

## 基于发射波束域-三迭代的机载MIMO雷达STAP方法

王 珽\* 赵拥军 赵 闯

(信息工程大学导航与空天目标工程学院 郑州 450001)

**摘 要:** 针对传统机载多输入多输出(MIMO)雷达空时自适应处理(STAP)中由于发射功率分散而造成的输出信杂噪比(SCNR)下降的问题, 该文提出一种基于发射波束域-三迭代的机载 MIMO 雷达 STAP 方法。首先建立了发射波束域 MIMO 雷达 STAP 的信号模型, 并且给出了发射波束加权矩阵的优化设计准则, 能够使发射功率聚集于感兴趣的目标空域。然后对发射波束域 MIMO 雷达的杂噪比(CNR)进行分析, 表明其与发射总功率的关系, 理论推导显示: 相比于全向等功率发射的传统 MIMO 雷达 CNR, 发射波束域 MIMO 雷达 CNR 减小。同时, 为进一步降低发射波束域 MIMO-STAP 的训练样本数需求与运算复杂度, 采用三迭代算法进行权值降维求解。理论分析与仿真实验结果表明: 通过相应的三迭代降维处理, 发射波束域 MIMO-STAP 与传统全向等功率发射 MIMO-STAP 相比能够获取更加优越的输出 SCNR 性能, 且运算量进一步降低。因此, 本文提出的发射波束域-三迭代方法具有重要的工程应用价值。

**关键词:** 机载 MIMO 雷达; 发射波束域; 空时自适应处理; 杂噪比分析; 三迭代算法

**中图分类号:** TN959.73

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1009-5896(2016)05-1034-07

**DOI:** 10.11999/JEIT150741

## Airborne MIMO Radar STAP Method Based on Transmit Beamspace-tri-iterative Algorithm

WANG Ting ZHAO Yongjun ZHAO Chuang

(School of Navigation and Aerospace Target Engineering, Information Engineering University, Zhengzhou 450001, China)

**Abstract:** The output Signal-to-Clutter-plus-Noise Ratio (SCNR) of traditional airborne MIMO radar STAP decreases because of the transmit power dispersion. To solve this problem, a MIMO-STAP method based on Transmit Beamspace (TB)-TRi-Iterative Algorithm (TRIA) is proposed. Firstly, the signal model of the TB-based MIMO radar STAP is established, and the optimizing criterion for designing the TB weight matrix is proposed to focus all transmit power within the desired spatial sector. Then, the Clutter-to-Noise Ratio (CNR) of the TB-based MIMO radar is analyzed to show its relationship with the total transmit power. The theoretical derivation is further provided to illustrate that the CNR of the TB-based MIMO radar is reduced compared with that of the traditional MIMO radar with uniform omni-directional transmission. Furthermore, in order to decrease the training sample requirement and the computational complexity of the TB-based MIMO-STAP, the TRIA is utilized to resolve the reduced-dimension weight vectors. The theoretical analysis and simulation results show that, through the corresponding tri-iterative reduced-dimension processing, the TB-based MIMO-STAP can achieve the improvement of the output SCNR, compared to the traditional MIMO-STAP with uniform omni-directional transmission. Moreover, the computational burden is further decreased. Therefore, the proposed TB-TRIA method has great value for engineering application.

**Key words:** Airborne MIMO radar; Transmit Beamspace (TB); Space-Time Adaptive Processing (STAP); Clutter-to-Noise Ratio (CNR) analysis; TRi-Iterative Algorithm (TRIA)

### 1 引言

多输入多输出(MIMO)雷达作为一种新兴的雷

达体制, 具有提升传统雷达性能的诸多潜力, 引起了国内外研究者的极大兴趣。在当前研究中, 主要根据其阵元配置与信号处理特性, 将 MIMO 雷达划分为两类, 即: 分布式 MIMO 雷达<sup>[1]</sup>和集中式 MIMO 雷达<sup>[2,3]</sup>。其中分布式 MIMO 雷达阵元采用大间隔配置方式, 能够获取充分的空域信息以及空间分集增益, 对于闪烁目标的检测能力明显增强。而集中式

收稿日期: 2015-06-18; 改回日期: 2016-01-22; 网络出版: 2016-03-11

\*通信作者: 王珽 wangtingsp@163.com

基金项目: 国家自然科学基金(41301481)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (41301481)

MIMO 雷达阵元间距较小,通过利用波形分集技术,以较小的天线规模即可形成扩展的虚拟阵列孔径,从而克服了载机平台对于天线孔径和重量限制的不足,并且能够进一步改善雷达的杂波抑制和参数估计性能<sup>[4]</sup>。

空时自适应处理(STAP)是新一代预警雷达的核心技术,能够有效实现地杂波抑制与地面动目标显示(Ground Moving Target Indication, GMTI)等功能,经过 40 余年的发展,其在机载相控阵雷达中的应用日益成熟<sup>[5,6]</sup>。如今,机载 MIMO 雷达 STAP 也迅速成为国际雷达界的一个研究热点。由于发射波形分集, MIMO 雷达 STAP 在获取系统自由度提升的同时,其训练样本数需求与运算复杂度也进一步增大,从而严重制约 MIMO-STAP 技术的实用化进程。因此当前研究主要集中于有效的降维、降秩等 MIMO-STAP 方法方面<sup>[4,7-11]</sup>。但现有文献均假设 MIMO 雷达各发射阵元全向发射等功率、相互正交的信号,然而在实际中目标位置通常集中于较小的空域范围内,因此传统 MIMO 雷达全空域均匀分布的发射特性,将导致目标范围内获得的发射功率较小,从而进一步影响 MIMO-STAP 中总体输出信杂噪比(SCNR)的提升。

为解决此类 MIMO 雷达中的特有问題,现有文献中提出了发射波束域 MIMO 雷达的概念,使得发射功率聚集于感兴趣的空域,能够在波达方向(Direction Of Arrival, DOA)估计、波束形成、模糊函数等方面取得相比于传统全向等功率发射 MIMO 雷达更加优越的性能<sup>[12-17]</sup>。同时由于发射波束域处理本身即为一种降维处理方式,因此能够进一步降低接收端信号处理复杂度。与角度估计和波束形成考虑空间中离散的较少个数目标所不同, STAP 中距离环内各杂波单元反射信号仍然为雷达发射信号回波,均可看作目标回波,因此发射波束域处理将造成各个角度发射信号功率不均匀,进而引起各杂波单元反射信号功率变化。因此在考虑将发射波束域处理引入 MIMO-STAP 获取目标信号功率提升的同时,还应对此时的杂噪比(CNR)变化进行更深入的分析,进而总体评价发射波束域 MIMO-STAP 的输出 SCNR 性能。

本文针对传统 MIMO 雷达 STAP 系统中由于发射功率分散而造成输出 SCNR 下降的不足,提出了基于发射波束域-三迭代的 MIMO-STAP 方法。首先,建立了基于发射波束域的机载 MIMO 雷达 STAP 信号模型。然后,给出了合理的波束域加权矩阵优化设计准则,即利用发射波束域处理将发射功率聚集于感兴趣的空域内。进而,通过对进入发

射波束域 MIMO 雷达单个接收阵元的单次脉冲杂波功率进行理论分析,表明相比于全向发射 MIMO 雷达,发射波束域处理后 MIMO 雷达 CNR 降低。最后,利用三迭代算法(TRIA)对发射波束域 MIMO-STAP 的权矢量进行降维求解。仿真实验验证了本文发射波束域-三迭代 MIMO-STAP 方法的有效性与优越性。

## 2 机载发射波束域 MIMO 雷达 STAP 信号模型

图 1 给出了机载 MIMO 雷达的系统结构模型。假设雷达载机高度为  $H$ ,以速度  $V$  沿  $X$  轴正方向做直线飞行,同时载机飞行方向垂直于天线阵列方向。MIMO 雷达具有  $M$  个发射阵元和  $N$  个接收阵元,均匀配置于正侧视位置,且均为全向天线,阵元间距分别为  $d_t$  和  $d_r = \lambda/2$  ( $\lambda$  为雷达工作波长)。

假设共有  $N_c$  个杂波散射单元均匀分布于距离环的各个角度,第  $i$  个( $i = 1, 2, \dots, N_c$ )杂波单元方位角为  $\theta_i$ , 距离环俯仰角为  $\varphi$ , 锥角为  $\psi$ 。则其对应的空域发射和接收导向矢量分别为

$$\mathbf{a}_t(f_{s,i}) = [1 \ e^{j2\pi\alpha f_{s,i}} \ \dots \ e^{j2\pi(M-1)\alpha f_{s,i}}]^T \quad (1)$$

$$\mathbf{a}_r(f_{s,i}) = [1 \ e^{j2\pi f_{s,i}} \ \dots \ e^{j2\pi(N-1)f_{s,i}}]^T \quad (2)$$

式中,  $f_{s,i} = d_r \cos \psi_i / \lambda = d_r \cos \theta_i \cos \varphi / \lambda$  为归一化空间频率,  $\alpha = d_t / d_r, i = 1, 2, \dots, N_c$ 。

假设在一次相干处理间隔(Coherent Processing Interval, CPI)内,各杂波源与雷达的相对几何关系保持不变。同时在此期间,时间域相干脉冲数为  $L$ ,则定义  $L \times 1$  维时域多普勒导向矢量为

$$\mathbf{a}_d(f_{d,i}) = [1 \ e^{j2\pi f_{d,i}} \ \dots \ e^{j2\pi(L-1)f_{d,i}}]^T \quad (3)$$

式中,  $f_{d,i} = 2VT \cos \psi_i / \lambda = 2VT \cos \theta_i \cos \varphi / \lambda$  为归一化多普勒频率,  $T$  为脉冲重复周期。

假设在感兴趣的区域内形成  $K$  ( $K \leq M$ ) 个方向性波束,令  $\mathbf{B} = [\mathbf{b}_1 \ \mathbf{b}_2 \ \dots \ \mathbf{b}_K]$  为  $M \times K$  维的发射波束加权矩阵,其中  $\mathbf{b}_k \in \mathbb{C}^{M \times 1}$  为应用于第  $k$  个波束形成

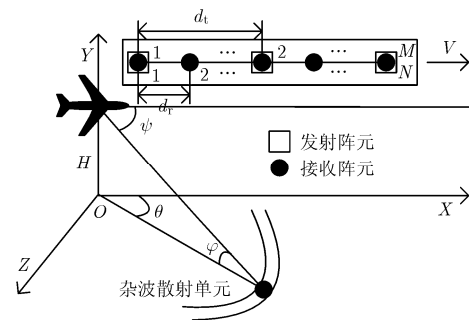


图 1 机载 MIMO 雷达系统结构图

的加权矢量。假设第  $k$  个波束的发射波形为  $\phi_k(t)$ ，则整个发射波形矢量可以表示为  $\Phi_K(t) = [\phi_1(t) \ \phi_2(t) \ \cdots \ \phi_K(t)]^T \in \mathbb{C}^{K \times 1}$ ，并且满足正交性条件：

$$\int_{T_0} \Phi_K(t) \Phi_K^H(t) dt = \mathbf{I}_K \quad (4)$$

式中， $\mathbf{I}_K$  为  $K \times K$  维单位阵， $T_0$  为发射波形的脉冲宽度。

假设单个脉冲内发射的总功率为  $E$ ，则在  $t$  时刻，归一化空间频率  $f_s$  处接收到的  $K$  个波束的辐射信号为

$$\begin{aligned} r(t, f_s) &= \sqrt{E/K} \sum_{k=1}^K (\mathbf{b}_k^H \mathbf{a}_t(f_s)) \phi_k(t) \\ &= \sqrt{E/K} (\mathbf{B}^H \mathbf{a}_t(f_s))^T \Phi_K(t) \end{aligned} \quad (5)$$

式中， $\sqrt{E/K}$  是为保持发射功率为  $E$  而引入的系数。

进而在  $t$  时刻  $N$  个接收阵元接收到的第  $l$  个目标回波脉冲为

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t, l) &= \rho_0 e^{j2\pi(l-1)f_{d,0}} \mathbf{a}_r(f_{s,0}) r(t, f_{s,0}) + \mathbf{n}(t, l) \\ &= \sqrt{E/K} \rho_0 e^{j2\pi(l-1)f_{d,0}} \mathbf{a}_r(f_{s,0}) (\mathbf{B}^H \mathbf{a}_t(f_{s,0}))^T \\ &\quad \cdot \Phi_K(t) + \mathbf{n}(t, l) \end{aligned} \quad (6)$$

式中， $f_{s,0}$ ， $f_{d,0}$  分别表示目标归一化空间频率和归一化多普勒频率， $\rho_0$  为目标散射系数， $l = 1, 2, \dots, L$ 。 $\mathbf{n}(t, l)$  为第  $l$  个脉冲回波的噪声，并假设为零均值复高斯过程。

进一步，与  $K$  个发射波形进行匹配滤波输出为

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(l) &= \int_{T_0} \mathbf{x}(t, l) \Phi_K^H(t) dt + \mathbf{N}(l) \\ &= \sqrt{\frac{E}{K}} \rho_0 e^{j2\pi(L-1)f_{d,0}} \mathbf{a}_r(f_{s,0}) (\mathbf{B}^H \mathbf{a}_t(f_{s,0}))^T \\ &\quad + \mathbf{N}(l) \end{aligned} \quad (7)$$

式中， $\mathbf{N}(l) = \int_{T_0} \mathbf{n}(t, l) \Phi_K^H(t) dt$  为匹配滤波后的噪声输出， $l = 1, 2, \dots, L$ 。

将  $L$  个脉冲数据  $\mathbf{Y} = [\mathbf{X}(1) \ \mathbf{X}(2) \ \cdots \ \mathbf{X}(L)]$  按列依次堆栈，得到  $LKN \times 1$  维空时数据矢量：

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_0 &= \text{vec}(\mathbf{Y}) \\ &= \sqrt{E/K} \rho_0 \mathbf{a}_d(f_{d,0}) \otimes (\mathbf{B}^H \mathbf{a}_t(f_{s,0})) \otimes \mathbf{a}_r(f_{s,0}) + \tilde{\mathbf{n}} \\ &= \sqrt{E/K} \rho_0 \mathbf{u}(f_{s,0}, f_{d,0}) + \tilde{\mathbf{n}} \end{aligned} \quad (8)$$

式中， $\mathbf{u}(f_{s,0}, f_{d,0}) = \mathbf{a}_d(f_{d,0}) \otimes (\mathbf{B}^H \mathbf{a}_t(f_{s,0})) \otimes \mathbf{a}_r(f_{s,0})$  为发射波束域处理后的  $LKN \times 1$  维目标空时导向矢量， $\otimes$  表示 Kronecker 积， $\text{vec}(\cdot)$  表示向量化操作， $\tilde{\mathbf{n}}$  为  $LKN \times 1$  维噪声矢量。由于发射波束域处理中，总的发射功率通过  $K$  个波形进行划分，因此此时目标信号功率将相对于常规 MIMO-STAP 系统增强  $M/K$  倍。

同时经过发射波束域处理，可以将杂波加噪声协方差矩阵表示为

$$\mathbf{R} = \sum_{i=1}^{N_c} \sigma_{c,i}^2 \mathbf{u}(f_{s,i}, f_{d,i}) \mathbf{u}^H(f_{s,i}, f_{d,i}) + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{LKN} \quad (9)$$

式中， $\mathbf{u}(f_{s,i}, f_{d,i})$  为第  $i$  个杂波单元对应的空时导向矢量， $\sigma_{c,i}^2$  为该杂波单元的回波功率，与此时入射到该角度的发射功率以及该杂波单元雷达截面积 (Radar Cross Section, RCS) 有关， $\sigma_n^2$  表示噪声功率。由于各杂波散射单元均匀分布于距离环内各个角度，因此当发射波束域处理时，各杂波单元将由于此时 MIMO 雷达不再全向等功率发射而引起反射功率发生变化，进而造成 CNR 变化，此点将在 3.2 节进行分析。

此时，发射波束域 MIMO-STAP 可以表示为如式(10)的线性约束优化问题

$$\left. \begin{aligned} \min_w \quad & \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{w}^H \mathbf{u}(f_{s,0}, f_{d,0}) = 1 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

可以求得发射波束域 MIMO-STAP 最优空时权矢量为

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}(f_{s,0}, f_{d,0})}{\mathbf{u}^H(f_{s,0}, f_{d,0}) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}(f_{s,0}, f_{d,0})} \quad (11)$$

进一步，可以得到发射波束域 MIMO-STAP 最优输出信杂噪比为

$$\begin{aligned} \text{SCNR} &= \frac{(E/K) |\rho_0|^2 \left| \mathbf{w}^H \mathbf{u}(f_{s,0}, f_{d,0}) \right|^2}{\mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w}} \\ &= (E/K) |\rho_0|^2 \mathbf{u}^H(f_{s,0}, f_{d,0}) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}(f_{s,0}, f_{d,0}) \end{aligned} \quad (12)$$

由于发射波束域处理带来的目标信号功率提升，能够进一步改善 MIMO-STAP 的输出 SCNR 性能。同时经过发射波束域处理，系统维数与传统正交波形时相比有所下降，但仍高达  $LKN$ ，获取足够的样本数据在实际中十分困难，并且受算法运算量问题限制，实时处理难以实现。因此需要在给出合理的发射波束域设计准则以及 CNR 分析的前提下，进一步针对发射波束域 MIMO-STAP 进行有效的降维处理。

### 3 发射波束域设计与杂噪比分析

#### 3.1 波束加权矩阵的优化设计

由式(5)，可以将归一化空间频率  $f_s$  处的发射信号功率表示为

$$\begin{aligned} P(f_s) &= \mathbb{E} \left[ r(t, f_s) r^H(t, f_s) \right] \\ &= (E/K) \mathbb{E} \left[ (\mathbf{B}^H \mathbf{a}_t(f_s))^T \Phi_K(t) \Phi_K^H(t) (\mathbf{B}^H \mathbf{a}_t(f_s))^* \right] \\ &= (E/K) \left| \mathbf{a}_t^T(f_s) \mathbf{B}^* \mathbf{B}^T \mathbf{a}_t^*(f_s) \right| = (E/K) \left\| \mathbf{B}^H \mathbf{a}_t(f_s) \right\|^2 \end{aligned} \quad (13)$$

式中,  $\|\cdot\|$  表示向量 2 范数。

由式(13)可以看出, 可以通过对发射波束域矩阵进行合理设计, 以控制发射功率的空域分布。对于不感兴趣的空域  $\bar{\theta}$ , 可以设计波束加权矩阵满足:

$$\|\mathbf{B}^H \mathbf{a}_t(f_s)\| \leq \gamma, \quad \forall \psi \in \bar{\theta} \quad (14)$$

式中,  $\gamma > 0$  为空域  $\bar{\theta}$  内辐射功率的约束上界。

同时, 对于感兴趣的目标空域  $\theta$ , 为使得新的发射导向矢量仍具有旋转不变特性, 以便于后续的角度估计等任务<sup>[12-16]</sup>, 则可以设计波束加权矩阵满足:

$$\mathbf{B}^H \mathbf{a}_t(f_s) = \mathbf{d}(f_s), \quad \forall \psi \in \theta \quad (15)$$

式中,  $\mathbf{d}(f_s) = [e^{j\mu_1(f_s)} \ e^{j\mu_2(f_s)} \ \dots \ e^{j\mu_K(f_s)}]^\top$  为  $K \times 1$  维期望导向矢量, 且对于  $\forall \psi \in \theta$ ,  $\mathbf{d}(f_s)$  内各元素满足旋转不变性质:

$$e^{j(\mu_{k+1}(f_s) - \mu_k(f_s))} = e^{j(\mu_k(f_s) - \mu_{k-1}(f_s))}, \quad k = 2, 3, \dots, K-1$$

则综合式(14)与式(15), 可以得到波束加权矩阵的设计准则为: 在保证不感兴趣的空域  $\bar{\theta}$  内辐射功率满足约束上限的条件下, 使得目标空域  $\theta$  内的发射导向矢量与期望导向矢量的均方误差最小, 即

$$\left. \begin{aligned} \min_B \max_p \|\mathbf{B}^H \mathbf{a}_t(f_{s,p}) - \mathbf{d}(f_{s,p})\|, \\ \psi_p \in \theta, p = 1, 2, \dots, N_p \\ \text{s.t. } \|\mathbf{B}^H \mathbf{a}_t(f_{s,q})\| \leq \gamma, \psi_q \in \bar{\theta}, q = 1, 2, \dots, N_q \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

式中,  $\psi_p$  和  $\psi_q$  分别为空域  $\theta$  和  $\bar{\theta}$  内的均匀离散化角度,  $N_p$  和  $N_q$  分别为对应区域内均匀分布的杂波散射点数。进而可以将式(16)所示的约束优化问题转化为二阶锥规划(Second Order Cone Programming, SOCP)形式, 并利用已知的内点法求出该问题的全局最优解(具体可参考文献[12])。在实际 MIMO-STAP 应用中, 首先可以通过发射传统全正交信号, 进行全空域检测获取目标粗略的方位信息, 进而在已知感兴趣的目标空域范围  $\theta$  后, 对所需发射波束域矩阵  $\mathbf{B}$  进行离线构造并实现加权处理。

### 3.2 发射波束域 MIMO 雷达杂噪比分析

通过上节给出的 MIMO 雷达发射波束域设计, 能够提升感兴趣区域内的目标信号功率, 但对于距离环内各杂波单元而言, 其同样为雷达发射信号回波, 因此发射波束域处理将影响接收系统的 CNR。因此有必要从单个接收阵元单次脉冲的杂波功率入手<sup>[5]</sup>, 对发射波束域处理情况下的 CNR 进行分析。

对于发射波束域 MIMO 雷达, 单个接收阵元接收到的单次脉冲的杂波回波信号可以表示为

$$x(t) = \sqrt{\frac{E}{K}} \sum_{i=1}^{N_c} \rho_i (\mathbf{B}^H \mathbf{a}_t(f_{s,i}))^\top \Phi_K(t) \quad (17)$$

同时由于  $\rho_i \sim N(0, \xi^2)$  为独立同分布的随机变量, 因此可以得到单个接收阵元单次脉冲的杂波信号功率为

$$\begin{aligned} E[x(t)^2] &= \xi^2 \sum_{i=1}^{N_c} E \left| \sqrt{E/K} (\mathbf{B}^H \mathbf{a}_t(f_{s,i}))^\top \Phi_K(t) \right|^2 \\ &= \frac{E}{K} \xi^2 \sum_{i=1}^{N_c} \|\mathbf{B}^H \mathbf{a}_t(f_{s,i})\|^2 = \xi^2 \sum_{i=1}^{N_c} P(f_{s,i}) \end{aligned} \quad (18)$$

由式(18)可以看出, 进入单个接收阵元单次脉冲的杂波功率, 与辐射于空间各点的发射总功率有关。

下面对发射波束域与传统正交波形 MIMO 雷达的发射总功率进行比较, 主要考虑感兴趣区域  $\theta$  以及不感兴趣区域  $\bar{\theta}$  的功率之和。由式(13), 发射波束域处理后  $\theta$  与  $\bar{\theta}$  内总功率可以表示为

$$\begin{aligned} \int_{\theta+\bar{\theta}} P(f_{s,i}) df_{s,i} &= \int_{\theta} P(f_{s,p}) df_{s,p} + \int_{\bar{\theta}} P(f_{s,q}) df_{s,q} \\ &= \frac{E}{K} \sum_{p=1}^{N_p} \|\mathbf{B}^H \mathbf{a}_t(f_{s,p})\|^2 \\ &\quad + \frac{E}{K} \sum_{q=1}^{N_q} \|\mathbf{B}^H \mathbf{a}_t(f_{s,q})\|^2 \end{aligned} \quad (19)$$

结合式(14)~式(16)给出的波束域加权矩阵优化设计准则, 即有  $\mathbf{B}^H \mathbf{a}_t(f_{s,p}) = \mathbf{d}(f_{s,p})$  ( $\forall \psi_p \in \theta, p = 1, 2, \dots, N_p$ ) 和  $\|\mathbf{B}^H \mathbf{a}_t(f_{s,q})\| \leq \gamma$  ( $\forall \psi_q \in \bar{\theta}, q = 1, 2, \dots, N_q$ ), 可以得到如式(20)所示的不等关系:

$$\begin{aligned} \int_{\theta+\bar{\theta}} P(f_{s,i}) df_{s,i} &\leq \frac{E}{K} \left( \sum_{p=1}^{N_p} \|\mathbf{d}(f_{s,p})\|^2 + \sum_{q=1}^{N_q} \|\gamma\|^2 \right) \\ &\leq \frac{E}{K} (N_p \cdot K + N_q \cdot \gamma^2) \end{aligned} \quad (20)$$

又由于  $\gamma$  通常设置为小于 1 的常数, 即  $\gamma < 1$ , 因此有  $\gamma^2 < 1 < K$ , 所以

$$\begin{aligned} \int_{\theta+\bar{\theta}} P(f_{s,i}) df_{s,i} &< \frac{E}{K} (N_p \cdot K + N_q \cdot K) \\ &< E(N_p + N_q) \end{aligned} \quad (21)$$

同时有  $E(N_p + N_q) = (E/M) \cdot (N_p + N_q) M = (E/M) \int_{\theta+\bar{\theta}} \|\mathbf{a}_t(f_{s,i})\|^2 df_{s,i}$ , 表示传统全向发射 MIMO 雷达在  $\theta$  与  $\bar{\theta}$  区域内的发射总功率。即可以得到, 经过发射波束域处理后 MIMO 雷达发射总功率减小, 同时造成 CNR 减小。在仿真中, 可以根据发射总功率变化的比例关系设置发射波束域处理后的 CNR。

## 4 基于 TRIA 的发射波束域 MIMO-STAP

### 4.1 基本原理

由于发射波束域降维, 相比于常规正交波形 MIMO-STAP, 发射波束域 MIMO-STAP 系统维数有所下降(由 LMN 降为 LKN), 但其依然面临所需训练样本数大、运算复杂度高的问题。因此, 本节考虑结合发射波束域 MIMO-STAP 模型结构特点, 利用三迭代算法<sup>[7]</sup>进行进一步的降维处理。

首先, 将式(10)中的发射波束域 MIMO-STAP

权矢量  $\mathbf{w}$  分离为时域多普勒、发射波束域、接收阵元域 3 个低维权矢量, 即有

$$\begin{aligned}\mathbf{w} &= \mathbf{w}_d \otimes \mathbf{w}_{tb} \otimes \mathbf{w}_r = (\mathbf{I}_L \otimes \mathbf{w}_{tb} \otimes \mathbf{w}_r) \mathbf{w}_d \\ &= (\mathbf{w}_d \otimes \mathbf{I}_K \otimes \mathbf{w}_r) \mathbf{w}_{tb} = (\mathbf{w}_d \otimes \mathbf{w}_{tb} \otimes \mathbf{I}_N) \mathbf{w}_r\end{aligned}\quad (22)$$

则式(10)可以进一步表示为

$$\left. \begin{aligned}\min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} &= \min_{\mathbf{w}_d, \mathbf{w}_{tb}, \mathbf{w}_r} \left( \mathbf{w}_d \otimes \mathbf{w}_{tb} \otimes \mathbf{w}_r \right)^H \\ &\quad \cdot \mathbf{R} \left( \mathbf{w}_d \otimes \mathbf{w}_{tb} \otimes \mathbf{w}_r \right) \\ \text{s.t. } \left( \mathbf{w}_d \otimes \mathbf{w}_{tb} \otimes \mathbf{w}_r \right)^H \mathbf{u} \left( f_{s,0}, f_{d,0} \right) &= 1\end{aligned}\right\} \quad (23)$$

可以看出, 式(23)为一个多元二次代价函数, 直接求解非常困难。基于三迭代思想, 可以通过固定 3 维权矢量中的两维, 并利用其构造出降维矩阵, 能够将高维数据降维至低维空间, 进而实现对各低维权矢量的分别求解。下面给出发射波束域 MIMO-STAP 模型下三迭代算法实现的具体流程:

(1) 设置两个随机初始值  $\mathbf{w}_d(0)$  和  $\mathbf{w}_{tb}(0)$ , 并进行归一化处理, 使  $\|\mathbf{w}_d(0)\| = 1, \|\mathbf{w}_{tb}(0)\| = 1$ 。

(2) 利用  $\mathbf{w}_d(p-1)$  和  $\mathbf{w}_{tb}(p-1)$  构造降维矩阵  $\mathbf{T}_r = \mathbf{w}_d(p-1) \otimes \mathbf{w}_{tb}(p-1) \otimes \mathbf{I}_N$ , 并得到降维后的空域接收协方差矩阵  $\mathbf{R}_r = \mathbf{T}_r^H \mathbf{R} \mathbf{T}_r$  和对应的接收阵元域导向矢量  $\mathbf{u}_r = \mathbf{T}_r^H \mathbf{u}$ 。可以进一步计算得到空域接收维自适应权矢量为  $\mathbf{w}_r(p) = \mathbf{R}_r^{-1} \mathbf{u}_r / \mathbf{u}_r^H \mathbf{R}_r^{-1} \mathbf{u}_r$ , 其中  $p = 1, 2, \dots$  为迭代次数。

(3) 利用  $\mathbf{w}_d(p-1)$  和第(2)步得到的  $\mathbf{w}_r(p)$  构造降维矩阵  $\mathbf{T}_{tb} = \mathbf{w}_d(p-1) \otimes \mathbf{I}_K \otimes \mathbf{w}_r(p)$ , 则可以计算得到发射波束域自适应权矢量为  $\mathbf{w}_{tb}(p) = \mathbf{R}_{tb}^{-1} \mathbf{u}_{tb} / \mathbf{u}_{tb}^H \mathbf{R}_{tb}^{-1} \mathbf{u}_{tb}$ , 其中  $\mathbf{R}_{tb} = \mathbf{T}_{tb}^H \mathbf{R} \mathbf{T}_{tb}$  和  $\mathbf{u}_{tb} = \mathbf{T}_{tb}^H \mathbf{u}$  表示降维后的发射波束域协方差矩阵和导向矢量。

(4) 利用第(2)步得到的  $\mathbf{w}_r(p)$  和第(3)步得到  $\mathbf{w}_{tb}(p)$  构造降维矩阵  $\mathbf{T}_d = \mathbf{I}_L \otimes \mathbf{w}_{tb}(p) \otimes \mathbf{w}_r(p)$ , 则可以得到时域自适应权矢量为  $\mathbf{w}_d(p) = \mathbf{R}_d^{-1} \mathbf{u}_d / \mathbf{u}_d^H \mathbf{R}_d^{-1} \mathbf{u}_d$ , 其中  $\mathbf{R}_d = \mathbf{T}_d^H \mathbf{R} \mathbf{T}_d$  和  $\mathbf{u}_d = \mathbf{T}_d^H \mathbf{u}$  表示降维后的时域协方差矩阵和导向矢量。

(5) 反复执行第(2), (3)和(4)步, 直至  $\|\mathbf{w}_d(p) - \mathbf{w}_d(p-1)\| / \|\mathbf{w}_d(p)\| < \delta_1$  ( $0 < \delta_1 \ll 1$ ) 和  $\|\mathbf{w}_{tb}(p) - \mathbf{w}_{tb}(p-1)\| / \|\mathbf{w}_{tb}(p)\| < \delta_2$  ( $0 < \delta_2 \ll 1$ ) 同时成立, 迭代结束。

(6) 最终, 由上述迭代优化得到的  $\mathbf{w}_d, \mathbf{w}_{tb}$  和  $\mathbf{w}_r$ , 进一步合成发射波束域 MIMO-STAP 全维空时权矢量为  $\mathbf{w} = \mathbf{w}_d \otimes \mathbf{w}_{tb} \otimes \mathbf{w}_r$ 。

## 4.2 性能分析

本文提出的发射波束域-三迭代算法仅需估计协方差矩阵  $\mathbf{R}_d \in \mathbb{C}^{L \times L}$ ,  $\mathbf{R}_{tb} \in \mathbb{C}^{K \times K}$  和  $\mathbf{R}_r \in \mathbb{C}^{N \times N}$ , 因此样本数只需满足  $\hat{D} \geq 2 \max\{L, K, N\}$  即可, 而全维发射波束域 MIMO-STAP 所需样本数  $D \geq 2LKN$ , 即有  $\hat{D} \ll D$ 。此外, 全维发射波束域

MIMO-STAP 进行协方差矩阵估计和求逆的运算复杂度高达  $O(DL^2K^2N^2) + O(L^3K^3N^3)$ , 而三迭代降维处理后, 每一次迭代的运算复杂度仅为  $O(\hat{D}L^2 + \hat{D}K^2 + \hat{D}N^2) + O(L^3 + K^3 + N^3)$ 。同时仿真实验表明, 当取  $\delta_1 = \delta_2 = 0.001$  时, 经过 4~5 步迭代即可达到收敛。则本文算法总的运算复杂度为  $O[P(\hat{D}L^2 + \hat{D}K^2 + \hat{D}N^2)] + O[P(L^3 + K^3 + N^3)]$ , 其中  $P$  为迭代次数。通过比较可以发现, 本文算法所需训练样本数和运算复杂度均远远低于全维发射波束域 MIMO-STAP。

同时, 针对传统全向等功率发射的三迭代算法样本数需满足  $\bar{D} \geq 2 \max\{L, M, N\}$ , 并且每次迭代运算量近似为  $O(\bar{D}L^2 + \bar{D}M^2 + \bar{D}N^2) + O(L^3 + M^3 + N^3)$ 。由于一般有  $K \leq M \leq N \leq L$ , 因此本文发射波束域-三迭代算法与其在样本数需求方面近似一致, 而运算复杂度则进一步降低, 并且输出 SCNR 性能得到有效改善。

## 5 仿真实验

仿真参数设置如下: MIMO 雷达载机高度  $H = 8000$  m, 速度  $V = 140$  m/s, 工作波长  $\lambda = 0.23$  m, 发射阵元数  $M = 10$ , 发射阵元间距  $d_t = 0.115$  m, 接收阵元数  $N = 10$ , 接收阵元间距  $d_r = 0.115$  m,  $\alpha = 1$ 。假设已通过常规全向发射 MIMO 雷达进行扫描搜索, 在探测出目标大致方位信息之后, 切换为发射波束域 MIMO-STAP 模式。同时假设在此期间时域脉冲数保持不变, 能够保持传统全向发射 MIMO 雷达长时间脉冲积累优势。时域脉冲数  $L = 16$ , 脉冲重复频率  $f_r = 2434.8$  Hz, 单个脉冲的发射功率为  $E = M$ 。各距离单元杂波相互独立, 未经发射波束域处理时单元杂噪比  $\text{CNR}_0 = 40$  dB。假设目标散射系数为 1, 即  $\rho_0 = 1$ 。实验中将载机正侧视方向假定为雷达的检测方向, 即目标归一化空间频率为  $f_{s,0} = 0$ 。同时仿真中迭代初始值分别设为  $\mathbf{w}_d(0) = \mathbf{a}_d(f_{d,0}) / \|\mathbf{a}_d(f_{d,0})\|$  和  $\mathbf{w}_{tb}(0) = \mathbf{B}^H \mathbf{a}_t(f_{s,0}) / \|\mathbf{B}^H \mathbf{a}_t(f_{s,0})\|$ , 并且取迭代阈值为  $\delta_1 = \delta_2 = 0.001$ 。

**实验 1 发射波束方向图比较** 假设感兴趣的空间区域  $\Theta = [80^\circ, 100^\circ]$ , 不感兴趣的空间区域  $\bar{\Theta} = [0^\circ, 70^\circ] \cup [110^\circ, 180^\circ]$ 。发射波束域产生  $K = 4$  个波束, 空域  $\bar{\Theta}$  辐射功率的约束上界为  $\gamma = 0.5$ 。期望导向矢量  $\mathbf{d}(f_s) = [1 e^{j2\pi f_s} e^{j4\pi f_s} e^{j6\pi f_s}]^T$ 。图 2 分别给出了常规 MIMO 雷达以及发射波束域 MIMO 雷达的发射波束方向图。可以看出, 通过发射波束域处理, MIMO 雷达能够将发射功率集中于感兴趣的目标空域, 且近似服从均匀分布, 同时对不感兴趣空域的发射功率进行了有效的控制与衰减。进一步, 根据 3.2 节的相关分析结果, 利用图 2 中发射波束域处理前后发射总功率的对应比例关系, 可以得到

发射波束域 MIMO 雷达 CNR 为

$$\text{CNR}_{\text{tb}} = \frac{\sum_{i=1}^{N_c} P_{\text{tb}}(f_{s,i})}{N_c \cdot P_0} \cdot \text{CNR}_0 = 38.618 \text{ dB} \quad (24)$$

其中,  $P_0$  为传统 MIMO 雷达的均匀发射功率值,  $P_{\text{tb}}(f_{s,i})$  为发射波束域 MIMO 雷达空域各点的发射功率值。通过计算可以看出, 发射波束域 MIMO 雷达 CNR 相比于传统全正交发射时下降 ( $\text{CNR}_{\text{tb}} < \text{CNR}_0$ ), 符合 3.2 节的理论推导结论, 同时将此结果应用于之后的发射波束域 MIMO-STAP 仿真实验中。

### 实验 2 输出 SCNR 随迭代次数的收敛性能

假设目标归一化多普勒频率  $f_{d,0} = 0.25$ , 图 3 给出了传统全向发射三迭代算法和本文发射波束域-三迭代算法在某一次实验中 SCNR 随迭代次数的收敛曲线。此仿真中设样本数为  $D = 200$ , 小于各自系统维数  $LMN$  与  $LKN$ , 符合实际的小样本非均匀杂波环境。结果显示, 本文发射波束域-三迭代算法输出 SCNR 经过 4~5 步迭代即趋于稳定, 相比于理想的全维发射波束域最优处理结果约有 3 dB 性能损失, 同时在各迭代次数性能均优于相应的传统三迭代算法, 即说明本文算法具有优越的 SCNR 性能及很快的收敛速度。

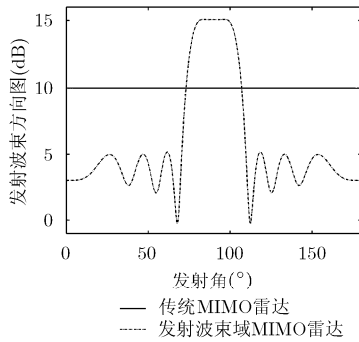


图 2 发射波束方向图比较

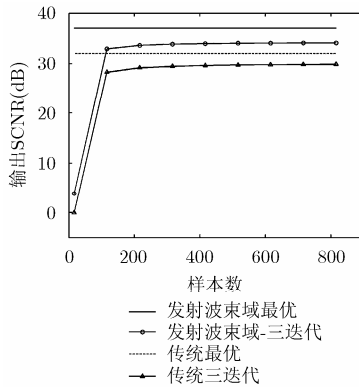


图 4 输出 SCNR 随样本数变化曲线

**实验 3 输出 SCNR 随样本数的收敛性能** 图 4 给出了在检测多普勒频率  $f_{d,0} = 0.25$  时, 传统全向等功率发射的三迭代算法和本文发射波束域-三迭代算法输出 SCNR 随训练样本数的收敛曲线图, 为 100 次 Monte Carlo 实验平均结果。为保证迭代中各降维协方差矩阵可逆, 则在本实验中将起始的最小样本数设置为  $D_{\text{min}} = \max\{L, M, N, K\} = 16$ 。如图 4 所示, 本文发射波束域-三迭代算法输出 SCNR 随训练样本数迅速收敛, 并且与全向发射三迭代算法相比, 本文算法在所设的各样本数条件下输出 SCNR 性能均有显著提升。同时由于发射波束域降维, 本文算法运算量相比于全向发射三迭代算法进一步降低。

**实验 4 输出 SCNR 随归一化多普勒频率的变化性能** 图 5 进一步给出了当训练样本数  $D = 200$  时, 传统全向等功率发射的三迭代算法和本文发射波束域-三迭代算法输出 SCNR 随归一化多普勒频率的变化曲线。从图 5 中可以看出, 在三迭代降维处理的情况下, 发射波束域 MIMO-STAP 输出 SCNR 性能优于对应的常规 MIMO-STAP, 能够改善最小可检测速度。从而进一步验证了本文方法在小样本条件下的有效性与优越性。

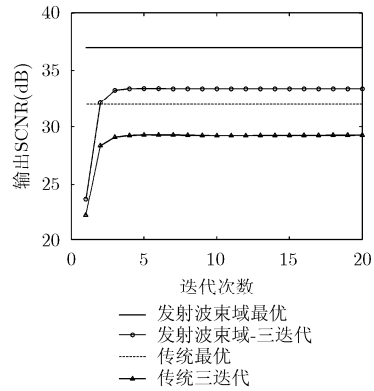


图 3 输出 SCNR 随迭代次数变化曲线

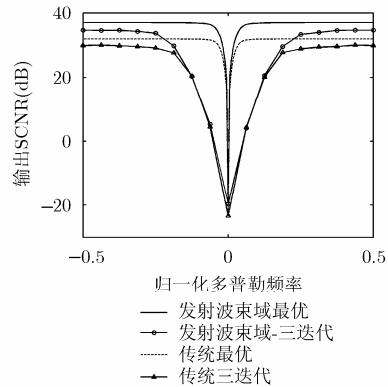


图 5 输出 SCNR 随归一化多普勒频率变化曲线

## 6 结束语

本文针对传统机载 MIMO 雷达 STAP 因发射功率分散而造成输出 SCNR 下降的不足, 提出一种基于发射波束域-三迭代的 MIMO-STAP 方法。首先在建立发射波束域 MIMO-STAP 模型的基础上, 给出了合理有效的发射波束加权矩阵优化设计准则, 并通过分析表明在此准则下 CNR 与全向发射时相比降低, 进而通过利用三迭代算法对 3 个低维权矢量进行循环迭代优化, 最终形成高维权矢量, 从而在提升 MIMO-STAP 输出 SCNR 性能的同时能够大幅降低所需训练样本数与运算量。仿真实验验证了本文发射波束域-三迭代 MIMO-STAP 方法在小样本条件下的有效性与优越性, 表明其具有快速的收敛能力, 输出 SCNR 性能优于传统全向等功率发射的三迭代 MIMO-STAP, 且运算复杂度进一步降低, 因此本文提出的发射波束域-三迭代 MIMO-STAP 方法具有重要的实际工程应用意义。

### 参考文献

- [1] HAIMOVICH A M, BLUM R S, LENARD J, *et al.* MIMO radar with widely separated antennas[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, 25(1): 116-129. doi: 10.1109/MSP.2008.4408448.
- [2] LI J and STOICA P. MIMO radar with collocated antennas [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2007, 24(5): 106-114. doi: 10.1109/MSP.2007.904812.
- [3] 施君南, 纠博, 刘宏伟, 等. 一种基于先验信息的机载 MIMO 雷达发射方向图设计方法[J]. *电子与信息学报*, 2015, 37(5): 1038-1043. doi: 10.11999/JEIT140911.  
SHI Junnan, JIU Bo, LIU Hongwei, *et al.* A beam pattern design method for airborne MIMO radar based on prior knowledge[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2015, 37(5): 1038-1043. doi: 10.11999/JEIT140911.
- [4] 王琨, 赵拥军, 胡涛. 机载 MIMO 雷达空时自适应处理技术研究进展[J]. *雷达学报*, 2015, 4(2): 136-148. doi: 10.12000/JR14091.  
WANG Ting, ZHAO Yongjun, and HU Tao. Overview of space-time adaptive processing for airborne MIMO radar[J]. *Journal of Radars*, 2015, 4(2): 136-148. doi: 10.12000/JR14091.
- [5] GUERCI J R. *Space Time Adaptive Processing for Radar*[M]. Norwood, MA: Artech House, Inc., 2003: 3-55.
- [6] KLEMM R. *Principles of Space-Time Adaptive Processing* [M]. London: The Institution of Electrical Engineers, 2002: 5-45.
- [7] XIANG C, FENG D Z, and LÜ H. Three-dimensional reduced-dimension transformation for MIMO radar space-time adaptive processing[J]. *Signal Processing*, 2011, 91(8): 2121-2126. doi: 10.1016/j.sigpro.2011.01.017.
- [8] HE J, FENG D Z, and MA L. Reduced-dimension clutter suppression method for airborne multiple-input multiple-output radar based on three iterations[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2015, 9(3): 249-254. doi: 10.1049/iet-rsn.2014.0149.
- [9] 吕晖, 冯大政, 和洁, 等. 机载 MIMO 雷达两级降维杂波抑制方法[J]. *电子与信息学报*, 2011, 33(4): 805-809. doi: 10.3724/SP.J.1146.2010.00704.
- [10] LÜ Hui, FENG Dazheng, HE Jie, *et al.* Two stage reduced-dimension clutter suppression method for airborne MIMO radar[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2011, 33(4): 805-809. doi: 10.3724/SP.J.1146.2010.00704.
- [10] 冯为可, 张永顺, 赵杰. 机载 MIMO 雷达修正 GMB 降维方法 [J]. *空军工程大学学报(自然科学版)*, 2015, 16(1): 28-31. doi: 10.3969/j.issn.1009-3516.2015.01.007.  
FENG Weike, ZHANG Yongshun, and ZHAO Jie. A modified generalized adjacent multiple-beam approach of STAP for airborne MIMO radar[J]. *Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition)*, 2015, 16(1): 28-31. doi: 10.3969/j.issn.1009-3516.2015.01.007.
- [11] 赵军, 沈明威, 朱岱寅. 机载 MIMO 雷达杂波特征结构的空时自回归算法[J]. *信号处理*, 2015, 31(4): 393-398.  
ZHAO Jun, SHEN Mingwei, and ZHU Daiyin. Space time autoaggressive method based on clutter eigenstructure for airborne MIMO radar[J]. *Journal of Signal Processing*, 2015, 31(4): 393-398.
- [12] HASSANIEN A and VOROBYOV S A. Transmit energy focusing for DOA estimation in MIMO radar with colocated antennas[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(6): 2669-2682. doi: 10.1109/TSP.2011.2125960.
- [13] KHABBAZIBASMENJ A, HASSANIEN A, VOROBYOV S A, *et al.* Efficient transmit beamspace design for search-free based DOA estimation in MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(6): 1490-1500. doi: 10.1109/TSP.2014.2299513.
- [14] 郑志东, 张剑云, 杨璞. 基于发射波束域-平行因子分析的 MIMO 雷达收发角度估计[J]. *电子与信息学报*, 2011, 33(12): 2875-2880. doi: 10.3724/SP.J.1146.2011.00440.  
ZHENG Zhidong, ZHANG Jianyun, and YANG Ying. Joint DOD-DOA estimation of MIMO radar based on transmit beamspace-PARAFAC[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2011, 33(12): 2875-2880. doi: 10.3724/SP.J.1146.2011.00440.
- [15] 黄中瑞, 张剑云, 周青松. 双基地 MIMO 雷达发射功率聚焦的角度估计算法研究[J]. *电子与信息学报*, 2015, 37(10): 2314-2320. doi: 10.11999/JEIT150159.  
HUANG Zhongrui, ZHANG Jianyun, and ZHOU Qingsong. Study on angle estimation of bistatic MIMO radar based on transmit power focus[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2015, 37(10): 2314-2320. doi: 10.11999/JEIT150159.
- [16] 洪振清, 张剑云. 基于发射波束域预处理的 MIMO 雷达 MVDR 波束形成算法[J]. *系统仿真学报*, 2013, 25(4): 722-731.  
HONG Zhenqing and ZHANG Jianyun. MVDR beamforming algorithm based on beamspace preprocessing for MIMO radar[J]. *Journal of System Simulation*, 2013, 25(4): 722-731.
- [17] LI Y Z, VOROBYOV S A, and KOIVUNEN V. Ambiguity function of the transmit beamspace-based MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(7): 4445-4457. doi: 10.1109/TSP.2015.2439241.

王琨: 男, 1988 年生, 博士生, 研究方向为机载 MIMO 雷达空时自适应信号处理。

赵拥军: 男, 1964 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为雷达信号处理、阵列信号处理。

赵闯: 男, 1978 年生, 讲师, 研究方向为雷达信号处理。