

基于双曲正切忆阻器的Duffing系统中簇发、共存分析及其DSP实现

王梦蛟^{*①} 邓 勇^① 李志军^① 曾以成^②

^①(湘潭大学自动化与电子信息学院 湘潭 411105)

^②(湘潭大学物理与光电工程学院 湘潭 411105)

摘 要: 忆阻器作为第4种基本电路元件由蔡少棠首次提出, 它的提出为混沌电路的设计和工程应用提供了新思路。该文通过在Homles型Duffing系统中引入一个双曲正切忆阻模型, 得到了一个新忆阻Duffing非自治系统。利用转换相图、相图、Lyapunov指数等, 揭示了该系统具有振荡尖峰数目可控簇发、非完全对称双边簇发、非完全对称的簇发共存、多种周期混沌共存等新颖动力学行为。并通过分岔图及平衡点分析, 研究了其簇发产生机理。采用Multisim电路仿真与数字信号处理平台(DSP)对系统进行了硬件实现, 与理论分析基本一致的实验结果证明该系统是可行的且是物理可实现的。

关键词: 忆阻器; Duffing; 簇发; 延时分岔; 共存

中图分类号: TN601

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2020)04-0818-09

DOI: 10.11999/JEIT190631

Bursting, Coexistence Analysis and DSP Implementation of Duffing System Based on Hyperbolic-tangent Memristor

WANG Mengjiao^① DENG Yong^① LI Zhijun^① ZENG Yicheng^②

^①(College of Automation and Electronic Information, Xiangtan University, Xiangtan 411105, China)

^②(School of Physics and Optoelectric Engineering, Xiangtan University, Xiangtan 411105, China)

Abstract: Memristor is first proposed by Chua as the fourth basic circuit element, which provides a novel idea for the design and engineering application of chaotic circuits. A novel memristive Duffing nonautonomous system is obtained by introducing a hyperbolic-tangent memristor into the Homles type Duffing system. By using the transformed phase portraits, phase portraits, Lyapunov exponents, etc., it is revealed that the system has novel dynamical behaviors such as bursts with controllable number of oscillation spikes, non-completely symmetrical bilateral bursts, coexistence of non-completely symmetrical bursts, multiple coexistence of chaos and period. The mechanism of bursting is studied by analysis of equilibrium point and bifurcation diagram. Multisim circuit simulation and Digital Signal Processing platform (DSP) are used to implement the system in hardware, and the experimental results basically consistent with the theoretical analysis prove that the system is feasible and physically achievable.

Key words: Memristor; Duffing; Bursting; Delayed bifurcation; Coexistence

1 引言

忆阻器作为具有特殊记忆性的新基本电路元

件, 它的出现为混沌电路的设计和工程应用提供了更广阔的研究思路^[1-3]。基于忆阻器的非线性电路系统研究和应用也已成为了目前的一个研究热点, 且主要采用光滑型^[4-6]或分段线性型^[7,8]忆阻模型进行构建。2016年, 文献[9]利用所设计的新型双曲余弦忆阻模型构建了一个新忆阻型Qi系统, 并基于新系统混沌序列进行了图像加密应用。为拓展忆阻模型种类, Bao等人^[10,11]设计了一种新双曲正切忆阻模型, 并与Hopfield神经网络、HR神经元等模型结合, 得到了一些动力学丰富的新忆阻神经元系统。由于双曲忆阻器的相关文献研究报道较少, 故以其构建新的忆阻非线性系统具有重要价值。

收稿日期: 2019-08-23; 改回日期: 2020-02-28; 网络出版: 2020-03-10

*通信作者: 王梦蛟 wangmengjiao_1983@163.com

基金项目: 国家自然科学基金(11747087), 湖南省自然科学基金(2019JJ50624), 湖南省教育厅科学研究项目(17C1530), 广东省自然科学基金(2017A030310659)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (11747087), The Natural Science Foundation of Hunan Province (2019JJ50624), The Research Foundation of Education Department of Hunan Province (17C1530), The Natural Science Foundation of Guangdong Province(2017A030310659)

簇发是指一个动力学系统中振幅非常不同的大振幅和小振幅之间的交替周期振荡。1985年,文献[12]率先对神经元模型中的簇发放电模式进行了系统分析。近年来,关于神经元及其它非线性系统中的簇发行为被毕等学者广泛探究,不同非自治、自治系统中不同类型的簇发模式及其产生机理也被一一揭示[13-15]。非自治系统由于外部激励与系统本身存在频域上的不同尺度,因而较易产生簇发振荡。作为具有重要应用背景的经典非自治系统——Duffing系统,其以系统简单、行为丰富而被学者们广泛研究[16-18]。文献[19]对Tamasevicius等人提出的3阶Holmes型Duffing混沌振荡器系统进行了系统分析,给出了在改变3个初始条件时所产生的多对对称周期混沌共存。文献[20]中利用分岔分析了具有参数时滞反馈控制的Van Der Pol-Duffing方程,指出由于超临界草干分岔可产生两个对称的稳定分支,而时滞指数变化率振幅的进一步增大可能导致原双支簇发中两个对称簇发振荡之间通道破裂,产生对称共存的两个单支簇发。文献[21]研究在含外加激励的Duffing系统中成倍增加激励频率时,系统虽能够成倍复制对称簇发的尖峰数且相邻尖峰间的时间间隔减半,但尖峰峰值未变化。从以往文献看,已有的Duffing系统中大多不含忆阻器且产生的簇发现象较简单,研究较热的簇发共存行为也鲜有报道[22,23]。因而,构建新型尤其是忆阻Duffing系统以及探究簇发共存、尖峰数可控簇发等新颖动力学行为具有重要研究价值。

考虑在神经元系统中,常以双曲正切函数作为激活函数,故为探究双曲正切忆阻器对非自治系统的影响。本文在Duffing系统中引入了双曲正切忆阻器,得到了一个忆阻型非自治Duffing系统。借助分岔图、Lyapunov指数、转换相图等,揭示了随激励频率变化时系统动力学的演化过程。研究发现该系统可产生比以往系统更复杂的多对非完全对称的簇发共存、尖峰数可控且峰值变化的新颖簇发等动力学现象,并通过理论分析揭示了其产生机理。最后,采用Multisim电路仿真与DSP硬件验证了系统可行性和物理可实现性。

2 系统模型

2.1 双曲正切忆阻器模型

为拓展忆阻器模型种类,文献[13]提出了一种新的双曲正切忆阻器模型。本文基于其模型进行了改进

$$\left. \begin{aligned} i(t) &= W(\varphi) v(t) = [\alpha - \beta \tanh(\varphi)] v(t) \\ \frac{d\varphi}{dt} &= f(v(t), \varphi) = -[(-v(t)) + d\varphi] \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中 φ 为忆阻内部磁通,正实数 α 和 β 为忆阻内部参数,正实数 d 为内部磁通 φ 反馈系数, $v(t)$ 和 $i(t)$ 为端电压和通过电流。对应的忆导值 $W(\varphi)$ 为

$$W(\varphi) = \alpha - \beta \tanh(\varphi) \quad (2)$$

通过对模型进行伏安特性测试,可知该改进后的模型较好地满足忆阻器相关特征[24]。

2.2 忆阻型Duffing系统模型

本文在Holmes型Duffing方程基础上,引入上述的双曲正切磁控忆导 $W(\varphi)$ 替代原阻尼比,采用参数激励 I_{AC} 策动系统,得到了一个新3维非自治忆阻Duffing系统。其数学模型为

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= -cy \\ \dot{y} &= -W(\varphi)y + (I_{AC} - m)x + x^3 \\ \dot{\varphi} &= y - d\varphi \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中 x, y 为系统状态变量;第3个方程为忆阻内部状态方程; I_{AC} 为参数激励 $A \sin(2\pi Ft)$;参数 α, β, m, d, c 为正实数。当 $\alpha=0.1, \beta=0.5, m=0.02, d=0.1, c=2, I_{AC} = 0.1 \sin(0.048 \times 2\pi t)$ 且初始条件为 $(0.01, 0.01, 0.01)$ 时,系统可产生如图1(a)所示的双涡卷混沌吸引子。当固定其他参数,改变 $c=0.2, I_{AC} = 0.1 \sin(0.019 \times 2\pi t)$,系统还可产生如图1(b)所示的单涡卷混沌吸引子。

3 系统动力学分析

3.1 耗散性

对于式(3)中所描述的忆阻型Duffing非自治系统,其向量场散度为

$$\nabla \cdot V = \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{y}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{\varphi}}{\partial \varphi} = -W(\varphi) - d \quad (4)$$

因系统参数均为正实数且忆导 $W(\varphi)$ 为正实数。故式(3)描述的系统是耗散的,并以指数形式 $e^{-W(\varphi)-d}$ 收敛。

3.2 平衡点分析

平衡点分析是判断系统稳定性的重要方式。令式(3)的左边为0

$$\left. \begin{aligned} 0 &= -cy \\ 0 &= -[\alpha - \beta \tanh(\varphi)]y + (I_{AC} - m)x + x^3 \\ 0 &= y - d\varphi \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

由式(5)求得系统的平衡点为 $(\bar{x}_0, \bar{y}_0, \bar{\varphi}_0) = (\bar{x}_0, 0, 0)$ 。其中 $\bar{x}_0$ 为式(6)的解

$$(I_{AC} - m)\bar{x}_0 + \bar{x}_0^3 = 0 \quad (6)$$

显然,式(6)中含有正弦激励 I_{AC} 。由此可知,当 $I_{AC} < m$ 时,方程有3个实根,即系统有3个平衡点:1个固定的零平衡点 $E_0 = (0, 0, 0)$,2个变化的平衡点 $E_{\pm} = (\pm\sqrt{m - I_{AC}}, 0, 0)$;而当激励 $I_{AC} \geq m$ 时,

方程仅有1个实根, 即系统仅存在平衡点 $E_0=(0, 0, 0)$ 。平衡点 $(\bar{x}_0, 0, 0)$ 处的对应特征方程为

$$|\lambda E - J| = \begin{vmatrix} \lambda & c & 0 \\ m - I_{AC} - 3\bar{x}_0^2 & \lambda + \alpha & 0 \\ 0 & -1 & \lambda + d \end{vmatrix} = \lambda^3 + n_1\lambda^2 + n_2\lambda + n_3 = 0 \quad (7)$$

其中,

$$\left. \begin{aligned} n_1 &= \alpha + d \\ n_2 &= cI_{AC} + \alpha d + 3c\bar{x}_0^2 - cm \\ n_3 &= cdI_{AC} - cdm + 3cd\bar{x}_0^2 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} n_1 &> 0 \\ n_3 &> 0 \\ n_1n_2 - n_3 &> 0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

由式(7)和式(8)可知, 特征方程中含有随 t 变化的 I_{AC} 。这意味着当系统参数固定时, 系统在平衡点 $E=(\bar{x}_0, 0, 0)$ 处的特征值是随 I_{AC} 变的, 即系统稳定性随 I_{AC} 变化。依据Routh-Hurwitz准则, 可知仅当式(9)成立时, t 时刻系统在对应平衡点处稳定, 反之则不稳定。

3.3 簇发与共存分析

本节使用了分岔图、Lyapunov指数、转换相图等对新系统动力学行为进行了研究, 并对簇发机

理进行了分析。研究发现, 该系统不仅能产生与以往Duffing系统对称或非对称型簇发不同的非完全对称双单边簇发、尖峰数目可控且峰值变化簇发等新颖簇发行为, 还能产生多种非完全对称簇发共存、周期混沌等共存。

3.3.1 非完全对称的簇发与共存

若固定参数 $\alpha=0.1$, $\beta=0.5$, $m=0.02$, $d=0.1$, $c=2$, $A=0.1$, 激励频率 F 作为控制参数在 $(0, 0.08)$ 范围内变化, 则系统关于 $x_{\max}$ 的共存分岔轨迹如图2所示。由玫红色和绿色分别描述的初始条件为 $IC_1=(0.01, 0.01, 0.01)$ 和 $IC_2=(0.01, -0.02, 0.01)$ 下的分岔轨迹可知, 系统在随 F 增加时发生了多次周期和混沌的交替并产生若干周期窗。结合图3中Lyapunov指数, 可知该系统通过正倍周期分岔(FPDB)、反倍周期分岔(RPDB)、切分岔(TB)、混沌危机(CS)等方式多次进入或退出混沌。

在 $F \in (0, 0.0191]$ 区间中, 初始条件为 IC_1 和 IC_2 下的系统均主要表现为周期态, 期间包含多个周期共存和短暂混沌区间。当 F 在 $(0.0191, 0.0247)$ 内变化时, IC_1 和 IC_2 下的系统均表现为混沌态, 并伴随有短周期窗。结合Lyapunov指数, 可知两轨迹在 $(0, 0.0247)$ 内主要经CS进入混沌、经TB退出混沌

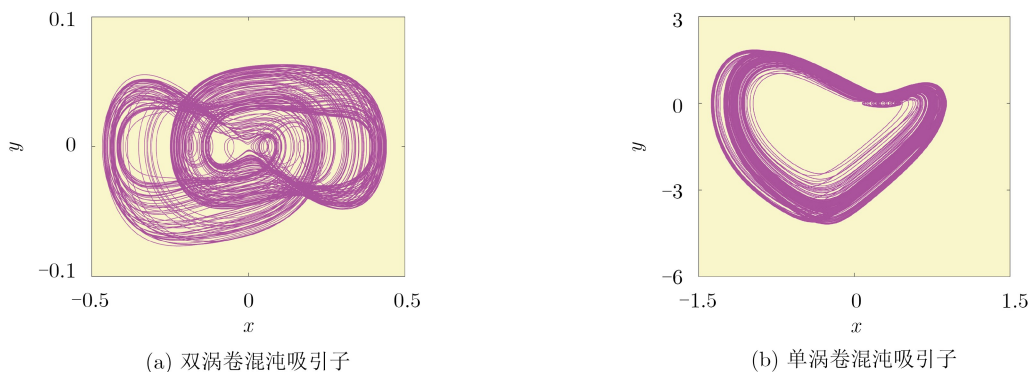


图1 系统式(3)产生的双涡卷混沌和单涡卷混沌吸引子

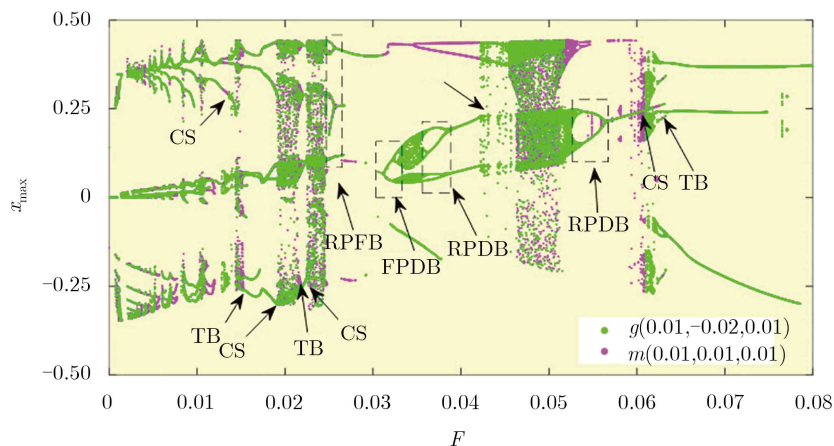


图2 随 F 变化的共存分岔图

沌。但当 $F=0.0247$ 左右时, 两轨迹均经RPDB退出混沌进入周期1态。 IC_2 下的系统在 $F=0.0315$ 处由周期1开始发生FPDB, 直至 $F=0.0325$ 左右进入到上下两支混沌。经一段混沌区域后, 在 $F=0.0362$ 左右经RPDB退出混沌, 上下两支路径在 $F=0.0385$ 左右分别进入周期1态, 形成费肯鲍姆树。当 $F=0.0423$ 时, IC_2 下系统经CS进入一段较长区域的混沌, 至 0.0533 时经RPDB进入到周期1, 并在 $F=0.061$ 处经CS进入短暂混沌, 而后经TB进入周期态。而 IC_1 下的系统在 $(0.0315, 0.0423)$ 范围内没有发生上述变化, 由周期1变为周期2后经CS进入到混沌态, 随后出现周期和混沌的持续交替, 再经TB进入持续周期态。由图3、图4可知, 系统存在混沌混沌、混沌周期等多个共存区域。图中玫红色线为状态变量 x 时序; 黑色线、青蓝色线、蓝色线分别为平衡点 E_0 , E_+ , E_- 变化曲线; 点线和实线表示系统在平衡点处不稳定和稳定; 绿色点为Sup-PB点。

当设定 $I_{AC}=0.1\sin(0.004\times 2\pi t)$ 时, IC_1 下的系统可产生如图4(a)、图4(c)相位图和时序所示的一簇大振幅振荡与线条状小振幅的交替振荡, 称簇发振荡^[20]。其平衡点 $(\bar{x}_0, 0, 0)$ 的变化曲线与状态变量 x 之间关系如图4所示。从吸引子和时序对称性看,

可知该簇发结构为非完全对称的正负双边振荡, 称非完全对称双边簇发。经计算可知, 当 $0.02 < I_{AC} \leq 0.1$ 时, 系统仅有1个稳定平衡点 $E_0=(0,0,0)$; 当 $-0.1 \leq I_{AC} \leq 0.02$ 时, 系统有3个平衡点: 不稳定点 $E_0=(0,0,0)$, 稳定点 $E_{\pm}=(\pm\sqrt{m-I_{AC}}, 0, 0)$ 。设 $I_{AC}=0.1$ 为起始位置 I_0 , 系统随着 I_{AC} 减小在稳定点 E_0 作用下保持沉寂态。平衡曲线于 $I_{AC}=0.02$ 处发生超临界草干分岔(Supercritical Pitchfork Bifurcation, Sup-PB), 系统经一段延时(Delay)后在不稳定 E_0 作用下向上半支跳跃产生振荡尖峰, 随后被稳定的 E_+ 所吸引收敛至 E_+ 附近静息态。随着 I_{AC} 增大, E_+ 相应特征值的虚部绝对值减小使得 E_+ 对轨线吸引逐渐减弱。经逆Sup-PB, 系统经延时后开始产生收敛振荡恢复到沉寂态, 直至回到 I_0 处开始下半个周期。再次经延时Sup-PB后, 轨迹由静息态突然跳跃至 E_- 所在的下半支产生尖峰振荡, 且振荡峰值与上支存在不同。随后轨迹逐渐收敛至 E_- 附近, 直到再次回到起始点完成整个周期的非完全对称簇发振荡。从图4(c)所示的时序图和平衡点关系图可以看出, 非完全对称的上下两支是随激励周期性交替出现的。由于系统是一个非对称性系统且受一对对称平衡点的影响, 共同导致了非完全对称簇发的产生。研究发现, 该参数情形下主要为延时的

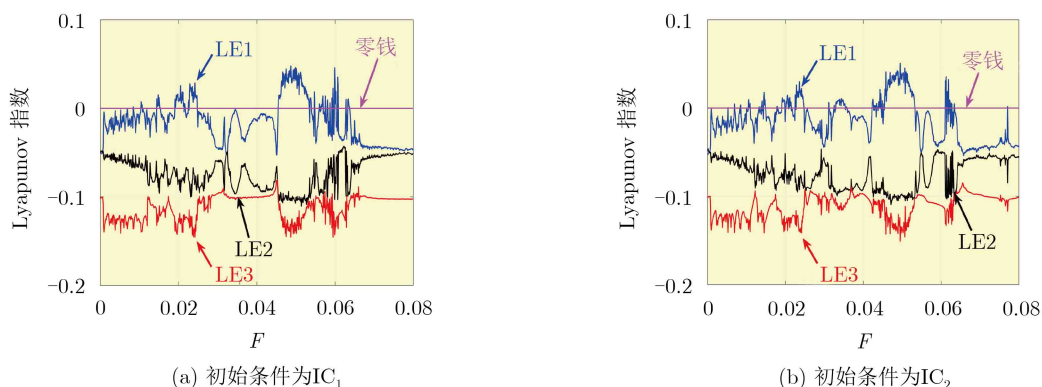


图3 对应的Lyapunov指数

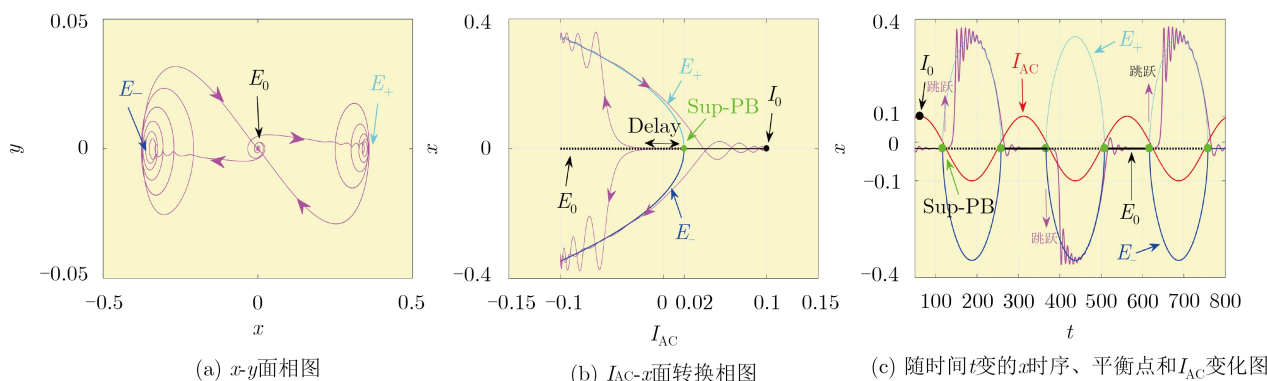


图4 系统在 IC_1 下产生的非完全对称双边簇发($I_{AC}=0.1\sin(0.004\times 2\pi t)$)

超临界草干/超临界草干型簇发, 即点/点型簇发。系统因延时超临界草干分岔还可产生的不同簇发共存类型, 当 $F=0.001$ 时系统在 IC_1 下产生非完全对称的双边簇发, 还可在 IC_2 下产生上支单边簇发的共存。由图5(a)、图5(d)可知, 玫红色 x 时序为上下支的交替簇发振荡, 而绿色 x 时序仅产生上支单边簇发振荡。令 $F=0.002$, 系统可产生如图5(b)、图5(e)所示的上支 IC_2 绿色和下支 IC_1 玫红色的非完全对称单边簇发共存。此外, 还可产生如图5(c)、图5(f)所示的上支玫红色和下支绿色的非完全对称单边簇发共存, 其中 IC_2 下为单一上支振荡的周期交替, 而 IC_1 下为两个不同下支振荡的周期交替。除非完全对称簇发共存外, 还可产生如图6所示的周期1与下支混沌共存、混沌与混沌共存、周期2与下支混沌等多种共存。结合平衡点分析, 可知由于系统在不

同频率激励的刺激下, 使得同一时间内轨迹运行速度造成差异, 以及系统轨迹所处初始位置的不同共同导致了双边簇发、单边簇发以及多种共存的产生。

3.3.2 尖峰数可控的簇发

当保持其它参数不变而设定 $c=0.2$, $I_{AC}=0.2\sin(0.019\times 2\pi t)$ 时, 通过改变频率 F 可产生与以往简单复制尖峰不同的尖峰数目可控的周期簇发。虽同属于点/点型的簇发, 但在该参数下产生的簇发尖峰峰值结构特征有所不同。取 $F=0.004$ 时, 系统可产生如图7所示的向下尖峰数目为5的周期簇发。图7中玫红色线为状态变量 x 的时序; 黑色、青蓝色、蓝色线分别为平衡点 E_0 , E_+ , E_- 变化曲线; 点线和实线分别表示系统不稳定和稳定; 绿色点为Sup-PB点。结合图7(a)中的平衡点变化曲线与 x 时序, 可知系统第1次逆向经Sup-PB后进入沉寂态。

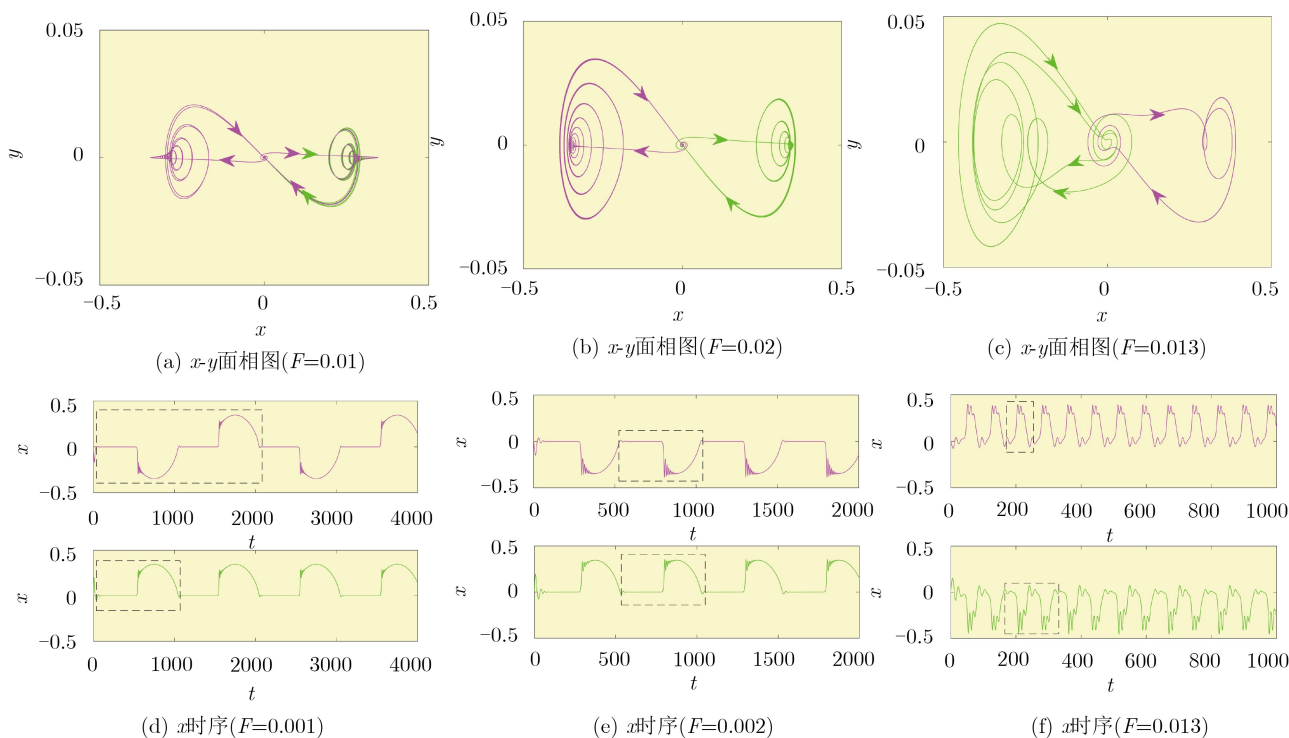


图5 IC_1 双边与上支 IC_2 单边、上支 IC_2 与下支 IC_1 单边、上支 IC_1 与下支 IC_2 单边簇发共存($I_{AC}=0.1\sin(F\times 2\pi t)$)

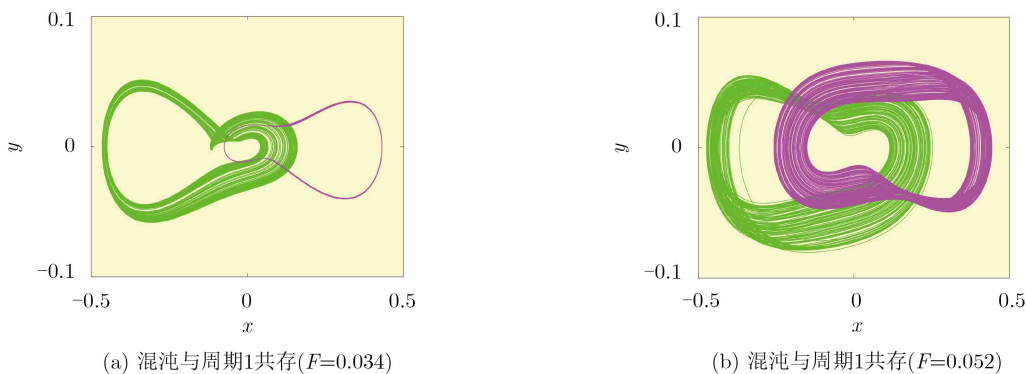


图6 多种混沌、周期共存($I_{AC}=0.1\sin(2\pi F t)$)

经正向Sup-PB后，系统发生一段延时后被不稳定 E_0 影响开始向上产生振荡，随后被吸引至稳定 E_+ 附近，从而完成系统过渡。经第2次逆Sup-PB时，系统因稳定 E_0 而逐渐收敛产生幅度减小的振荡。在产生完4个幅度减小的收敛尖峰后，系统经Sup-PB产生较大的尖峰Spike-5后又又被吸引至稳定 E_+ 附近完成第2个周期。随着 I_{AC} 的作用，系统继续稳定重复第2个周期的行为产生如图7(b)的时序。此外，当设定 F 等于0.006, 0.008, 0.015, 0.025时，系统还可产生如图8所示的尖峰数为4, 3, 2, 1的周期簇发。由此可知，该系统所产生的振荡尖峰数可控的簇发不同于文献[21]中均匀复制尖峰，其连续振荡时的尖峰数目是可控且峰值是变化的。经研究发现，由于激励频率影响导致系统发生Sup-PB时所处轨迹位置不同和系统收敛速度的原因造成连续振荡时尖峰数目和峰值发生变化。此外，其振荡幅值的变化和振荡频率也可用相应平衡点特征值的实部和虚部来描述。

4 Multisim仿真实验和DSP实现

混沌系统的物理实现是混沌理论在实际工程应用中的重要步骤。为了便于将所设计的忆阻型Duffing系统应用于实际，本节采用Multisim对系统进行模

拟实现，并采用DSP平台进行硬件实现。从而进一步验证理论分析的正确性以及物理可实现性。

4.1 Multisim仿真实验

一般的连续混沌系统均可由电阻、电容、运算放大器等分立元件物理实现。本文采用了Multisim 13.0软件进行电路模拟实验，在模拟电路中采用运算放大器TL082CP, 三极管MPS2222, 增益为0.1的乘法器AD633IN, ± 15 V电源供电。为便于电路实现，对系统时间尺度进行了 $\tau = \tau_0 t$ 变换，其中 τ 为时间尺度因子， $\tau_0 = 10000$ 为积分时间常数；对 $c=2$ 时的系统进行了比例系数 $K=0.1$ 的均匀放大处理。系统式(3)可表示为

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{d\tau} &= -20000y \\ \frac{dy}{d\tau} &= -10000[0.1 - 0.5 \tanh(0.1\varphi)]y \\ &\quad + 10000I_{AC}x - 200x + 100x^3 \\ \frac{d\varphi}{d\tau} &= 10000y - 1000\varphi \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

其中 $I_{AC} = A \sin(2000\pi \times f\tau)$ ，实验频率 $f=10000F$ Hz。为了对系统进行实验验证，设计了如图9所示的系统电路和双曲正切忆阻器模拟等效电路。根据基尔霍夫电路定律、运算放大器的电路特性，得到的电路状态方程为

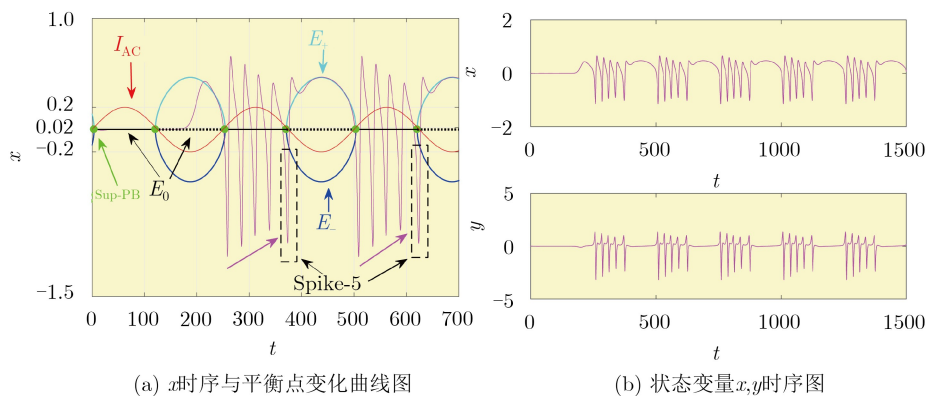


图7 尖峰数为5的簇发($I_{AC}=0.2\sin(0.004 \times 2\pi t)$)

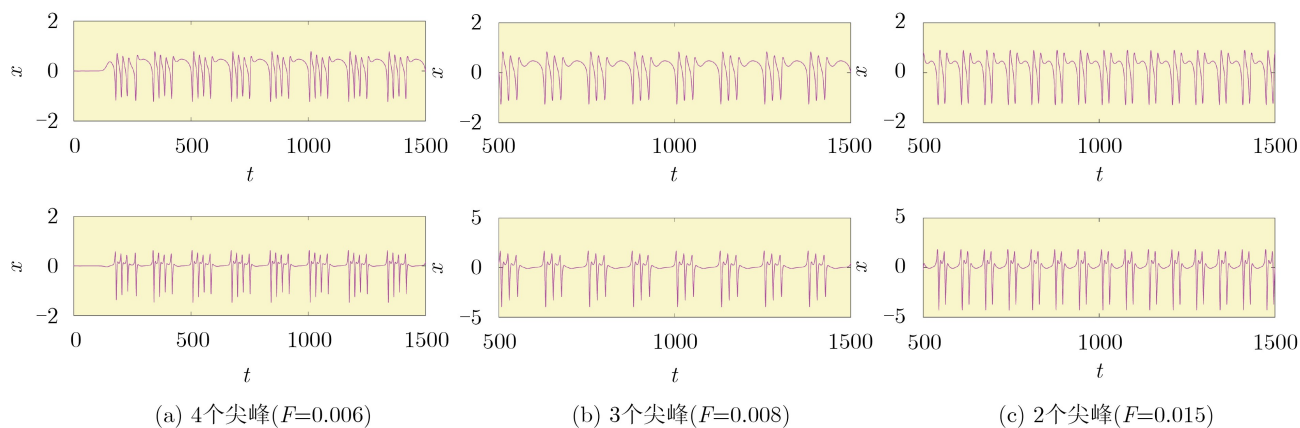


图8 尖峰数可控簇发

$$\left. \begin{aligned} \frac{dV_x}{d\tau} &= -\frac{1}{R_1 C_1} V_y \\ \frac{dV_y}{d\tau} &= -\left[\frac{1}{R_\alpha C_2} - \frac{1}{10 R_\beta C_2} \tanh\left(\frac{R + R_H}{R} \varphi\right) \right] V_y \\ &\quad + \frac{1}{10 R_3 C_2} I_{AC} V_x - \frac{1}{R_4 C_2} V_x + \frac{1}{100 R_5 C_2} V_x^3 \\ \frac{d\varphi}{d\tau} &= \frac{1}{R_6 C_3} V_y - \frac{1}{R_7 C_3} \varphi \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

比对式(10)和式(11), 可得电阻 $R_F = 0.52 \text{ k}\Omega$, $R_3 = R_C = 1 \text{ k}\Omega$, $R_T = 2 \text{ k}\Omega$, $R_1 = 5 \text{ k}\Omega$, $R = R_4 = R_5 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_H = 90 \text{ k}\Omega$, $R_6 = R_\alpha = 100 \text{ k}\Omega$, $R_\beta = 200 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 500 \text{ k}\Omega$, 滑动变阻器 $R_W = 9.8 \text{ k}\Omega$, 电容 $C_1 = C_2 = C_3 = 10 \text{ nF}$ 。仿真时设定电容 C_1 , C_2 , C_3 的初始电压为 0.1 V , 0.1 V , 0.1 V , I_{AC} 的幅度为 0.1 V , 频率 $f = 480 \text{ Hz}$, 可在示波器中观察到如

图10(a)所示的双涡卷混沌吸引子。调节 $f = 520 \text{ Hz}$, 可观察到如图10(d)的玫红色单涡卷混沌吸引子。改变 C_2 初始电压为 -0.2 V , 可观察到对称的绿色单涡卷混沌共存吸引子。当固定频率 $f = 130 \text{ Hz}$, 设置电容初始电压值分别为 0.1 V , 0.1 V , 0.1 V 和 0.1 V , -0.2 V , 0.1 V 时, 能得到如图10(e)、图10(f)所示的两支单边簇发共存。实验结果表明, 电路仿真与数值仿真结果基本对应。

4.2 DSP硬件实验

虽然所提出的系统可通过模拟电路实现, 但实际电路中初始条件相关部分的现象特征较难控制。此外, 由于激励频率较小并伴有随机信号扰动, 会使得电路输出不稳定, 且混沌模拟电路不能直接用于数字加密系统。本节将系统在DSP(TMS320F)平台上离散化并实现, 使设计的系统更加可控、稳

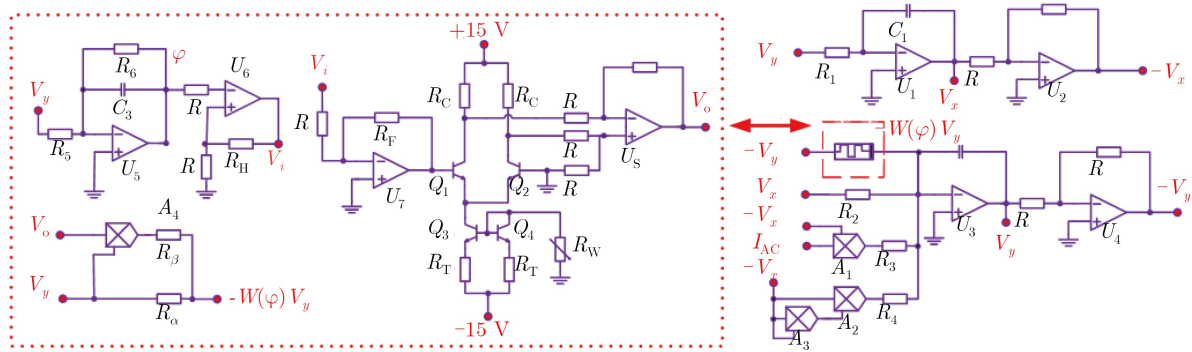


图9 系统电路原理图

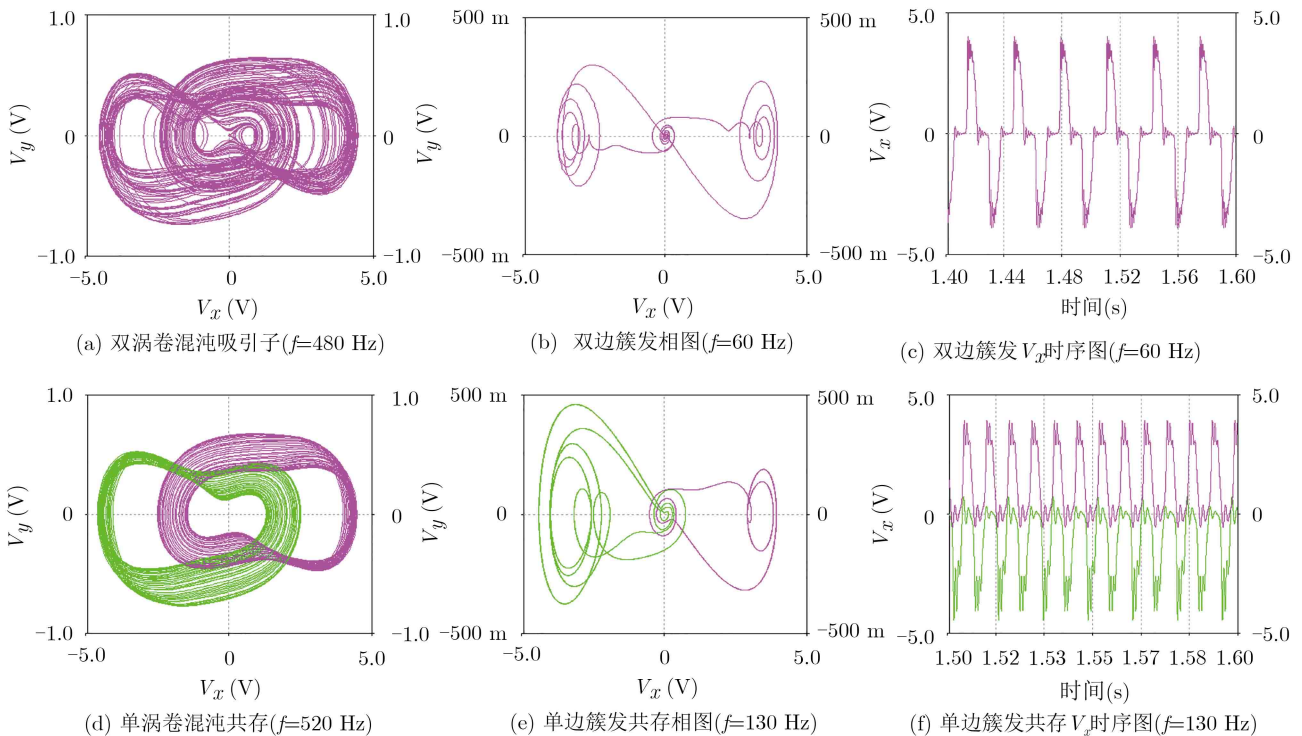


图10 示波器中混沌与共存

定，以便未来更好地应用于加密领域。通过欧拉算法，对系统进行离散化处理得

$$\left. \begin{aligned} x(n+1) &= x(n) - T_S c y(n) \\ y(n+1) &= y(n) + T_S \left[-[\alpha - \beta \tanh(\varphi(n))] y(n) \right. \\ &\quad \left. + I_{AC}(n) x(n) - m x(n) + n x(n)^3 \right] \\ \varphi(n+1) &= \varphi(n) + T_S [y(n) - d \varphi(n)] \\ I_{AC}(n+1) &= I_{AC}(n) + T_S [2\pi F A \cos(2\pi F t(n))] \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

其中实验参数与仿真时一致， $T_S=0.001$ ，初始条

件为(0.01, 0.01, 0.01)，则由式(12)可得离散解。经过平移变换后，离散解被限制在(0, 65535)的范围内。将解进一步发送到16位单通道D/A转换器(DAC8501)中进行时间序列转换，通过示波器(Tektronix MSO3032)可观察到转换后的输出结果，DSP硬件实验平台如图11(a)所示。通过示波器观察到如图11(b)、图11(c)所示的尖峰数为4, 3的周期簇发，以及其它尖峰可控周期簇发。由实验结果可知，数字信号处理平台实验效果较好，符合预期。

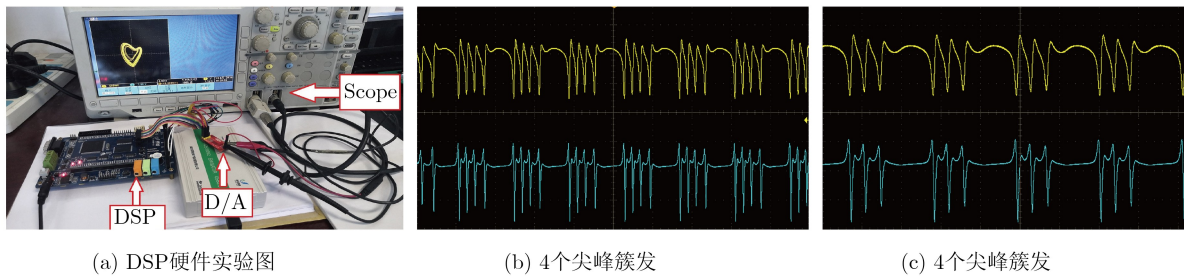


图 11 DSP硬件实验图和示波器捕获的簇发

5 结束语

本文基于所改进的双曲正切忆阻器构建了一个忆阻型Duffing非自治系统。利用转换相图、Lyapunov指数等，揭示了该系统可产生比以往Duffing系统中常规对称型簇发不同的非完全对称簇发和共存。结合分岔分析，解释了其簇发产生机理。该系统产生的多为点/点类型超临界草干簇发，但表现的双边与单边、单边与单边等多种非完全对称簇发共存行为说明了双曲正切忆阻器的引入会极大丰富系统的动力学，尖峰数可控、峰值变化的新颖簇发同样证明了该简单忆阻系统动力学行为的复杂性。通过Multisim仿真以及DSP硬件实验进一步验证了该模型的正确性以及物理可实现性，为系统进一步应用作出理论铺垫。

参考文献

- [1] STRUKOV D B, SNIDER G S, STEWART G R, et al. The missing memristor found[J]. *Nature*, 2008, 453(1): 80–83. doi: [10.1038/nature06932](https://doi.org/10.1038/nature06932).
- [2] CHUA L. Memristor-the missing circuit element[J]. *IEEE Transactions on Circuit Theory*, 1971, 18(5): 507–519. doi: [10.1109/tct.1971.1083337](https://doi.org/10.1109/tct.1971.1083337).
- [3] 王春华, 蔺海荣, 孙品如, 等. 基于忆阻器的混沌、存储器及神经网络电路研究进展[J]. *电子与信息学报*, 2020, 42(4): 795–810. doi: [10.11999/JEIT190821](https://doi.org/10.11999/JEIT190821).
WANG Chunhua, LIN Hairong, SUN Jingru, et al. Research progress on chaos, memory and neural network circuits based on memristor[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2020, 42(4): 795–810. doi: [10.11999/JEIT190821](https://doi.org/10.11999/JEIT190821).
- [4] ZHOU Ling, WANG Chunhua, and ZHOU Lili. Generating hyperchaotic multi-wing attractor in a 4D memristive circuit[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2016, 85(4): 2653–2663. doi: [10.1007/s11071-016-2852-8](https://doi.org/10.1007/s11071-016-2852-8).
- [5] YUAN Fang, WANG Guangyi, and WANG Xiaowei. Extreme multistability in a memristor-based multi-scroll hyper-chaotic system[J]. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 2016, 26(7): 073107. doi: [10.1063/1.4958296](https://doi.org/10.1063/1.4958296).
- [6] 阮静雅, 孙克辉, 牟俊. 基于忆阻器反馈的Lorenz超混沌系统及其电路实现[J]. *物理学报*, 2016, 65(19): 25–35. doi: [10.7498/aps.65.190502](https://doi.org/10.7498/aps.65.190502).
RUAN Jingya, SUN Kehui, and MOU Jun. Memristor-based Lorenz hyper-chaotic system and its circuit implementation[J]. *Acta Physica Sinica*, 2016, 65(19): 25–35. doi: [10.7498/aps.65.190502](https://doi.org/10.7498/aps.65.190502).
- [7] WANG Chunhua, LIU Xiaoming, and XIA Hu. Multi-piecewise quadratic nonlinearity memristor and its 2N-scroll and 2N+1-scroll chaotic attractors system[J]. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 2017, 27(3): 033114. doi: [10.1063/1.4979039](https://doi.org/10.1063/1.4979039).
- [8] 肖利全, 段书凯, 王丽丹. 基于Julia分形的多涡卷忆阻混沌系统[J]. *物理学报*, 2018, 67(9): 090502. doi: [10.7498/aps.67.20172761](https://doi.org/10.7498/aps.67.20172761).
XIAO Liqun, DUAN Shukai, and WANF Lidan. Julia fractal based multi-scroll memristive chaotic system[J]. *Acta Physica Sinica*, 2018, 67(9): 090502. doi: [10.7498/aps.67.20172761](https://doi.org/10.7498/aps.67.20172761).

- [9] 闵富红, 王珠林, 王恩荣, 等. 新型忆阻器混沌电路及其在图像加密中的应用[J]. 电子与信息学报, 2016, 38(10): 2681–2688. doi: [10.11999/JEIT160178](https://doi.org/10.11999/JEIT160178).
- MIN Fuhong, WANG Zhulin, WANG Enrong, *et al.* New memristor chaotic circuit and its application to image encryption[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2016, 38(10): 2681–2688. doi: [10.11999/JEIT160178](https://doi.org/10.11999/JEIT160178).
- [10] BAO Bocheng, QIAN Hui, XU Quan, *et al.* Coexisting behaviors of asymmetric attractors in hyperbolic-type memristor based Hopfield neural network[J]. *Frontiers in Computational Neuroscience*, 2017, 11: article81, 1–14. doi: [10.3389/fncom.2017.00081](https://doi.org/10.3389/fncom.2017.00081).
- [11] BAO Han, HU Aihuang, LIU Wenbo, *et al.* Hidden bursting firings and bifurcation mechanisms in memristive neuron model with threshold electromagnetic induction[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2020, 31(2): 502–511. doi: [10.1109/TNNLS.2019.2905137](https://doi.org/10.1109/TNNLS.2019.2905137).
- [12] RINZEL J. Bursting Oscillations in An Excitable Membrane Model[M]. SLEEMAN B D and JARVIS R J. Ordinary and Partial Differential Equations. Berlin, Gormany: Springer, 1985: 304–316.
- [13] 李旭, 张正娣, 毕勤胜. 两时间尺度下非光滑广义蔡氏电路系统的簇发振荡机理[J]. 物理学报, 2013, 62(22): 220502. doi: [10.7498/aps.62.220502](https://doi.org/10.7498/aps.62.220502).
- LI Xu, ZHANG Zhengdi, and BI Qinsheng. Mechanism of bursting oscillations in non-smooth generalized Chua's circuit with two time scales[J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, 62(22): 220502. doi: [10.7498/aps.62.220502](https://doi.org/10.7498/aps.62.220502).
- [14] 李芳苑, 陈墨, 武花干. 忆阻高通滤波电路准周期与混沌环面簇发振荡及慢通道效应[J]. 电子与信息学报, 2020, 42(4): 811–817. doi: [10.11999/JEIT190373](https://doi.org/10.11999/JEIT190373).
- LI Fangyuan, CHEN Mo, and WU Huagan. Quasi-periodic, chaotic-torus bursting oscillations and Slow Passage effect in memristive high-pass filter circuit[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2020, 42(4): 811–817. doi: [10.11999/JEIT190373](https://doi.org/10.11999/JEIT190373).
- [15] HAN Xiuqing, BI Qinsheng, ZHANG Chun, *et al.* Delayed bifurcations to repetitive spiking and classification of delay-induced bursting[J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2014, 24(7): 1450098. doi: [10.1142/s0218127414500989](https://doi.org/10.1142/s0218127414500989).
- [16] KOVACIC I and BRENNAN M J. The Duffing Equation: Nonlinear Oscillators and Their Behaviour[M]. Chichester, West Sussex: John Wiley & Sons, 2011: 2–5.
- [17] HAN Xiuqing, ZHANG Yi, BI Qinsheng, *et al.* Two novel bursting patterns in the Duffing system with multiple-frequency slow parametric excitations[J]. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 2018, 28(4): 043111. doi: [10.1063/1.5012519](https://doi.org/10.1063/1.5012519).
- [18] KENGNE J, TABEKOUENG Z N, and FOTSIN H B. Coexistence of multiple attractors and crisis route to chaos in autonomous third order Duffing-Holmes type chaotic oscillators[J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2016, 36: 29–44. doi: [10.1016/j.cnsns.2015.11.009](https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2015.11.009).
- [19] YU Yue, ZHANG Zhengdi, and BI Qinsheng. Multistability and fast-slow analysis for van der Pol-Duffing oscillator with varying exponential delay feedback factor[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2018, 57: 448–458. doi: [10.1016/j.apm.2018.01.010](https://doi.org/10.1016/j.apm.2018.01.010).
- [20] HAN Xiuqing and BI Qinsheng. Bursting oscillations in Duffing's equation with slowly changing external forcing[J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2011, 16(10): 4146–4152. doi: [10.1016/j.cnsns.2011.02.021](https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2011.02.021).
- [21] SABARATHINAM S, VOLOS C K, and THAMILMARAN K. Implementation and study of the nonlinear dynamics of a memristor-based Duffing oscillator[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2017, 87(1): 37–49. doi: [10.1007/s11071-016-3022-8](https://doi.org/10.1007/s11071-016-3022-8).
- [22] BODO B, FOU DA J S A E, MVOGO A, *et al.* Experimental hysteresis in memristor based Duffing oscillator[J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2018, 115: 190–195. doi: [10.1016/j.chaos.2018.08.030](https://doi.org/10.1016/j.chaos.2018.08.030).
- [23] VARSHNEY V, SABARATHINAM S, PRASAD A, *et al.* Infinite number of hidden attractors in memristor-based autonomous duffing oscillator[J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2018, 28(1): 1850013. doi: [10.1142/s021812741850013x](https://doi.org/10.1142/s021812741850013x).
- [24] ADHIKARI S P, SAH M P, KIM H, *et al.* Three fingerprints of memristor[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2013, 60(11): 3008–3021. doi: [10.1109/tcsi.2013.2256171](https://doi.org/10.1109/tcsi.2013.2256171).
- 王梦蛟: 男, 1983年生, 讲师, 硕士生导师, 研究方向为非线性系统动力学分析及其电路实现、信号噪声抑制和特征提取。
- 邓 勇: 男, 1995年生, 硕士生, 研究方向为非线性系统、忆阻器混沌系统。
- 李志军: 男, 1973年生, 教授, 硕士生导师, 研究方向为混沌电路与系统、电流模式电路连续时间滤波器设计。
- 曾以成: 男, 1962年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为忆阻器混沌电路设计与应用、利用混沌电路系统进行微弱信号检测。