

## 局部有源忆阻器电路及其在HR耦合神经网络中的应用

孙亮\*<sup>①</sup> 罗佳<sup>①</sup> 乔印虎<sup>②</sup>

<sup>①</sup>(池州职业技术学院机电与汽车系 池州 247000)

<sup>②</sup>(安徽科技学院机械工程学院 凤阳 233100)

**摘要:** 该文提出一种新型局部有源忆阻器, 使用标准非线性理论分析方法分析其特性, 并通过直流伏安特性曲线来证明其局部有源性。此外, 将局部有源忆阻器用于模拟生物突触, 构建了一个局部有源忆阻突触耦合HR神经网络。理论分析和数值仿真表明, 在局部有源忆阻突触的影响下它能够产生多种放电模式和复杂的混沌行为。最后, 实现了该局部有源忆阻突触耦合神经网络的模拟等效电路, 并由功率模拟(PSIM)电路仿真验证了数值仿真的正确性。

**关键词:** 局部有源忆阻器; HR神经元; 放电模式; 混沌; 模拟电路

中图分类号: TN711.4; TN601

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2021)11-3374-10

DOI: 10.11999/JEIT210026

## A Locally Active Memristor Circuit and Its Application to a Coupled Hindmarsh-Rose Neuron Network

SUN Liang<sup>①</sup> LUO Jia<sup>①</sup> QIAO Yinhu<sup>②</sup>

<sup>①</sup>(Department of Mechatronics and Automobile, Chizhou Vocational and Technical College, Chizhou 247000, China)

<sup>②</sup>(College of Mechanical Engineering, Anhui Science and Technology University, Fengyang 233100, China)

**Abstract:** In this paper, a new locally active memristor is proposed. The characteristics and local activity of the memristor are analyzed by using standard nonlinear theory and the circuit theoretic technique direct current loci. Furthermore, the locally active memristor is used to simulate a biological synapse, then a locally active memristive synaptic coupled Hindmarsh-Rose (HR) neuron network is constructed. Theoretical analysis and numerical simulation show that the memristive neural network can generate multiple firing patterns and complex chaotic behaviors under the influence of locally active memristive synapses. Finally, the equivalent analog circuit of the memristive synaptic coupled neuron network is designed, and the correctness of numerical simulation is verified by Power SIMulation (PSIM) circuit simulations.

**Key words:** Locally active memristor; Hindmarsh-Rose (HR) neuron model; Firing pattern; Chaos; Analog circuit

### 1 引言

忆阻器被认为是继电阻、电容和电感之后的第4种基本电路元件, 它表征了电荷与磁通之间的本构关系, 具有纳米尺寸、非线性、低功耗和非易失性等特点。1971年, 美国华裔科学家Chua教授<sup>[1]</sup>从数学对称性出发提出忆阻器理论并预测了它的存

在性, 2008年美国惠普实验室首次发现单个纳米级TiO<sub>2</sub>忆阻器件<sup>[2]</sup>。此后, 许多不同的器件被确定为忆阻器, 并提出了不同的应用, 特别是忆阻器用于模拟生物突触<sup>[3-5]</sup>。

局部有源被认为是复杂性的起源, 与生物神经突触具有密切联系<sup>[6,7]</sup>。2014年Chua教授<sup>[8]</sup>首次提出局部有源忆阻概念并设计了第1个局部有源忆阻器模型。2017年局部有源忆阻器被实验室证实<sup>[9]</sup>。局部有源忆阻器比无源忆阻器具有更加复杂的动力学特性, 具有更加广泛的应用。近年来, 一些局部有源忆阻器模型已经被提出和应用。例如, 2018年Jin等人<sup>[10]</sup>提出一个局部有源忆阻器并与电容、电感电路组合实现了最简单的混沌电路。同年,

收稿日期: 2021-01-08; 改回日期: 2021-03-24; 网络出版: 2021-04-21

\*通信作者: 孙亮 sun.gg010@163.com

基金项目: 安徽省自然科学研究重点项目(KJ2017A728, KJ2019A1138), 安徽省教学研究一般项目(2016jyxm0714)

Foundation Items: The Key Projects of Natural Science Research of Anhui Province (KJ2017A728, KJ2019A1138), The General Project of Teaching Research of Anhui Province (2016jyxm0714)

Chang等人<sup>[11]</sup>实现了一种双稳态双局部有源忆阻器。2019年,Weiher等人<sup>[12]</sup>进一步从材料物理实验的角度证明了局部有源忆阻器的存在性。2020年,文献<sup>[13,14]</sup>首次把局部有源忆阻器引入人工神经网络中,并提出了局部有源忆阻神经元模型。尽管一些局部有源忆阻器已经被报道,但是局部有源忆阻器因为数学模型复杂、有源区间小等缺点很难在人工神经网络中应用。生物神经系统具有丰富且复杂的放电活动,了解神经元以及神经网络的放电动力学机制有助于人工智能的发展,在过去的几十年中已经吸引了大量的研究人员<sup>[15,16]</sup>。Hindmarsh-Rose (HR) 神经元具有简单的数学模型<sup>[17]</sup>,能够模拟周期尖峰和簇发等多种神经元放电<sup>[18,19]</sup>。2019年Bao等人<sup>[20]</sup>使用一个无源忆阻器模拟两个HR神经元之间的连接突触,提出了基于忆阻突触耦合HR神经网络,并分析了其同步动力学机制。

本文设计了一种简单的局部有源忆阻器模型,不仅数学表达式简单,物理电路实现容易,而且非常适合于模拟生物突触。使用该局部有源忆阻器模拟两个HR神经元之间的连接突触,构建了一种局部有源忆阻突触耦合HR神经网络。这种局部有源忆阻突触耦合HR神经网络能够产生多种尖峰放电模式以及复杂的混沌行为。同时为了促进工程应用,设计了该局部有源忆阻器及其耦合神经网络的等效实现电路,并由电路仿真验证了数值仿真的正确性。

## 2 局部有源忆阻器

### 2.1 数学模型

根据忆阻器理论,一个广义的压控忆阻器可以表示为<sup>[21]</sup>

$$\text{欧姆定律: } i = W(x)v \quad (1)$$

$$\text{状态方程: } dx/dt = f(x, v) \quad (2)$$

其中,  $W(x)$ 是一个以 $x$ 为变量的连续函数,称为忆导,  $v, i, x$ 分别表示施加在忆阻器两端的输入电

压,通过忆阻器的输出电流,和忆阻器的内部状态变量。基于式(1)和式(2),一个新的局部有源忆阻器模型能够被设计,它的表达式为

$$i = x^2 v \quad (3)$$

$$dx/dt = \tanh(x) - 0.5x + v \quad (4)$$

其中,  $x$ 是忆阻器的内部状态变量,表示磁通,  $\tanh(\cdot)$ 是双曲正切函数。

### 2.2 伏安特性

根据忆阻器理论<sup>[21,22]</sup>,任意忆阻器应该具有以下3个特征:(1)在双极性周期信号的驱动下,假设存在周期响应,该器件在电压-电流( $v-i$ )平面中必须表现出过原点的收缩紧磁滞回线;(2)从某个临界频率开始,紧磁滞回线波瓣面积应随着激励频率的增加而单调减小;(3)当频率趋于无穷大时,收缩紧磁滞回线应收缩为单值函数。

当在局部有源忆阻器两端施加双极性周期激励信号 $v = A \sin(2\pi Ft)$ 时,不同的激励信号幅度和频率对忆阻器的作用被研究。例如,当设置激励信号频率 $F=2$ ,初始状态 $x(0)=0$ 时,改变不同的信号幅度 $A$ 所得到的伏安特性如图1(a)所示。从图1(a)可以看到,3个紧磁滞回线都通过 $v-i$ 平面的0点,且幅度越大紧磁滞回线面积越大。当设置激励信号幅度 $A=2$ ,初始状态 $x(0)=0$ 时,调节不同的信号频率 $F$ 所得到的伏安特性曲线如图1(b)所示。由图1(b)可见,3个紧磁滞回线都通过 $v-i$ 平面的0点,且随着信号频率的增加,忆阻器的紧磁滞回线面积越来越小,逐渐趋向于一条直线。显然,所提忆阻器模型具有忆阻器的3个特征,是一种忆阻器件。

### 2.3 局部有源性

根据局部有源理论<sup>[8]</sup>,如果一个忆阻器的直流(Direct Current, DC)电压-电流 $V-I$ 曲线存在负的斜率部分,那么该忆阻器就是局部有源的。为了证明所提出的忆阻器是局部有源忆阻器,它的局部有源特性被分析如下:

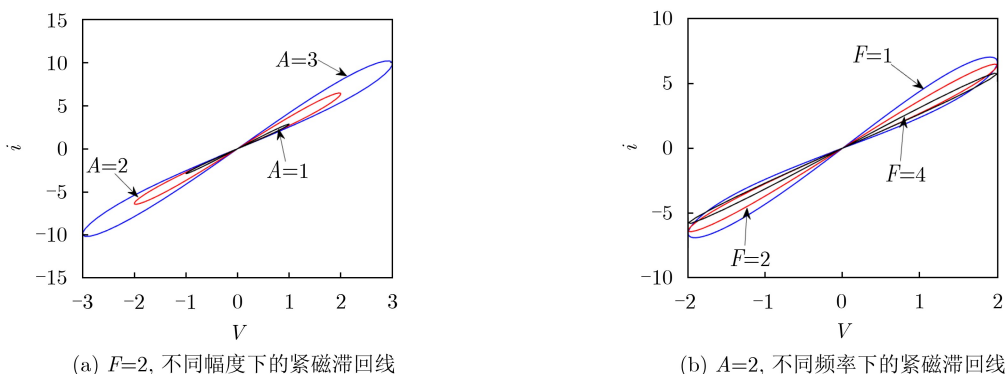


图1 输入信号幅度/频率相关的伏安特性曲线图

首先令忆阻器状态方程 $dx/dt=0$ ，可以得到它的平衡点状态方程

$$V=0.5X-\tanh(X) \quad (5)$$

其中， $V$ 表示直流输入电压， $X$ 是满足 $dx/dt=0$ 时的 $x$ 的解。然后再把式(5)替换到式(3)中得到输出电流为

$$I=X^2(0.5X-\tanh(X)) \quad (6)$$

基于式(5)和式(6)可以得到忆阻器的DC  $V$ - $I$ 曲线，如图2所示。由图2可知，忆阻器的DC  $V$ - $I$ 曲线存在两个对称的负斜率区间，分别是 $0.89 < X < 1.35$  (蓝色曲线)和 $-1.35 < X < -0.89$  (红色曲线)。根据局部有源判定方法，该忆阻器是局部有源的。

### 2.4 电路模型

基于式(3)、式(4)局部有源忆阻器模型，可以实现它的等效电路，如图3(a)所示。其中， $U$ 是模拟运算放大器， $M$ 是模拟乘法器。双曲正切函数使用文献[14]所提出的双曲正切电路实现，如图3(b)所示。在双曲正切电路中，当直流供电为 $\pm 15$  V， $R=10$  k $\Omega$ ， $R_F=520$   $\Omega$ ， $R_C=1$  k $\Omega$ ， $I_0=1.1$  mA时，电路能够实现 $v_o=-\tanh(v_i)$ 。忆阻器内部状态通过积分器的输出电压表示。根据基尔霍夫定律，局部有源忆阻器的电路方程可表示为

$$\left. \begin{aligned} i &= W(v_z)v = \frac{1}{R_L}g^2v_z^2v \\ C\frac{dv_z}{dt} &= \frac{1}{R}\tanh(v_z) - \frac{1}{R_A}v_z + \frac{1}{R_B}v \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

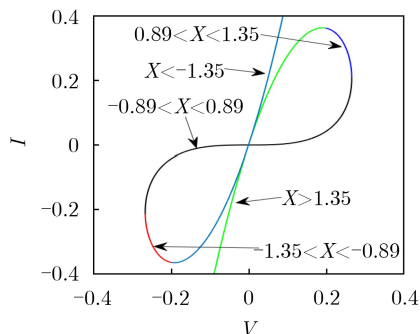
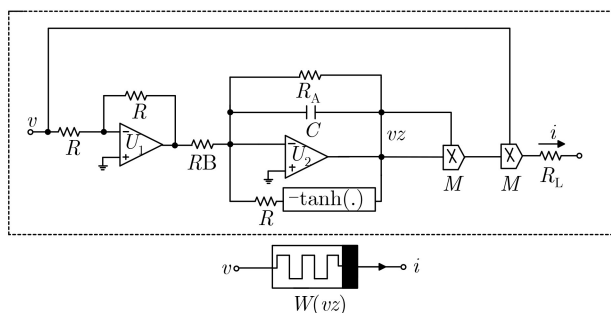


图2 局部有源忆阻器的DC  $V$ - $I$ 图



(a) 局部有源忆阻器电路

根据基尔霍夫定律，忆阻器数学模型式(3)  $i=x^2v$  在忆阻器仿真器中对应的关系为 $i=(g^2v_z^2v)/R_L$ 。其中， $v$ 和 $i$ 分别表示输入电压和输出电流， $g=1$ 为模拟乘法器的增益， $v_z$ 为积分器输出电压，表示忆阻器内部状态变量 $x$ ， $R_L$ 为可调匹配电阻。令 $R=10$  k $\Omega$ ， $C=10$  nF，根据积分时间常数 $RC=\tau$ ，可求得 $R_L=g^2R=10$  k $\Omega$ ， $R_A=R/0.5=20$  k $\Omega$ ， $R_B=R/1=10$  k $\Omega$ 。为了验证数值仿真，在功率模拟(Power SIMulation, PSIM)电路仿真软件中创建图3所示电路，如图4所示。为了方便测量忆阻器的输出电流，在仿真时把 $R_L$ 接地。

对于数值仿真输入电压源 $v=A\sin(2\pi Ft)$ 所对应的电路实验输入电压源 $v=A\sin(2\pi ft)$ ，其中 $f=F/RC$ 。因此，当数值仿真中 $F=2$ 时，电路仿真频率 $f=20$  kHz，不同的电压幅度仿真结果如图5(a)所示。当 $A=2$ 时，不同的电压频率仿真结果如图5(b)所示。显然，图5的电路仿真结果与图1的数值仿真结果基本一致。

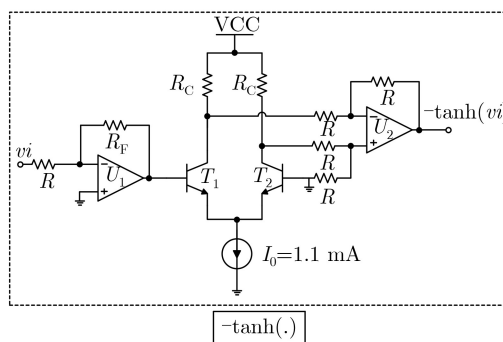
## 3 局部有源忆阻突触耦合HR神经网络

### 3.1 模型建立

人类大脑包含了数以亿计的神经元，它们通过突触互相连接组成强大的神经网络。突触在神经网络中不仅是物理连接，而且对于神经元之间的电信号传输起着关键的作用。由于忆阻器具有类似突触的纳米级、可塑性、非线性和非易失性等特点，可以使用忆阻器模拟神经突触来开发等效的忆阻神经电路[23,24]。忆阻神经电路具有丰富的类脑放电动力学，利用忆阻器重构神经电路已经成为重要的研究课题。2维的HR神经元模型能产生丰富的尖峰和簇发放电行为，非常适合神经动力学的研究，其数学模型为[17]

$$\left. \begin{aligned} dx/dt &= y - ax^3 + bx^2 + I \\ dy/dt &= c - dx^2 - y \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

其中， $x$ 是神经元的细胞膜电位， $y$ 是恢复变量， $a$ ,



(b) 双曲正切函数电路

图3 电路图

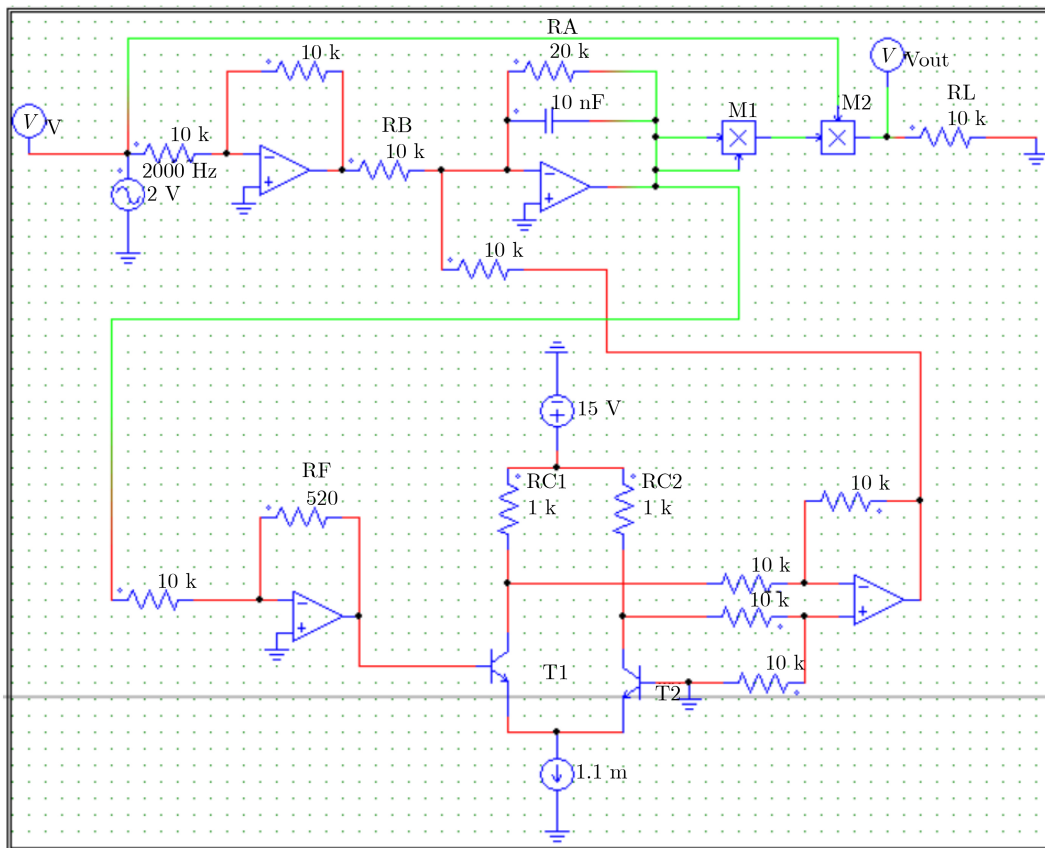
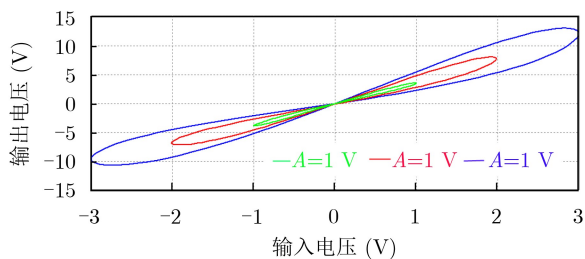
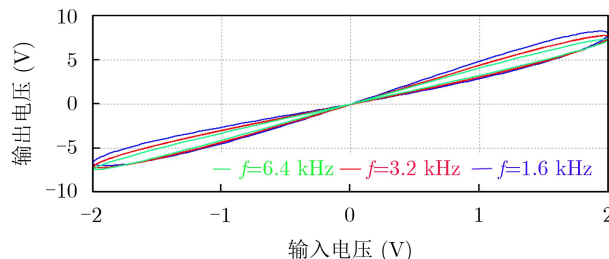


图4 忆阻器PSIM仿真电路图



(a)  $f=20\text{ kHz}$ ,  $C(0)=0$ , 不同电压幅度下的紧磁滞回线



(b)  $A=2$ ,  $C(0)=0$ , 不同电压频率下的紧磁滞回线

图5 局部有源忆阻器电路PSIM仿真结果

$b, c, d$ 是神经元模型参数。当使用局部有源忆阻器模拟两个HR神经元之间的神经突触时，两个神经元之间的膜电位差的改变将引起磁通的变化，从而产生电磁感应电流。此时，膜电位与突触的耦合可以使用忆阻器来描述<sup>[20]</sup>。因此，局部有源忆阻突触耦合HR神经网络模型能够被建立，如图6所示。当两个HR神经元通过局部有源忆阻器耦合时，由于两个神经元之间的膜电位差 $x_1-x_2$ 不断改变从而

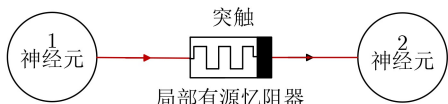


图6 局部有源忆阻突触耦合神经网络结构图

产生磁感应电流，感应电流可以通过忆阻器表征为 $\rho_1(x_1-x_2)W$ 。当这个磁感应电流分别作用在两个神经元上时，可以得到

$$\left. \begin{aligned} dx_1/dt &= y_1 - ax_1^3 + bx_1^2 - \rho_1(x_2 - x_1)W + I_1 \\ dy_1/dt &= c - dx_1^2 - y_1 \\ dx_2/dt &= y_2 - ax_2^3 + bx_2^2 + \rho_2(x_1 - x_2)W + I_2 \\ dy_2/dt &= c - dx_2^2 - y_2 \\ dz/dt &= \tanh(z) - 0.5z + \sigma(x_1 - x_2) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

其中， $\rho_1, \rho_2$ 表示忆阻突触耦合强度， $x_1$ 和 $x_2$ 分别表示神经元1和神经元2的膜电位， $x_1-x_2$ 表示两个神经元的膜电位差， $y_1$ 和 $y_2$ 分别表示两个神经元的恢复电位，忆导 $W=z^2$ 表示突触权重，参数 $\sigma$ 表示磁通泄露系数。

### 3.2 突触耦合强度相关动力学

根据参考文献[13]的定义,神经放电模式一般可以分为周期的尖峰和簇发放电,随机的尖峰和簇发放电,混沌的尖峰和簇发放电以及混沌放电模式。当保持模型参数 $a=1, b=3, c=1, d=5, I_1=-0.5, I_2=-2.5, \sigma=0.2$ 不变,两个不对称忆阻突触耦合参数 $\rho_1, \rho_2$ 作为可调参数时,局部有源忆阻突触耦合HR神经网络动力学行为被研究。设置 $\rho_2$ 为0.1,初值为(0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2),当忆阻突触耦合强度 $\rho_1$ 在区间 $[-1, 0]$ 中逐渐增大时,系统的分岔图和相应的李雅普诺夫(Lyapunov)指数谱可绘制如图7所示。从分岔图中可以看到,系统随着耦合强度的增加,产生了多次正向周期倍分岔现象,在 $\rho_1=-0.46$ 时第1次由周期尖峰放电进入混沌放电后

又多次以切分岔路径退出混沌再次通过周期倍分岔进入混沌状态。形成了多个不同周期放电的周期窗口。最后,在 $\rho_1=-0.06$ 时系统进入静默状态。图7(b)中李雅普诺夫指数谱验证了分岔图的正确性。图8给出了不同耦合强度 $\rho_1$ 时,系统的不同动力学行为时序图。从图8可见,局部有源忆阻突触耦合HR神经网络能够产生周期-1尖峰放电、周期-2尖峰放电、随机尖峰放电、混沌簇发、混沌放电等多种放电模式。

设置 $\rho_1$ 为-0.4,初值为(0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2),当忆阻突触耦合强度 $\rho_2$ 在区间 $[0, 1]$ 中逐渐增大时,系统的分岔图和相应的李雅普诺夫指数谱可绘制如图9所示。从图9(a)可以发现,在初始条件(0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2)下,随着耦合强度 $\rho_2$ 从0开始

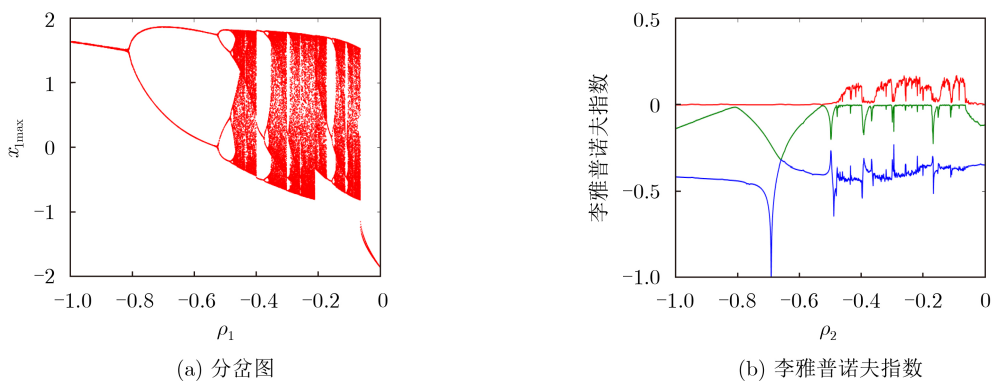


图7 关于忆阻突触耦合强度 $\rho_1$ 动力学状态分布

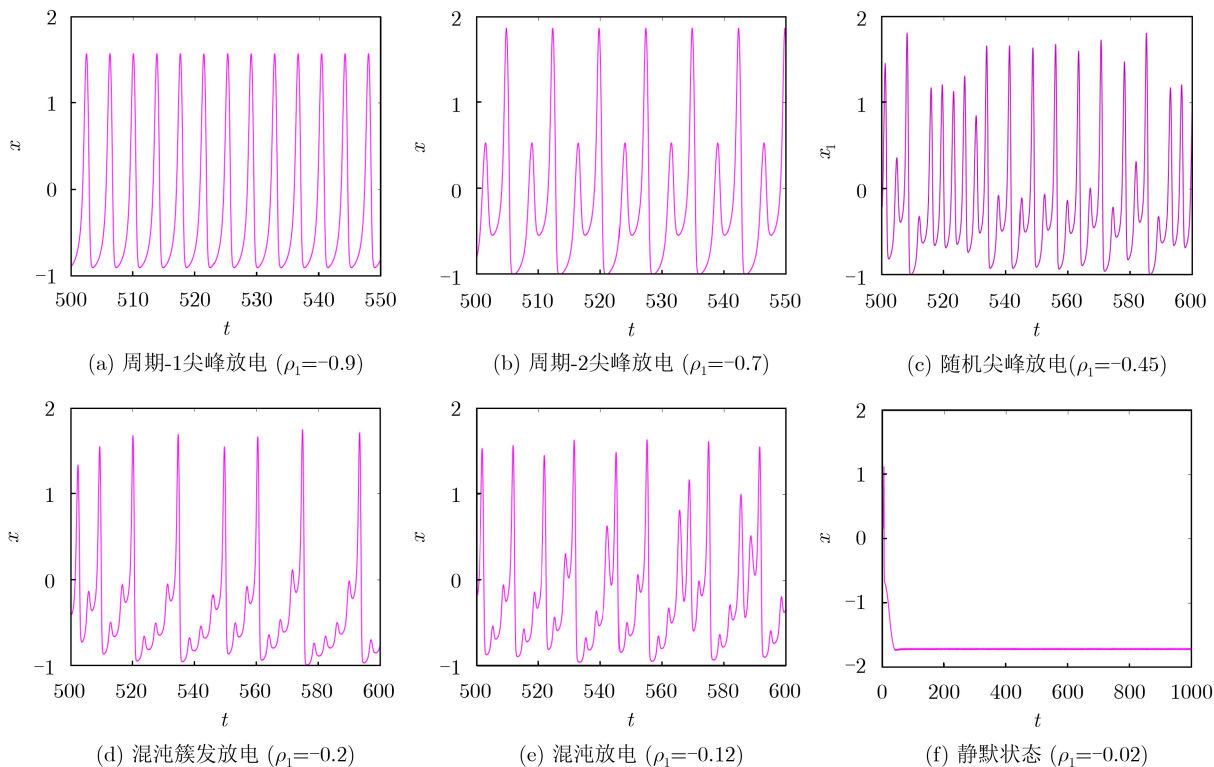
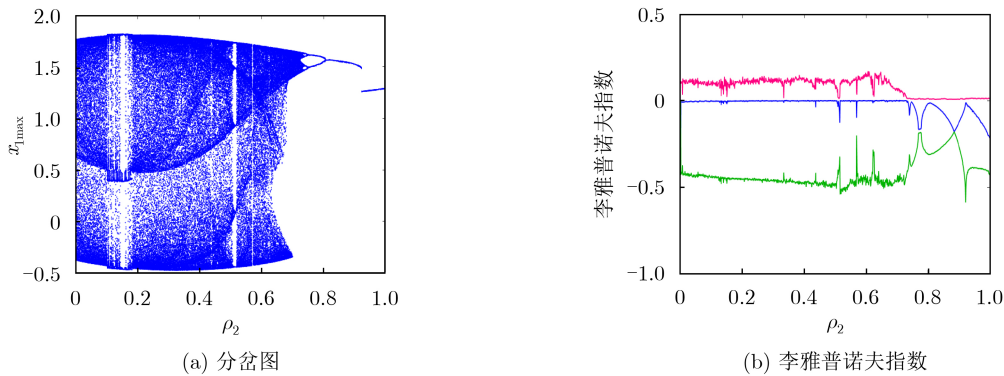


图8 不同忆阻突触耦合强度 $\rho_1$ 所对应的多种放电模式

图9 关于忆阻突触耦合强度 $\rho_2$ 动力学状态分布

正向增大，系统一开始就进入混沌放电状态，直到 $\rho_2 = -0.7$ ，期间存在周期窗口 $\rho_2 = 0.16$ ， $\rho_2 = -0.51$ ，随后通过反向倍周期分岔路径转为周期尖峰放电。李雅普诺夫指数谱表现的动力学状态分布与分岔图所展示的动力学基本一致。图10给出了不同突触耦合强度 $\rho_2$ 时，系统所产生的不同动力学现象，包括混沌、瞬态混沌、准周期以及周期行为。

#### 4 电路设计与PSIM仿真实验验证

从人工智能应用的角度来看，神经网络模型的

电路实现具有重要的现实意义和必要性。通常，非线性动力学系统可以通过采用基本模拟电子电路实现。本节利用模拟运算放大器、模拟乘法器、电阻、电容对提出的局部有源忆阻突触耦合HR神经网络进行电路设计与实现。基于图3的忆阻器电路和耦合HR神经网络(9)，局部有源忆阻突触耦合HR神经网络电路如图11所示。其中，系统状态变量 $x_1, y_1, x_2, y_2, z$ 通过5个电容积分器的输出电压表示。基于基尔霍夫电路定律，系统电路的等效电路方程为

$$\left. \begin{aligned} RC \frac{dv_{x_1}}{dt} &= \frac{Rv_{y_1}}{R_1} + \frac{Rg(v_{x_1})^2}{R_2} - \frac{Rg^2(v_{x_1})^3}{R_3} - \frac{Rg^2(v_z)^2(v_{x_1} - v_{x_2})}{R_{L_1}} + RI_1 \\ RC \frac{dv_{y_1}}{dt} &= RI_c - \frac{Rg(v_{x_1})^2}{R_4} - \frac{Rv_{y_1}}{R_5} \\ RC \frac{dv_{x_2}}{dt} &= \frac{Rv_{y_2}}{R_6} + \frac{Rg(v_{x_2})^2}{R_7} - \frac{Rg^2(v_{x_2})^3}{R_8} + \frac{Rg^2(v_z)^2(v_{x_1} - v_{x_2})}{R_{L_2}} + RI_2 \\ RC \frac{dv_{y_2}}{dt} &= RI_c - \frac{Rg(v_{x_2})^2}{R_9} - \frac{Rv_{y_2}}{R_{10}} \\ RC \frac{dv_z}{dt} &= \frac{R \tanh(v_z)}{R} - \frac{Rv_z}{R_A} + \frac{R(v_{x_1} - v_{x_2})}{R_B} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

假设 $C=10$  nF，根据系统参数与电路元件，部分电路元件阻抗值为： $R=10$  k $\Omega$ ， $R_1=R_6=R=10$  k $\Omega$ ， $R_2=R_7=Rg/b=3.33$  k $\Omega$ ， $R_3=R_8=Rg^2/a=10$  k $\Omega$ ， $R_4=R_9=Rg/c=2$  k $\Omega$ ， $R_5=R_{10}=10$  k $\Omega$ ， $R_{L_1}=Rg^2/\rho_1$ ， $R_{L_2}=Rg^2/\rho_2$ 。为了验证数值仿真，在PSIM电路仿真软件中创建图12所示电路。仿真过程中，5个电容初始电压设置为(0.2V, 0.2V, 0.2V, 0.2V, 0.2V)。当 $I_1=-0.05$  mA， $I_2=0.25$  mA， $I_c=0.1$  mA， $\rho_2=0.1$ ，相应的阻抗 $R_{L_2}=100$  k $\Omega$ ，调节不同的 $R_{L_1}$ ，可以得到多种放电模式，如图13所示。当 $\rho_1=-0.4$ ，相应的阻抗 $R_{L_1}=25$  k $\Omega$ ，调节不同的 $R_{L_2}$ ，可以得到不同的动力学行为，如图14所示。显然，在图13与图14的电路仿真结果很好地验证了图8与图10的数值仿真结果。

#### 5 结束语

本文设计了一种简单的局部有源忆阻器模型。通过理论分析、数值模拟以及电路实现，证明了该忆阻器的紧磁滞回线特征和局部有源属性。此外，利用该局部有源忆阻模型模拟生物突触特点，构建了一种局部有源忆阻突触耦合HR神经网络。研究表明，该忆阻神经网络在不同的突触耦合强度下能表现出多种放电模式和混沌动力学行为，具有丰富的动力学特性。最后，通过采用模拟电子元件实现局部有源忆阻耦合HR神经网络电路，并在PSIM电路仿真软件中得到新系统的多种放电行为和不同吸引子，从而证实了系统的有效性。

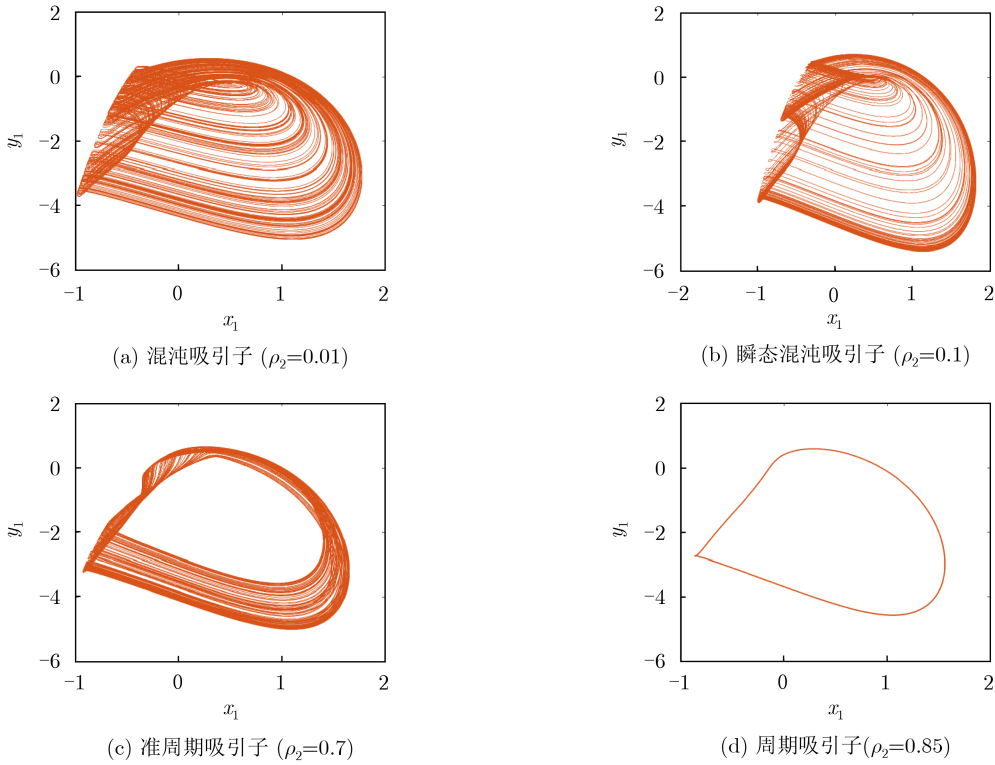


图 10 不同忆阻突触耦合强度 $\rho_2$ 所对应的多种动力学行为

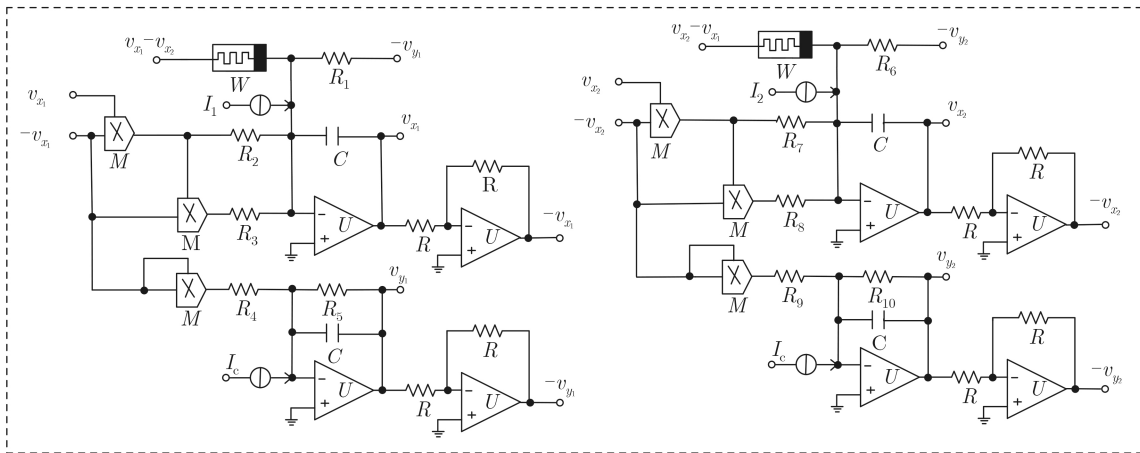


图 11 局部有源忆阻突触耦合HR神经网络电路

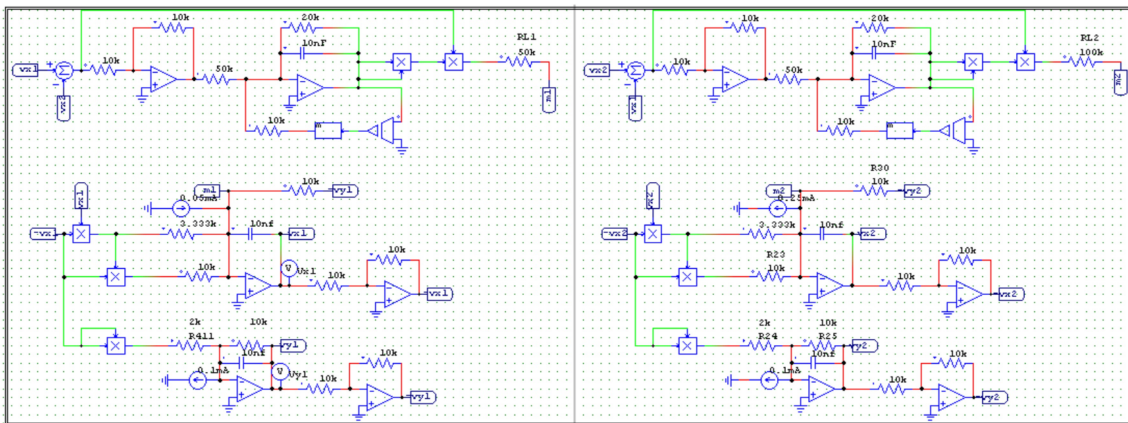


图 12 忆阻耦合神经网络PSIM仿真电路

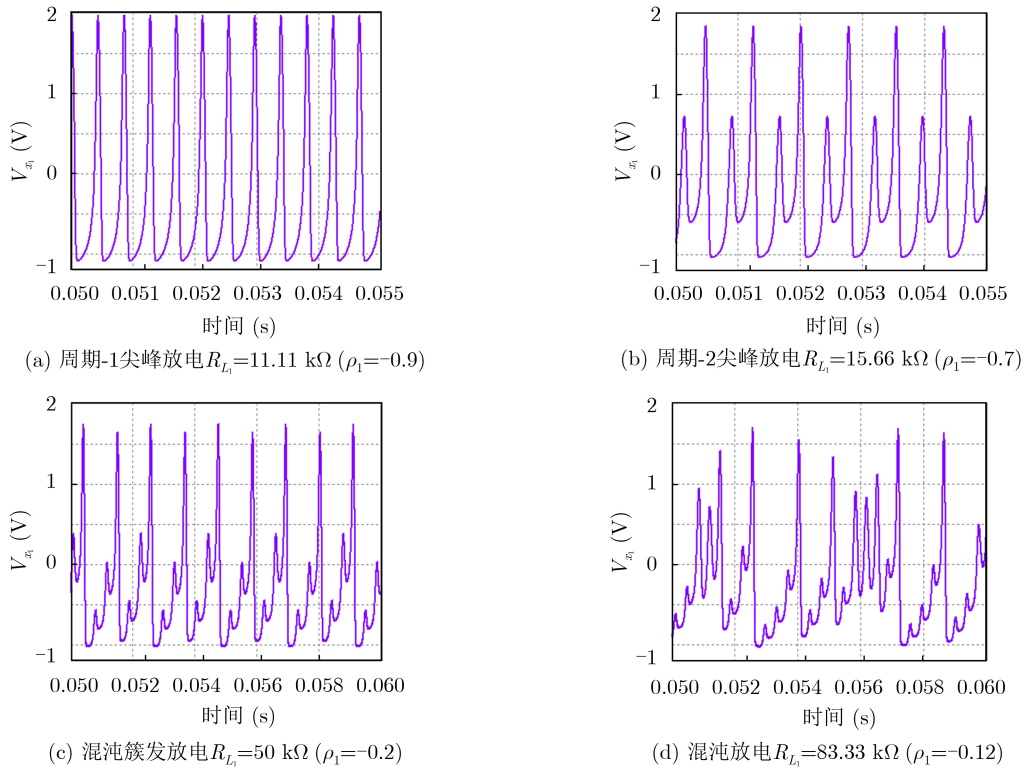


图 13 局部有源忆阻突触耦合HR神经网络电路仿真结果

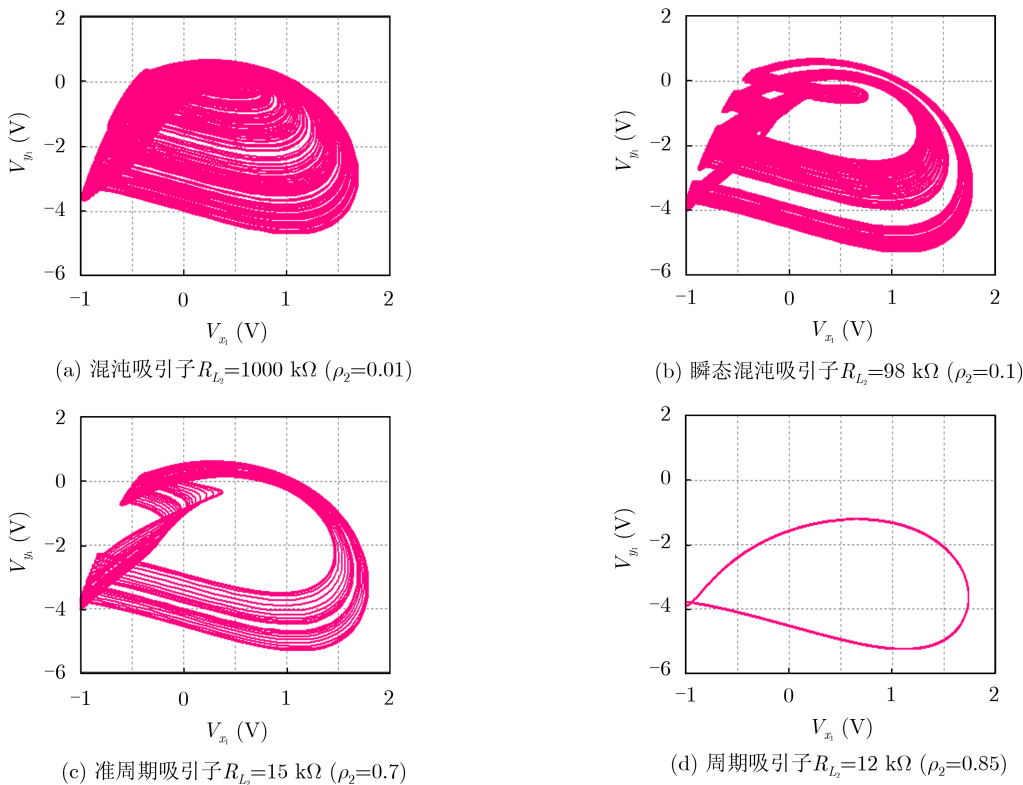


图 14 局部有源忆阻突触耦合HR神经网络电路仿真结果

参 考 文 献

[1] CHUA L. Memristor-the missing circuit element[J]. *IEEE Transactions on Circuit Theory*, 1971, 18(5): 507-519. doi: 10.1109/TCT.1971.1083337.

[2] STRUKOV D B, SNIDER G S, STEWART D R, et al. The missing memristor found[J]. *Nature*, 2008, 453(7191): 80-83. doi: 10.1038/nature06932.

[3] 朱航涛, 王丽丹, 段书凯, 等. 基于神经元晶体管和忆阻器的

- Hopfield神经网络及其在联想记忆中的应用[J]. 西南大学学报: 自然科学版, 2018, 40(2): 157–166.
- ZHU Hangtao, WANG Lidan, DUAN Shukai, *et al.* A Hopfield neural network based on neuron transistor and memristor and its application in associative memory[J]. *Journal of Southwest University: Natural Science Edition*, 2018, 40(2): 157–166.
- [4] 邵楠, 张盛兵, 邵舒渊. 具有经验学习特性的忆阻器模型分析[J]. 物理学报, 2019, 68(19): 198502. doi: [10.7498/aps.68.20190808](https://doi.org/10.7498/aps.68.20190808).
- SHAO Nan, ZHANG Shengbing, and SHAO Shuyuan. Analysis of memristor model with learning-experience behavior[J]. *Acta Physica Sinica*, 2019, 68(19): 198502. doi: [10.7498/aps.68.20190808](https://doi.org/10.7498/aps.68.20190808).
- [5] 王春华, 蔺海荣, 孙晶如, 等. 基于忆阻器的混沌、存储器及神经网络电路研究进展[J]. 电子与信息学报, 2020, 42(4): 795–810. doi: [10.11999/JEIT190821](https://doi.org/10.11999/JEIT190821).
- WANG Chunhua, LIN Hairong, SUN Jingru, *et al.* Research progress on chaos, memory and neural network circuits based on memristor[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2020, 42(4): 795–810. doi: [10.11999/JEIT190821](https://doi.org/10.11999/JEIT190821).
- [6] CHUA L O. Local activity is the origin of complexity[J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2005, 15(11): 3435–3456. doi: [10.1142/S0218127405014337](https://doi.org/10.1142/S0218127405014337).
- [7] SAH M, KIM H, and CHUA L O. Brains are made of memristors[J]. *IEEE Circuits and Systems Magazine*, 2014, 14(1): 12–36. doi: [10.1109/MCAS.2013.2296414](https://doi.org/10.1109/MCAS.2013.2296414).
- [8] CHUA L. If it's pinched it's a memristor[J]. *Semiconductor Science and Technology*, 2014, 29(10): 104001. doi: [10.1088/0268-1242/29/10/104001](https://doi.org/10.1088/0268-1242/29/10/104001).
- [9] KUMAR S, STRACHAN J P, and WILLIAMS R S. Chaotic dynamics in nanoscale NbO<sub>2</sub> Mott memristors for analogue computing[J]. *Nature*, 2017, 548(7667): 318–321. doi: [10.1038/nature23307](https://doi.org/10.1038/nature23307).
- [10] JIN Peipei, WANG Guangyi, IU H H C, *et al.* A locally active memristor and its application in a chaotic circuit[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2018, 65(2): 246–250. doi: [10.1109/TCSII.2017.2735448](https://doi.org/10.1109/TCSII.2017.2735448).
- [11] CHANG Hui, WANG Zhen, LI Yuxia, *et al.* Dynamic analysis of a bistable bi-local active memristor and its associated oscillator system[J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2018, 28(8): 1850105. doi: [10.1142/S0218127418501055](https://doi.org/10.1142/S0218127418501055).
- [12] WEIHER M, HERZIG M, TETZLAFF R, *et al.* Pattern formation with locally active S-type NbO<sub>x</sub> memristors[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2019, 66(7): 2627–2638. doi: [10.1109/TCSI.2019.2894218](https://doi.org/10.1109/TCSI.2019.2894218).
- [13] LIN Hairong, WANG Chunhua, SUN Yichuang, *et al.* Firing multistability in a locally active memristive neuron model[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2020, 100(4): 3667–3683. doi: [10.1007/s11071-020-05687-3](https://doi.org/10.1007/s11071-020-05687-3).
- [14] TAN Yumei and WANG Chunhua. A simple locally active memristor and its application in HR neurons[J]. *Chaos*, 2020, 30(5): 053118. doi: [10.1063/1.5143071](https://doi.org/10.1063/1.5143071).
- [15] 李茹依, 王光义, 董玉姣, 等. 多频正弦混沌细胞神经网络及其复杂动力学特性[J]. 物理学报, 2020, 69(24): 84–98.
- LI Ruyi, WANG Guangyi, DONG Yujiao, *et al.* Multi-frequency sinusoidal chaotic neural network and its complex dynamics[J]. *Acta Physica Sinica*, 2020, 69(24): 84–98.
- [16] 陈墨, 陈成杰, 包伯成, 等. 忆阻突触耦合Hopfield神经网络的初值敏感动力学[J]. 电子与信息学报, 2020, 42(4): 870–877.
- CHEN Mo, CHEN Chengjie, BAO Bochong, *et al.* Initial sensitive dynamics in memristor synapse-coupled Hopfield neural network[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2020, 42(4): 870–877.
- [17] YANG Yi and LIAO Xiaofeng. Filippov hindmarsh-rose neuronal model with threshold policy control[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2019, 30(1): 306–311. doi: [10.1109/TNNLS.2018.2836386](https://doi.org/10.1109/TNNLS.2018.2836386).
- [18] 乔帅, 安新磊, 王红梅, 等. 电磁感应下HR神经元模型的分岔分析与控制[J]. 山东大学学报: 理学版, 2020, 55(9): 1–9.
- QIAO Shuai, AN Xinlei, WANG Hongmei, *et al.* Bifurcation analysis and control of HR neuron model under electromagnetic induction[J]. *Journal of Shandong University: Natural Science*, 2020, 55(9): 1–9.
- [19] 王松, 茅晓晨. 含时滞的忆阻耦合HR神经元的复杂放电行为[J]. 动力学与控制学报, 2020, 18(1): 33–39.
- WANG Song and MAO Xiaochen. Complex firing behaviors of a memristive HR neurons with time delays[J]. *Journal of Dynamics and Control*, 2020, 18(1): 33–39.
- [20] BAO Han, ZHANG Yunzhen, LIU Wenbo, *et al.* Memristor synapse-coupled memristive neuron network: Synchronization transition and occurrence of chimera[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2020, 100: 937–950. doi: [10.1007/s11071-020-05529-2](https://doi.org/10.1007/s11071-020-05529-2).
- [21] CHUA L. Everything you wish to know about memristors but are afraid to ask[J]. *Radioengineering*, 2015, 24(2): 319–368. doi: [10.13164/re.2015.0319](https://doi.org/10.13164/re.2015.0319).
- [22] ADHIKARI S P, SAH M P, KIM H, *et al.* Three fingerprints of memristor[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2013, 60(11): 3008–3021. doi: [10.1109/TCSI.2013.2256171](https://doi.org/10.1109/TCSI.2013.2256171).
- [23] 张晨曦, 陈艳, 仪明东, 等. 基于忆阻器模拟的突触可塑性的研究进展[J]. 中国科学: 信息科学, 2018, 48(2): 115–142. doi: [10.1360/N112017-00022](https://doi.org/10.1360/N112017-00022).
- ZHANG Chenxi, CHEN Yan, YI Mingdong, *et al.* Recent

- progress in memristors for stimulating synaptic plasticity[J]. *Scientia Sinica Informationis*, 2018, 48(2): 115–142. doi: [10.1360/N112017-00022](https://doi.org/10.1360/N112017-00022).
- [24] BAO Han, HU Aihuang, LIU Wenbo, *et al.* Hidden bursting firings and bifurcation mechanisms in memristive neuron model with threshold electromagnetic induction[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2020, 31(2): 502–511. doi: [10.1109/TNNLS.2019.2905137](https://doi.org/10.1109/TNNLS.2019.2905137).
- 孙亮：男，1983年生，副教授，研究方向为机械设计制造及其自动化。
- 罗佳：女，1985年生，讲师，研究方向为非线性电路设计、智能控制。
- 乔印虎：男，1979年生，副教授，研究方向为机械电子、机电控制。

责任编辑：余蓉