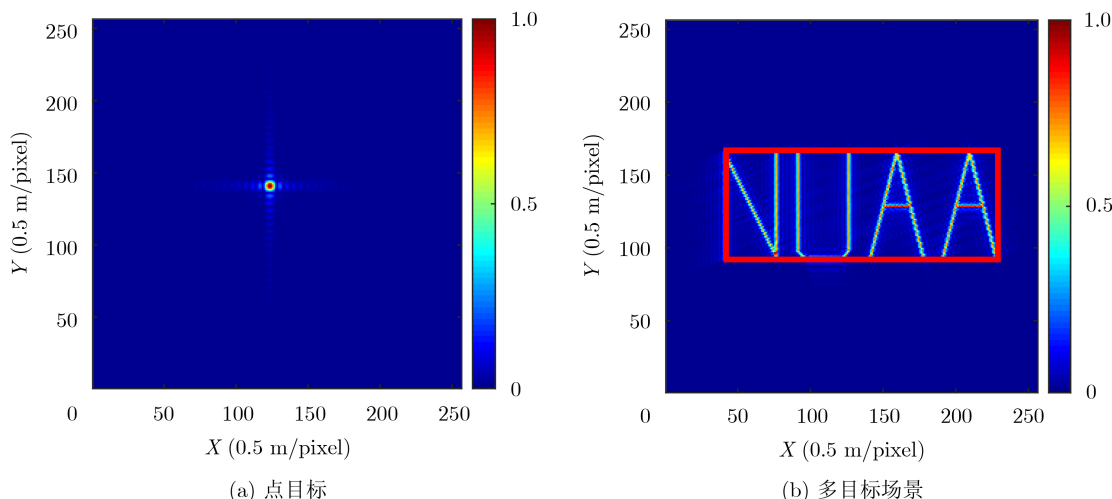


图3 无折射率误差时的单点和多点目标重建图

表 1 电磁波速率误差仿真参数设置

| 配置  | 天线到目标距离<br>$R_c(\text{km})$ | 大气折射率 $n$              | 电磁波速率误差<br>$\Delta c(\text{m/s})$ |
|-----|-----------------------------|------------------------|-----------------------------------|
| I   | 60                          | $1 + 5 \times 10^{-4}$ | $1.5 \times 10^5$                 |
| II  | 60                          | $1 + 8 \times 10^{-4}$ | $2.4 \times 10^5$                 |
| III | 30                          | $1 + 5 \times 10^{-4}$ | $1.5 \times 10^5$                 |

由以上3幅图的对比可以得出结论：天线与目标的距离不变时，电磁波速率误差越大，重建位置误差越大；电磁波速率误差恒定时，天线与目标的距离越远，图像位置误差越大。此结论与前文折射率误差导致的成像位置误差的理论分析结果一致。

图5为各个配置下点目标成像位置误差的理论值和仿真实验测量值曲线，其中图5(a)和图5(b)分别为配置I条件下的小孔径和大孔径成像位置误差

曲线，图5(c)和图5(d)为配置II和配置III条件下的大孔径成像位置误差曲线。图中蓝色细实线和蓝色虚点线分别表示径向位置误差的理论值和测量值，红色虚划线和点划线分别表示横向位置误差的理论值和测量值。图5中各配置下的成像位置误差的理论值曲线和实测值曲线基本重合，这说明了电磁波速率误差对SAR成像的影响的理论分析是正确的。图5(a)中的径向位置误差在整个成像过程中保持恒定，这是因为合成孔径时间较短导致的，当合成孔径时间较长时，误差曲线便会随着慢时间缓慢变化，如图5(b)、图5(c)、图5(d)所示。由图5(b)、图5(c)、图5(d)中的径向位置误差的理论值曲线可知，3种配置下径向位置误差的绝对值约为30 m，49 m和16 m，对比配置I和配置II，可得电磁波速率误差越大，径向位置误差越大，对比配置I和配

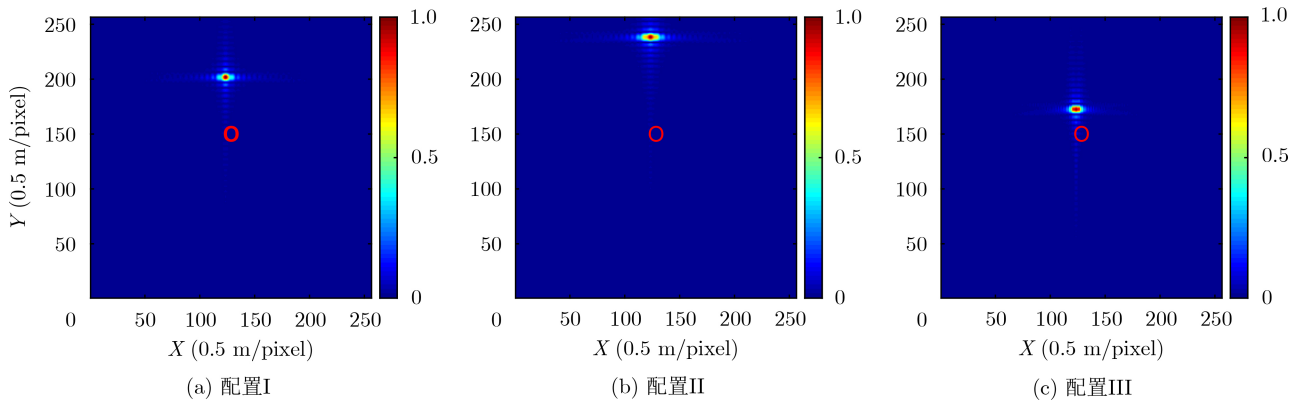


图 4 电磁波速率误差影响下的点目标重建图

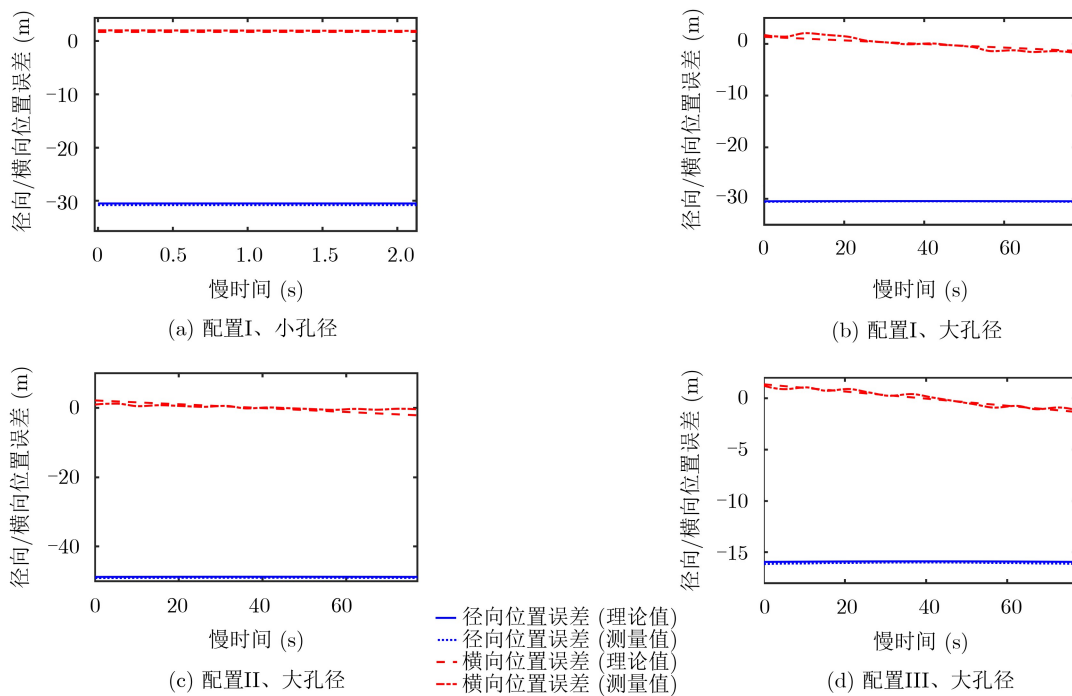


图 5 波速误差导致的SAR图像位置误差的理论值和测量值

置III, 可得天线离目标越远, 径向位置误差越大, 这与从电磁波速率误差影响下的重建图像(图4)中得到的结论是一致的。

对多目标场景“NUAA”进行误差仿真来验证电磁波速率误差对多点目标的影响, 电磁波速率存在 $\Delta c = 1.5 \times 10^5$ 的误差时的成像结果如图6所示, 图中红色方框表示正确位置。重建图像径向偏离正确位置, 不同散射点的位置误差基本相等, 因此目标的形状没有发生扭曲, 这是因为合成孔径时间较短的情况下, 位置误差不随着散射点位置的改变而变化, 保持为一固定值。

#### 4.4 考虑大气吸收的成像仿真和分析

本节中假设回波是经过电磁吸收后的信号, 即大气折射率为复数, 而成像是认为不存在吸收的前提下进行的, 以此来验证吸收带来的影响。

首先对点目标进行仿真, 假设大气复折射率为 $n = 1 + 6 \times 10^{-5}i$ , 将天线到目标的距离 $R_c$ 的值分别设置为30和60 km, 来验证距离大小对幅度误差

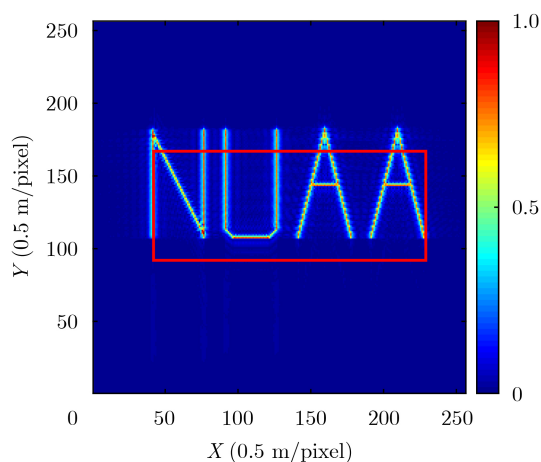


图6 电磁波速率误差影响下的多目标场景“NUAA”重建图

的影响, SAR成像结果如图7所示。与图3(a)中的正确重建相比, 可以发现目标重建位置是正确的, 但是目标能量不再聚焦, 而是往径向扩散, 目标副瓣振荡明显, 这就是大气吸收对图像“滤波”作用的表现。对比图7(a)和图7(b), 当天线与成像场景的距离变远时, 大气吸收带来的影响将会变大, 图像散焦现象更加严重, 这与2.2节中得到的大气吸收对距离较远处的散射体影响更大的结论是一致的。

吸收作用下的场景“NUAA”的重建图像如图8所示, 可以发现目标在正确的位置重建, 但“NUAA”能量沿着径向扩散, 图像严重散焦。

## 5 结束语

本文研究了大气折射率误差对SAR成像的影响, 分析得出, 电磁波速率误差引起的折射率实部误差会导致散射点在重建图像中的位置误差。推导出两者之间的定量关系, 得知位置误差取决于电磁波速率误差大小以及天线到目标的距离。吸收效应引起的电磁衰减会使点扩散函数产生额外幅度项, 对PSF产生“滤波”作用, 滤波后的波形呈指数衰减, 衰减程度取决于双基距离和吸收系数, 将导致散射点重建反射率的变化, 表现为重建图像的幅度误差。仿真实验验证了误差理论分析的正确性, 电磁波速率误差引起的成像位置误差在仿真中的实测值与理论分析值一致, 忽略吸收时的重建图像沿径向散焦, 场景反射率发生变化。

本文中所完成的SAR成像的误差定量分析工作有助于SAR图像正确解译, 也是后续SAR自聚焦技术研究的支撑, 所使用的基本分析方法也可以用于其他因素导致的SAR成像误差分析, 除此之外, 还可延伸到其他领域, 如声呐成像、医学图像伪影分析等。

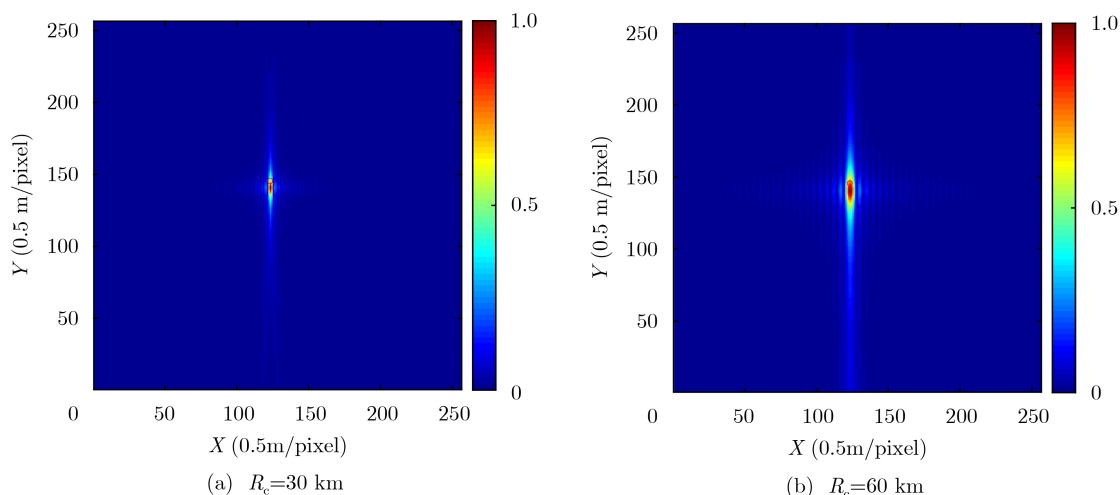


图7 大气吸收作用下的点目标重建图

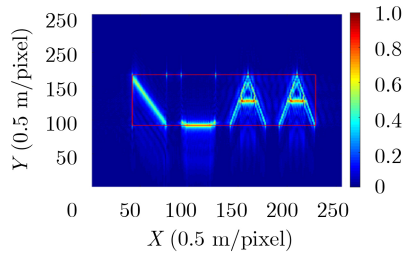


图8 大气吸收作用下的多目标场景“NUAA”重建图

### 参考文献

- [1] PORCELLO L J. Turbulence-induced phase errors in synthetic-aperture radars[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1970, AES-6(5): 636–644. doi: [10.1109/TAES.1970.310064](https://doi.org/10.1109/TAES.1970.310064).
- [2] DANKLMAYER A, DORING B J, SCHWERDT M, et al. Assessment of atmospheric propagation effects in SAR images[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2009, 47(10): 3507–3518. doi: [10.1109/TGRS.2009.2022271](https://doi.org/10.1109/TGRS.2009.2022271).
- [3] DANKLMAYER A. On the influence of the atmosphere on wideband space-borne SAR signal propagation and imaging[C]. The IEEE 5th Asia-Pacific Conference on Synthetic Aperture Radar (APSAR), Singapore, 2015: 470–473. doi: [10.1109/APSAR.2015.7306251](https://doi.org/10.1109/APSAR.2015.7306251).
- [4] DICKEY F M, DELAURENTIS J M, and DOERRY A W. A SAR imaging model for large-scale atmospheric inhomogeneities[C]. SPIE 5410, Radar Sensor Technology VIII and Passive Millimeter-Wave Imaging Technology VII, Orlando, United States, 2004: 1–9. doi: [10.1117/12.541560](https://doi.org/10.1117/12.541560).
- [5] MUSCHINSKI A, DICKEY F M, and DOERRY A W. Possible effects of clear-air refractive-index perturbations on SAR images[C]. SPIE 5788, Radar Sensor Technology IX, Orlando, United States, 2005: 25–33. doi: [10.1117/12.605651](https://doi.org/10.1117/12.605651).
- [6] SHAGAM R N, DICKEY F M, and DOERRY A W. Geometrical optics analysis of clear-air refractive-index perturbations on SAR images[C]. SPIE 6210, Radar Sensor Technology X, Orlando (Kissimmee), United States, 2006: 1–12. doi: [10.1117/12.668326](https://doi.org/10.1117/12.668326).
- [7] DICKEY F M, DOERRY A W, and ROMERO L A. Degrading effects of the lower atmosphere on long-range airborne synthetic aperture radar imaging[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2007, 1(5): 329–339. doi: [10.1049/iet-rsn:20060134](https://doi.org/10.1049/iet-rsn:20060134).
- [8] LAWRENCE M, HANSEN C, DESHMUKH S, et al. Characterization of the effects of atmospheric lensing in SAR images[C]. SPIE 7308, Radar Sensor Technology XIII, Orlando, United States, 2009. doi: [10.1117/12.819027](https://doi.org/10.1117/12.819027).
- [9] 寇蕾蕾, 向茂生. 大气折射率时间变化对地球同步轨道圆迹 SAR聚焦性能的影响[J]. *测绘学报*, 2014, 43(9): 917–923. doi: [10.13485/j.cnki.11-2089.2014.0124](https://doi.org/10.13485/j.cnki.11-2089.2014.0124).
- [10] KOU Leilei and XIANG Maosheng. Effect of temporal variation of atmospheric refraction on geosynchronous circular SAR focusing performance[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2014, 43(9): 917–923. doi: [10.13485/j.cnki.11-2089.2014.0124](https://doi.org/10.13485/j.cnki.11-2089.2014.0124).
- [11] YAZICI B and WANG Ling. Analysis of artifacts in SAR imagery due to fluctuation in refractive index[J]. *IEEE Transactions on Computational Imaging*, 2019, 5(3): 450–464. doi: [10.1109/TCL.2019.2895203](https://doi.org/10.1109/TCL.2019.2895203).
- [12] NOLAN C J and CHENEY M. Synthetic aperture inversion[J]. *Inverse Problems*, 2002, 18(1): 221–235. doi: [10.1088/0266-5611/18/1/315](https://doi.org/10.1088/0266-5611/18/1/315).
- [13] NOLAN C J and CHENEY M. Synthetic aperture inversion for arbitrary flight paths and nonflat topography[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2003, 12(9): 1035–1043. doi: [10.1109/TIP.2003.814243](https://doi.org/10.1109/TIP.2003.814243).
- [14] CHENEY M. Synthetic-aperture assessment of a dispersive surface[J]. *International Journal of Imaging Systems and Technology*, 2004, 14(1): 28–34. doi: [10.1002/ima.20004](https://doi.org/10.1002/ima.20004).
- [15] YARMAN C E, YAZICI B, and CHENEY M. Bistatic synthetic aperture radar imaging for arbitrary flight trajectories[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2008, 17(1): 84–93. doi: [10.1109/TIP.2007.911812](https://doi.org/10.1109/TIP.2007.911812).
- [16] YAZICI B, CHENEY M, and YARMAN C E. Synthetic-aperture inversion in the presence of noise and clutter[J]. *Inverse Problems*, 2006, 22(5): 1705–1729. doi: [10.1088/0266-5611/22/5/011](https://doi.org/10.1088/0266-5611/22/5/011).
- [17] YANIK H C, LI Zhengmin, and YAZICI B. Computationally efficient FBP-type direct segmentation of synthetic aperture radar images[C]. SPIE 8051, Algorithms for Synthetic Aperture Radar Imagery XVIII, Orlando, United States, 2014: 361–372. doi: [10.1117/12.883762](https://doi.org/10.1117/12.883762).
- [18] GRIGIS A and SJÖSTRAND J. *Microlocal Analysis for Differential Operators: An Introduction*[M]. Cambridge, U.K.: Cambridge University Press, 1994.
- [19] BLEISTEIN N and HANDELSMAN R A. *Asymptotic Expansions of Integrals*[M]. New York: Dover, 1986: 113–140.
- [20] GUILLEMIN V and STERNBERG S. *Geometric Asymptotics*[M]. Providence, RI: American Mathematical Society, 1977: 211–286.
- [21] 闫贺, 王珏, 黄佳, 等. 基于二维速度搜索的星载SAR运动目标聚焦算法研究[J]. *电子与信息学报*, 2019, 41(6): 1287–1293. doi: [10.11999/JEIT180663](https://doi.org/10.11999/JEIT180663).
- [22] YAN He, WANG Jue, HUANG Jia, et al. Moving-targets detection algorithm for spaceborne SAR system based on two-dimensional velocity search method[J]. *Journal of*

- Electronics & Information Technology*, 2019, 41(6): 1287–1293. doi: [10.11999/JEIT180663](https://doi.org/10.11999/JEIT180663).
- [21] 王沛, 徐伟, 李宁, 等. 星载大斜视聚束SAR变PRI成像技术研究[J]. 电子与信息学报, 2018, 40(10): 2470–2477. doi: [10.11999/JEIT180049](https://doi.org/10.11999/JEIT180049).
- WANG Pei, XU Wei, LI Ning, *et al.* Investigation on PRI variation for high squint spaceborn spotlight SAR[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2018, 40(10): 2470–2477. doi: [10.11999/JEIT180049](https://doi.org/10.11999/JEIT180049).
- 汪玲: 女, 1977年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为雷达信号处理、雷达成像、雷达图像处理.
- 孙玲玲: 女, 1995年生, 硕士生, 研究方向为合成孔径雷达成像.
- 宫蕊: 女, 1997年生, 博士生, 研究方向为雷达信号处理、逆合成孔径雷达成像.
- 朱岱寅: 男, 1974年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为雷达信号处理、雷达成像、雷达图像处理.

责任编辑: 马秀强