

## OFDM 系统基于矩阵开方的盲信道估计

居敏 许宗泽

(南京航空航天大学信息科学与技术学院 南京 210016)

**摘要:** 该文提出一种基于矩阵开方(computing Roots of Matrices, RM)的盲信道估计算法和一种自适应矩阵开方(Adaptive computing Roots of Matrices, ARM)盲信道估计算法。RM 算法利用信息符号的有限字符集特性,在时域上通过对一个 Toeplitz 下三角矩阵开方进行信道解卷积,得到信道估计的闭合解。该运算复杂度远低于现有的盲信道估计搜索算法,并且适用于信道阶数较大、搜索算法不能处理的情况。仿真结果表明 RM 信道估计性能接近于搜索算法的最佳性能,而 ARM 通过最陡下降迭代将代价函数最小化,可以进一步提高信道估计的准确性。

**关键词:** OFDM; 盲信道估计; 矩阵开方; 自适应滤波

中图分类号: TN911.23

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2009)06-1371-05

## Blind OFDM Channel Estimation By Computing Matrix $J^{\text{th}}$ Roots

Ju Min Xu Zong-ze

(College of Information Science and Technology, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016 China)

**Abstract:** A novel blind channel estimator based on computing Roots of Matrices (RM) is proposed for OFDM systems. This algorithm exploits the finite alphabet property of information symbols and implements channel deconvolution by computing the  $J^{\text{th}}$  principle root of a low-triangular Toeplitz matrix. Therefore, RM algorithm has much lower computation complexity than searching algorithms in previous works and is able to function in the case of large channel order that is intractable by searching algorithms. Moreover, an Adaptive RM (ARM) algorithm is proposed to adjust RM estimator by steepest descent method. Simulation results indicate that RM algorithm has great accuracy comparable to the optimal exhaustive search and ARM improves the estimation performance of RM considerably.

**Key words:** OFDM; Blind channel estimation; Matrix  $J^{\text{th}}$  Roots; Adaptive filter

### 1 引言

OFDM 是一种多载波并行传输技术,具有高效的频谱利用率和优良的抗多径衰落能力,是下一代移动通信系统最具竞争力的候选方案之一<sup>[1]</sup>。在 OFDM 系统中,信息符号的有限字符集特性通常被用来进行联合信道估计和符号检测<sup>[2]</sup>,也可被用来进行盲信道估计。文献[3]提出一种利用信息符号有限字符集特性的最小距离(Minimum Distance, MD)盲信道估计算法。MD 无论信道是否在子载波上存在零点,都可确保可辨识性,辨识模糊度属于有限集合,并且收敛速度快,对于 M-PSK 映射仅需一个 OFDM 符号样本就可估计出信道。然而 MD 通过穷举搜索来消除信道估计在每个子载波上的模糊度,其搜索次数相对于系统子载波个数呈指数增长。为了降低算法的复杂度,文献[4]以牺牲信道估计性能为代价,提出修正的 MD(Modified Minimum Distance, MMD)算法,将模糊度搜索局限于  $N_0$  个子载波,其中  $N_0$  不小于信道的长度( $L+1$ )。因而 MMD 的复杂度仍与信道阶数  $L$  呈指数关系。考虑到有限冲激响应(Finite Impulse Response, FIR)

信道的零点个数有限,并且具有分段连续的相频响应,文献[5]提出一种低复杂度的最小距离(Reduced complexity Minimum Distance, RMD)算法。RMD 基本保持了 MD 的性能,而且在一些特殊情况下可以避免穷举搜索。然而其本质仍为搜索类算法,对于常见多径信道,特别是信道长度较大时,RMD 的复杂度仍然与信道阶数  $L$  呈指数关系。

综上所述,利用信息符号有限字符集特性的盲信道估计虽然具有诸多优点,但超大运算量使得这种算法并不实用,因此本文提出一种基于矩阵开方的盲信道估计(RM)算法。RM 在时域上通过对一个 Toeplitz 下三角矩阵开方实现信道解卷积,得到信道估计的闭合解。由于避免了循环搜索,RM 算法复杂度远低于搜索类的算法,所需乘法次数仅与  $L^2$  成正比。利用矩阵开方引入的代价函数,本文又提出一种最陡下降的自适应盲信道估计(ARM)算法,可以进一步提高 RM 的信道估计性能。

### 2 OFDM 系统和信道模型

考虑一个单输入单输出(Single-In Single-Out, SISO)的 OFDM 系统。信息符号  $s(n)$  被分组为符号块  $\mathbf{s}(i) = [s(iM), s(iM+1), \dots, s(iM+M-1)]^T$  后,用离散傅里叶反变换(Inverse Discrete Fourier Transform, IDFT)将其调制到  $M$

个子载波上。为了消除信号通过频率选择性信道产生的块间干扰,可以在 OFDM 符号块间插入长度大于  $L$  的循环前缀(Cyclic Prefix, CP)或补零后缀(Zero Padding, ZP)。信号到达接收端后,丢弃接收符号块的循环前缀部分或者采用重叠相加技术<sup>[6]</sup>处理接收符号块,用 DFT 解调制,可以将 CP-OFDM 和 ZP-OFDM 转换为相同的  $M$  个并行平坦衰落信道的传输模型

$$y(i, m) = H(i, m)s(i, m) + n(i, m), \quad m = 0, 1, \dots, M-1 \quad (1)$$

其中  $y(i, m)$  为第  $i$  个符号块中第  $m$  个子载波上的接收信号;

$$H(i, m) = \sum_{l=0}^L h(i, l)e^{-j\frac{2\pi}{M}ml} \text{ 为准静态信道 } \mathbf{h}(i) = [h(i, 0), h(i, 1),$$

$\dots, h(i, L)]^T$  的频率响应;  $s(i, m) = s(iM + m)$ ;  $n(i, m)$  为独立于信道和信息符号的零均值复圆高斯(circular Gauss)加性噪声。

### 3 RM 算法

假设信息符号  $s(i, m)$  取自有限符号集  $\mathcal{A} = \{a_j\}_{j=0}^{Q-1}$ , 则满足以下方程

$$\prod_{j=0}^{Q-1} [s(i, m) - a_j] = s^Q(i, m) + \eta_1 s^{Q-1}(i, m) + \dots + \eta_Q = 0 \quad (2)$$

其中系数  $\eta_1, \dots, \eta_Q$  取决于符号集  $\mathcal{A}$ 。文献[3]证明了在符号集  $\mathcal{A}$  内各元素出现概率均等的情况下,  $E\{s^J(i, m)\} = -(J/Q)\eta_J$ ,  $J$  为使得  $\eta_J \neq 0$  的最小指标。特别地,对于 M-PSK 映射  $J = Q$ , 对于 QAM 映射  $J = 4$ 。联系式(1)给出的系统输入输出模型,可得如下关系式<sup>[3]</sup>

$$H^J(i, m) = \frac{-Q}{J\eta_J} E\{y^J(i, m)\}, \quad m = 0, 1, \dots, M-1 \quad (3)$$

其中  $E\{\cdot\}$  表示求数学期望。根据接收信号  $y(i, m)$  可以估计信道为  $\hat{H}(i, m) = \alpha(i, m)H(i, m)$ , 其中  $\alpha(i, m) \in \mathcal{W} = \left\{1, e^{j\frac{2\pi}{J}}, \dots, e^{j\frac{2\pi(J-1)}{J}}\right\}$ 。可见利用信息符号有限字符集特性的

盲信道估计算法的关键是确定出每个子载波上的相位模糊度,下面给出 RM 算法。

#### 3.1 算法原理

根据 DFT 的圆周卷积定理,频域向量  $\mathbf{H}_J(i) = [H^J(i, 0), \dots, H^J(i, M-1)]^T$  对应时域信道  $\mathbf{h}(i)$  的  $J$  重圆周卷积。假设  $JL + 1 \leq M$ , 该圆周卷积等价于线性卷积,  $\mathbf{H}_J(i)$  在时域上可以表示为

$$\boldsymbol{\beta}(i) = [\beta(i, 0), \dots, \beta(i, JL)]^T = \mathbf{h}(i) * \mathbf{h}(i) \quad (4)$$

其中  $\beta(i, l) = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} H^J(i, m)e^{j\frac{2\pi}{M}ml}$ ,  $l = 0, \dots, JL$ , 符号  $*$  表示  $J$  重线性卷积。接下来提出命题 1, 用矩阵的乘方表示  $\boldsymbol{\beta}(i)$ 。

**命题 1** 令  $\mathcal{L}_J(i)$  为第 1 列  $[h(i, 0), \dots, h(i, L), 0, \dots, 0]^T$  的  $(JL + 1) \times (JL + 1)$  下三角 Toeplitz 方阵, 则  $[\mathcal{L}_J(i)]^J$  也是下三角 Toeplitz 方阵, 其中第 1 列为  $\boldsymbol{\beta}(i)$ 。

在算法实现上,通常采用样本的一致性时间平均取代统计平均来求取式(3)中的数学期望,即  $\hat{H}^J(i, m) = \frac{-Q}{J\eta_J} \frac{1}{I}$

$\sum_{i=0}^{I-1} y^J(i, m)$ , 其中  $I$  为求取平均的样本总数。令  $\hat{\mathbf{h}}(i)$  为信道

估计向量,  $\hat{\boldsymbol{\beta}}(i, l) = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \hat{H}^J(i, m)e^{j\frac{2\pi}{M}ml}$ 。根据命题 1, 信道估计可以转化为如下约束最优化问题

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{L}}_J(i) &= \arg \min_{\mathcal{L}_J(i) \in \mathcal{X}} \left\{ \left\| \mathcal{L}_\beta(i) - [\hat{\mathcal{L}}_J(i)]^J \right\|_F^2 \right\} \\ \hat{\mathbf{h}}(i) &= \hat{\mathcal{L}}_J(i)(1:L+1, 1) \end{aligned} \quad (5)$$

其中  $\mathcal{L}_\beta(i)$  为第 1 列  $\hat{\boldsymbol{\beta}}(i) = [\hat{\beta}(i, 0), \dots, \hat{\beta}(i, JL + 1)]^T$  的下三角 Toeplitz 方阵,  $\mathcal{X}$  为所有形如  $\mathcal{L}_J(i)$  的  $(JL + 1) \times (JL + 1)$  下三角 Toeplitz 方阵的集合, 集合内每个矩阵的  $(JL - L) \times (JL - L)$  下三角全零。

直接求解式(5)的约束最优化问题,需要计算由  $(L + 1)$  个非线性高次方程构成的方程组,理论上求解非常困难,实现上也不可行。简单有效的替代方法是将  $\mathcal{L}_\beta(i)$  开  $J$  次方,即求解

$$\tilde{\mathcal{L}}_J(i) = [\mathcal{L}_\beta(i)]^{1/J} \quad (6)$$

第 3.2 节将证明在无噪声且信息符号  $s(i, m)$  为 M-PSK 映射情况下,  $\tilde{\mathcal{L}}_J(i) = \alpha(i)\mathcal{L}_J(i)$ , 其中  $\alpha(i) \in \mathcal{W}$ ; 而在有噪声或符号  $s(i, m)$  为 QAM 映射情况下,以时间平均取代统计平均存在误差,第 4 节将提出 ARM 自适应算法,以改善开方算法的性能。下面求解  $\mathcal{L}_\beta(i)$  的  $J$  次方根。

下三角的 Toeplitz 方阵  $\mathcal{L}_\beta(i)$  可以相似于一个 Jordan 块,即存在非奇异矩阵  $\mathbf{P}_1$ , 使得

$$\mathcal{J}(\hat{\boldsymbol{\beta}}(i, 0), JL + 1) = \mathbf{P}_1 \mathcal{L}_\beta(i) \mathbf{P}_1^{-1} \quad (7)$$

其中符号  $\mathcal{J}(\lambda, k)$  表示对角元素为  $\lambda$ ,  $k \times k$  的 Jordan 块<sup>1)</sup>。由于  $\mathcal{J}(\lambda, k)$  的  $n$  次幂为第一列  $\left[f(\lambda), f'(\lambda), \frac{1}{2!}f''(\lambda), \dots,$

$\frac{1}{(k-1)!}f^{(k-1)}(\lambda)\right]^T$  的下三角 Toeplitz 方阵<sup>[7]</sup>, 其中  $f(\lambda) = \lambda^n$ ,

令  $\mathbf{x}_0 = [\hat{\boldsymbol{\beta}}(i, 0)]^{1/J}$ , 则存在非奇异矩阵  $\mathbf{P}_2$  使得

$$[\mathcal{J}(\mathbf{x}_0, JL + 1)]^J = \mathbf{P}_2 \mathcal{J}(\hat{\boldsymbol{\beta}}(i, 0), JL + 1) \mathbf{P}_2^{-1} \quad (8)$$

其中  $[\mathcal{J}(\mathbf{x}_0, JL + 1)]^J$  为第 1 列  $[x_0^J, C_J^1 x_0^{J-1}, C_J^2 x_0^{J-2}, \dots, C_J^J, 0, \dots, 0]^T$  的下三角 Toeplitz 方阵,  $C_J^k$  为组合数。联立式(6)~式(8), 可得

$$\mathcal{L}_\beta(i) = \mathbf{P}_1^{-1} \mathbf{P}_2^{-1} [\mathcal{J}(\mathbf{x}_0, JL + 1)]^J \mathbf{P}_2 \mathbf{P}_1 \quad (9a)$$

$$\tilde{\mathcal{L}}_J(i) = \mathbf{P}_1^{-1} \mathbf{P}_2^{-1} \mathcal{J}(\mathbf{x}_0, JL + 1) \mathbf{P}_2 \mathbf{P}_1 \quad (9b)$$

令  $\mathbf{T} = \mathbf{P}_2 \mathbf{P}_1 = [\mathbf{t}_0, \mathbf{t}_1, \dots, \mathbf{t}_{JL}]$ ,  $\mathbf{t} = [\mathbf{t}_0^T, \mathbf{t}_1^T, \dots, \mathbf{t}_{JL}^T]^T$ , 则式(9a)可以等价

$$\left(\mathbf{I}_{JL+1} \otimes [\mathcal{J}(\mathbf{x}_0, JL + 1)]^J - \mathcal{L}_\beta(i)^T \otimes \mathbf{I}_{JL+1}\right) \mathbf{t} = 0 \quad (10)$$

<sup>1)</sup> 本文 Jordan 块的形式取为标准 Jordan 块<sup>[7]</sup>的转置。

其中  $\otimes$  表示 Kronecker 乘积。求解式(16)给出的线性方程, 可得  $\mathbf{t}_k$ ,  $k=0, \dots, JL$  的递归表达式为

$$\mathbf{t}_{JL} = [0, \dots, 0, 1]^T, \quad \mathbf{t}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_k \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{p}_k = \mathbf{Q}^{-1} \sum_{l=k+1}^{JL} \hat{\beta}(i, l-k) \mathbf{t}_l (2: JL+1), \quad k=0, \dots, JL-1 \quad (11)$$

其中  $\mathbf{Q}$  为第 1 列  $[C_J^1 x_0^{J-1}, C_J^2 x_0^{J-2}, \dots, C_J^J, 0, \dots, 0]^T$  的  $JL \times JL$  下三角 Toeplitz 方阵。将式(11)的求解结果代入式(9b)中, 即可求得  $\tilde{\mathcal{L}}_J(i)$ 。

### 3.2 可辨识性的证明

矩阵开方是一个复杂的数学问题, 求解一个矩阵的  $n$  次方根可能没有解, 可能存在有限多个解, 也有可能不存在无穷多个解, 因此下面讨论无噪声情况下, RM 算法的可辨识性问题。首先引用一条定义和两条定理:

**定义 1**<sup>[8]</sup> 假设非奇异矩阵  $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{m \times m}$  不存在负实数的特征值, 则矩阵  $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{m \times m}$  为  $\mathbf{A}$  的  $n$  次标准方根 (the principle  $n^{\text{th}}$  root), 如果满足以下两个条件: (1)  $\mathbf{X}^n = \mathbf{A}$ ; (2)  $\mathbf{X}$  的特征值集合为  $\{\lambda_i | -\pi/n < \arg(\lambda_i) < \pi/n, i=1, \dots, m\}$ 。

**定理 1**<sup>[8]</sup> 非奇异矩阵  $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{m \times m}$  存在任意  $n$  次方根。

**定理 2**<sup>[9]</sup> 假设非奇异矩阵  $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{m \times m}$  的 Jordan 标准型为  $\text{diag} \{ \mathcal{J}(\lambda_1, k_1), \dots, \mathcal{J}(\lambda_r, k_r) \}$ , 其中  $k_1 + \dots + k_r = m$ , 并且  $\mathbf{A}$  有  $s \leq r$  个不同的特征值。如果  $s = r$ , 则矩阵  $\mathbf{A}$  的  $n$  次方根有  $n^r$  个, 且 Jordan 标准型为

$$\text{diag} \left\{ \mathcal{J} \left( \lambda_1^{1/n} e^{j \frac{2\pi}{n} i_1}, k_1 \right), \dots, \mathcal{J} \left( \lambda_r^{1/n} e^{j \frac{2\pi}{n} i_r}, k_r \right) \right\},$$

$$i_1, \dots, i_r \in \{0, 1, \dots, n-1\} \quad (12)$$

根据定理 1 可知, 下三角 Toeplitz 方阵  $\mathcal{L}_\beta(i)$  一定存在  $J$  次方根, 而 3.1 节求得的  $\tilde{\mathcal{L}}_J(i)$  亦满足标准方根的定义。由于  $\mathcal{L}_\beta(i)$  只相似于一个 Jordan 块, 根据定理 2,  $\mathcal{L}_\beta(i)$  的  $J$  次方根共有  $J$  个, Jordan 标准型分别为  $\mathcal{J} \left( e^{j \frac{2\pi}{J} k} x_0, JL+1 \right)$ ,  $k=0, \dots, J-1$ 。下面提出命题 2 以确定这  $J$  个根的形式。

**命题 2** 如果非奇异矩阵  $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{m \times m}$  为下三角 Toeplitz 方阵, 则其  $n$  次方根仍为下三角 Toeplitz 方阵。

显然,  $\mathcal{L}_\beta(i)$  的  $J$  个  $J$  次方根均为下三角的 Toeplitz 方阵, 若记它们为  $\tilde{\mathcal{L}}_k(i)$ ,  $k=1, \dots, J$ , 其中  $\tilde{\mathcal{L}}_J(i)$  为  $J$  次标准方根, 则非标准根与标准根之间关系为  $\tilde{\mathcal{L}}_k(i) = e^{j \frac{2\pi}{J} k} \tilde{\mathcal{L}}_J(i)$ ,  $k=1, \dots, J-1$ 。所以信道估计  $\hat{\mathbf{h}}(i) = \tilde{\mathcal{L}}_J(i)(1:L+1, 1)$  与真实信道  $\mathbf{h}(i)$  之间相差一个属于有限集合的标量模糊度, 即  $\hat{\mathbf{h}}(i) = \alpha(i) \mathbf{h}(i)$ ,  $\alpha(i) \in \mathcal{W} =$ 。

### 3.3 运算量分析

在算法的实现上, 矩阵开方具有多种数值计算方法, 目前研究较多的有 Newton-Raphson 算法<sup>[8]</sup>, Schur 算法<sup>[9]</sup> 和不变子空间算法等。综合比较各种数值方法的稳定性、收敛性、

运算复杂度并结合 RM 算法的计算特点, 选择 Schur 算法计算矩阵开方。以乘法运算的次数为单位, 求解式(6)矩阵开方的运算量约为  $O(J^3 L^2)$ 。当开方次数  $J$  较大时, 可以将  $J$  做素数分解后用多次矩阵开低次方运算实现矩阵开高次方, 可以进一步降低 RM 算法运算量。

表 1 给出了 RM 和 MD, MMD、RMD 的运算量比较。由于 MD, MMD 和 RMD 都属于循环搜索算法, 其中每次循环都包括 FFT 运算,  $J$  重线性卷积运算以及若干次的比较运算, 为了便于比较, 我们只考虑其中的乘法运算次数。以子载波数  $M=64$ , 信道阶数  $L=8$ , QPSK 映射为例, RM 需要  $2.3 \times 10^3$  次乘法运算, 而 MD, MMD 和 RMD 的乘法运算次数分别为 RM 的  $3.8 \times 10^{37}$ ,  $1.5 \times 10^4$ ,  $7.4 \times 10^3$  倍。可见, RM 算法从根本上克服了循环搜索算法复杂度高、不实用的缺点。

表 1 各种盲信道估计算法运算量比较

算法	循环次数	乘法次数
RM	0	$[J(JL+1)^2 + J^2(JL+1)]/2$
MD	$J^{M-1}$	$J^{M-1} [M(L+1) + (L+1)(J-1)(JL+2)]/2$
MMD	$J^L$	$J^L [(L+1)^2 + (L+1)(J-1)(JL+2)]/2$
RMD	$J^{L-1}$	$J^{L-1} [M(L+1) + (L+1)(J-1)(JL+2)]/2$

## 4 ARM 算法

根据式(5)的约束最优化问题, 引入代价函数

$$F[\hat{\mathcal{L}}_J(i)] = \left\| \mathcal{L}_\beta(i) - [\hat{\mathcal{L}}_J(i)]^J \right\|_F^2 \quad (13)$$

姑且不考虑约束条件, 将其作为无约束最优化问题, 对式(13)求偏导, 可得第  $n$  次迭代时代价函数的梯度为

$$\mathbf{G}(n) = -\{ \mathbf{\Delta}(i, n) [\hat{\mathcal{L}}_J^H(i, n)]^{J-1} + \hat{\mathcal{L}}_J^H(i, n) \mathbf{\Delta}(i, n) \cdot [\hat{\mathcal{L}}_J^H(i, n)]^{J-2} + \dots + [\hat{\mathcal{L}}_J^H(i, n)]^{J-1} \mathbf{\Delta}(i, n) \} \quad (14)$$

其中  $\hat{\mathcal{L}}_J(i, n) \in \mathcal{X}$ , 为第  $n$  次迭代时  $\hat{\mathbf{h}}(i, n)$  确定的下三角 Toeplitz 矩阵;  $\mathbf{\Delta}(i, n) = \mathcal{L}_\beta(i) - [\hat{\mathcal{L}}_J(i, n)]^J$  为误差矩阵。根据最陡下降自适应算法的原理, 迭代更新的公式为

$$\hat{\mathcal{L}}_J(i, n+1) = \hat{\mathcal{L}}_J(i, n) - \frac{\mu}{\|\mathbf{G}'(n)\|_F} \mathbf{G}'(n) \quad (15)$$

其中更新步长  $0 < \mu < 1$ ;  $\mathbf{G}'(n)$  为修正的梯度方向, 计算如下

$$\mathbf{G}'(n) = \arg \min_{\mathbf{G}'(n) \in \mathcal{X}} \left\{ \|\mathbf{G}'(n) - \mathbf{G}(n)\|_F^2 \right\} \quad (16)$$

由于  $\mathcal{X}$  为一个闭凸集, 因此梯度  $\mathbf{G}(n)$  在  $\mathcal{X}$  上存在唯一的最优逼近  $\mathbf{G}'(n)$ 。通过最陡下降自适应算法的稳定性分析, 可以推导出最优步长  $\mu_{\text{opt}}$  为

$$\mu_{\text{opt}} = -\frac{\|\mathbf{G}'(n)\|_F}{J} \frac{\text{Re} \left\{ \text{tr} \left\{ \mathbf{G}'(n) [\hat{\mathcal{L}}_J(i, n)]^{J-1} \mathbf{\Delta}^H(i, n) \right\} \right\}}{\text{tr} \left\{ \mathbf{G}'(n) [\hat{\mathcal{L}}_J(i, n) \hat{\mathcal{L}}_J^H(i, n)]^{J-1} \mathbf{G}^H(n) \right\}} \quad (17)$$

## 5 仿真结果和讨论

仿真中以 Hiperlan2 物理层标准设置 OFDM 系统参数, 载波 5GHz, 带宽 20MHz, 64 个子载波, 一个 OFDM 符号的长度是 4 $\mu$ s, CP 占用 0.8 $\mu$ s, 映射方式有 BPSK, QPSK, 16QAM 和 64QAM。

选用了两种信道模型。第 1 种是能量分布为 [0, -4, -6, -10]dB 的 4 径瑞利衰落信道, 各径为相互独立的高斯随机过程(服从 Jakes 谱,  $f_D=25$ Hz)。在该信道下我们对 RM, ARM, MMD 和 RMD 进行了仿真。第 2 种为 Hiperlan2 信道 A<sup>[10]</sup> 模型(Jakes 谱,  $f_D=50$ Hz)。对于 Hiperlan2 系统, 该信道阶数  $(L+1) \geq 8$ , MMD 和 RMD 皆因复杂度太高而无法完成信道估计, 仅仿真了 RM 和 ARM。

ARM 的仿真以 RM 信道估计结果作为迭代初值, 迭代次数控制在 50 次以内。为了方便比较, 还仿真了基于训练序列的信道估计, 每帧数据(100 个 OFDM 符号块)含有 2 个训练符号块, 对估计结果用 FFT 滤波去噪<sup>[4]</sup>。信道估计性能指标为归一化均方误差(Normalized Mean Square Error, NMSE), 定义如下:

$$\text{NMSE} = \frac{1}{N_v N} \sum_{v=1}^{N_v} \sum_{i=1}^N \frac{\|\hat{h}_v(i) - h_v(i)\|^2}{\|h_v(i)\|^2} \quad (18)$$

其中  $N$  为 OFDM 符号块数,  $N_v$  为 Monte-Carlo 仿真次数, 脚标  $v$  表示第  $v$  次仿真。

图 1, 图 2 为 4 径信道下的仿真结果。图 1 给出 BPSK 映射下各算法的 NMSE 性能和 RM, ARM 在不同映射下的 NMSE 性能。(1)BPSK 映射下 RM 和 ARM 的估计精度均与 RMD 相接近, 优于 MMD 约 11dB。(2)RM 的估计精确度与信号映射方式有关, M-PSK 映射要优于 QAM 映射。QAM 映射下 NMSE 性能在高信噪比时呈现出地板误差效应, 由于  $s^J(i, m)$  在 16QAM 映射下有 4 种取值可能而在 64QAM 映射下有 16 种取值可能, 所以 64QAM 的地板误差高于 16QAM。而 BPSK 优于 QPSK 是因为开方次数  $J$  越小 RM 信道估计越准确。(3)利用 ARM 修正 RM 估计结果可以将 RM 的 NMSE 性能提高 1-4dB, 在低信噪比下的优化程度要好于高信噪比。图 2 给出 QPSK 和 64QAM 映射下, MMD、RM、训练序列估计和已知信道均衡后的未编码误比特率(Bit Error Rate, BER)。QPSK 映射下, RM 的 BER 性能接近于已知信道, 优于 MMD 和训练序列估计; 而 64QAM 映射下, 由于存在符号均值误差, RM 的 BER 性能稍逊于训练序列估计, 但仍优于 MMD。

图 3, 图 4 给出 Hiperlan2 信道 A 模型中, RM 和 ARM 在 M-PSK 映射下的 NMSE 和 BER 性能。可见在信道阶数较高、搜索算法无法使用的情况下, RM 和 ARM 的性能良好。BPSK 映射下, RM 和 ARM 的 NMSE 和 BER 性能均明显优于训练序列估计; QPSK 映射下, RM 的性能接近于训练序列估计, 并且利用 ARM 自适应修正 RM 估计, 可以

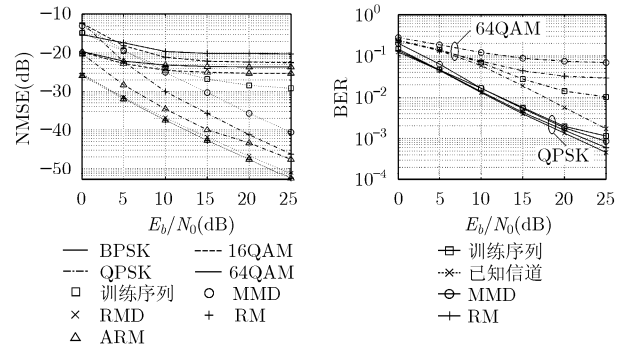


图 1 RM 和 ARM 算法在各种映射方式下的信道估计性能

图 2 在不同信道估计算法均衡后的 BER 性能

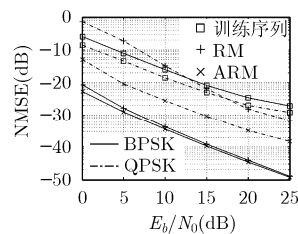


图 3 Hiperlan2 信道 A 模型中信道估计性能

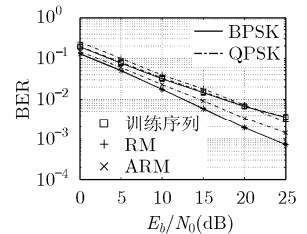


图 4 Hiperlan2 的信道 A 模型中 BER 性能

显著提高信道估计的准确性。

## 6 结束语

本文提出一种 OFDM 系统中基于矩阵开方(RM)的盲信道估计算法和一种最陡下降自适应矩阵开方(ARM)盲信道估计算法。RM 利用信息符号的有限字符集特性, 在时域上通过对一个 Toeplitz 下三角矩阵开方实现信道解卷积。可辨识性证明指出 RM 可以在一个标量模糊度的意义上辨识出真实信道。由于避免了循环搜索, RM 的运算量远低于现有的搜索类盲信道估计, 并且适用于信道阶数较大、搜索算法不能处理的情况。仿真结果表明 RM 的信道估计性能接近于搜索算法的最优性能, 而 ARM 可以进一步提高 RM 信道估计的准确性。

## 参考文献

- [1] Berthold U, Jondral F K, and Brandes S, *et al.* OFDM-based overlay systems: A promising approach for enhancing spectral efficiency. *IEEE Commun. Mag.*, 2007, 45(12): 52-58.
- [2] Cui T and Tellambura C. Joint data detection and channel estimation for OFDM systems. *IEEE Trans. on Commun.*, 2006, 54(4): 670-679.
- [3] Zhou S, Giannakis G B, and Scaglione A. Long codes for generalized FH-OFDMA through unknown multipath channels. *IEEE Trans. on Commun.*, 2001, 49(4): 721-733.
- [4] Zhou S and Giannakis G B. Finite-Alphabet based channel estimation for OFDM and related multicarrier systems. *IEEE Trans. on Commun.*, 2001, 49(8): 1042-1414.

- [5] Song S and Singer A S. Blind OFDM channel estimation using FIR constrains: reduced complexity and identifiability. *IEEE Trans. on Inf. Theory*, 2007, 53(3): 1136–1148.
- [6] 王益文, 翁莹, 杨树元. 突发传输中 ZP-OFDM 的信道估计和跟踪. *电子与信息学报*, 2007, 29(11): 2620–2623.  
Wang Yi-wen, Weng Ying, and Yang Shu-yuan. Channel estimation and tracking for ZP-OFDM in burst mode. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2007, 29(11): 2620–2623.
- [7] 戴华. 矩阵论. 第一版, 北京: 科学出版社, 2001: 104–110.  
Dai H. *The Theory of Matrices*. 1st Edition, Beijing: Science Press, 2001: 104–110.
- [8] Bini D A, Higham N J, and Meini B. Algorithms for the matrix  $p^{\text{th}}$  root. *Numerical Algorithms*, 2005, 39(4): 349–378.
- [9] Smith M I. A schur algorithm for computing matrix  $p^{\text{th}}$  root. *SIAM J. Matrix Anal. Appl.*, 2003, 24(4): 971–989.
- [10] Medbo J, Andersson H, and Schramm P, *et al.* ETSI, document 3ERI085B Channel models for HIPERLAN/2 in different indoor scenarios. 1998.
- 居 敏: 女, 1979 年生, 博士生, 研究多载波移动通信系统和统计信号处理.
- 许宗泽: 男, 1940 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为数字通信、编码理论与应用、扩频通信.