

高速移动通信系统中OTFS信道估计算法研究

蒋占军 刘庆达*

(兰州交通大学电子与信息工程学院 兰州 730070)

摘要: 针对高速移动环境中双色散信道会出现信道估计可靠性下降的问题, 该文在正交时频空(OTFS)调制系统的输入-输出模型中提出一种基于压缩感知的信道估计算法。该算法利用信道中最大多普勒频移和最大时延确定导频发送矩阵的大小, 相比传统的正交匹配追踪(OMP)信道估计算法, 能够在保证相似信道估计准确度的情况下节省导频资源; 并在此基础上, 对OTFS调制符号做相位旋转, 增加差分矩阵的秩, 理论分析和仿真结果表明, 该方案能够提升OTFS系统的分集阶数进而降低噪声的干扰。

关键词: 正交时频空调制; 信道估计; 正交匹配追踪; 相位旋转

中图分类号: TN92

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2021)10-2878-08

DOI: 10.11999/JEIT200683

Study on OTFS Channel Estimation Algorithms in High-Speed Mobile Communication Systems

JIANG Zhanjun LIU Qingda

(School of Electronics and Information Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China)

Abstract: In view of the problem that dual-dispersion channels will reduce the reliability of channel estimation in high-speed mobile environments, a channel estimation algorithm based on compressed sensing is proposed in the input-output model of Orthogonal Time-Frequency-Space (OTFS) modulation system. The maximum Doppler shift and the maximum delay in the channel are employed to determine the size of the pilot transmission matrix in the algorithm. Compared with the traditional Orthogonal Matching Pursuit (OMP) channel estimation algorithms, the pilot resources can be saved in the proposed algorithm while the accuracy of similar channel estimation is guaranteed. Furthermore, the phase rotation of the OTFS modulation symbols is used to improve the rank of the differential matrix. Theoretical analysis and simulation results show that the diversity order of the OTFS system is improved and noise interference is reduced.

Key words: Orthogonal Time-Frequency-Space (OTFS) modulation; Channel estimation; Orthogonal Matching Pursuit (OMP); Phase rotation

1 引言

正交频分复用(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM)调制方案已广泛应用于现代无线通信系统中, 但对于时变信道, 例如高速铁路无线通信信道, 较大的多普勒效应和丰富的多径效应会导致信道频率色散和时间色散, 破坏子载波之间的正交性, 从而可能遭受严重的子载波间干

扰(Inter-Carrier Interference, ICI), 当采用传统发射接收机时, ICI使时域和频域的维纳滤波器相关函数不再精确, 进而影响信道估计的准确性^[1,2]。针对上述问题, 目前的解决办法是对发射机和接收机进行优化, 对于接收机的ICI, 通常使用复杂度较高的线性均衡^[3-6]技术和非线性均衡^[7-9]技术加以消除, 对于发射机的ICI则经常使用多项式抵消编码^[10,11]和脉冲整形^[12,13]技术进行处理。

除了尝试减小ICI的方法之外, 还有一些针对时变信道的调制方案, 例如利用发射分集来增强系统性能, 从而提高信道估计的准确性。文献^[14]提出了一种用于零填充OFDM系统的频率过采样技术, 该技术可以通过设计发射信号来实现频率分集。Vector OFDM技术在信道子载波上传输多组线性预编码符号, 以提供频率分集^[15]。多普勒弹性

收稿日期: 2020-08-05; 改回日期: 2020-12-09; 网络出版: 2021-02-27

*通信作者: 刘庆达 1570329341@qq.com

基金项目: 甘肃省无线电监测定位创新团队(2017C-09), 兰州交通大学“百名青年优秀人才培养计划”基金(150220232)

Foundation Items: Gansu Province Radio Monitoring and Positioning Innovation Team (2017C-09), The Funded by Lanzhou Jiaotong University "Hundred Young Talents Training Program" (150220232)

正交信号划分多路复用技术将多个数据矢量和导频矢量多路复用到数据流中，以充分利用时变信道中的频率-时间分集^[16,17]。

与OFDM相比，正交时频空(Orthogonal Time Frequency Space, OTFS)调制系统通过一系列的2维变换，将双色散信道转换为时延多普勒域中时不变的2维信道，并在时延多普勒域中复用数据，因此原有OFDM系统在时频域中的信道估计算法也需要做相应改进。基于正交匹配追踪(Orthogonal Matching Pursuit, OMP)的信道估计算法根据导频序列的输入输出关系将OTFS系统的信道估计问题转化为压缩感知问题^[18,19]，通过稀疏向量中非零值元素及其对应位置，估计信道增益、时延、多普勒频移等信道参数^[20]。该方案具有较高的信道估计准确度，但导频所占资源较大，为此，本文设计了一

种节省导频资源的正交匹配追踪(Pilot Resource Saving-Orthogonal Matching Pursuit, PRS-OMP)信道估计算法，并在其基础上，通过提高OTFS调制系统的分集阶数，进一步提升信道估计的准确性和系统误码率性能。

2 OTFS系统结构模型

单输入单输出 OTFS(Single Input Single Output OTFS, SISO-OTFS)系统框图如图1所示，该系统发送和接收未编码的调制符号，可以将其视为在传统OFDM系统中增加了前置处理模块和后置处理模块的实现方案。其中前置处理模块为辛傅里叶逆变换(Inverse Symmetric Finite Fourier Transform, ISFFT)，后置处理模块为辛傅里叶变换(Symmetric Finite Fourier Transform, SFFT)。

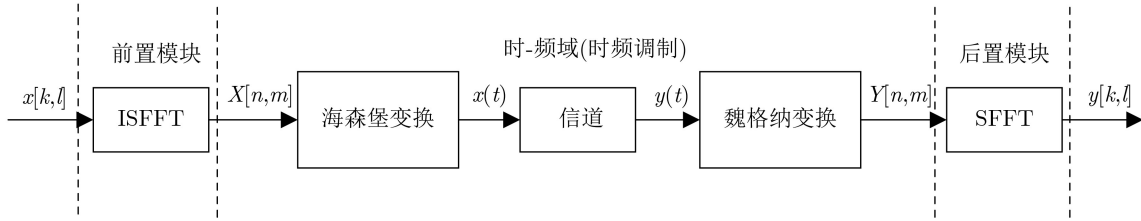


图1 OTFS系统框图

首先，在发送端，将 MN 个数据信息符号摆放到时延-多普勒域信号网格中，其中多普勒域中有 N 行数据，时延域中有 M 列数据；然后，通过ISFFT将时延-多普勒域信号变换到时频域，如式(1)所示

$$X[n, m] = \frac{1}{MN} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{M-1} x[k, l] e^{j2\pi(\frac{nk}{N} - \frac{ml}{M})} \quad (1)$$

时频域信号经过海森堡变换(Heisenberg transform)后成为时域信号。在接收端，时域接收信号由维格纳(Wigner)变换成为时频域信号，经过SFFT处理解调得到时延-多普勒域的数据，如式(2)所示

$$x[k, l] = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} X[n, m] e^{-j2\pi(\frac{nk}{N} - \frac{ml}{M})} \quad (2)$$

由OTFS系统调制解调相关变换可得OTFS系统输入输出关系为

$$y[k, l] = \sum_{i=1}^P h'_i x[(k - \beta_i)_N, (l - \alpha_i)_M] + r[k, l] \quad (3)$$

其中， $n = (k - \beta_i)_N$ 表示 $(k - \beta_i - n)$ 能被 N 整除时 k 的取值， $m = (l - \alpha_i)_M$ 表示 $(l - \alpha_i - m)$ 能被 M 整除时 l 的取值。其中 $\tau_i = \alpha_i / M\Delta f$ $v_i = \beta_i / NT$ ， τ_i

表示时延量， v_i 表示多普勒频移量； M 为子载波的个数， N 为一帧符号的个数； $r[k, l]$ 表示时延多普勒域中的噪声； h_i 表示信道幅度增益，信道增益 h'_i 为

$$h'_i = h_i e^{-j2\pi v_i \tau_i} \quad (4)$$

3 导频资源节省的OMP算法(PRS-OMP)

3.1 算法理论分析

在式(3)给出的SISO-OTFS输入输出关系的基础上，令导频符号单独成帧作为发送信号，将其用矩阵形式重写为

$$\mathbf{y}_p^T = \mathbf{h}'_p \mathbf{X}_p + \mathbf{r}_p^T \quad (5)$$

其中， \mathbf{y}_p^T 为导频信号接收矩阵，大小为 $1 \times M_p N_p$ ； \mathbf{h}'_p 为信道增益矩阵，大小为 $1 \times M_p N_p$ ； \mathbf{r}_p^T 是 $1 \times M_p N_p$ 大小的噪声矩阵； M_p 为最大时延离散量 $\alpha_{\max} + 1$ ， N_p 为最大多普勒频移离散量 $\beta_{\max} + 1$ ，路径数 $P \leq M_p N_p$ 。由于分辨率的不同，这里 $\tau_i = \frac{\alpha'_i}{M_p \Delta f}$ $v_i = \frac{\beta'_i}{N_p T}$ 。所以多普勒频移离散量 $[0, \beta'_{\max}]$ 和时延离散量 $[0, \alpha'_{\max}]$ 所有组合的数量为 $M_p N_p$ 的一部分。 \mathbf{X}_p 为式(3)所得到的导频信号发送矩阵，大小为 $M_p N_p \times M_p N_p$ ，其第 j 列($j = k + N_p l$, $j = 0, \dots, M_p N_p - 1$)如式(6)所示

$$\mathbf{X}_p [j] = \left[x_{(k-0)_{N_p}+N_p(l-0)_{M_p}}, x_{(k-1)_{N_p}+N_p(l-0)_{M_p}}, \dots, x_{(k-\beta_{\max})_{N_p}+N_p(l-\alpha_{\max})_{M_p}} \right]^T \quad (6)$$

当路径数量 $P = M_p N_p$ 时, 矩阵 \mathbf{X}_p 是具有循环块的块循环矩阵, 如式(7)所示, \mathbf{X}_p 具有 M_p 个循环块, 每个循环块的大小为 $N_p \times N_p$, 通过循环移位以形成块循环矩阵。在式(7)中, $x_q^{(l)}$ 表示第 l 块的第 q 个元素, 其中 $q = 0, \dots, N_p - 1$ 并且 $l = 0, \dots, M_p - 1$ 。

$$\mathbf{X}_p = \begin{bmatrix} \begin{array}{c|c|c} x_0^{(0)} x_1^{(0)} \dots x_{N_p-1}^{(0)} & x_0^{(1)} x_1^{(1)} \dots x_{N_p-1}^{(1)} & x_0^{(M_p-1)} x_1^{(M_p-1)} \dots x_{N_p-1}^{(M_p-1)} \\ x_{N_p-1}^{(0)} x_0^{(0)} \dots x_{N_p-2}^{(0)} & x_{N_p-1}^{(1)} x_0^{(1)} \dots x_{N_p-2}^{(1)} & x_{N_p-1}^{(M_p-1)} x_0^{(M_p-1)} \dots x_{N_p-2}^{(M_p-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_1^{(0)} x_2^{(0)} \dots x_0^{(0)} & x_1^{(1)} x_2^{(1)} \dots x_0^{(1)} & x_1^{(M_p-1)} x_2^{(M_p-1)} \dots x_0^{(M_p-1)} \end{array} \\ \hline \begin{array}{c|c|c} x_0^{(M_p-1)} x_1^{(M_p-1)} \dots x_{N_p-1}^{(M_p-1)} & x_0^{(0)} x_1^{(0)} \dots x_{N_p-1}^{(0)} & x_0^{(M_p-2)} x_1^{(M_p-2)} \dots x_{N_p-1}^{(M_p-2)} \\ x_{N_p-1}^{(M_p-1)} x_0^{(M_p-1)} \dots x_{N_p-2}^{(M_p-1)} & x_{N_p-1}^{(0)} x_0^{(0)} \dots x_{N_p-2}^{(0)} & x_{N_p-1}^{(M_p-2)} x_0^{(M_p-2)} \dots x_{N_p-2}^{(M_p-2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_1^{(M_p-1)} x_2^{(M_p-1)} \dots x_0^{(M_p-1)} & x_1^{(0)} x_2^{(0)} \dots x_0^{(0)} & x_1^{(M_p-2)} x_2^{(M_p-2)} \dots x_0^{(M_p-2)} \end{array} \\ \hline \begin{array}{c|c|c} x_0^{(1)} x_1^{(1)} \dots x_{N_p-1}^{(1)} & x_0^{(2)} x_1^{(2)} \dots x_{N_p-1}^{(2)} & x_0^{(0)} x_1^{(0)} \dots x_{N_p-1}^{(0)} \\ x_{N_p-1}^{(1)} x_0^{(1)} \dots x_{N_p-2}^{(1)} & x_{N_p-1}^{(2)} x_0^{(2)} \dots x_{N_p-2}^{(2)} & x_{N_p-1}^{(0)} x_0^{(0)} \dots x_{N_p-2}^{(0)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_1^{(1)} x_2^{(1)} \dots x_0^{(1)} & x_1^{(2)} x_2^{(2)} \dots x_0^{(2)} & x_1^{(0)} x_2^{(0)} \dots x_0^{(0)} \end{array} \end{bmatrix} \quad (7)$$

由式(5)可以看出, 此时, 对于OTFS系统信道参数的估计问题就转化为了对接收序列向量 \mathbf{y}_p^T 的分解问题, 即求 \mathbf{X}_p 的系数 \mathbf{h}_p' 的问题。由此得到 PRS-OMP 信道估计算法的步骤如表1所示。

根据 PRS-OMP 信道估计算法估计出的稀疏向量 \mathbf{h}_p' , 其中有 P 个非零值, 非零值的位置即存在信道增益的通道。根据非零值的位置可以确定导频时延离散量 α'_i 和多普勒频移离散量 β'_i , 因为 \mathbf{X}_p 的每一行的时延离散量和多普勒频移离散量代表 $[0, \beta_{\max}]$ 和 $[0, \alpha_{\max}]$ 的排列组合。如 \mathbf{X}_p 第1行 $(\alpha'_i, \beta'_i) = (0, 0)$, 第2行 $(\alpha'_i, \beta'_i) = (0, 1)$, 最后1行 $(\alpha'_i, \beta'_i) = (\alpha_{\max}, \beta_{\max})$ 。通过导频帧和数据帧分辨率的转换, 可以求出数据帧通过时延多普勒信道时的时延离散量 α_i 和多普勒频移离散量 β_i , 根据式(4)最后可以确定系数 h_i 。PRS-OMP 信道估计算法相比于传统 OMP 信道估计算法降低导频资源的效率如式(8)所示

$$\eta = (M_p^2 N_p^2) / (M^2 N^2) \quad (8)$$

3.2 仿真分析

如图2所示, 本文针对3个不同 OTFS 系统在经过 PRS-OMP 信道估计及文献[20]中的 OMP 信道估计后分别进行误码率性能分析, 3个系统参数由表2

列出。多普勒频移依据 Jakes 公式随机生成: $v_i = v_{\max} \cos(\theta_i)$, v_{\max} 代表移动最大速度, θ_i 在 $[-\pi, \pi]$ 均匀分布。

表2中 M, N 的取值方法为: 首先, 根据最大速度能够求出最大多普勒频移; 通过确定最大时延 τ_{\max} 和最大多普勒频移 v_{\max} 并设计好一帧符号的时间 T_1 ; 若要减小多普勒频移和时延扩展的干扰, 须要满足 $v_{\max} < \Delta f < 1/\tau_{\max}$, 以此确定子载波间隔 Δf 。然后, 根据带宽 B 和 Δf 确定子载波的个数 M , 取 $M = B/\Delta f$, 再根据 T_1 和 Δf 确定符号的个数 N , 取 $N = T_1 \Delta f$ 。表中3个系统的子载波间隔均为 3.75 kHz, 最大时延统一是 1/7500 s; 系统1和系统2的最大多普勒频移为 1.875 kHz, 系统3的最大多普勒频移为 0.9375 kHz。经过计算系统1~3的 (M_p, N_p) 分别为 (2, 2), (3, 2) 和 (3, 2)。

由图2中3个系统 BER 曲线可以发现, 增大 OTFS 数据帧的大小可以提高 BER 性能。另外系统3的 BER 下限远低于系统1和系统2的下限, 并且系统3的 BER 曲线以更大的斜率下降以满足其下限; 此外, 3个系统仿真结果和表2都表明, PRS-OMP 信道估计算法可以在保证相似信道估计准确度的前提下, 利用更少的导频符号估计信道参数; 最后, 发

表1 本文PRS-OMP信道估计算法步骤

步骤	操作	描述
1	初始化	传感矩阵 \mathbf{X}_p^T , 采样向量 \mathbf{y}_p^T , 残差能量阈值为 ϵ (足够小); 残差 $\mathbf{r}_0 = \mathbf{y}_p^T$, 索引集 $\Lambda_0 = \varphi$ (空集), $t = 1$
2	时延多普勒路径匹配	找出残差 \mathbf{r} 和传感矩阵 \mathbf{X}_p^T 列向量内积中最大值所对应的脚标 $\lambda_t = \arg \max_{j=(1,\dots,N)} \langle \mathbf{r}_{t-1}, \mathbf{X}_p^T [j] \rangle $
3	记录路径, 并建立路径对应的传感矩阵列向量集合	更新索引集 $\Lambda_t = \Lambda_{t-1} \cup \{\lambda_t\}$, 记录找到的传感矩阵中的重建原子集合 $\mathbf{X}_{p,t}^T = [\mathbf{X}_{p,t-1}^T, \mathbf{X}_p^T [\lambda_t]]$
4	计算信道增益	由最小二乘 ^[21] 得到 $\hat{\mathbf{h}}'_{p,t} = \arg \min \ \mathbf{y}_p^T - \mathbf{X}_{p,t}^T \hat{\mathbf{h}}'_{p,t}\ _2$
5	更新残差	$\mathbf{r}_t = \mathbf{y}_p^T - \mathbf{X}_{p,t}^T \hat{\mathbf{h}}'_{p,t}, t = t + 1$
6	判断迭代条件	判断是否满足 $\ \mathbf{r}_t\ _2 \leq \epsilon$, 若满足, 则停止迭代; 若不满足, 则执行步骤2
7	输出对应路径的信道增益	输出: $\hat{\mathbf{h}}'_p$ 的 P -稀疏的逼近 $\hat{\mathbf{h}}'_{p,t}$

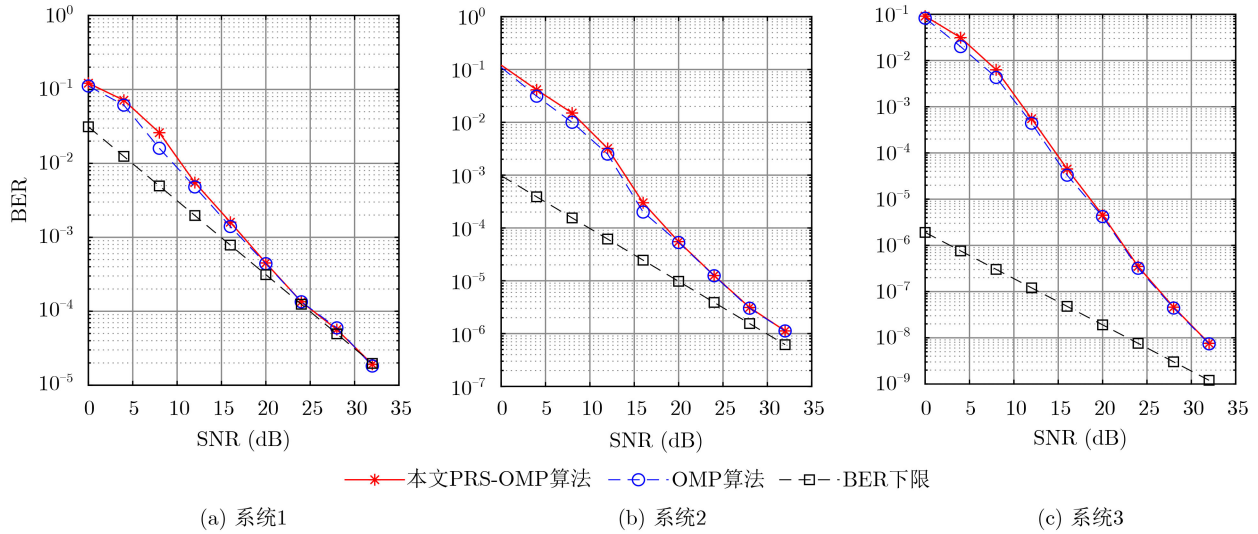


图2 两种信道估计算法下OTFS BER性能对比

表2 仿真参数设置

系统	载波频率(GHz)	子载波间隔(kHz)	M	N	路径数 P	调制方式	最大速度(km/h)	PRS-OMP降导频资源率(%)
系统1	4	3.75	2	2	4	BPSK	506.250	100.00
系统2	4	3.75	4	2	4	BPSK	506.250	56.25
系统3	4	3.75	4	4	4	BPSK	253.125	14.06

现3个系统渐进分集阶数均为1, 所以本文将通过提高系统的分集阶数来提高信道估计的准确性和改善误码率性能。

4 相位旋转的PRS-OMP算法

4.1 相位旋转理论分析

为了分析出OTFS系统分集特性, 将由式(3)得到的数据发送矩阵 \mathbf{X}_i 中的符号做归一化处理, 使符号平均功率为1。 \mathbf{X}_i 经过时延多普勒信道后解调检测得到 \mathbf{X}_j , \mathbf{X}_i 和 \mathbf{X}_j 是一一对应关系。文献[22]指出 \mathbf{X}_i 和 \mathbf{X}_j 之间的成对错误概率(Pairwise Error Probability, PEP)为

$$P(\mathbf{X}_i \rightarrow \mathbf{X}_j) \leq \prod_{l=1}^r \frac{1}{1 + \frac{\zeta \lambda_l^2}{4P}} \quad (9)$$

其中, 信噪比 $\zeta = 1/N_0$, N_0 为噪声单边功率谱密度。 λ_l 为 $\Delta_{ij} = (\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j)$ 的秩。信道增益 h' 服从 $CN(0, 1/P)$ 分布, P 为路径的个数。高信噪比下, 式(9)可以简化为式(10)

$$P(\mathbf{X}_i \rightarrow \mathbf{X}_j) \leq \frac{1}{\zeta^r \prod_{l=1}^r \frac{\lambda_l^2}{4P}} \quad (10)$$

其中, SNR项 ζ 的指数为 r , 也就是差矩阵 Δ_{ij} 的

秩。对于所有 $ij, i \neq j$ 时, 总误码率(BER)由 r 为最小的PEP决定。因此, 由 ρ 表示的单输入单输出的OTFS分集阶数为

$$\rho = \min_{i \neq j} \text{rank}(\mathbf{\Delta}_{ij}) \quad (11)$$

其中, $\mathbf{\Delta}_{ij} = (\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j)$ 秩的最小值为1, 因此, 带有ML检测的OTFS系统的渐近分集阶数为1。

当使用BPSK调制, 最大似然法检测(Maximum Likelihood, ML)时, 通过对满足差分矩阵 $\mathbf{\Delta}_{ij} = (\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j)$ 秩等于1的 \mathbf{X}_i 和 \mathbf{X}_j 所对应的PEP进行求和, 得到了误码率的下界

$$\text{BER} \geq \frac{1}{2^{MN}} \sum_{k=1}^K P(\mathbf{X}_i \rightarrow \mathbf{X}_j) \quad (12)$$

其中, K 为 $\mathbf{\Delta}_{ij}$ 秩为1的数量。当 $\mathbf{\Delta}_{ij}$ 有秩为1时, 它只有一个非零奇异值(λ_1), 可以计算为 $\sqrt{4PMN}$ 。代入文献[18]中式(29), PEP可以简化为

$$P(\mathbf{X}_i \rightarrow \mathbf{X}_j) = \text{E} \left[Q \left(\sqrt{2\zeta PMN} |\tilde{h}_1|^2 \right) \right] \quad (13)$$

其中, \tilde{h}_1 服从复高斯 $\text{CN}(0, 1/P)$ 分布, Q 函数为标准正态分布的右尾函数。可以将式(13)简化为等式

$$P(\mathbf{X}_i \rightarrow \mathbf{X}_j) = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{MN}{MN + \zeta^{-1}}} \right) \quad (14)$$

将式(14)代入式(12), 得到OTFS系统BER的下限[22]

$$\text{BER} \geq \frac{K}{2^{MN}} \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{MN}{MN + \zeta^{-1}}} \right) \quad (15)$$

需要说明的是, 若要式(15)等号成立, 则式(12)等号也须成立。式(12)由式(10)和式(11)得出。当式(10)中信噪比 ζ 很大时, 秩 r 的增大会使式(10)取值更小, 也就是秩较大时对BER的影响将会更小, 此时, 总误码率(BER)将由 r 为最小值时的PEP所决定, 从而, 式(12)和式(15)在高信噪比时等号成立。

因为OTFS系统的分集阶数取决于在所有符号矩阵对差分矩阵 $\mathbf{\Delta}_{ij} = (\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j)$ 的最小秩, 所以本文利用一种相位旋转方案增大差分矩阵的最小秩来提高系统的分集阶数, 从而降低信道的噪声干扰, 提高信道估计的准确度和改善误码率性能。

令相位旋转因子矩阵 $\mathbf{\Phi} = \text{diag} \left\{ \varphi_0^{(0)}, \dots, \varphi_{N-1}^{(0)}, \varphi_0^{(1)}, \dots, \varphi_{N-1}^{(1)}, \dots, \varphi_{N-1}^{(M-1)} \right\}$, 得到式(16)

$$\mathbf{x}' = \mathbf{\Phi} \mathbf{x} = \left[\varphi_0^{(0)} x_0^{(0)}, \varphi_{N-1}^{(0)} x_{N-1}^{(0)}, \varphi_0^{(1)} x_0^{(1)}, \dots, \varphi_{N-1}^{(1)} x_{N-1}^{(1)}, \dots, \varphi_{N-1}^{(M-1)} x_{N-1}^{(M-1)} \right]^T \quad (16)$$

其中, $x_n^{(m)}, n = 0, 1, \dots, N-1, m = 0, 1, \dots, M-1$ 表

示第 n 行第 m 列的发送符号。 $\varphi_n^{(m)} = e^{j\alpha_n^{(m)}}$ 表示第 n 行第 m 列发送符号相位旋转因子。

令 $\mathbf{x}'_i = \mathbf{\Phi} \mathbf{x}_i$ 和 $\mathbf{x}'_j = \mathbf{\Phi} \mathbf{x}_j$ 是OTFS系统传输的两个相位旋转矢量。 \mathbf{X}'_i 和 \mathbf{X}'_j 表示式(9)中 $\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_j$ 经过相位旋转后的符号矩阵, $\mathbf{\Delta}'_{ij} = (\mathbf{X}'_i - \mathbf{X}'_j)$ 。由于 $\mathbf{\Delta}'_{ij}$ 是具有循环块的块循环矩阵, 因此可以用 $\mathbf{F}_M \otimes \mathbf{F}_N$ 对角化

$$\mathbf{\Delta}'_{ij} = (\mathbf{F}_M \otimes \mathbf{F}_N)^H \mathbf{D} (\mathbf{F}_M \otimes \mathbf{F}_N) \quad (17)$$

其中, \mathbf{F}_M 和 \mathbf{F}_N 表示 $M \times M$ 和 $N \times N$ 大小的DFT矩阵, \otimes 表示克罗内克积(Kronecker)乘积。 \mathbf{D} 是一个 $MN \times MN$ 的对角矩阵, 其项是 $\mathbf{\Delta}'_{ij}$ 的特征值, 由式(18)给出

$$\mathbf{D} = \sum_{m=0}^{M-1} \mathbf{\Omega}_M^m \otimes \mathbf{A}^{(m)} \quad (18)$$

其中, $\mathbf{\Omega}_M = \text{diag} \{1, \omega, \omega^2, \dots, \omega^{M-1}\}$, 其中 $\omega = e^{j2\pi/M}$, 并且 $\mathbf{A}^{(m)}$ 是块循环矩阵 $\mathbf{\Delta}'_{ij}$ 第 m 个循环块 $\mathbf{\Delta}'_{ij}^{(m)}$ 特征值的对角矩阵。设 $\lambda_q^{(m)}$ 表示 $\mathbf{\Delta}'_{ij}^{(m)}$ 的第 q 个特征值, $\mu_0, \mu_1, \dots, \mu_{MN-1}$ 表示 $\mathbf{\Delta}'_{ij}$ 的特征值。式(18)中, $\mathbf{\Delta}'_{ij}$ 的第 k 个特征值 μ_k 由式(19)给出

$$\mu_k = \sum_{m=0}^{M-1} \lambda_q^{(m)} \omega^{\eta m} \quad (19)$$

其中, $q = k - \left\lfloor \frac{k}{N} \right\rfloor N, \eta = \left\lfloor \frac{k}{N} \right\rfloor$, $\lambda_q^{(m)}$ 是 $\mathbf{\Delta}'_{ij}^{(m)}$ 的第 q 个特征值, 见式(20)

$$\lambda_q^{(m)} = \sum_{n=0}^{N-1} \varphi_n^{(m)} \delta_n^{(m)} e^{-j2\pi q n / N} \quad (20)$$

将式(20)代入式(19)

$$\begin{aligned} \mu_k &= \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} \varphi_n^{(m)} \delta_n^{(m)} e^{-j2\pi q n / N} \omega^{\eta m} \\ &= \sum_{m=0}^{M-1} \left\{ \varphi_0^{(m)} \delta_0^{(m)} + \varphi_1^{(m)} \delta_1^{(m)} e^{-j2\pi q / N} + \dots \right. \\ &\quad \left. + \varphi_{N-1}^{(m)} \delta_{N-1}^{(m)} e^{-j2\pi q (N-1) / N} \right\} \omega^{\eta m} \quad (21) \end{aligned}$$

这里 $\delta_n^{(m)} = x_{i,n}^{(m)} - x_{j,n}^{(m)}$, 对应于式(7)中的表示方法。式(21)进一步简化最终得到式(22)

$$\begin{aligned} \mu_k &= \varphi_0^{(0)} \delta_0^{(0)} + \varphi_1^{(0)} \delta_1^{(0)} e^{-j2\pi q / N} + \dots \\ &\quad + \varphi_{N-1}^{(0)} \delta_{N-1}^{(0)} e^{-j2\pi q (N-1) / N} + \varphi_0^{(1)} \delta_0^{(1)} \omega^\eta + \dots \\ &\quad + \varphi_{N-1}^{(1)} \delta_{N-1}^{(1)} e^{-j2\pi q (N-1) / N} \omega^\eta + \dots \\ &\quad + \varphi_0^{(M-1)} \delta_0^{(M-1)} \omega^{\eta(M-1)} + \dots \\ &\quad + \varphi_{N-1}^{(M-1)} \delta_{N-1}^{(M-1)} e^{-j2\pi q (N-1) / N} \omega^{\eta(M-1)} \quad (22) \end{aligned}$$

通过林登曼定理(Lindenmann)[23], 可以得到

式(23)。该定理指出，如果 a_1, a_2, \dots, a_m 是不同的代数数，并且 c_1, c_2, \dots, c_m 是代数数且不全为零，则

$$c_1 e^{a_1} + c_2 e^{a_2} + \dots + c_m e^{a_m} \neq 0 \quad (23)$$

由式(23)可以发现 $\delta_n^{(m)} e^{-j2\pi qn/N} \omega^{nm}$ 全部是代数数。因此，式(23)和式(22)相比，如果相位旋转因子 $\varphi_n^{(m)} = e^{ja_n^{(m)}}$ 中 $a_n^{(m)}$ 满足全是实数、互不相同和代数数的条件，则 μ_k 不为零，进而 Δ'_{ij} 所有的特征值不为零，使 Δ'_{ij} 满秩(秩为路径数 P)，所以OTFS系统经过相位旋转可以在延迟多普勒域中实现路径数 P 的分集阶数。

4.2 仿真分析

为了评估相位旋转前后的信道估计的准确度，本文通过MATLAB仿真得到信道估计参数的均方误差(MSE)和系统误码率(BER)。图3给出了不同导频开销约束下经过相位旋转和未经过相位旋转的OTFS系统的信道估计MSE曲线，信噪比都取20 dB。可以发现本文利用的经过相位旋转的PRS-OMP信道估计方案在所有导频开销下都优于未经过相位旋转之前的方案，这是因为经过相位旋转的

信道估计方案能降低信道的噪声干扰，从而提高了信道估计的准确度。

图4为3个不同的OTFS系统在相位旋转前后误码率随信噪比变化曲线，3个系统参数如表2所示。3个系统都使用相同的相位旋转矩阵 $\Phi = \text{diag}\{1, e^{j/MN}, \dots, e^{j(MN-1)/MN}\}$ 。

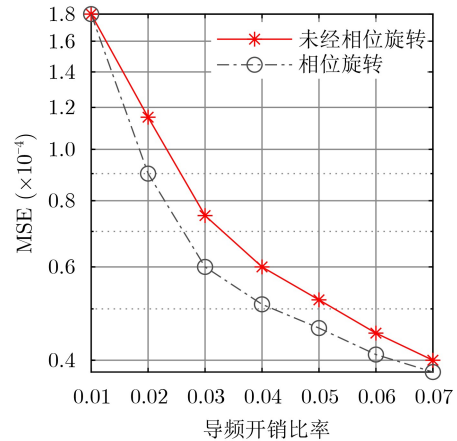


图3 相位旋转前后不同导频开销下的MSE

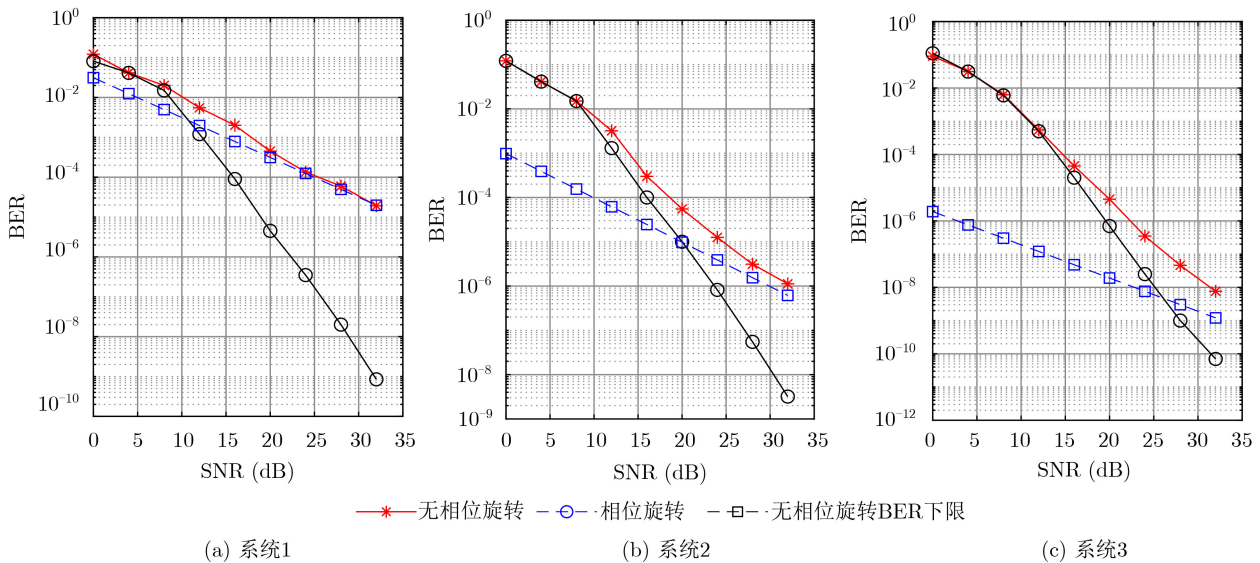


图4 OTFS系统相位旋转前后误码率性能对比

从图4观察到3个没有经过相位旋转的系统的分集阶数是1，经过相位旋转的OTFS系统分集阶数为 $P=4$ ，3个OTFS系统经过相位旋转后显著改善了误码率性能。最后通过比较发现，随着一帧符号数目的增加，虽然误码率性能得到改善，但信噪比相同时经过相位旋转后误码率改善的程度会降低，这是因为不同系统的编码增益不同，因此可以优化相位旋转矩阵中的相位，进一步提高系统实现的编码增益。

5 结束语

本文在OMP算法基础上，提出降低导频占用资源的OTFS信道估计算法PRS-OMP。该算法通过综合考虑双色散信道中最大时延和最大多普勒频移，利用压缩感知原理估算各个路径的时延、多普勒频移和信道增益。最后利用一种OTFS相位旋转方案通过提高差矩阵的秩对PRS-OMP算法进行优化。仿真结果表明，经过相位旋转的PRS-OMP算法提高了信道估计准确度和分集阶数，改善了系统

误码率性能。然而, 本文的仿真环境设置较为理想化, 只考虑了整数多普勒频移, 未考虑分数多普勒频移对OTFS信道估计性能的影响, 下一步可对分数多普勒频移影响下的OTFS信道估计进行研究, 并扩展至MIMO系统中上下行链路的信道估计。

参考文献

- [1] FARHANG A, REZAZADEHREYHANI A, DOYLE L E, et al. Low complexity modem structure for OFDM-based orthogonal time frequency space modulation[J]. *IEEE Wireless Communications Letters*, 2018, 7(3): 344–347. doi: [10.1109/LWC.2017.2776942](https://doi.org/10.1109/LWC.2017.2776942).
- [2] 杨若男, 张伟涛, 楼顺天. 基于平行因子分析的SIMO-OFDM系统盲信道与符号联合估计算法[J]. *电子与信息学报*, 2019, 41(3): 551–555. doi: [10.11999/JEIT180432](https://doi.org/10.11999/JEIT180432).
YANG Ruonan, ZHANG Weitao, and LOU Shuntian. Joint blind channel estimation and symbols detection for SIMO-OFDM systems based on PARAFAC[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2019, 41(3): 551–555. doi: [10.11999/JEIT180432](https://doi.org/10.11999/JEIT180432).
- [3] JEON W G, CHANG K H, and CHO Y S. An equalization technique for orthogonal frequency-division multiplexing systems in time-variant multipath channels[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 1999, 47(1): 27–32. doi: [10.1109/26.747810](https://doi.org/10.1109/26.747810).
- [4] CAI Xiaodong and GIANNAKIS G B. Bounding performance and suppressing intercarrier interference in wireless mobile OFDM[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2003, 51(12): 2047–2056. doi: [10.1109/TCOMM.2003.820752](https://doi.org/10.1109/TCOMM.2003.820752).
- [5] SCHNITER P. Low-complexity equalization of OFDM in doubly selective channels[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2004, 52(4): 1002–1011. doi: [10.1109/TSP.2004.823503](https://doi.org/10.1109/TSP.2004.823503).
- [6] DAS S and SCHNITER P. Max-SINR ISI/ICI-shaping multicarrier communication over the doubly dispersive channel[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(12): 5782–5795. doi: [10.1109/TSP.2007.901660](https://doi.org/10.1109/TSP.2007.901660).
- [7] CHOI Y S, VOLTZ P J, and CASSARA F A. On channel estimation and detection for multicarrier signals in fast and selective Rayleigh fading channels[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2001, 49(8): 1375–1387. doi: [10.1109/26.939860](https://doi.org/10.1109/26.939860).
- [8] MOLISCH A F, TOELTSCH M, and VERMANI S. Iterative methods for cancellation of intercarrier interference in OFDM systems[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2007, 56(4): 2158–2167. doi: [10.1109/TVT.2007.897628](https://doi.org/10.1109/TVT.2007.897628).
- [9] FANG Kun, RUGINI L, and LEUS G. Low-complexity block turbo equalization for OFDM systems in time-varying channels[C]. 2007 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), Honolulu, USA, 2008: 5555–5566. doi: [10.1109/ICASSP.2007.366568](https://doi.org/10.1109/ICASSP.2007.366568).
- [10] ZHAO Yuping and HAGGMAN S G. Intercarrier interference self-cancellation scheme for OFDM mobile communication systems[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2001, 49(7): 1185–1191. doi: [10.1109/26.935159](https://doi.org/10.1109/26.935159).
- [11] SEATON K A and ARMSTRONG J. Polynomial cancellation coding and finite differences[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2000, 46(1): 311–313. doi: [10.1109/18.817533](https://doi.org/10.1109/18.817533).
- [12] KOZEK W and MOLISCH A F. Nonorthogonal pulseshapes for multicarrier communications in doubly dispersive channels[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 1998, 16(8): 1579–1589. doi: [10.1109/49.730463](https://doi.org/10.1109/49.730463).
- [13] LIU Ke, KADOUS T, and SAYEED A M. Orthogonal time-frequency signaling over doubly dispersive channels[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2004, 50(11): 2583–2603. doi: [10.1109/TIT.2004.836931](https://doi.org/10.1109/TIT.2004.836931).
- [14] WANG Zhaohui, ZHOU Shengli, GIANNAKIS G B, et al. Frequency-domain oversampling for zero-padded OFDM in underwater acoustic communications[J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2012, 37(1): 14–24. doi: [10.1109/JOE.2011.2174070](https://doi.org/10.1109/JOE.2011.2174070).
- [15] XIA Xianggen. Precoded and vector OFDM robust to channel spectral nulls and with reduced cyclic prefix length in single transmit antenna systems[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2001, 49(8): 1363–1374. doi: [10.1109/26.939855](https://doi.org/10.1109/26.939855).
- [16] EBIHARA T and LEUS G. Doppler-resilient orthogonal signal-division multiplexing for underwater acoustic communication[J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2016, 41(2): 408–427. doi: [10.1109/JOE.2015.2454411](https://doi.org/10.1109/JOE.2015.2454411).
- [17] EBIHARA T and MIZUTANI K. Underwater acoustic communication with an orthogonal signal division multiplexing scheme in doubly spread channels[J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2014, 39(1): 47–58. doi: [10.1109/JOE.2013.2245273](https://doi.org/10.1109/JOE.2013.2245273).
- [18] 崔维嘉, 张鹏, 巴斌. 基于贝叶斯自动相关性确定的稀疏重构正交频分复用信号时延估计算法[J]. *电子与信息学报*, 2019, 41(10): 2318–2324. doi: [10.11999/JEIT181181](https://doi.org/10.11999/JEIT181181).
CUI Weijia, ZHANG Peng, and BA Bin. Sparse reconstruction OFDM delay estimation algorithm based on bayesian automatic relevance determination[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2019, 41(10):

- 2318–2324. doi: [10.11999/JEIT181181](https://doi.org/10.11999/JEIT181181).
- [19] 叶新荣, 朱卫平, 张爱清, 等. OFDM系统双选择性慢衰落信道的压缩感知估计[J]. 电子与信息学报, 2015, 37(1): 169–174. doi: [10.11999/JEIT140247](https://doi.org/10.11999/JEIT140247).
YE Xinrong, ZHU Weiping, ZHANG Aiqing, *et al.* Compressed sensing based on doubly-selective slow-fading channel estimation in OFDM systems[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2015, 37(1): 169–174. doi: [10.11999/JEIT140247](https://doi.org/10.11999/JEIT140247).
- [20] SHEN Wenqian, DAI Linglong, AN Jianping, *et al.* Channel estimation for Orthogonal Time Frequency Space (OTFS) massive MIMO[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2019, 67(16): 4204–4217. doi: [10.1109/TSP.2019.2919411](https://doi.org/10.1109/TSP.2019.2919411).
- [21] 黄敏, 李兵兵. 基于整体最小二乘的联合信道估计及OFDM信号检测算法[J]. 电子与信息学报, 2014, 36(6): 1448–1453. doi: [10.3724/SP.J.1146.2013.01327](https://doi.org/10.3724/SP.J.1146.2013.01327).
HUANG Min and LI Bingbing. Joint channel estimation and OFDM signals detection based on total least square[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2014, 36(6): 1448–1453. doi: [10.3724/SP.J.1146.2013.01327](https://doi.org/10.3724/SP.J.1146.2013.01327).
- [22] SURABHI G D, AUGUSTINE R M, and CHOCKALINGAM A. On the diversity of uncoded OTFS modulation in doubly-dispersive channels[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2019, 18(6): 3049–3063. doi: [10.1109/TWC.2019.2909205](https://doi.org/10.1109/TWC.2019.2909205).
- [23] DAMEN M O, TEWFIK A, and BELFLORE J C. A construction of a space-time code based on number theory[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2002, 48(3): 753–760. doi: [10.1109/18.986032](https://doi.org/10.1109/18.986032).

蒋占军：男，1975年生，教授，研究方向为通信与信息系统。

刘庆达：男，1997年生，硕士生，研究方向为无线通信系统。

责任编辑：马秀强