

基于贝叶斯自动相关性确定的稀疏重构正交频分复用信号时延估计算法

崔维嘉 张鹏* 巴斌

(信息工程大学信息工程学院 郑州 450001)

摘要: 针对复杂环境下, 单测量矢量(SMV)条件下的正交频分复用(OFDM)时延估计问题, 该文提出了一种基于贝叶斯自动相关性确定(BARD)的稀疏重构时延估计算法。该算法运用贝叶斯框架, 从进一步挖掘有用信息的角度入手, 引入不对称的自动相关性确定(ARD)先验, 融入参数估计过程中, 有效提升了低信噪比(SNR)和SMV条件下的时延估计精度。该算法首先基于OFDM信号物理层协议数据单元估计出的信道频域响应构造稀疏化实数域表示模型, 然后对模型中的噪声和稀疏系数矢量进行概率假设, 同时引入自动相关性确定先验; 最后根据贝叶斯框架, 通过期望最大化(EM)算法求解超参数, 实现对时延的估计。仿真实验表明, 该算法具有更好的估计性能, 在信噪比较高时更加贴近克拉美罗界(CRB)。同时基于通用软件无线电外设(USRP), 利用实际信号对所提算法进行了有效性地验证。

关键词: 时延估计; 神经网络; 自动相关性确定(ARD); 通用软件无线电外设(USRP)

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2019)10-2318-07

DOI: 10.11999/JEIT181181

Sparse Reconstruction OFDM Delay Estimation Algorithm Based on Bayesian Automatic Relevance Determination

CUI Weijia ZHANG Peng BA Bin

(Institute of Information System Engineering, The Information Engineering University,
Zhengzhou 450001, China)

Abstract: Considering the problem of Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM) signal delay estimation with only a Single Measurement Vector (SMV) in a complex environment, a sparse reconstruction time delay estimation algorithm based on Bayesian Automatic Relevance Determination (BARD) is proposed. The Bayesian framework is used to start from the perspective of further mining useful information, and asymmetric Automatic Relevance Determination(ARD) priori is introduced to integrate into the parameter estimation process, which improves the accuracy of time delay estimation under SMV and low Signal-to-Noise Ratio (SNR) conditions. Firstly, a sparse real-domain representation model is constructed based on the estimated frequency domain response of the OFDM signal physical layer protocol data unit. Then, probability hypothesis for the noise and sparse coefficient vectors are made in the model, and Automatic Relevance Determination (ARD) prior is introduced. Finally, according to the Bayesian framework, the Expectation Maximization (EM) algorithm is used to solve the hyperparameters to estimate the delay. The simulation experiments show that the proposed algorithm has better estimation performance and is closer to the Cramér–Rao Bound (CRB). At the same time, based on the Universal Software Radio Peripheral (USRP), the effectiveness of the proposed algorithm is verified by the actual signal.

Key words: Time delay estimation; Neural networks; Automatic Relevance Determination (ARD); Universal Software Radio Peripheral (USRP)

1 引言

正交频分复用(Orthogonal Frequency Division

Multiplexing, OFDM)技术已广泛应用于各种数字传输和通信系统中^[1]。如高清电视(High-Definition TeleVision, HDTV)、无线局域网(Wireless Local Area Network, WLAN)和长期演进(Long Term Evolution, LTE)等, 预计仍将应用于5G移动通信系统。OFDM信号的大量应用也催生了基于OFDM信号的定位需求, 因此大量学者对基于OFDM信号的定位技术展开了研究。而基于时间延迟的定

收稿日期: 2018-12-24; 改回日期: 2019-04-12; 网络出版: 2019-04-25

*通信作者: 张鹏 ieu_zp@outlook.com

基金项目: 国家自然科学基金(61401513)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (61401513)

位技术因其高精度、良好的稳定性而被广泛使用。传统的时间延迟估计算法可分为5类：相关类^[2]、最大似然类^[3]、自适应类^[4]、高阶累积量类^[5]和子空间类^[6]。文献^[7]针对OFDM多径信号的时延估计问题，将接收信号建模为高斯自相关模型，然后推导出了该模型下的最大似然估计算法，但是该方法需要根据环境离线构造文中所描述的协方差矩阵，复杂度较高。文献^[8]针对LTE系统OFDM信号的特征，提出了一种分组联合时延估计算法，该算法利用多个样本进行组合，然后使用多信号分类(MULTIPLE SIGNAL CLASSIFICATION, MUSIC)算法的峰值搜索进行时间延迟估计。文献^[9]在OFDM-WLAN系统时延估计中，针对MUSIC算法特征分解高复杂性的问题，提出了一种基于传播算子(Propagator Method, PM)的时延估计算法。但是文献^[8]的方法在有限样本，特别是单样本条件下估计性能下降，这是因为接收信号协方差矩阵不满秩并且不能构造出完全正交的信号与噪声子空间。尽管可以通过平滑算法实现满秩，但是损失了有效带宽^[10]，导致估计精度受限。

在众多应用场景中，由于环境、条件的限制，无法重复大量实验以获得足够多的观测样本，只能获得少量的观测样本，甚至单个样本。而在单样本、低信噪比条件下，传统时延估计算法具有精度较低与复杂度较高的缺点。文献^[11]研究了单样本条件下信号到达方向(Direction Of Arrival, DOA)估计，在单信源、高信噪比时，传统算法估计性能较好。但是当存在多信源时，估计性能严重下降。在文献^[12]中，针对无源雷达发射信号未知的情况，通过马尔科夫链蒙特卡洛方法实现了单样本、单径条件下的最大似然时延估计，然而这种方法在马尔科夫抽样过程中趋于陷入稳定状态。与此同时，稀疏表示是近年来备受关注的理论。它在机器学习、模式识别、图像重构、编码、去噪等领域具有广泛的应用。其中稀疏重构算法是稀疏表示理论的一部分。文献^[13]将稀疏重构贪婪类算法中的压缩采样匹配追踪(Compressive Sampling Matching Pursuit, CoSaMP)算法应用于OFDM信号多径时延估计，在单样本条件下取得了不错的效果。虽然通过回溯机制扩增缩减了支撑集，但是由于贪婪算法的特质，其在选择能量较大的原子时，未能够规避能量较小的原子在残差中的投影对其选择的影响。因此估计性能会随着多径数的增加而下降，在多径数大于1且信噪比较高时，会存在平底效应。文献^[14]针对稀疏信号重构问题，将匹配追踪(Matching Pursuit, MP)与焦点欠定系统解算器(FOCAL UNDERDETERMINED SYSTEM SOLVER, FOCUS)算法相结合，提出了MFOUSS算法。文献^[15]针对水声OFDM稀疏信道估计问题，使用

基于 $l_1 - l_2$ 范数准则的基追踪去噪(Basis Pursuit DeNoising, BPDN)方法，取得了优于最小平方(Least Square, LS)算法的估计性能，但是该算法需要选取正则化参数。

上述稀疏重构算法虽然能够提升小样本条件下的时延估计精度，但在多径数增加时，估计精度降低，并且并没有引入先验信息，只是单纯利用了样本信息，所以估计精度受限。而贝叶斯方法却能够综合利用先验信息与样本信息。其关键之处就在于将待估计参数看作随机量，在获得样本信息之前，认为其具有先验概率密度，从而参数的估计就可以基于先验信息和样本信息。贝叶斯自动相关性确定(Automatic Relevance Determination, ARD)最早应用于确定神经网络输入变量的选择^[16]。当众多的输入变量都是在平等原则的基础上添加到神经网络中时，由于训练样本数量的有限性，将会导致不相关输入的偶尔出现，进而最终的预测性能会很差。因此，如果确实包含了大量可能无关的输入，那么必须使用不对称的先验，并且能够在训练中自动确定未知输入的相关程度，这便是自动相关性确定。

针对单样本条件下的OFDM时延估计问题，本文提出了一种基于贝叶斯自动相关性确定(Bayesian Automatic Relevance Determination, BARD)的稀疏重构时延估计算法。本文算法首先基于OFDM信号物理层协议数据单元估计出的信道频域响应构造稀疏化实数域表示模型，然后对模型中的噪声矢量和稀疏系数矢量进行概率假设，同时引入ARD先验；最后根据贝叶斯推论，通过EM算法求解超参数，实现对时延的估计。通过仿真实验，将本文算法与PM算法、CoSaMP算法和MFOUSS算法进行比较，相比于现有的单样本条件下的时延估计算法，本文算法具有较好的估计性能。

2 数学模型

在无线定位场景中，假设辐射源和接收站之间相对静止。则多径条件下无线电传播信道通常被建模为式(1)给出的复数低通等效脉冲响应的形式

$$h(t) = \sum_{i=1}^L a_i \delta(t - \tau_i) \quad (1)$$

其中， L 为多径数目， $a_i = |a_i| e^{j\varphi_i}$ 为第 i 条径的复衰落系数， τ_i 为第 i 条径对应的传播时延。假设在1次短暂的观测时间内复衰落系数的幅度 $|a_i|$ 和时延 τ_i 为常数，随机相位 φ_i 在 $(0, 2\pi)$ 上服从均匀分布。

OFDM信号经过信道传输、移除循环前缀(Cyclic Prefix, CP)并做离散傅里叶变换(Discrete Fourier Transform, DFT)之后，接收频域信号 $\mathbf{r} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 可以表示为

$$\mathbf{r} = \mathbf{X}\mathbf{h} + \mathbf{n} \quad (2)$$

其中, $\mathbf{X} = \text{diag}(x_1, x_2, \dots, x_M)$ 表示发送的频域符号, $\mathbf{h} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 为 M 个子载波上的信道频域响应, $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 为均值为0, 方差为 σ^2 的复高斯白噪声。在OFDM系统中, 信道频域响应估计可由子载波上传输导频序列来获得

$$\bar{\mathbf{h}} = (\mathbf{X}_p)^{-1} \mathbf{r}_p = \mathbf{h} + (\mathbf{X}_p)^{-1} \mathbf{n}_p = \boldsymbol{\varphi} \boldsymbol{\alpha} + \mathbf{w} \quad (3)$$

假设所有的导频序列都为单位功率, 所以噪声项 $\mathbf{w} = (\mathbf{X}_p)^{-1} \mathbf{n}_p$ 的统计特性不变。

定义:

$$\bar{\mathbf{h}} \triangleq [\bar{h}_1 \bar{h}_2 \dots \bar{h}_M]^T \in \mathbb{C}^{M \times 1} \quad (4)$$

$$\boldsymbol{\varphi} \triangleq [\phi(\tau_1) \phi(\tau_2) \dots \phi(\tau_L)] \in \mathbb{C}^{M \times L} \quad (5)$$

$$\phi(\tau_i) = [1 e^{-j2\pi\Delta f\tau_i} \dots e^{-j2\pi(M-1)\Delta f\tau_i}]^T \in \mathbb{C}^{M \times 1} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\alpha} &= [\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_L]^T \\ &= [a_1 e^{-j2\pi f_c \tau_1} a_2 e^{-j2\pi f_c \tau_2} \dots a_L e^{-j2\pi f_c \tau_L}]^T \in \mathbb{C}^{L \times 1} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\mathbf{w} = [w_1 w_2 \dots w_M]^T \in \mathbb{C}^{M \times 1} \quad (8)$$

其中, Δf 为频域采样间隔, 式(8)为加性高斯白噪声矢量。

为了能够将稀疏重构理论应用到时延估计中, 需要对上述模型进行处理, 构造相应的稀疏表示模型。首先假设集合 $\bar{\boldsymbol{\tau}} = \{\bar{\tau}_1, \bar{\tau}_2, \dots, \bar{\tau}_N\}$ 构成的时延网格覆盖了该场景下所有可能的多径信号时延值, 集合 $\boldsymbol{\tau} = \{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_L\}$ 为实际多径信号对应的时延值。接着引入冗余字典 $\Phi = [\phi(\bar{\tau}_1) \phi(\bar{\tau}_2) \dots \phi(\bar{\tau}_N)] \in \mathbb{C}^{M \times N}$, N 表示网格数, 同时为了满足稀疏性要求, 应有 $N \gg M > L$ 。然后定义稀疏系数矢量

$$\begin{aligned} \bar{\boldsymbol{\alpha}} &= [\bar{\alpha}_1 \bar{\alpha}_2 \dots \bar{\alpha}_N]^T \\ &= [\bar{a}_1 e^{-j2\pi f_c \bar{\tau}_1} \bar{a}_2 e^{-j2\pi f_c \bar{\tau}_2} \dots \bar{a}_N e^{-j2\pi f_c \bar{\tau}_N}]^T \in \mathbb{C}^{N \times 1} \end{aligned} \quad (9)$$

其元素值满足

$$\bar{\alpha}_m = \begin{cases} \alpha_k, & \bar{\tau}_m = \tau_k \in \boldsymbol{\tau} \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (10)$$

式(10)也可以看出稀疏系数矢量中非零元素的位置与信号多径分量时延值存在一一对应的关系, 只要求得 $\bar{\boldsymbol{\alpha}}$ 中 L 个非0元素的索引值就能得到多径信号的时延估计值。

则单测量矢量(Single Measurement Vector, SMV)模型下信号的向量形式为

$$\bar{\mathbf{h}} = \Phi \bar{\boldsymbol{\alpha}} + \mathbf{w} \quad (11)$$

其中, Φ 称为冗余字典, $\bar{\mathbf{h}}$ 为观测矢量, \mathbf{w} 为噪声矢量。式(11)为复数信号模型, 为了能够在单样本条件下充分利用有效信息, 将模型从复数域变为实数域。因为复数稀疏系数矢量的实部与虚部具有相同的稀疏结构, 在不增加运算量的前提下, 可以充分利用两部分的信息。根据复数相乘的规则, 可以将式(11)变形为

$$\tilde{\mathbf{h}} = \tilde{\Phi} \tilde{\boldsymbol{\alpha}} + \tilde{\mathbf{w}} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \text{其中 } \tilde{\mathbf{h}} &= \begin{bmatrix} \text{Re}(\bar{\mathbf{h}}) \\ \text{Im}(\bar{\mathbf{h}}) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2M \times 1}, \tilde{\Phi} = \begin{bmatrix} \text{Re}(\Phi) - \text{Im}(\Phi) \\ \text{Im}(\Phi) \text{Re}(\Phi) \end{bmatrix} \\ &\in \mathbb{R}^{2M \times 2N}, \tilde{\boldsymbol{\alpha}} = \begin{bmatrix} \text{Re}(\bar{\boldsymbol{\alpha}}) \\ \text{Im}(\bar{\boldsymbol{\alpha}}) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2N \times 1}, \tilde{\mathbf{w}} = \begin{bmatrix} \text{Re}(\mathbf{w}) \\ \text{Im}(\mathbf{w}) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$\in \mathbb{R}^{2M \times 1}$ 。Re(\cdot) 表示矢量的实部, Im(\cdot) 表示虚部。稀疏重构问题就是由已知的观测矢量 $\tilde{\mathbf{h}}$ 和确定的冗余字典 $\tilde{\Phi}$ 来求解稀疏系数矢量 $\tilde{\boldsymbol{\alpha}}$ 。

3 自动相关性确定稀疏重构时延估计算法

3.1 自动相关性确定

稀疏系数矢量的每一个元素就相当于一个潜在可能值, 并且其维度远大于观测信号的维度, 即相对于信号维度存在大量可能值, 此时的估计问题实质上是一个欠定方程的求解。在有限的样本中, 由于噪声的影响, 不相关可能值的偶然出现是不可避免的, 而本文需要的是与观测矢量相关的可能值。因此, 一个解决思路是对稀疏系数矢量的元素使用不对称的先验, 表示本文认为稀疏系数矢量中各个位置有非0值的可能性的的大小。ARD正是这样一种方法, 它通过使用参数化、依赖于数据的先验分布来规范解空间, 从而有效地解决了此问题, 该先验分布可以有效地剔除冗余的可能值。

3.1.1 自动相关性确定先验假设

本文使用先验分布对信号模型中的未知量进行概率假设。假设噪声是高斯白噪声, 对于噪声矢量 $\tilde{\mathbf{w}} \in \mathbb{R}^{2M \times 1}$, 其概率分布为

$$p(\tilde{\mathbf{w}}|\lambda) = N(\tilde{\mathbf{w}}|\mathbf{0}_{2M \times 1}, \lambda^{-1} \mathbf{I}_{2M}) \quad (13)$$

其中, $\lambda = \sigma^{-2}$ 为噪声方差的逆。

对于稀疏系数矢量 $\tilde{\boldsymbol{\alpha}} \in \mathbb{R}^{2N \times 1}$, 其不同元素不相关, 则ARD先验假设为高斯分布

$$p(\tilde{\boldsymbol{\alpha}}|\boldsymbol{\gamma}) = N(\tilde{\boldsymbol{\alpha}}|\mathbf{0}_{2N \times 1}, \boldsymbol{\Lambda}) \quad (14)$$

其中, 矩阵 $\boldsymbol{\Lambda} = \text{diag}[\boldsymbol{\gamma}] \in \mathbb{R}^{2N \times 2N}$ 为对角矩阵, 向量 $\boldsymbol{\gamma} = [\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{2N}]^T$ 中的非负超参数控制着每个未知稀疏系数矢量元素的方差。

3.1.2 贝叶斯推断

本文在贝叶斯网络中使用ARD方法, 通过上述的概率假设, 贝叶斯网络的结构就可以确定, 如

图1所示,接着就可以利用样本信息以及先验信息学习网络的参数,进而估计出未知参数。

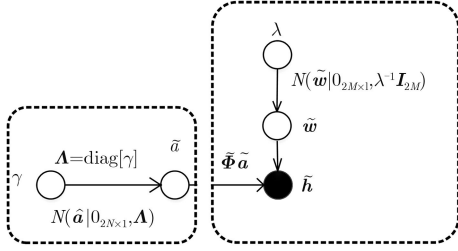


图1 贝叶斯推断理论框图

为了求解超参数 γ 和 λ ,可以选择后验概率密度最大化(Maximum of the A Posterior density, MAP)来求得其估计值,问题转化为

$$(\hat{\lambda}, \hat{\gamma}) = \arg \max_{\lambda, \gamma} p(\lambda, \gamma | \tilde{\mathbf{h}}) \quad (15)$$

很容易发现最大化 $p(\lambda, \gamma | \tilde{\mathbf{h}})$ 与最大化 $p(\tilde{\mathbf{h}}, \lambda, \gamma) = p(\lambda, \gamma | \tilde{\mathbf{h}}) p(\tilde{\mathbf{h}})$ 等价,因为 $p(\tilde{\mathbf{h}})$ 与超参数无关。该问题可进一步转化为式(16)的对数似然函数最小化问题

$$\begin{aligned} L(\lambda, \gamma) &= -\ln \int p(\tilde{\mathbf{h}} | \tilde{\alpha}) p(\tilde{\alpha}, \lambda, \gamma) d\tilde{\alpha} \\ &= -\ln p(\tilde{\mathbf{h}}, \lambda, \gamma) \\ &= \ln |\mathbf{C}| + \tilde{\mathbf{h}}^T \mathbf{C}^{-1} \tilde{\mathbf{h}} \end{aligned} \quad (16)$$

其中, $\mathbf{C} = (\lambda^{-1} \mathbf{I}_{2M} + \tilde{\Phi} \Lambda \tilde{\Phi}^T) \in \mathbb{R}^{2M \times 2M}$, 令 $\hat{\gamma} = \arg \min_{\gamma} L(\gamma, \lambda)$, 当求得某个 $\hat{\gamma}$ 后, 稀疏系数矢量的估计就可以通过求解其后验均值来获得

$$\tilde{\alpha}_{\text{ARD}} = \mathbb{E}[\tilde{\alpha} | \tilde{\mathbf{h}}, \hat{\gamma}, \hat{\lambda}] = \hat{\Lambda} \tilde{\Phi}^T \hat{\mathbf{C}}^{-1} \tilde{\mathbf{h}} \quad (17)$$

注意到方差 $\hat{\gamma}_i$ 的大小就代表着稀疏系数矢量的估计 $\tilde{\alpha}_{\text{ARD}} = [\tilde{\alpha}_1, \tilde{\alpha}_2, \dots, \tilde{\alpha}_{2N}]^T$ 中第 i 个元素 $\tilde{\alpha}_i$ 的可能值。如果 $\hat{\gamma}_i$ 的值较大,说明 $\tilde{\alpha}_i$ 越不可能为0;如果 $\hat{\gamma}_i$ 的值较小或等于0,说明 $\tilde{\alpha}_i$ 很有可能为0,于是该潜在可能值就被剔除。这样最终就实现了稀疏系数矢量 $\tilde{\alpha}_{\text{ARD}}$ 的稀疏化。

运用EM算法求解超参数。具体过程如下,将 $\tilde{\alpha}$ 当作隐藏变量,分别进行E步和M步。

E步:求 $\tilde{\alpha}$ 的后验均值矢量和协方差矩阵

$$\boldsymbol{\mu} = \mathbb{E}[\tilde{\alpha} | \tilde{\mathbf{h}}, \gamma, \lambda] = \Lambda \tilde{\Phi}^T \mathbf{C}^{-1} \tilde{\mathbf{h}} \in \mathbb{R}^{2N \times 1} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Sigma} &= \text{cov}[\tilde{\alpha} | \tilde{\mathbf{h}}, \gamma, \lambda] \\ &= \Lambda - \Lambda \tilde{\Phi}^T \mathbf{C}^{-1} \tilde{\Phi} \Lambda \in \mathbb{R}^{2N \times 2N} \end{aligned} \quad (19)$$

M步:求解式(16)似然函数的极大值,对 γ_i 求偏导并令其为0,可求得对超参数 γ_i 的更新求解公式

$$\gamma_i \leftarrow \mu_i^2 + \Sigma_{ii}, \forall i = 1, 2, \dots, 2N \quad (20)$$

但是式(20)更新过程收敛较慢,根据文献[17],可以对式(16)求梯度并令其等于0,从而可以得到基于固定点的更新公式

$$\gamma_i \leftarrow \frac{\mu_i^2}{1 - \gamma_i^{-1} \Sigma_{ii}}, \forall i = 1, 2, \dots, 2N \quad (21)$$

式(16)对 λ 求偏导可求得对超参数 λ 的更新求解公式

$$\lambda \leftarrow \frac{2M - 2N + \sum_{i=1}^{2N} \frac{\Sigma_{ii}}{\gamma_i}}{\|\tilde{\mathbf{h}} - \tilde{\Phi} \boldsymbol{\mu}\|_2^2} \quad (22)$$

EM算法能够保证算法收敛局部最小解,而关于ARD算法的收敛性,文献[17]给出了更加详细的全局收敛性的分析。

3.2 算法步骤

根据上述分析,可以将本文的时延估计算法归纳为以下步骤:

- (1) 根据OFDM信号物理层协议数据单元得到信道频域响应估计 $\tilde{\mathbf{h}}$,并转化为实数模型 $\tilde{\mathbf{h}}$;
- (2) 划分时延网格,构造冗余字典 $\tilde{\Phi}$;
- (3) 初始化相关参数: $\gamma^{(0)} = \tilde{\Phi}^T \tilde{\mathbf{h}} / (2M)$, $\lambda^{(0)} = \text{var}(\tilde{\mathbf{h}})$;
- (4) 根据式(18)、式(19)分别计算 $\boldsymbol{\mu}$, $\boldsymbol{\Sigma}$;
- (5) 根据式(21)更新超参数 γ ,根据式(22)更新超参数 λ ;
- (6) 判断是否满足迭代停止条件:如果满足 $\|\gamma^{(i+1)} - \gamma^{(i)}\|_2 / \|\gamma^{(i)}\|_2 < \text{tol}$ 或迭代次数达到预先设定的值,迭代停止;如果不满足,跳转到步骤(4),其中tol为设置的估计精度;
- (7) 根据最终得到的 γ 中非0值的位置与时延存在一一对应的关系得到时延估计值。

4 实验

4.1 仿真分析

本文研究的是无线定位系统模型下的OFDM信号的时延估计算法,为了验证本文算法的实用性与鲁棒性,采用蒙特卡洛实验将本文算法与文献[9]中PM算法、文献[13]中的CoSaMP算法、文献[14]中的MFOCUSS算法以及文献[13]中CRB(Cramér-Rao Bound)进行对比分析。根据IEEE 802.11协议[18],在仿真中将OFDM系统参数设置如表1所示。

为衡量算法性能,定义时延的均方根误差为

$$\text{RMSE}_i = \sqrt{\frac{1}{K} \left(\sum_{k=1}^K |\hat{\tau}_{ik} - \tau_i|^2 \right)}, i = 1, 2, \dots, L \quad (23)$$

其中, K 为蒙特卡罗仿真次数, $\hat{\tau}_{ik}$ 为第 i 条径第 k 次蒙特卡罗实验时延的估计值, τ_i 为第 i 条径时延实际值。所有仿真实验所用的设备为1台Win7系统、Intel Xeon CPU(4核 3.3 GHz)的计算机。

表 1 OFDM系统参数设置

参数	数值
FFT周期 $T_{FFT}(\mu s)$	3.2
系统带宽 $B(MHz)$	20
子载波数(个)	64
载波频率 $f_c(GHz)$	2.4

仿真1 验证算法有效性：假设多径接收信号的多径数(稀疏度) $L = 3$ ，到达时间分别为 $\tau_1=100$ ns, $\tau_2=200$ ns和 $\tau_3=300$ ns，多径分量复衰落系数的幅度分别为1.0, 0.8和0.6，样本数为1。在SNR=15 dB和0 dB条件下，利用本文算法进行 $K = 200$ 的蒙特卡罗仿真，得到时延估计值的分布图如图2所示。由图2可以看出本文算法在单样本条件下能够有效估计出时延。在信噪比较低时，时延估计值分布波动范围变大，但平均值仍然接近真实值。可以看出本文算法在低信噪比条件下是鲁棒的。

仿真2 不同算法性能对比：将本文算法(BARD)与PM算法、CoSaMP算法和MFOCUSS算法以及CRB进行对比。仿真参数与仿真1相同，SNR从-10 dB变化到20 dB，对几种算法分别进行200次蒙特卡罗实验，绘制这些算法的RMSE随

SNR变化的曲线，并与CRB进行比较，如图3所示。可以看出本文算法(BARD)性能优于其他算法，更加贴近CRB，这是因为算法通过自动相关性确定先验使得在每次迭代时都会产生一个稀疏的解，这在稀疏系数矢量所有可能值之间产生了高效的全局竞争，有效避免了贪婪类算法过度“贪婪”导致的平底效应，并且当冗余字典列相关性较强时，在局部最小值避免方面会优于贪婪类算法和MFOCUSS算法[17]。

仿真3 不同多径数条件下估计性能比较：为比较各个算法在不同多径数条件下对于直达径的估计性能，将多径数设置为1~3，多径时延及复衰落系数与仿真1相同，SNR为-10~20 dB，进行200次蒙特卡罗实验，得到RMSE随SNR变化曲线，如图4所示。从图4中可以看出当信噪比较高时，本文算法在不同多径数条件下的RMSE曲线比较接近，而其他算法在不同多径数条件下的RMSE曲线相差较大，说明本文算法对多径数敏感性不高。在单径高信噪比条件下，所有算法都表现出较好的估计性能，CoSaMP算法与PM算法RMSE曲线几乎重合，这是因为单径单样本条件下，信号与噪声子空间正交，此时子空间类算法的确定性估计优势凸显[19]。

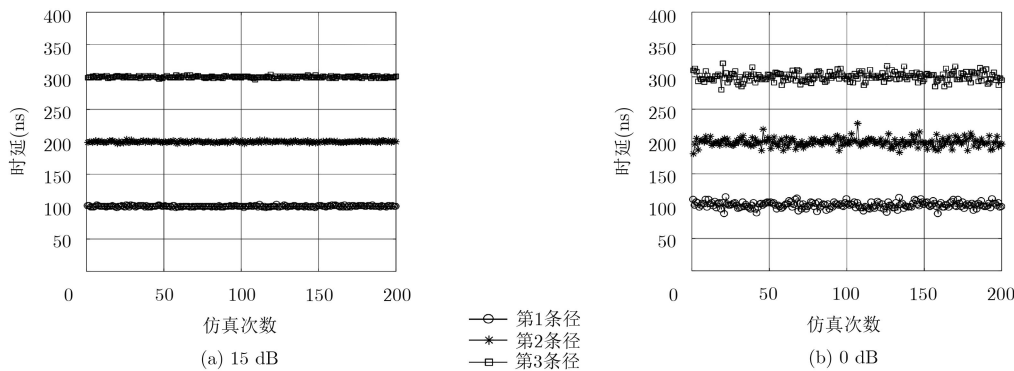


图 2 时延估计值分布图

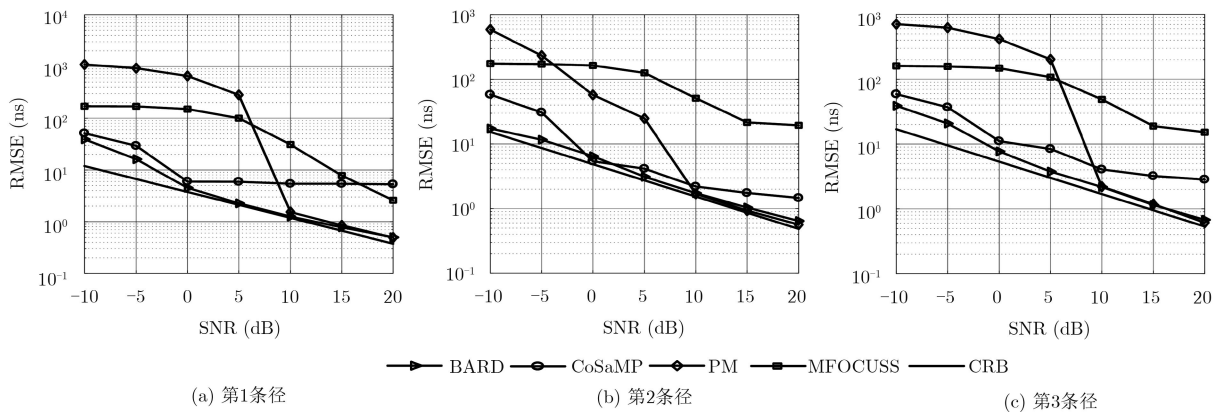


图 3 不同算法均方根误差对比图

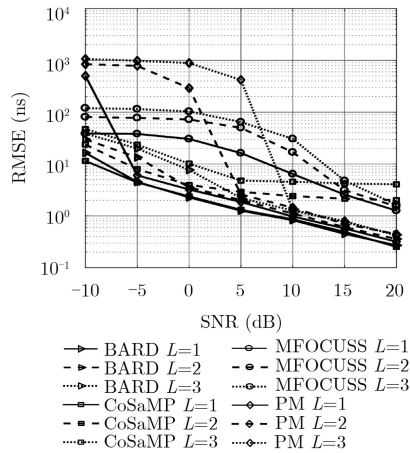


图 4 不同多径数条件下直达径时延估计RMSE对比图

4.2 实际信号测试

利用MATLAB 2017中基于USRP的WLAN-OFDM信号接收例程进行了实际OFDM信号的接收。MATLAB 2017中的一个示例能够使用USRP

设备来实现WLAN接收器，同时能够给出两个MAC地址通信的信道估计结果。基于此，就能利用所提的算法估计出这两个通信节点之间的信号传播时延，进而就能估计出距离。通过实际距离与估计距离的比较，验证所提算法的有效性。

图5是进行实际信号采集的示意图。在一个空旷的走廊内，发送端和接收端的距离为60 m，对应的直直径传播时延为200 ns，共采集了50组有效数据。对每组信道频域响应估计样本分别进行单样本条件下的时延估计。由于PM算法以及CoSaMP算法需要已知多径数，而本文算法在信噪比较高时无需已知多径数，因此先利用本文算法估计出多径数，然后进行其他算法的验证。表2是几种算法估计结果的均值、均方根误差的比较。由于均方根误差的计算会用到真实值，所以仅有第1条径可以计算出均方根误差。可以看出本文算法对直直径的估计效果较好，体现了本文算法对于实际信号时延估计的有效性。



(a) 发送端



(b) 接收端

图 5 实际信号测试场景

表 2 各种算法时延估计结果比较(ns)

算法	多径序号				
	1		2	3	4
	均值	RMSE	均值	均值	均值
PM	218.40	10.81	270.93	302.16	308.16
CoSaMP	211.00	10.57	262.33	287.50	298.06
MFOCUSS	204.16	4.50	258.16	287.66	307.20
BARD	201.53	1.17	253.00	283.00	314.32

5 结论

在OFDM时延估计中，利用稀疏重构方法可提升在单样本条件下的估计性能。但是现有稀疏重构时延估计算法在信噪比较高时存在低限效应，且当多径数增加时，估计精度下降。针对该问题，本文

基于贝叶斯方法，通过使用参数化、依赖于数据的先验分布规范解空间，以此来剔除冗余的可能值。通过仿真实验可以看出，所提算法与现有单样本条件下的时延估计算法相比，具有较好的估计性能，在不同多径数条件下都具有较高的估计精度。同时，运用USRP平台基于实际信号验证了所提算法的有效性。

参考文献

[1] VAN NEE R and PRASAD R. OFDM for Wireless Multimedia Communications[M]. Boston: Artech House, 2000: 3-4.
 [2] SEGURA M J, MUT V A, and PATIÑO H D. Mobile robot self-localization system using IR-UWB sensor in indoor environments[C]. 2009 IEEE International Workshop on

- Robotic and Sensors Environments, Lecco, Italy, 2009: 29–34. doi: [10.1109/ROSE.2009.5355978](https://doi.org/10.1109/ROSE.2009.5355978).
- [3] CHAN Y T, HANG H Y C, and CHING P C. Exact and approximate maximum likelihood localization algorithms[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2006, 55(1): 10–16. doi: [10.1109/TVT.2005.861162](https://doi.org/10.1109/TVT.2005.861162).
- [4] CELEBI H and ARSLAN H. Adaptive positioning systems for cognitive radios[C]. 2007 IEEE International Symposium on New Frontiers in Dynamic Spectrum Access Networks, Dublin, Ireland, 2007: 78–84. doi: [10.1109/DYSPAN.2007.17](https://doi.org/10.1109/DYSPAN.2007.17).
- [5] LIU Ying and WANG Shuxun. TOA estimation method using fourth order cumulants[C]. 2000 International Conference on Signal Processing. 16th World Computer Congress 2000, Beijing, China, 2000: 210–214. doi: [10.1109/ICOSP.2000.894477](https://doi.org/10.1109/ICOSP.2000.894477).
- [6] 巴斌, 刘国春, 李韬, 等. 基于哈达玛积扩展子空间的到达时间和波达方向联合估计[J]. *物理学报*, 2015, 64(7): 078403. doi: [10.7498/aps.64.078403](https://doi.org/10.7498/aps.64.078403).
- BA Bin, LIU Guochun, LI Tao, *et al.* Joint for time of arrival and direction of arrival estimation algorithm based on the subspace of extended hadamard product[J]. *Acta Physica Sinica*, 2015, 64(7): 078403. doi: [10.7498/aps.64.078403](https://doi.org/10.7498/aps.64.078403).
- [7] BIALER O, RAPHAELI D, and WEISS A J. Robust time-of-arrival estimation in multipath channels with OFDM signals[C]. 2017 Signal Processing Conference, Kos, Greece, 2017: 2724–2728. doi: [10.23919/EUSIPCO.2017.8081706](https://doi.org/10.23919/EUSIPCO.2017.8081706).
- [8] CHEN Yajun, PENG Jianhua, HUANG Kaizhi, *et al.* A multipath delay estimation model and algorithm in OFDM systems[C]. 2014 IEEE International Conference on Information Science and Technology, Shenzhen, China, 2014: 144–147. doi: [10.1109/ICIST.2014.6920351](https://doi.org/10.1109/ICIST.2014.6920351).
- [9] 巴斌, 郑娜娥, 胡捍英, 等. OFDM系统中基于PM的时延估计算法[J]. *太赫兹科学与电子信息学报*, 2016, 14(3): 355–360. doi: [10.11805/TKYDA201603.0355](https://doi.org/10.11805/TKYDA201603.0355).
- BA Bin, ZHENG Nae, HU Hanying, *et al.* Time delay estimation based on PM in OFDM system[J]. *Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology*, 2016, 14(3): 355–360. doi: [10.11805/TKYDA201603.0355](https://doi.org/10.11805/TKYDA201603.0355).
- [10] LI Xinrong and PAHLAVAN K. Super-resolution TOA estimation with diversity for indoor geolocation[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2004, 3(1): 224–234. doi: [10.1109/TWC.2003.819035](https://doi.org/10.1109/TWC.2003.819035).
- [11] HÄCKER P and YANG B. Single snapshot DOA estimation[J]. *Advances in Radio Science*, 2010, 8: 251–256. doi: [10.5194/ars-8-251-2010](https://doi.org/10.5194/ars-8-251-2010).
- [12] 李晶, 赵拥军, 李冬海. 基于马尔科夫链蒙特卡罗的时延估计算法[J]. *物理学报*, 2014, 63(13): 130701. doi: [10.7498/aps.63.130701](https://doi.org/10.7498/aps.63.130701).
- LI Jing, ZHAO Yongjun, and LI Donghai. Time delay estimation using Markov Chain Monte Carlo method[J]. *Acta Physica Sinica*, 2014, 63(13): 130701. doi: [10.7498/aps.63.130701](https://doi.org/10.7498/aps.63.130701).
- [13] 冷雪冬, 巴斌, 逯志宇, 等. 基于回溯筛选的稀疏重构时延估计算法[J]. *物理学报*, 2016, 65(21): 210701. doi: [10.7498/aps.65.210701](https://doi.org/10.7498/aps.65.210701).
- LENG Xuedong, BA Bin, LU Zhiyu, *et al.* Sparse reconstruction time delay estimation algorithm based on backtracking filter[J]. *Acta Physica Sinica*, 2016, 65(21): 210701. doi: [10.7498/aps.65.210701](https://doi.org/10.7498/aps.65.210701).
- [14] COTTER S F, RAO B D, ENGAN K, *et al.* Sparse solutions to linear inverse problems with multiple measurement vectors[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005, 53(7): 2477–2488. doi: [10.1109/TSP.2005.849172](https://doi.org/10.1109/TSP.2005.849172).
- [15] 尹艳玲, 乔钢, 刘淞佐, 等. 基于基追踪去噪的水声正交频分复用稀疏信道估计[J]. *物理学报*, 2015, 64(6): 064301. doi: [10.7498/aps.64.064301](https://doi.org/10.7498/aps.64.064301).
- YIN Yanling, QIAO Gang, LIU Songzuo, *et al.* Sparse channel estimation of underwater acoustic orthogonal frequency division Multiplexing based on basis pursuit denoising[J]. *Acta Physica Sinica*, 2015, 64(6): 064301. doi: [10.7498/aps.64.064301](https://doi.org/10.7498/aps.64.064301).
- [16] NEAL R M. Bayesian Learning for Neural Networks[M]. New York: Springer-Verlag, 1996: 112–114.
- [17] WIPF D and NAGARAJAN S. A new view of automatic relevance determination[C]. The 20th International Conference on Neural Information Processing Systems, Vancouver, Canada, 2007: 1625–1632.
- [18] GAST M S, O'Reilly Taiwan公司, 译. 802.11无线网络权威指南[M]. 2版. 南京: 东南大学出版社, 2007: 293–297.
- GAST M S, O'Reilly Taiwan, translation. 802.11 Wireless Networks: The Definitive Guide[M]. 2nd ed. Nanjing: Southeast University Press, 2007: 293–297.
- [19] KIM J M, LEE O K, and YE J C. Compressive MUSIC: Revisiting the link between compressive sensing and array signal processing[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2012, 58(1): 278–301. doi: [10.1109/TIT.2011.2171529](https://doi.org/10.1109/TIT.2011.2171529).
- 崔维嘉: 男, 1976年生, 博士, 副教授, 研究方向为移动通信、信号处理等。
- 张 鹏: 男, 1993年生, 硕士生, 研究方向为通信信号处理、稀疏重构等。
- 巴 斌: 男, 1987年生, 博士, 讲师, 研究方向为阵列信号处理、参数估计等。