

基于正交匹配追踪的欠采样 LFM 信号参数估计

马宁* 王建新 董宁斐

(南京理工大学电子工程与光电技术学院 南京 210094)

摘要: 受限于目前数字采样水平,对宽带线性调频(LFM)信号进行欠采样参数估计具有重要的研究价值。该文基于线性调频信号具有近似矩形的幅频特性,对其频谱的差分过程进行处理,采用正交匹配追踪算法有效提取欠采样信号频谱的边缘信息,实现在欠采样环境下的宽带线性调频信号起始频率和终止频率的估计,具有较高的估计精度,仿真实验证明了其有效性。

关键词: 信号处理; 参数估计; 欠采样; 正交匹配追踪; 线性调频信号

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2013)08-1888-06

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2012.01399

Parameter Estimation of Sub-sampling LFM Signal Based on Orthogonal Matching Pursuit

Ma Ning Wang Jian-xin Dong Ning-fei

(School of Electronic Engineering and Optoelectronic Technology, Nanjing
University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: Restricted by the current A/D sampling, parameter estimation of sub-sampling wideband Linear Frequency Modulated (LFM) signal has important research value. Based on that the LFM signal has approximate rectangular spectrum, the differentiation spectrum is used to extract the edge of sub-sampling LFM spectrum by Orthogonal Matching Pursuit (OMP) in this paper. It can estimate the initial frequency and final frequency of sub-sampling wideband LFM signal and has higher estimation precision. The effectiveness of this method is confirmed with numerical simulation.

Key words: Signal processing; Parameter estimation; Sub-sampling; Orthogonal Matching Pursuit (OMP); Linear Frequency Modulated (LFM) signal

1 引言

线性调频(LFM)信号是研究最早且应用最为广泛的脉冲压缩信号,对其进行参数估计在雷达和电子对抗领域中具有重要的研究和应用价值。多年来国内外学者们研究了许多LFM信号参数估计的方法^[1-7],其中具有代表性的是解线调^[2]、分数阶傅里叶变换^[3]和离散chirp-fourier变换方法^[4],以及各种时频类分析法^[5-7]。宽带信号具有高距离分辨率、低截获率和抗干扰性等优越性能,随着技术的发展,线性调频信号的带宽越来越宽。在进行宽带线性调频信号参数估计时,上述方法会受到目前采样水平的限制,一般的A/D转换器可能无法同时满足采样率和精度的要求。信号采样是从模拟信号获取数字信息的必经之路,奈奎斯特采样定理指出采样速率

必须达到信号带宽的两倍以上才能精确重构信号。对于越来越宽的宽带线性调频信号来说,其处理框架要求的采样速率和处理速度也越来越高,数字量化、存储越来越困难,从而对宽带线性调频信号进行参数估计的困难在日益加剧。文献[8]将宽带线性调频信号通过射频通道的频谱压缩网络变成窄带信号,在数字域用逆频谱压缩函数对压缩信号进行非线性重构进而估计信号参数,然而受限于射频通道频谱压缩网络的器件构造,该方法尚属理论阶段。文献[9]在欠采样下使用传统余数定理(CRT)估计LFM信号的参数,但CRT算法不稳健,在余数估计存在较小误差时就可能导致重构的被估计整数有较大的误差。文献[10]提出了一种广义稳健中国剩余定理和解线性调频的线性调频信号参数估计算法,但仍会受到解线调延时误差选取的影响。文献[8-10]都是对基于均匀采样的欠采样线性调频信号进行参数估计,本文采取一种新的思路,基于大时宽带宽积线性调频信号具有近似矩形的幅频特性,通过对

2012-10-31 收到, 2013-03-29 改回

国家部委基金和南京理工大学自主科研专项计划基金(2010ZDJH05)资助课题

*通信作者: 马宁 mm116116@163.com

其频谱的差分过程进行处理, 采用正交匹配追踪 (OMP) 算法有效提取信号频谱的边缘信息, 实现非均匀欠采样环境下的 LFM 信号起始频率和终止频率的估计, 具有较高的估计精度。

2 非均匀采样 LFM 参数估计方法

2.1 LFM 信号模型

线性调频信号 $r(t)$ 信号表达式如式(1)所示, 信号包络为一矩形, 矩形内有频率的线性变化。

$$\begin{aligned} r(t) &= A \operatorname{rect}\left(\frac{t}{T}\right) e^{j(2\pi f_i t + \pi K_{\text{LFM}} t^2 + \theta)} \\ &= A \operatorname{rect}\left(\frac{t}{T}\right) e^{j\left\{2\pi\left[f_i\left(t - \frac{t^2}{2T}\right) + f_h \frac{t^2}{2T}\right] + \theta\right\}} \end{aligned} \quad (1)$$

其中 A 为信号幅度, T 为脉冲宽度, 矩形函数 $\operatorname{rect}(t/T) = u(t+T) - u(t)$, $u(t)$ 为阶跃函数, f_i 为起始频率, f_h 为终止频率, 此处假设调频斜率 $K_{\text{LFM}} = B/T$ 为正数, $B = f_h - f_i$ (若为负数, $B = f_i - f_h$, 其它原理相同, 不再赘述) 为调频信号带宽, θ 为初始相位。线性调频信号的频谱具有近似矩形的幅频特性, 当时宽带宽增大, 带外频谱分量也减小, 其形状也越来越接近矩形。

2.2 非均匀欠采样表示

假设 T_s 为奈奎斯特采样周期, 对于脉冲宽度为 T 的线性调频信号 $r(t)$, $N = T/T_s$ 个采样点是无混叠恢复信号 $r(t)$ 必须的采样点个数。采用一个 A/D 转换器可以将连续时间域信号 $r(t)$ 转换成一个长度为 K 的离散序列 \mathbf{x}_i , 其信号的采样过程可以表示为

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{S}^T \mathbf{r}_i \quad (2)$$

其中 \mathbf{S} 是一个 $N \times K$ 维的矩阵, \mathbf{r}_i 是一个 $N \times 1$ 的向量, 它的元素为 $r_i[n] = r(t)|_{t=nT_s}$, $n = 1, 2, \dots, N$ 。式(2)包含了所有线性度量的采样方案, 例如当 \mathbf{I}_N 为 N 维单位矩阵时, $\mathbf{S} = \mathbf{I}_N$ 表示奈奎斯特均匀采样; 当 \mathbf{F}_N 为 N 维离散傅里叶矩阵时, $\mathbf{S} = \mathbf{F}_N$ 可以归结为频域采样; 当 $K < N$ 时即为各种欠奈奎斯特采样。本文选取的采样矩阵 \mathbf{S} 为一个随机保留 N 维单位矩阵的 K 列形成的矩阵 $\mathbf{S}_c (K < N)$, 意味着采样时随机选取了 K 个采样点, 是一个非均匀欠采样的过程。

2.3 基于 OMP 的 LFM 参数估计

当时宽带宽较大时, LFM 频谱具有近似矩形的幅频特性, 因此本文针对 LFM 频谱的差分过程进行 LFM 的起始频率和终止频率的估计。

对 LFM 信号频谱进行差分过程可以表示为

$$\mathbf{y} = \mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{F}_N \cdot \mathbf{r}_i \quad (3)$$

其中 \mathbf{F}_N 为 $N \times N$ 维离散傅里叶矩阵, $\mathbf{\Gamma}$ 为 $N \times N$ 维差分矩阵。

$$\mathbf{F}_N = \frac{1}{N} \begin{bmatrix} \omega^{0 \cdot 0} & \omega^{0 \cdot 1} & \dots & \omega^{0 \cdot (N-1)} \\ \omega^{1 \cdot 0} & \omega^{1 \cdot 1} & \dots & \omega^{1 \cdot (N-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \omega^{(N-1) \cdot 0} & \omega^{(N-1) \cdot 1} & \dots & \omega^{(N-1) \cdot (N-1)} \end{bmatrix}_{N \times N}, \quad \omega = e^{-j2\pi/N} \quad (4)$$

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 1 & \ddots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & -1 & 1 \end{bmatrix}_{N \times N} \quad (5)$$

$\mathbf{\Gamma}$ 和 \mathbf{F}_N 均为可逆矩阵, 由此可以得到

$$\mathbf{r}_i = (\mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{F}_N)^{-1} \cdot \mathbf{y} \quad (6)$$

\mathbf{S}_c 为上述介绍的采样矩阵, 将式(2)代入式(6)可以得到

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{S}_c^T \cdot \mathbf{r}_i = \mathbf{S}_c^T \cdot (\mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{F}_N)^{-1} \cdot \mathbf{y} \quad (7)$$

令传感矩阵 $\mathbf{G} = \mathbf{S}_c^T \cdot (\mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{F}_N)^{-1}$, 即

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{G} \cdot \mathbf{y} \quad (8)$$

虽然由于 LFM 信号复杂相位谱的影响, 差分频谱 \mathbf{y} 并不是在线性调频信号频谱的边缘稀疏, 然而采样序列 \mathbf{x}_i 和传感矩阵 \mathbf{G} 的最大相关性在频谱的边缘处达到最大, 本文的第 3 节将对此进行分析。参考压缩感知理论中正交匹配追踪算法恢复最大相关信息的思想得到本文估计非均匀欠采样宽带 LFM 起始频率和终止频率的方法。正交匹配追踪是在匹配追踪基础上提出的一种改进算法, 当采样向量为 \mathbf{x}_i , 传感矩阵为 \mathbf{G} , 迭代次数为 i , $\mathbf{x}_i = \mathbf{G} \cdot \mathbf{y}$, 其算法过程如下:

(1)初始化: 残差 $\mathbf{res}_0 = \mathbf{x}_i$, 迭代次数 $i = 1$, 索引集 $\Lambda_0 = \emptyset$;

(2)识别: 设传感矩阵 \mathbf{G} 的列为 $\mathbf{g}_k (k = 1, 2, \dots, N)$, 找出 \mathbf{G} 与残差相关性最大的列 \mathbf{g}_{λ_i} 对应的序号 λ_i , 此处由于 N 为基于奈奎斯特采样无混叠恢复信号的采样点个数, 而奈奎斯特采样速率为信号带宽的两倍, 信号带宽只存在于传感矩阵的前 $N/2$ 列, 即 $\lambda_i = \arg \max_{k=1, 2, \dots, N/2} |\langle \mathbf{res}_{i-1}, \mathbf{g}_k \rangle|$, 其中 $\langle \cdot, \cdot \rangle$ 为内积符号;

(3)更新: 更新索引集 $\Lambda_i = \Lambda_{i-1} \cup \{\lambda_i\}$, 通过最小二乘法求解压缩测量值 \mathbf{x}_i 在 \mathbf{G}_{Λ_i} 下的最佳逼近系数 $\mathbf{y}_i = \arg \min_{\mathbf{y}} \|\mathbf{x}_i - \mathbf{G}_{\Lambda_i} \mathbf{y}\|_2$, 残差更新为 $\mathbf{res}_i = \mathbf{x}_i - \mathbf{G}_{\Lambda_i} \mathbf{y}_i$;

(4)迭代: 终止条件判定若成立, 则循环迭代停止; 反之迭代次数累加 $i = i + 1$, 返回步骤(2)。

此处选取 $i=2$ 作为迭代的终止条件, 即对 $\mathbf{x}_i = \mathbf{G} \cdot \mathbf{y}$ 进行迭代次数为两次的 OMP 算法, 获得与残

差相关性最大列的序号 λ_1 和 λ_2 ，比较 λ_1 和 λ_2 的大小，选取其中较大的记为 $\max(\lambda_1, \lambda_2)$ ，假设 $\Delta=1/NT_s$ 为采样频率分辨率，则终止频率为 $\max(\lambda_1, \lambda_2)\Delta$ 。

令 Γ' 为反向差分矩阵，即

$$\Gamma' = \begin{bmatrix} 1 & -1 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \ddots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & -1 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix}_{N \times N} \quad (9)$$

将 Γ' 替换 Γ ，整个过程不变，即传感矩阵 $\mathbf{G}' = \mathbf{S}_c^T \cdot (\Gamma' \cdot \mathbf{F}_N)^{-1}$ ，对 $\mathbf{x}_t = \mathbf{G}' \cdot \mathbf{y}$ 进行迭代次数为两次的 OMP 算法，获得 λ'_1 和 λ'_2 ，比较 λ'_1 和 λ'_2 的大小，选取其中较小的记为 $\min(\lambda'_1, \lambda'_2)$ ，则起始频率为 $\min(\lambda'_1, \lambda'_2)\Delta$ 。

OMP 算法的复杂度为 $O(KNd)$ ，其中 K 和 N 分别为传感矩阵的行和列， d 为稀疏度，即算法迭代次数^[11]。本文提出的算法经过 4 次 OMP 算法迭代，因此复杂度为 $O(KN)$ 。

3 残差相关性分析

为了进行残差相关性分析，首先分析 \mathbf{r}_t 和 $(\Gamma \cdot \mathbf{F}_N)^{-1}$ 。

将 LFM 信号改写成离散形式

$$\mathbf{r}_t = |Ae^{j\left[2\pi\left[\frac{n_t}{N}\left(n-\frac{n^2}{2N}\right)+\frac{n_h}{N}\frac{n^2}{2N}\right]+\theta}\right}|_{n=0,1,\dots,N-1} \\ = [r[0] \ r[1] \ \cdots \ r[N-1]]^T \quad (10)$$

其中 n_t 为离散形式下的 LFM 起始频率， n_h 为离散形式下的 LFM 终止频率。

Γ 和 \mathbf{F}_N 的逆矩阵都存在，其中 Γ^{-1} 为下三角矩阵，而 \mathbf{F}_N^{-1} 为傅里叶矩阵的共轭矩阵 \mathbf{F}_N^* ，即

$$\mathbf{F}_N^{-1} = \frac{1}{N} \begin{bmatrix} \omega^{0 \cdot 0} & \omega^{0 \cdot 1} & \cdots & \omega^{0 \cdot (N-1)} \\ \omega^{1 \cdot 0} & \omega^{1 \cdot 1} & \cdots & \omega^{1 \cdot (N-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \omega^{(N-1) \cdot 0} & \omega^{(N-1) \cdot 1} & \cdots & \omega^{(N-1) \cdot (N-1)} \end{bmatrix}_{N \times N}^* \quad (11)$$

$$(\Gamma \cdot \mathbf{F}_N)^{-1} = \mathbf{F}_N^{-1} \cdot \Gamma^{-1} = \frac{1}{N}$$

$$\begin{bmatrix} \sum_{n=0}^{N-1} \omega^{0 \cdot n} & \sum_{n=1}^{N-1} \omega^{0 \cdot n} & \cdots & \sum_{n=N-1}^{N-1} \omega^{0 \cdot n} \\ \sum_{n=0}^{N-1} \omega^{1 \cdot n} & \sum_{n=1}^{N-1} \omega^{1 \cdot n} & \cdots & \sum_{n=N-1}^{N-1} \omega^{1 \cdot n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{n=0}^{N-1} \omega^{(N-1) \cdot n} & \sum_{n=1}^{N-1} \omega^{(N-1) \cdot n} & \cdots & \sum_{n=N-1}^{N-1} \omega^{(N-1) \cdot n} \end{bmatrix}_{N \times N}^* \quad (12)$$

为了方便表示，假设采样矩阵为 \mathbf{I}_N ，采样矩阵为 \mathbf{S}_c 时情况相仿。则 OMP 算法初始残差是 $\mathbf{res}_0 = \mathbf{r}_t$ ，从而传感矩阵 \mathbf{G} 与初始残差 \mathbf{res}_0 的相关性可以表示为

$$|\langle \mathbf{res}_0, \mathbf{G} \rangle| = \frac{1}{N} \begin{bmatrix} \left| \sum_{n=0}^{N-1} \omega^{0 \cdot n} \cdot r[0] + \sum_{n=0}^{N-1} \omega^{1 \cdot n} \cdot r[1] + \cdots + \sum_{n=0}^{N-1} \omega^{(N-1) \cdot n} \cdot r[N-1] \right| \\ \left| \sum_{n=1}^{N-1} \omega^{0 \cdot n} \cdot r[0] + \sum_{n=1}^{N-1} \omega^{1 \cdot n} \cdot r[1] + \cdots + \sum_{n=1}^{N-1} \omega^{(N-1) \cdot n} \cdot r[N-1] \right| \\ \left| \sum_{n=N-1}^{N-1} \omega^{0 \cdot n} \cdot r[0] + \sum_{n=N-1}^{N-1} \omega^{1 \cdot n} \cdot r[1] + \cdots + \sum_{n=N-1}^{N-1} \omega^{(N-1) \cdot n} \cdot r[N-1] \right| \end{bmatrix} \quad (13)$$

设 $r[n]$ 的离散傅里叶变换为 $R[k] = \sum_{n=0}^{N-1} r[n] \cdot \omega^{k \cdot n}$ ，则式(13)变为

$$|\langle \mathbf{res}_0, \mathbf{G} \rangle| = \frac{1}{N} \begin{bmatrix} |R[0] + R[1] + \cdots + R[N-1]| \\ |R[1] + R[2] + \cdots + R[N-1]| \\ \vdots \\ |R[N-1]| \end{bmatrix} = \frac{1}{N} \left[\left| \sum_{k=0}^{N-1} R[k] \right| \left| \sum_{k=1}^{N-1} R[k] \right| \cdots \left| \sum_{k=N-1}^{N-1} R[k] \right| \right]^T \quad (14)$$

当差分矩阵为 Γ' 时，同样分析可得

$$|\langle \mathbf{res}_0, \mathbf{G}' \rangle| = \frac{1}{N} \begin{bmatrix} |R[0]| \\ |R[0] + R[1]| \\ \vdots \\ |R[0] + R[1] + \cdots + R[N-1]| \end{bmatrix} = \frac{1}{N} \left[\left| \sum_{k=0}^0 R[k] \right| \left| \sum_{k=0}^1 R[k] \right| \cdots \left| \sum_{k=0}^{N-1} R[k] \right| \right]^T \quad (15)$$

则 $|\langle \mathbf{res}_0, \mathbf{G}' \rangle|$ 的第 k 个元素 $|\langle \mathbf{res}_0, \mathbf{g}'_k \rangle|$ 对应 LFM 信号 \mathbf{r}_t 进行傅里叶变换后前 k 个点的 $R[k]$ 相加然后求模。

对于 LFM 信号来说，当 $BT \gg 1$ (即大时宽带宽积)时，线性调频信号近似频谱的幅频特性和相频特性分别如式(16)和式(17)所示。

$$|R(f)| = A \sqrt{\frac{1}{K_{\text{LFM}}}} \text{rect}\left(\frac{f - f_l}{B}\right) \quad (16)$$

$$\phi(f) = -\frac{\pi(f - f_l)^2}{K_{\text{LFM}}} + \frac{\pi}{4} \quad (17)$$

将式(16)和式(17)代入式(15)可得

$$\begin{aligned} & \left| \langle \text{res}_0, \mathbf{g}'_k \rangle \right| \\ &= \begin{cases} 0, & k < n_l \\ \left| \frac{A}{N} \sqrt{\frac{1}{K_{\text{LFM}}}} \sum_{m=0}^{k-n_l} e^{j\phi(m)} \right|, & n_l \leq k \leq n_h \\ \left| \frac{A}{N} \sqrt{\frac{1}{K_{\text{LFM}}}} \sum_{m=0}^{n_h-n_l} e^{j\phi(m)} \right|, & k > n_h \end{cases} \quad (18) \end{aligned}$$

其中 $\phi(m) = -\frac{\pi(m\Delta)^2}{K_{\text{LFM}}} + \frac{\pi}{4}$, $0 \leq m \leq n_h - n_l$, 其相邻相位变化间隔为 $\Delta\phi(m) = \phi(m) - \phi(m+1) = \frac{\pi}{K_{\text{LFM}}}(2m+1)\Delta^2$ 。

由式(18)可以看出, $|\langle \text{res}_0, \mathbf{g}'_k \rangle|$ 在 $k < n_l$ 处为 0, 在 $n_l \leq k \leq n_h$ 处可以表示为一系列等模矢量 $\frac{A}{N} \sqrt{\frac{1}{K_{\text{LFM}}}} e^{j\phi(m)}$ 的和, 其矢量相位非线性变化, 如图

(1)所示。由图(1)可知, 等模矢量 $\frac{A}{N} \sqrt{\frac{1}{K_{\text{LFM}}}} e^{j\phi(m)}$ 的

相位以 2π 取模重复进行顺时针圆周运动, 其相位变化间隔为 $\Delta\phi(m)$, 从而 $|\langle \text{res}_0, \mathbf{g}'_k \rangle|$ 在每次相位圆周运动中都将经历先增大后减小的过程。由于矢量相位变化间隔 $\Delta\phi(m)$ 的增大, $|\langle \text{res}_0, \mathbf{g}'_k \rangle|$ 在矢量进行第 1 次圆周运动时积累的相位能量最多, 因此达到的极大值最大, 该极大值即为估计的起始频率。

若矢量以等相位间隔进行圆周运动, 极大值点

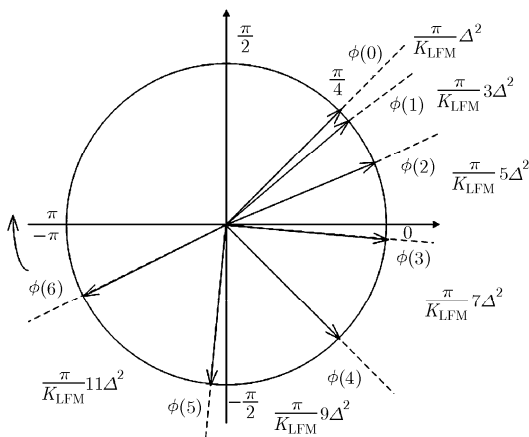


图 1 等模矢量图

将位于距起始频率点相位差为 π 处, 由于此处矢量相位变化间隔为 $\frac{\pi}{K_{\text{LFM}}}(2m+1)\Delta^2$, 明显在增大, 则极大值点将必然出现在距起始频率点相位差为 π 处之前, 即

$$\phi\left(\frac{\Delta f}{\Delta}\right) - \phi(0) < \pi \quad (19)$$

其中 Δf 为频率估计误差。将 $\phi(m) = -\frac{\pi(m\Delta)^2}{K_{\text{LFM}}} + \frac{\pi}{4}$ 代入式(19)即得 $\Delta f < \sqrt{K_{\text{LFM}}}$, 从而与带宽相比频率估计的相对误差为 $\delta = \frac{\Delta f}{B} < \frac{\sqrt{K_{\text{LFM}}}}{B} \times 100\%$, 即

$$\delta < \sqrt{(1/BT)} \times 100\% \quad (20)$$

上述分析基于大时宽带宽积 LFM 信号的近似频谱特性, 即完全矩形幅度谱, 实际情况下由于在起始频率之前存在一定的频谱泄露, 且频谱泄露处相位基本保持不变, 与起始频率点相位基本一致, 即起始频率点处的矢量有较大的模, 从而估计的频率点与实际起始频率更为靠近, 估计误差将更小。

实际情况下 $|\langle \text{res}_0, \mathbf{g}'_k \rangle|$ 和 $|\langle \text{res}_1, \mathbf{g}'_k \rangle|$ 随频率变化曲线如图 2 所示。由图 2(a)可以看到 $|\langle \text{res}_0, \mathbf{g}'_k \rangle|$ 在 n_l 和 n_h 附近处分别有两个极大值点, 且明显大于其它极大值点, 从而一次 OMP 算法迭代后找到的相关性最大列所对应的序号必然对应 n_l 或 n_h 之一。经过一次迭代结束后, 残差 res_1 发生了变化, 图 2(b)为 $|\langle \text{res}_1, \mathbf{g}'_k \rangle|$ 随频率变化曲线。OMP 算法通过更新过程可以移除相关性最大列对矩阵 \mathbf{G}' 和残差之间相关性的影响, 从图 2(b)可以看到 $|\langle \text{res}_1, \mathbf{g}'_k \rangle|$ 在 n_h 处附近的值很小, $|\langle \text{res}_0, \mathbf{g}'_k \rangle|$ 中相关性最大列的影响已经被移除, 从而再次找到的最大值为 $|\langle \text{res}_0, \mathbf{g}'_k \rangle|$ 中的次大值, 即对应 n_l 的位置。当采样矩阵为 \mathbf{I}_N 且不受噪声干扰时, 由于大时宽带宽积线性调频信号的频谱为近似矩形频谱, n_h 后面频率点的 $|\langle \text{res}_0, \mathbf{g}'_k \rangle|$ 增加的 $R[k]_{k>n_h}$ 为近似零点, 从而会基本保持不变, 如图 2(a)所示。在采样矩阵为 \mathbf{S}_c 即采样率减小或信噪比降低时, n_h 后面频率点的 $|\langle \text{res}_0, \mathbf{g}'_k \rangle|$ 增加的 $R[k]_{k>n_h}$ 将不为零, n_h 处极大值将会受到比较大的影响。而依照上述近似频谱的特性分析, n_l 处极大值仍会存在, 受到的影响较小, 因此此处选取两个极大值对应频率较小的即得到起始频率的位置。

为了准确地估计终止频率, 选取差分矩阵为 $\mathbf{\Gamma}$, 对 $\mathbf{x}_t = \mathbf{G} \cdot \mathbf{y}$ 进行迭代次数为两次的 OMP 算法。由式(14)可以看出 $|\langle \text{res}_0, \mathbf{G} \rangle|$ 的第 k 个元素 $|\langle \text{res}_0, \mathbf{g}'_k \rangle|$ 对应从第 k 点开始的 $R[k]$ 相加然后求模, 由于 LFM 信

号傅里叶变换后频谱的对称性，其估计原理与起始频率相似。 $|\langle \text{res}_0, g_k \rangle|$ 和 $|\langle \text{res}_1, g_k \rangle|$ 随频率变化曲线如图 3 所示，此处选取两个极大值对应频率较大的即为终止频率的位置。通过上述方法，可以减小采样率下降或信噪比降低对起始频率和终止频率估计的影响，从而更为准确地估计 LFM 参数。

4 仿真实验

为了验证本文方法的有效性，本文做了如下仿真实验。实验 1 中选取 LFM 信号起始频率 $f_l = 100$ MHz，终止频率 $f_h = 600$ MHz，脉冲宽度 $T = 1 \mu\text{s}$ ，即带宽 $B = f_h - f_l = 500$ MHz，调频斜率 $K_{\text{LFM}} = B/T = 5 \times 10^{14}$ Hz/s，噪声为零均值高斯白噪声。本文提出的方法适用于非均匀欠采样宽带 LFM 信号参数估计，同时也能在均匀欠采样环境下估计宽带 LFM 信号参数，在此与文献[9]提出的方法进行对比实验。其中非均匀随机采样矩阵 S_c 选取 $K/N = 50\%$ ，均匀欠采样时选取采样矩阵 S 为保留 N 维单位矩阵的奇数列形成的矩阵，仿真时文献[9]提出

的方法中均匀采样频率选取为 500 MHz。200 次 Monte Carlo 实验结果的参数估计归一化均方根误差(NRMSE)随信噪比(SNR)变化如图 4 所示。

从图 4 可以看出，本文提出的方法能较精确地估计线性调频信号的起始频率和终止频率，参数估计精度随着信噪比的增加而提高，且在相同欠采样率下非均匀采样略优于均匀采样，与文献[9]提出的方法相比估计精度有所提高。

实验 2 中比较了本文提出的方法在不同采样率下 f_l 和 f_h 的估计 NRMSE 随信噪比变化情况，其中 LFM 信号参数设置与实验 1 相同。随机采样矩阵 S_c 中 K/N 分别为 40%，60%，80%，100%时 f_l 和 f_h 的估计 NRMSE 随信噪比变化曲线如图 5 所示。

从图 5 可以看出，在不同的欠采样率情况下，本文提出的方法都能够对 LFM 信号起始频率和终止频率进行估计。随着采样率的减小或者信噪比的降低，该方法的精度会有所下降，然而在较高采样率和信噪比的情况下能够有效地实现宽带 LFM 信号起始频率和终止频率的估计。

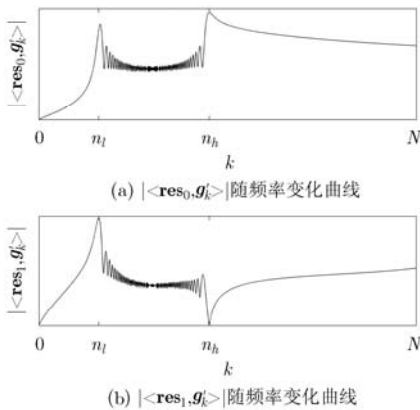


图 2 $|\langle \text{res}_0, g_k \rangle|$ 和 $|\langle \text{res}_1, g_k \rangle|$ 随频率变化曲线

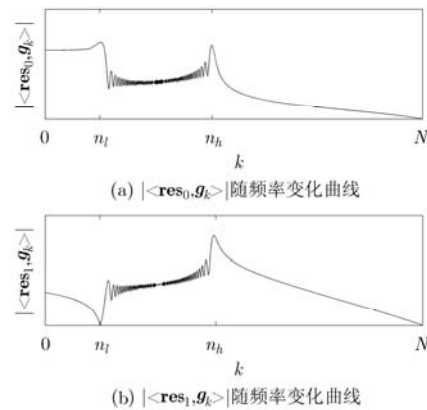
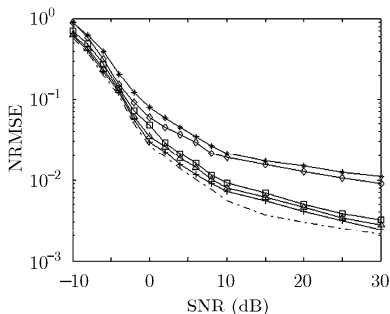
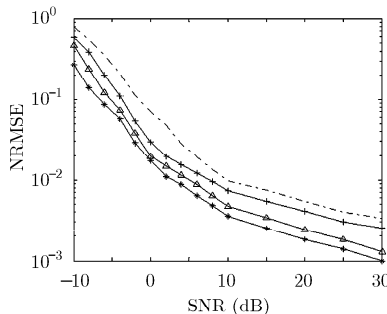


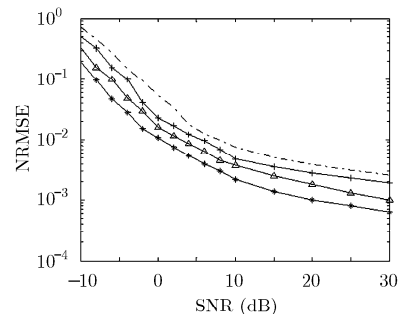
图 3 $|\langle \text{res}_0, g_k \rangle|$ 和 $|\langle \text{res}_1, g_k \rangle|$ 随频率变化曲线



- 文献[9]的 f_l 估计方法
- +— 文献[9]的 f_h 估计方法
- 本文的均匀采样 f_l 估计方法
- △— 本文的均匀采样 f_h 估计方法
- ▲— 本文的非均匀采样 f_l 估计方法
- ◆— 本文的非均匀采样 f_h 估计方法



(a) f_l 的 NRMSE 与 SNR 的关系



(b) f_h 的 NRMSE 与 SNR 的关系

图 4 f_l 和 f_h 的估计 NRMSE 随信噪比变化曲线

图 5 f_l 和 f_h 的估计 NRMSE 在不同采样率下随信噪比变化曲线

5 结束语

针对宽带 LFM 信号的参数估计问题, 本文提出了一种基于正交匹配追踪的欠采样宽带 LFM 参数估计方法, 实现了在非均匀欠采样环境下起始频率和终止频率的估计, 可以有效地缓解高速采样的压力。该方法基于 OMP 算法对信号的差分频谱进行处理, 能够有效地估计 LFM 信号参数, 相比于其它均匀欠采样环境下的宽带 LFM 信号参数估计方法, 其估计精度有所提高, 具有较高的实用性。仿真实验证明了该方法的有效性与稳定性。

参考文献

- [1] 马超, 许小剑. 基于宽带 LFM 雷达的弹道目标精确测速方法[J]. 系统工程与电子技术, 2012, 34(2): 297-302.
Ma Chao and Xu Xiao-jian. Accurate velocity measurement method for ballistic objects using wideband LFM radar[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2012, 34(2): 297-302.
- [2] Muhamad Z, Ikram K, Abed-Meraim, *et al.*. Estimating the parameters of chirp signals: an iterative approach[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1998, 46(12): 3436-3440.
- [3] Qi Lin, Tao Ran, Zhou Si-yong, *et al.*. Detection and parameter estimation of multicomponent LFM signal based on the fractional fourier transform[J]. *Science in China Series F: Information Sciences*, 2004, 47(2): 184-198.
- [4] Xia Xiang-gen. Discrete chirp-Fourier transform and its application to chirp rate estimation[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2000, 48(11): 3122-3133.
- [5] 李家强, 金荣洪, 耿军平, 等. 基于高斯短时分数阶傅里叶变换的多分量 LFM 信号检测与参数估计[J]. 电子与信息学报, 2007, 29(3): 570-573.
Li Jia-qiang, Jin Rong-hong, Geng Jun-ping, *et al.*. Detection and estimation of multi-component LFM signals based on Gauss short-time fractional Fourier transform[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2007, 29(3): 570-573.
- [6] Bi Guo-an, Li Xiu-mei, and Samson S C. LFM signal detection using LPP-Hough transform[J]. *Signal Processing*, 2011, 91(6): 1432-1443.
- [7] Geroleo F G and Brandt-Pearce M. Detection and estimation of LFM CW radar signals[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2012, 48(1): 405-418.
- [8] 沈显祥, 叶瑞青, 唐斌. 基于频谱压缩接收的宽带/超宽带线性调频信号参数估计[J]. 电子与信息学报, 2007, 29(1): 23-25.
Shen Xian-xiang, Ye Rui-qing, and Tang Bin. Parameters estimation of wideband/ ultra-wideband LFM signal based on spectrum compressing receiving[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2007, 29(1): 23-25.
- [9] 沈显祥, 叶瑞青, 唐斌, 等. 基于欠采样的宽带线性调频信号参数估计[J]. 电波科学学报, 2007, 22(1): 43-46.
Shen Xian-xiang, Ye Rui-qing, Tang Bin, *et al.*. An algorithm for estimation of wideband LFM signal parameters based on subsampling[J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2007, 22(1): 43-46.
- [10] 刘昊晨, 梁红. 线性调频信号参数估计和仿真研究[J]. 计算机仿真, 2011, 28(2): 157-159.
Liu Hao-chen and Liang Hong. Estimation and simulation study of LFM signal parameters[J]. *Computer Simulation*, 2011, 28(2): 157-159.
- [11] Tropp J A and Gilbert A C. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2007, 53(12): 4655-4666.

马宁: 男, 1985年生, 博士生, 研究方向为雷达信号处理。

王建新: 男, 1963年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为通信和雷达信号处理。

董宁斐: 女, 1990年生, 博士生, 研究方向为压缩感知。