

脉冲噪声下基于相关熵的相干分布源DOA估计新方法

蔡睿妍 杨力* 钱杨

(大连大学信息工程学院 大连 116622)

(大连大学通信与网络重点实验室 大连 116622)

摘要: 针对复杂电磁环境下被动无线监测定位问题, 该文提出广义相关熵的概念, 推导了广义相关熵的性质, 用以抑制阵列输出信号中的脉冲噪声。为了实现脉冲噪声环境下相干分布源中心DOA和扩散角的联合估计, 提出基于广义相关熵的DOA估计新方法, 并证明了该方法的有界性。为进一步提升算法的鲁棒性, 推导了一种仅依赖阵列输出信号的自适应核函数。仿真结果表明, 该算法能够实现脉冲噪声环境下相干分布源参数的联合估计, 相比已有算法, 具有更高的估计精度和鲁棒性。

关键词: 分布源; 相关熵; Alpha稳定分布; DOA估计

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2020)11-2600-07

DOI: 10.11999/JEIT200325

A Novel DOA Estimation Method for Coherently Distributed Sources Based on Correntropy in the Impulsive Noise

CAI Ruiyan YANG Li QIAN Yang

(College of Information Engineering, Dalian University, Dalian 116622, China)

(Key Laboratory of Communication and Network, Dalian University, Dalian 116622, China)

Abstract: To solve the problem of passive wireless monitoring and positioning in complex electromagnetic environments, a generalized auto-correntropy for suppressing the impulsive noise in the array output signals is proposed and its properties are derived. To obtain the estimates of both central Direction Of Arrival (DOA) and angular spread for coherently distributed sources in the impulsive noise, a novel DOA estimation method based on the generalized auto-correntropy is proposed, and its boundedness is proved. To improve the robustness of the proposed algorithm, a new adaptive kernel function, which only depends on the array output signals, is also derived. The simulation results show that the proposed algorithm can obtain the joint estimation for coherently distributed sources under impulsive noise environments, and has higher estimation accuracy and robustness than existing algorithms.

Key words: distributed sources; correntropy; Alpha-stable distribution; Direction Of Arrival (DOA) estimation

1 引言

作为阵列信号处理领域研究的热点问题, 波达方向(Direction Of Arrival, DOA)估计受到了广泛关注, 并出现了一系列算法。这些算法在雷达、声呐、无线通信以及麦克风阵列系统中得到了广泛应用^[1-4]。作为常规DOA估计到超分辨率DOA估计的里程碑, Schmidt首次基于特征子空间的概念提出了多重信号分类(MULTIPLE Signal Classification,

MUSIC)算法^[5]。MUSIC算法建立在高斯噪声假设基础之上, 且对快拍数有较高的要求。近年来的研究表明, 低频大气噪声、海浪和山脉的不连续性, 使阵列输出信号表现出明显的脉冲特性^[6], 这些类型的信号和噪声通常会对高斯假设下子空间类DOA估计算法的性能造成极大的影响^[7,8]。与高斯噪声相比, 脉冲噪声的幅度相对于平均值会产生较大的偏移, 因此, 具有重“拖尾”特性的Alpha稳定分布(Alpha-stable distribution)可以有效地对脉冲噪声进行描述。由于脉冲噪声不存在有限2阶矩, 因此常规子空间类算法无法有效地实现DOA估计。Taskalides等人^[9]对Alpha稳定分布脉冲噪声进行了深入分析, 提出分数低阶统计量(Fractional Lower Order Statistics, FLOS)理论。以该理论为基础,

收稿日期: 2020-04-28; 改回日期: 2020-10-19; 网络出版: 2020-10-26

*通信作者: 杨力 yangli945@126.com

基金项目: 国家自然科学基金(61671105, 61901080)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61671105, 61901080)

先后提出了基于分数低阶矩(Fractional Lower Order Moment, FLOM)的FLOM-MUSIC算法^[10]和基于相位分数低阶矩(Phased FLOM, PFLOM)的PFLOM-MUSIC算法^[11], 用于脉冲噪声环境下的DOA估计。由于相关熵能够度量随机变量的局部相似性, 因此常用来检测和抑制随机变量中包含的异常值^[12]。文献^[13]提出了基于相关熵的相关(Coreentropy based Correlation, CRCO), 并将其与MUSIC算法相结合, 提出了CRCO-MUSIC算法。上述算法虽然能够有效抑制信号中的脉冲噪声, 但基于分数低阶统计量的算法需要阵列的先验知识来设定分数阶参数, 基于相关熵的算法需要较多的数据采样来保证信号子空间和噪声子空间的正交性与独立性。

经典的DOA估计算法通常假设观测信号由点信源辐射获得, 这种假设可以有效降低DOA估计的复杂度。但随着人类社会的不断进步, 高层建筑迅速增多, 空间电磁环境越来越复杂, 在无线监测定位中, 除了少量的直达信号外, 大多数电磁波是通过反射、折射甚至衍射的方式到达接收阵列, 因此能量在空间特定范围呈现一定的分散性。为使信源模型更好地逼近真实情况, 作为分布源DOA估计的里程碑, 1995年, Valaee等人^[14]提出了分布源的概念, 并依据时变信道的变化速率将其分为相干分布(Coherently Distributed, CD)源和非相干分布(Incoherently Distributed, ID)源, 理论上证明了分布源的能量集中在以中心DOA为中心, 以扩散角为半径的离散区域内, 实现了对分布源空间能量分布的精确建模, 并将点源模型下的DOA估计问题转化为分布源模型下中心DOA和扩散角的联合估计问题。在此基础上, 文献^[14,15]将子空间技术扩展到分布源, 提出了DSPE(Distributed Source Parameter Estimator)算法和DISPARE (Dispersed Signal PARAmetric Estimation)算法。但上述算法也建立在高斯噪声假设基础之上, 与MUSIC算法类似, 如果阵列输出信号中包含脉冲噪声, 该类算法的DOA估计性能将会显著下降^[13]。

为提高脉冲噪声环境下分布源DOA估计的精度和鲁棒性, 本文提出了广义相关熵的概念, 推导了不依赖任何先验知识的自适应核函数, 与DSPE方法相结合, 提出了一种适合于脉冲噪声的相干分布源DOA估计算法, 并证明了该算法的有界性。仿真实验结果表明, 脉冲噪声环境下, 本文算法针对相干分布源DOA估计的精度和鲁棒性均优于现有算法。

2 信号与噪声模型

2.1 Alpha稳定分布

Alpha稳定分布的概率密度函数存在重拖尾,

为脉冲噪声建模提供了一种更有效的理论工具。由于Alpha稳定分布的概率密度函数不存在统一的闭式表达式, 因此通常表示为特征函数的形式

$$\varphi(t) = \exp\{j\mu t - \gamma|t|^\alpha[1 + j\beta\text{sign}(t)\omega(t, \alpha)]\} \quad (1)$$

其中,

$$\omega(t, \alpha) = \begin{cases} \tan\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right), & \alpha \neq 1 \\ \frac{2}{\pi} \lg|t|, & \alpha = 1 \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{sign}(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t = 0 \\ -1, & t < 0 \end{cases} \quad (3)$$

式(1)中, $0 < \alpha \leq 2$ 为特征指数, 用来测量分布拖尾的厚度; $-1 \leq \beta \leq 1$ 为对称参数, 用来表征分布的斜度。当 $\beta = 0$ 时, 分布关于 μ 对称, 亦称对称Alpha稳定(Symmetric Alpha-Stable, SaS)分布; $\gamma > 0$ 为分散系数, 类似于高斯分布中的方差; $-\infty < \mu < +\infty$ 为位置参数, 当 α 在区间(0, 1)或(1, 2]时, μ 分别表征随机变量的中值或均值。特别地, 当 $\alpha = 2$ 时, SaS分布与高斯分布等价。

2.2 信号模型与DSPE算法

假设 L 个不相关的窄带独立相干分布源以角度 $\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_L\}$ 入射到包含 M 个阵元的均匀线性阵列(Uniform Linear Array, ULA), 相邻阵元间的距离为 d , 载波波长为 λ 。阵列接收到的信号矢量 $\mathbf{x}(t)$ 可以表示为

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{i=1}^L \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \mathbf{a}(\theta) s_i(\theta, \phi_i, t) d\theta + \mathbf{n}(t) \quad (4)$$

其中, $\mathbf{a}(\theta) = [1, \exp(-j2\pi d \sin \theta / \lambda), \dots, \exp(-j2\pi d (M-1) \sin \theta / \lambda)]^T$ 为 θ 方向来波的导向向量, $s_i(\theta, \phi_i, t)$ 为第 i 个分布源的角信号密度(Angular Signal Density), $\mathbf{n}(t)$ 为加性测量噪声, $\phi_i = [\vartheta_i, \varpi_i]$, ϑ_i 和 ϖ_i 分别表示第 i 个分布源的中心DOA和扩散角。

对于相干分布源, 角信号密度函数还可以写成如式(5)形式

$$s_i(\theta, \phi_i, t) = \eta_i(t) h(\theta, \phi_i) \quad (5)$$

其中, $\eta_i(t)$ 是一个随机变量, $h(\theta, \phi_i)$ 为角密度函数。

因此, 式(4)可重写为

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{i=1}^L \eta_i(t) \mathbf{b}(\phi_i) + \mathbf{n}(t) \quad (6)$$

其中, $\mathbf{b}(\phi_i)$ 为第 i 个相干分布源的广义导向向量

$$\mathbf{b}(\phi_i) = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \mathbf{a}(\theta) h(\theta, \phi_i) d\theta \quad (7)$$

不难看出, 广义导向向量 $\mathbf{b}(\phi_i)$ 是为了适应分布源信号模型对点源模型导向向量 $\mathbf{a}(\theta)$ 的积分修正。确定角信号密度函数通常被建模为高斯分布, 即

$$h(\theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\varpi}} \exp\left[-\frac{(\theta - \vartheta)^2}{2\varpi^2}\right] \quad (8)$$

因此, 当分布源扩散角较小时, 广义导向向量可以用如式(9)解析式近似表示^[14]

$$\mathbf{b}(\phi) \doteq \left\{ 1, \exp\left[-\frac{j2\pi d}{\lambda} \sin \vartheta - \frac{[2\pi d\varpi \cos \vartheta]^2}{2\lambda^2}\right], \dots, \exp\left[-\frac{j2\pi d(M-1)}{\lambda} \sin \vartheta - \frac{[2\pi d\varpi(M-1) \cos \vartheta]^2}{2\lambda^2}\right] \right\}^T \quad (9)$$

构建阵列输出信号 $\mathbf{x}(t)$ 的协方差矩阵 $\mathbf{R} = \mathbf{E}[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)]$, 并执行奇异值分解(Singular Value Decomposition, SVD), 可以获得对应 L 个较大特征值的信号子空间 V_s 和对应 $M-L$ 个较小特征值的噪声子空间 V_n 。通过构建2维空间谱, 可以获得相干分布源中心DOA和扩散角联合估计的表达式

$$\hat{\phi} = \arg \max_{\phi} \|\mathbf{b}^H(\phi)V_n\|^{-2} \quad (10)$$

上述即为DSPE算法的基本原理。

3 广义自相关熵

3.1 相关熵

Principle教授团队基于信息论学习(information theoretic learning)与核方法(kernel methods)对相关函数进行了推广, 进而提出了相关熵(correntropy)的概念^[12,16]。理论分析表明, 相关熵不仅能够反映信号的统计特性, 还能够反映信号的时间结构。

对于任意两个随机变量 X 和 Y , 相关熵定义为

$$V_{\sigma}(X, Y) = \mathbf{E}[\kappa_{\sigma}(X - Y)] \quad (11)$$

其中, $\kappa_{\sigma}(\cdot)$ 为满足Mercer条件的旋转不变核函数。

实际应用中, 由于随机变量的联合概率密度函数通常是未知的, 且难以估计, 因此仅能通过有限的观测样本 $\{(x_i, y_i)\}_{i=1}^N$ 获得相关熵的估计^[12]

$$\hat{V}_{\sigma}(X, Y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \kappa_{\sigma}(x_i - y_i) \quad (12)$$

核函数则通常选取为高斯函数

$$\kappa_{\sigma}(X - Y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(X-Y)^2}{2\sigma^2}} \quad (13)$$

其中, σ 为核长, N 为观测样本的快拍数。

3.2 广义自相关熵

从3.1节的讨论可知, 相关熵能够将随机变量限制在一定的范围内, 即提供了一个有效的异常值抑制机制, 但对子空间类DOA估计算法的脉冲噪声抑制存在一定的局限性。假设两个随机变量 X 和 Y , 如果 X 或 Y 中仅有一个随机变量服从SaS分布, 则相关熵 $V_{\sigma}(X, Y)$ 是一个趋近于零的常数, 因此从统计信号分析的观点来看, 相关熵可以有效地抑制 $X - Y$ 中的异常值。当 X 和 Y 均服从SaS分布时, $X - Y$ 的残差较小, 此时相关熵 $V_{\sigma}(X, Y)$ 趋近于 $1/(\sqrt{2\pi}\sigma)$, 并未实现对 $X - Y$ 中包含的异常值的鉴别和抑制。基于上述分析, 本文提出了广义自相关熵(Generalized Auto-Correntropy, GAC)的概念。

定义1 假设任意服从SaS分布的随机变量 X , 满足特征指数 $0 < \alpha \leq 2$, 则广义自相关熵定义为

$$V_{\sigma}^{\text{gs}}(X) = \mathbf{E}\{\kappa_{\sigma}[X - m(X)]\} \quad (14)$$

其中, $m(\cdot)$ 是观测数据中心趋势(central tendency)的描述函数, 一般取众数、均值或者中位数。综合考虑式(1)中Alpha稳定分布的特性, 此处选取 $m(\cdot)$ 为中位数运算。

如果选取高斯函数为核函数, 则可以推导出广义自相关熵具有以下性质:

(1) 广义自相关熵是正的, 且是有界的: $0 < V_{\sigma}(X, Y) \leq 1/(\sqrt{2\pi}\sigma)$, 当且仅当 $X = m(X)$ 时, 广义自相关熵取最大值 $1/(\sqrt{2\pi}\sigma)$ 。

(2) 采用泰勒级数对广义自相关熵展开, 可以获得表达式

$$V_{\sigma}^{\text{gs}}(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!2^n} \mathbf{E}\left\{\frac{[X - m(X)]^{2n}}{\sigma^{2n}}\right\} \quad (15)$$

可见, 广义自相关熵包含了随机变量 $X - m(X)$ 所有偶阶矩。

(3) 对于有限的观测样本 $\{x_i\}_{i=1}^N$, 可以通过式(16)估计广义自相关熵^[12]

$$\hat{V}_{\sigma}^{\text{gs}}(X) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{\infty} \kappa_{\sigma}[x - m(x)] \quad (16)$$

其中, $\hat{V}_{\sigma}^{\text{gs}}(X)$ 是 $V_{\sigma}^{\text{gs}}(X)$ 的一致估计。

4 基于广义自相关熵的DOA估计算法

4.1 算法原理

定义2 假设两个随机变量 X 和 Y 服从特征指数为 $0 < \alpha \leq 2$ 的SaS分布, 定义伪协方差矩阵 \mathbf{C} 为

$$\mathbf{C} = \mathbf{E}\{\kappa_{\sigma}[X - m(X)]\kappa_{\sigma}[Y - m(Y)]XY\} \quad (17)$$

与常规协方差矩阵 $\mathbf{C}' = \mathbf{E}\{XY\}$ 相比, 式(17)中增加了针对变量 $X - m(X)$ 和 $Y - m(Y)$ 的核函数,

其意义在于通过 $\kappa_\sigma[X - m(X)]$ 和 $\kappa_\sigma[Y - m(Y)]$ 抑制随机变量 X 和 Y 中的异常值。

定理1 假设两个随机变量 X 和 Y 服从特征指数为 $0 < \alpha \leq 2$ 的SaS分布，式(17)定义的伪协方差矩阵是有界的。

证明 对于服从SaS分布的任意随机变量 X 和 Y ，不失一般性，采用高斯函数作为核函数进行证明。式(17)可展开为

$$C = E\{\kappa_\sigma[X - m(X)]\kappa_\sigma[Y - m(Y)]XY\} = \frac{1}{2\pi\sigma^2} E\left\{e^{-\frac{[X-m(X)]^2}{2\sigma^2}} e^{-\frac{[Y-m(Y)]^2}{2\sigma^2}} XY\right\} \quad (18)$$

假设 $X \geq Y$ ，式(18)可进一步写为

$$C \leq \frac{1}{2\pi\sigma^2} E\left\{e^{-\frac{[X-m(X)]^2}{\sigma^2}} X^2\right\} = \frac{1}{2\pi\sigma^2} E\left\{e^{-\frac{X^2-2m(X)X+m^2(X)}{\sigma^2}} X^2\right\} \leq \frac{1}{2\pi\sigma^2} E\left\{e^{-\frac{X^2-2m(X)X}{\sigma^2}} X^2\right\} \quad (19)$$

由于 X 服从SaS分布，不妨设SaS分布的位置参数 $\mu = 0$ ，则SaS分布的特征函数可以表示为

$$\varphi(t) = \exp\{-\gamma|t|^\alpha\} \quad (20)$$

其概率密度函数可以表示为

$$f(X) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\gamma|t|^\alpha} e^{-jtX} dt \quad (21)$$

将式(21)代入式(19)得

$$C \leq \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{X^2-2Xm(X)}{\sigma^2}} X^2 e^{-\gamma|t|^\alpha - jtX} dt dX \leq \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{X^2-2Xm(X)}{\sigma^2}} X^2 e^{-\gamma|t|^\alpha} dt dX = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} e^{-\frac{X^2-2Xm(X)}{\sigma^2}} X^2 \left[\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\gamma|t|^\alpha} dt \right] dX = \frac{2}{\pi} \gamma^{-1/\alpha} \Gamma(1+1/\alpha) \int_0^{+\infty} e^{-\frac{X^2-2Xm(X)}{\sigma^2}} X^2 dX \quad (22)$$

其中， $\Gamma(s) = \int_0^{+\infty} t^{s-1} e^{-t} dt$ ，为Gamma函数。

令 $h = \int_0^{+\infty} e^{-\frac{X^2-2Xm(X)}{\sigma^2}} X^2 dX$ ，可以推导出结论

$$h = \int_0^{+\infty} e^{-\frac{X^2-2Xm(X)}{\sigma^2}} X^2 dX \leq 2\sigma^2 m(X) + 4\sigma e^{[m(X)/\sigma]^2} [\sigma^2 + m^2(X)] < +\infty \quad (23)$$

因此，式(17)定义的伪协方差矩阵 C 是有界的。

证毕

4.2 自适应核函数

实际应用中，通常将高斯函数作为核函数构造相关熵，但式(13)中的高斯核函数核长 σ 的设定需要依赖于阵列结构和所估计信号的先验知识，这在实际场景当中都是难以获取的。因此，本节依据以下3个准则探讨广义自相关熵的核函数问题：(1)核函数不依赖于任何先验知识，仅通过阵列输出信号即可构造；(2)核函数的定义域为 $(-\infty, +\infty)$ ，但函数值为非负有界正数；(3)核函数是旋转不变的。

假设两个随机变量 X 和 Y 服从特征指数为 $0 < \alpha \leq 2$ 的SaS分布，残差为 $\varepsilon = X - Y$ ，则误差函数(error function, erf)定义为^[17]

$$\text{erf}(\varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} e^{-t^2} dt = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{+\varepsilon} e^{-t^2} dt \quad (24)$$

从式(24)可以看出，误差函数仅是残差 ε 的函数，而与 X 和 Y 的分布情况以及信号接收阵列结构无关，为满足以上3个准则，定义绝对误差函数(absolute error function, a erf)为

$$\text{a erf}(\varepsilon) = 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-|\varepsilon|}^{|\varepsilon|} e^{-t^2} dt = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{|\varepsilon|} e^{-t^2} dt \quad (25)$$

绝对误差函数a erf具有以下性质：

- (1) 绝对误差函数当自变量 $\varepsilon > 0$ 时单调递减，当自变量 $\varepsilon < 0$ 时单调递增；
- (2) 绝对误差函数是有界函数： $0 < \text{a erf}(\varepsilon) \leq 1$ ，当且仅当 $\varepsilon=0$ 时达到最大值；
- (3) 绝对误差函数关于 y 轴对称；
- (4) 采用麦克劳林(Maclaurin)级数对绝对误差函数展开可得

$$\text{a erf}(\varepsilon) = 1 - \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2|\varepsilon|^{2n+1}}{\sqrt{\pi}(2n+1)n!} = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left[|\varepsilon| + \frac{|\varepsilon|^3}{3} + \frac{|\varepsilon|^5}{10} + \dots \right] \quad (26)$$

可见，绝对误差函数中包含残差 ε 绝对值的所有奇数阶统计矩信息；

- (5) 可用式(27)对绝对误差函数进行近似计算^[18]：

$$\text{a erf}(\varepsilon) \approx (1 + c_1 |\varepsilon| + c_2 |\varepsilon|^2 + c_3 |\varepsilon|^3 + c_4 |\varepsilon|^4)^{-4} \quad (27)$$

其中， $c_1 = 0.278393$ ， $c_2 = 0.230389$ ， $c_3 = 0.000972$ ， $c_4 = 0.078108$ ；

- (6) 绝对误差函数下界可以定义为

$$\text{acrf}(\varepsilon) \geq \sqrt{\frac{2e(\rho-1)}{\pi\rho}} e^{-\rho\varepsilon^2}, \quad \rho > 1 \quad (28)$$

其中, ρ 选取的准则是使期望的近似区间上的误差最小^[19]。

4.3 算法步骤

基于广义自相关熵和绝对误差函数, 本文通过将式(17)定义的伪协方差矩阵替换为DSPE算法中的协方差矩阵, 提出一种新的脉冲噪声环境下相干分布源中心DOA和扩散角联合估计算法——GACE-DSPE算法。

设定阵列输出信号为 $\mathbf{x}(t) = [\mathbf{x}_1(t), \mathbf{x}_2(t), \dots, \mathbf{x}_M(t)]^T$, GACE-DSPE算法的具体步骤描述如下:

步骤1 构建 $M \times M$ 维伪协方差矩阵 \hat{C} , \hat{C} 的第 (i, j) 项可以通过式(29)计算

$$\hat{C}_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left\{ \mathbf{x}_i(t) \mathbf{x}_j(t) \left[1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{|\mathbf{x}_i(t)|} e^{-r^2} dr \right] \cdot \left[1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{|\mathbf{x}_j(t)|} e^{-s^2} ds \right] \right\} \quad (29)$$

步骤2 对 \hat{C} 执行奇异值分解, 获得对应 L 个较大特征值的信号子空间 V_s 和对应 $M-L$ 个较小特征值的噪声子空间 V_n ;

步骤3 通过式(10)构建GACE-DSPE算法的2维空间谱;

步骤4 搜索步骤3中2维空间谱的 L 个局部谱峰, 获得相干分布源中心DOA和扩散角的估计。

5 仿真实验

假设两个独立的二进制相移键控(Binary Phase Shift Keying, BPSK)相干分布源信号入射到包含 $M=12$ 个阵元的均匀线性阵列, 阵列接收数据中包含有服从特征指数为 $0 < \alpha \leq 2$ 的加性SaS分布脉冲噪声。由于SaS分布随机变量不存在有限的2阶统计量, 因此采用广义信噪比(Generalized Signal to Noise Ratio, GSNR)^[20]来度量信号与噪声功率的强弱

$$\text{GSNR} = 10 \lg \frac{E[|\mathbf{x}(t)|^2]}{\gamma} \quad (30)$$

其中, $\mathbf{x}(t)$ 为观测信号。

通常采用可分辨率和均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)两个准则来评估DOA估计算法的性能。如果两个入射信源满足表达式^[21]为

$$\ell(\theta_1, \theta_2) = p(\theta_m) - \frac{1}{2} [p(\theta_1) + p(\theta_2)] > 0 \quad (31)$$

则认为这两个信源是可分辨的。其中, $p(\cdot)$ 是空间谱的倒数, θ_1 和 θ_2 分别是两个信源的入射角, 且 $\theta_m = (\theta_1 + \theta_2)/2$ 。可分辨率定义为成功进行DOA估计的次数与蒙特卡罗实验总数的比值。均方根误差定义为^[13]

$$\text{RMSE} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (\hat{\theta}_1(n) - \theta_1)^2} + \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (\hat{\theta}_2(n) - \theta_2)^2} \right] \quad (32)$$

其中, $\hat{\theta}_1$ 和 $\hat{\theta}_2$ 分别为 θ_1 和 θ_2 的成功估计, N 为成功估计的总次数。

仿真实验中, 设定两个相干分布源的中心DOA分别为 20° 和 35° , 扩散角分别为 1.5° 和 2° 。为了说明算法的有效性, 本文将FLOM算法、CRCO算法与DSPE算法结合, 并且对比了常规DSPE算法和GCO-DSPE算法^[22], 通过500次蒙特卡罗实验统计获得对比结果。

实验1 噪声特征指数对中心DOA的影响。假设广义信噪比为 $\text{GSNR}=5$ dB, 快拍数为500, 图1仿真了特征指数从 $\alpha=1.0$ 变化到 $\alpha=2.0$ 情况下各算法的可分辨率和均方根误差的变化情况。就可分辨率而言, 从图1(a)可以看出, 当特征指数取不同值时, GACE-DSPE算法、GCO-DSPE算法和CRCO算法始终可以有效分离两个入射信源。就均方根误差而言, 如图1(b)所示, 随着特征指数的增大, FLOM算法和常规DSPE算法的均方根误差都快速降低, 而GCO-DSPE算法、GACE-DSPE算法和CRCO算法在 $\alpha < 1.4$ 时有少量的下降, 当 $\alpha \geq 1.5$ 时, 均方根误差几乎没有变化。原因是当阵列输出信号中含有较强的脉冲噪声时, GCO-DSPE算法、GACE-DSPE算法和CRCO算法对脉冲噪声强度的变化存在一定的敏感性, 即噪声强度的降低会导致均方根误差的降低; 但当阵列输出信号中包含的脉冲噪声从中等强度($\alpha=1.5$)变化到高斯噪声($\alpha=2.0$)时, 上述3种算法对脉冲噪声强度变化不敏感, 具有较高的鲁棒性。综合分析可见, 在特征指数的整个变化区间内, GACE-DSPE算法的性能均优于其它算法。

实验2 噪声广义信噪比对中心DOA的影响。设定SaS分布脉冲噪声的特征指数为 $\alpha=1.5$, 快拍数为500, 图2给出了广义信噪比从 $\text{GSNR}=-10$ dB增加到 $\text{GSNR}=10$ dB时的估计结果。从图2(a)可以看出, 随着广义信噪比从 -10 dB增加到 0 dB, 5种算法的可分辨率都有显著提升, 当广义信噪比从

0 dB增加到10 dB时, CRCO, FLOM, GCO-DSPE以及GACE-DSPE算法的可分辨率都达到1, 即可以完全分离两个入射相干分布源。常规DSPE算法的可分辨率虽然呈现出继续提升的趋势, 但低于其它4种算法。从图2(b)可以看出, 广义信噪比的增加带来算法均方根误差的降低, 常规DSPE算法的性能最差, GACE-DSPE算法的性能始终高于其它算法。

实验3 参数变化对扩散角的影响。图3给出了相干分布源扩散角的均方根误差随特征指数和广义信噪比变化的估计结果。可以看出, 扩散角估计和中心DOA估计具有相似的性能, 原因是中心DOA估计和扩散角估计都是通过2维谱峰搜索获得的。不难发现, 对于相干分布源扩散角估计, GACE-DSPE算法在低广义信噪比、强脉冲噪声下具有明显的优势。

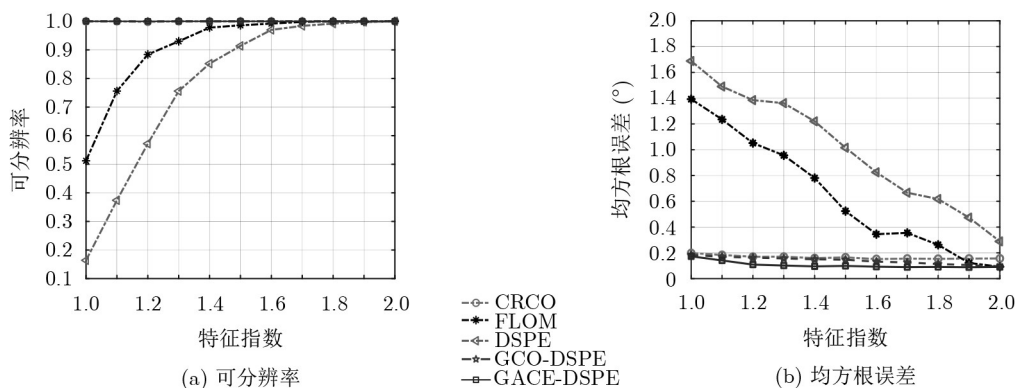


图1 不同特征指数下的算法中心DOA估计性能曲线

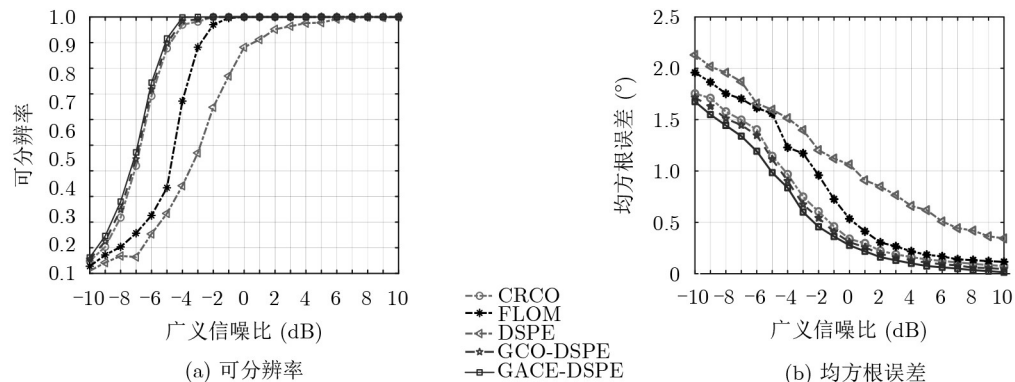


图2 不同广义信噪比下的算法中心DOA估计性能曲线

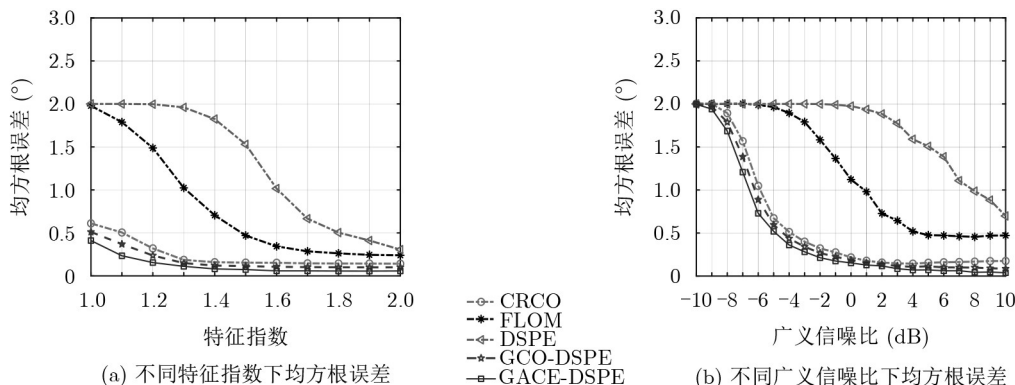


图3 不同参数下的算法扩散角估计性能曲线

6 结束语

针对脉冲噪声环境下传统子空间类DOA估计算法的性能退化问题, 本文以Alpha稳定分布对脉

冲噪声进行建模, 通过对相关熵定义的扩展, 提出广义自相关熵的概念。为降低广义自相关熵核函数对系统先验知识的依赖, 本文推导了一种自适应核

函数,并提出了一种脉冲噪声环境下相干分布源中心DOA和扩散角联合估计新方法。仿真实验结果表明,该方法在低广义信噪比、强脉冲噪声环境下比现有算法具有更高的估计精度和鲁棒性。

参考文献

- [1] SHEN Qing, LIU Wei, CUI Wei, *et al.* Underdetermined DOA estimation under the compressive sensing framework: A review[J]. *IEEE Access*, 2016, 4: 8865–8878. doi: [10.1109/ACCESS.2016.2628869](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2016.2628869).
- [2] ZHAI Hui, ZHANG Xiaofei, ZHENG Wang, *et al.* DOA estimation of noncircular signals for unfolded coprime linear array: Identifiability, DOF and algorithm (May 2018)[J]. *IEEE Access*, 2018, 6: 29382–29390. doi: [10.1109/ACCESS.2018.2835563](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2018.2835563).
- [3] LIN Jianfeng and ZHANG Xiaofei. Direction of arrival estimation of quasi-stationary signals using unfolded coprime array[J]. *IEEE Access*, 2017, 5: 6538–6545. doi: [10.1109/ACCESS.2017.2695581](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2017.2695581).
- [4] SHU Feng, QIN Yaolu, LIU Tingting, *et al.* Low-complexity and high-resolution DOA estimation for hybrid analog and digital massive MIMO receive array[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2018, 66(6): 2487–2501. doi: [10.1109/TCOMM.2018.2805803](https://doi.org/10.1109/TCOMM.2018.2805803).
- [5] SCHMIDT R. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1986, 34(3): 276–280. doi: [10.1109/TAP.1986.1143830](https://doi.org/10.1109/TAP.1986.1143830).
- [6] TSAKALIDES P and NIKIAS C L. Robust space-time adaptive processing (STAP) in non-Gaussian clutter environments[J]. *IEE Proceedings-Radar, Sonar and Navigation*, 1999, 146(2): 84–93. doi: [10.1049/ip-rsn:19990233](https://doi.org/10.1049/ip-rsn:19990233).
- [7] NIKIAS C L and SHAO Min. Signal Processing with Alpha-stable Distributions and Applications[M]. New York, USA: John Wiley & Sons, Inc., 1995: 20–55.
- [8] 马济通, 邱天爽, 李蓉, 等. 脉冲噪声下基于Renyi熵的分数低阶双模盲均衡算法[J]. 电子与信息学报, 2018, 40(2): 378–385. doi: [10.11999/JEIT170366](https://doi.org/10.11999/JEIT170366).
MA Jitong, QIU Tianshuang, LI Rong, *et al.* Dual-mode blind equalization algorithm based on Renyi entropy and fractional lower order statistics under impulsive noise[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2018, 40(2): 378–385. doi: [10.11999/JEIT170366](https://doi.org/10.11999/JEIT170366).
- [9] TSAKALIDES P and NIKIAS C L. High-resolution autofocus techniques for SAR imaging based on fractional lower-order statistics[J]. *IEE Proceedings - Radar, Sonar and Navigation*, 2001, 148(5): 267–276. doi: [10.1049/ip-rsn:20010457](https://doi.org/10.1049/ip-rsn:20010457).
- [10] LIU T H and MENDEL J M. A subspace-based direction finding algorithm using fractional lower order statistics[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2001, 49(8): 1605–1613. doi: [10.1109/78.934131](https://doi.org/10.1109/78.934131).
- [11] BELKACEMI H and MARCOS S. Robust subspace-based algorithms for joint angle/Doppler estimation in non-Gaussian clutter[J]. *Signal Processing*, 2007, 87(7): 1547–1558. doi: [10.1016/j.sigpro.2006.12.015](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2006.12.015).
- [12] LIU Weifeng, POKHAREL P P, and PRINCIPE J C. Correntropy: Properties and applications in non-Gaussian signal processing[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(11): 5286–5298. doi: [10.1109/TSP.2007.896065](https://doi.org/10.1109/TSP.2007.896065).
- [13] ZHANG Jinfeng, QIU Tianshuang, SONG Aimin, *et al.* A novel correntropy based DOA estimation algorithm in impulsive noise environments[J]. *Signal Processing*, 2014, 104: 346–357. doi: [10.1016/j.sigpro.2014.04.033](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2014.04.033).
- [14] VALAEE S, CHAMPAGNE B, and KABAL P. Parametric localization of distributed sources[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1995, 43(9): 2144–2153. doi: [10.1109/78.414777](https://doi.org/10.1109/78.414777).
- [15] MENG Y, STOICA P, and WONG K M. Estimation of the directions of arrival of spatially dispersed signals in array processing[J]. *IEE Proceedings-Radar, Sonar and Navigation*, 1996, 143(1): 1–9. doi: [10.1049/ip-rsn:19960170](https://doi.org/10.1049/ip-rsn:19960170).
- [16] 邱天爽. 相关熵与循环相关熵信号处理研究进展[J]. 电子与信息学报, 2020, 42(1): 105–118. doi: [10.11999/JEIT190646](https://doi.org/10.11999/JEIT190646).
QIU Tianshuang. Development in signal processing based on correntropy and cyclic correntropy[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2020, 42(1): 105–118. doi: [10.11999/JEIT190646](https://doi.org/10.11999/JEIT190646).
- [17] GREENE W H. Econometric Analysis[M]. Englewood Cliffs, NJ, US: Prentice Hall Inc., 2011: 80–120.
- [18] CHIARI M, DARDARI D, and SIMON M K. New exponential bounds and approximations for the computation of error probability in fading channels[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2003, 2(4): 840–845. doi: [10.1109/TWC.2003.814350](https://doi.org/10.1109/TWC.2003.814350).
- [19] CHANG S H, COSMAN P C, and MILSTEIN L B. Chernoff-type bounds for the Gaussian error function[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2011, 59(11): 2939–2944. doi: [10.1109/TCOMM.2011.072011.100049](https://doi.org/10.1109/TCOMM.2011.072011.100049).
- [20] TSAKALIDES P and NIKIAS C L. Maximum likelihood localization of sources in noise modeled as a stable process[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1995, 43(11): 2700–2713. doi: [10.1109/78.482119](https://doi.org/10.1109/78.482119).
- [21] ZHANG Q T. Probability of resolution of the MUSIC algorithm[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1995, 43(4): 978–987. doi: [10.1109/78.376849](https://doi.org/10.1109/78.376849).
- [22] TIAN Quan, QIU Tianshuang, LI Jingchun, *et al.* Robust adaptive DOA estimation method in an impulsive noise environment considering coherently distributed sources[J]. *Signal Processing*, 2019, 165: 343–356. doi: [10.1016/j.sigpro.2019.07.014](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2019.07.014).

蔡睿妍: 女, 1979年生, 副教授, 研究方向为阵列信号处理、卫星通信。

杨力: 女, 1982年生, 教授, 研究方向为空间信息网络传输技术、无线网络协议理论与方法。

钱杨: 男, 1994年生, 硕士生, 研究方向为网络资源优化。

责任编辑: 马秀强