

基于原子范数的无网格稀疏恢复非正侧视阵空时自适应处理算法

章涛* 郭骏骋 来燃

(中国民航大学天津市智能信号与图像处理重点实验室 天津 300300)

摘要: 基于杂波谱稀疏恢复的空时自适应处理(STAP)方法可以显著降低对杂波样本数的要求, 十分适合缺少样本情况下的机载雷达杂波抑制。然而, 现有稀疏恢复STAP方法利用离散化空时导向矢量字典进行重构, 在非正侧视阵情况下, 由于杂波脊不在字典网格点上, 字典失配问题严重影响杂波抑制性能。针对上述问题, 该文提出了一种基于原子范数的无网格稀疏恢复空时自适应处理方法(ANM-STAP), 利用低秩矩阵恢复理论实现连续空时平面的稀疏恢复, 克服了稀疏恢复中的字典失配问题, 获得了非正侧视阵情况下的高分辨率杂波空时谱, 有效提高了STAP杂波抑制性能。Monte Carlo实验证明, 该文方法STAP处理性能在非正侧视阵情况下优于已有字典离散化处理的稀疏恢复STAP方法。

关键词: 空时自适应处理; 稀疏恢复; 字典失配; 原子范数

中图分类号: TN911

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2021)05-1235-08

DOI: 10.11999/JEIT200114

Gridless Sparse Recovery for Non-sidelooking Space-Time Adaptive Processing Based on Atomic Norm Minimization

ZHANG Tao GUO Juncheng LAI Ran

(Tianjin Key Laboratory for Advanced Signal Processing, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China)

Abstract: Sparse recovery Space-Time Adaptive Processing (STAP) can reduce the requirements of clutter samples, and suppress effectively clutter using limited training samples for airborne radar. The whole space-time plane is discretized into small grid points uniformly in presently available sparse recovery STAP methods, however, the clutter ridge is not located exactly on the pre-discretized grid points in non-sidelooking STAP radar. The dictionary mismatch effect degrades the performance of STAP significantly. In this paper, a gridless sparse recovery STAP method is proposed based on Atomic Norm Minimization (ANM-STAP), which utilizes the low-rank property of the clutter covariance matrix. In the proposed method, the clutter spectrum is precisely estimated in continuous space-time plane without dictionary mismatch. Numerical results show that the proposed method provides an improved performance to the sparse recovery STAP methods with discretized dictionaries.

Key words: Space-Time Adaptive Processing (STAP); Sparse recovery; Dictionary mismatch; Atomic norm

1 引言

对于机载相控阵体制雷达, 空时自适应处理(Space-Time Adaptive Processing, STAP)通过联合多个天线多个脉冲信号能够有效地抑制空时耦合

杂波, 进而增强运动目标检测性能^[1]。STAP方法通过对杂波样本的统计估计获得杂波协方差矩阵(Clutter Covariance Matrix, CCM), 进而计算自适应滤波权矢量提高输出信杂比。Reed等人^[2]的研究表明, 若需保证输出信杂比较最优值下降不超过3 dB, 则至少需要独立同分布(Independent Identically Distributed, IID)样本数为系统自由度的2倍。当天线阵面位于载机的正侧面, 即为正侧视阵时, 各个距离单元的杂波统计特性可以认为不随距离变化, IID样本数相对较多。但是, 实际系统中天线有多种架设方式, 对于非正侧视阵的情况, 不同距离的空时2维杂波谱分布不同, 很难获得足够的IID样本^[3]。

收稿日期: 2020-02-21; 改回日期: 2020-11-26; 网络出版: 2020-12-01

*通信作者: 章涛 t-zhang@cauc.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(U1733116), 中央高校基本科研业务费中国民航大学资助专项(3122019048), 中国民航大学蓝天青年学者项目

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (U1733116), The Fundamental Research Foundation for Central Universities-CAUC(3122019048), The Young Scholar Foundation of Civil Aviation University of China

近年来,稀疏恢复方法在信号处理领域快速发展^[4,5]。由于稀疏恢复方法的超分辨率,可以在无自由度损失的情况下进行降维处理,已成为机载雷达杂波抑制的研究热点^[6,7]。特别是基于杂波空时功率谱稀疏性的STAP方法,该类方法与统计估计STAP处理过程类似,利用与待检测单位邻近的数据作为杂波样本估计CCM来实现杂波抑制,进而进行目标检测。目前已有的稀疏恢复STAP方法主要针对正侧视阵开展研究,例如,文献^[8]提出了基于 l_1 范数最小化的多快拍联合稀疏恢复STAP方法。文献^[9-11]提出了基于欠定系统局部解方法(FOCAL Underdetermined System Solution, FOCUSS)的非凸优化杂波谱稀疏恢复方法。针对稀疏恢复中正则化参数难以确定的问题,文献^[12-14]提出了基于稀疏贝叶斯学习(Sparse Bayesian Learning, SBL)的杂波谱稀疏恢复方法。

目前已有的稀疏恢复STAP方法将杂波信号看作在某些已知基向量下是稀疏的,这些基向量被称为字典。由于字典是有限且离散的,稀疏恢复的杂波谱连续参数空间需要进行离散化处理。离散化字典与连续的杂波谱参数间的误差问题被称作字典失配问题,严重影响稀疏恢复效果^[15]。在正侧视阵情况下,由于杂波脊位于空时平面的对角线上,即正好落在离散化空时平面的网格点上,字典失配引起的稀疏恢复误差并不明显。但是当阵列为非正侧视架设时,杂波脊则大多不会位于离散化的空时平面网格点上,字典失配将严重影响稀疏恢复STAP的杂波抑制性能。虽然一些方法利用先验知识通过增加字典网格划分密度来减少字典失配误差,但是过于密集的字典网格会导致字典中基向量的相关性过强,从而降低稀疏恢复的性能^[16,17]。

Candes等人^[18]提出了全变分范数的概念,可以在连续参数空间上进行稀疏恢复,进而解决稀疏恢复中的字典失配问题。文献^[19-21]在此基础上提出了基于原子范数最小化(Atomic Norm Minimization, ANM)的稀疏恢复方法,将存在NP-hard问题的全变分范数最小化放松到矩阵秩的 l_1 范数最小化。这个方法的提出为存在字典失配问题的非正侧视阵稀疏恢复STAP提供了一种新的思路。本文针对非正侧视阵杂波谱稀疏恢复受字典失配影响较大的问题,提出了一种基于原子范数的无网格稀疏恢复非正侧视阵STAP方法,并给出了半正定规划(Semi-Definite Programming, SDP)和交替方向乘子(Alternating Direction of Method of Multipliers, ADMM)两种实现方法。实验表明,本文方法在非正侧视阵情况下能够有效地提高杂波谱稀疏恢复精

度,STAP处理性能优于已有字典离散化处理的稀疏恢复STAP算法。

2 信号模型

考虑机载相控阵雷达非正侧视均匀线阵的情况,如图1所示,阵列天线由阵元间距为 $d = \lambda/2$ 的 M 个阵元组成,雷达工作波长为 λ 。载机平台高度为 H ,速度为 v_p ,且沿 x 轴运动。 ψ 为阵列轴线与飞行方向间的夹角,即偏航角。 θ 和 φ 分别为俯仰角和方位角。 α 为散射点 P 与飞行方向间的夹角, β 为散射点 P 与阵列轴线间的夹角。雷达在每个相干处理周期内发射 N 个脉冲,脉冲重复频率为 f_r 。对 K 个距离单元的回波进行采样可以获得 K 个空时快拍数据,每一个空时快拍数据排列为 NM 维列向量。

每个距离单元的杂波可看成多个杂波散射体空时响应的叠加,第 i 个杂波散射体对应的空间导向矢量和时间导向矢量分别定义为

$$\mathbf{s}_{s,i}(f_{s,i}) = [1 \ \exp(j2\pi f_{s,i}) \ \cdots \ \exp(j2\pi(M-1)f_{s,i})]^T \quad (1)$$

$$\mathbf{s}_{d,i}(f_{d,i}) = [1 \ \exp(j2\pi f_{d,i}) \ \cdots \ \exp(j2\pi(N-1)f_{d,i})]^T \quad (2)$$

其中,空间频率 $f_{s,i} = \frac{d}{\lambda} \cos \beta = \cos(\varphi_i - \psi)$,多普勒频率 $f_{d,i} = \frac{2v_p}{\lambda f_r} \cos \varphi_i \cos \theta_i$ 。

则 K 个距离单元的空时快拍数据 $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{NM \times K}$ 可以表示为

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}_c + \mathbf{N} \quad (3)$$

其中, $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_K]$,杂波成分 $\mathbf{X}_c = [\mathbf{x}_{c,1}, \mathbf{x}_{c,2}, \dots, \mathbf{x}_{c,K}]$,噪声成分 $\mathbf{N} = [\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2, \dots, \mathbf{n}_K]$, \mathbb{C} 表示复数空间。

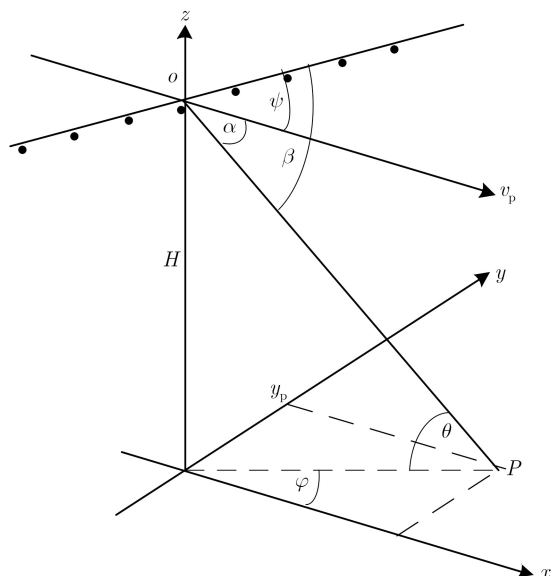


图1 机载雷达非正侧视阵列几何结构

杂波子空间可以由杂波秩 N_R 个空时导向矢量张成^[22], 则有

$$\mathbf{x}_{c,l} = \sum_{i=1}^{N_R} a_i \mathbf{s}(f_{d,i}, f_{s,i}) \quad (4)$$

其中, $\mathbf{s}(f_{d,i}, f_{s,i}) = \mathbf{s}_{s,i}(f_{s,i}) \otimes \mathbf{s}_{d,i}(f_{d,i})$ 表示第 i 个杂波散射体对应的空时导向矢量, \otimes 表示kronecker积运算。

3 空时功率谱稀疏恢复及字典失配问题

3.1 空时功率谱稀疏恢复

基于杂波谱稀疏恢复的STAP方法将空时平面分隔为 $N_s \times N_d$ 的网格, 其中 $N_s = \rho_s M$, $N_d = \rho_d N$, ρ_s 和 ρ_d 称为网格划分系数, 且 $\rho_s > 1$, $\rho_d > 1$ 。网格点所对应的空时导向矢量集合可以表示为

$$\Psi = [\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_{N_s N_d}] = \mathbf{S}_d \otimes \mathbf{S}_s \quad (5)$$

式(5)在稀疏恢复STAP中称为空时导向矢量字典, 其中 $\mathbf{S}_s = [\mathbf{s}_{s,1}, \mathbf{s}_{s,2}, \dots, \mathbf{s}_{s,N_s}] \in \mathbb{C}^{M \times N_s}$, $\mathbf{S}_d = [\mathbf{s}_{d,1}, \mathbf{s}_{d,2}, \dots, \mathbf{s}_{d,N_d}] \in \mathbb{C}^{N \times N_d}$ 。

K 个空时快拍数据 $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_K] \in \mathbb{C}^{NM \times K}$ 的稀疏恢复模型可以表示为

$$\mathbf{X} = \Psi \mathbf{A} + \mathbf{N} \quad (6)$$

其中, $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_K] \in \mathbb{R}^{N_s N_d \times K}$ 称为稀疏恢复的支撑集矩阵, 其每一个非0行表示一个对应的杂波单元。 \mathbb{R} 表示实数空间。支撑集矩阵 \mathbf{A} 可根据联合稀疏恢复理论通过式(7)最优化方法获得

$$\min_{\mathbf{A}} \|\mathbf{A}\|_{2,0}, \text{ s.t. } \|\Psi \mathbf{A} - \mathbf{X}\|_F^2 \leq K\varepsilon \quad (7)$$

其中, $\|\cdot\|_{2,0}$ 表示 $\ell_{2,0}$ 混合范数, $\|\cdot\|_F$ 表示Frobenius范数, ε 表示噪声水平。

由于 $\ell_{2,0}$ 范数最小化问题是NP-hard的, 可通过基于 $\ell_{2,1}$ 范数或 $\ell_{2,p}$ ($0 < p < 1$)范数的松弛方法计算。

3.2 字典失配问题

稀疏恢复STAP方法中使用的空时导向矢量字典离散化后等间隔地分布在空时平面上, 对于正侧

视阵, 杂波脊位于空时平面对角线位置, 正好位于空时平面的网格点上, 如图2(a)所示, 字典中的空时导向矢量可以准确地与杂波脊对应, 因此字典失配对正侧视阵稀疏恢复STAP性能影响较小。但是对于非正侧视阵, 杂波脊在空时平面上呈曲线形式, 如图2(b)和图2(c)分别表示偏航角 $\psi = 45^\circ$ 和 $\psi = 90^\circ$ 时的情况, 可以看出杂波脊通常不能准确地落在空时平面的网格点上, 因此字典失配将严重影响非正侧视阵稀疏恢复STAP性能。

4 基于原子范数的无网格稀疏恢复空时自适应处理

针对非正侧视阵空时谱稀疏恢复受字典失配影响较大的问题, 本文提出一种基于原子范数的无网格稀疏恢复非正侧视阵STAP方法, 记为ANM-STAP方法。

对于STAP雷达, 杂波子空间可以由空时导向矢量张成, 所以CCM矩阵 \mathbf{R} 可以有如式(8)分解形式

$$\mathbf{R} = \sum_{i=1}^{N_R} |a_i|^2 \mathbf{s}(f_{d,i}, f_{s,i}) \otimes \mathbf{s}^H(f_{d,i}, f_{s,i}) + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{NM} \quad (8)$$

其中, \mathbf{R} 为一个 $NM \times NM$ 的半正定矩阵, 具有Block Toeplitz结构^[20], 及低秩特性^[22]。 σ_n^2 为噪声功率, \mathbf{I}_{NM} 为 $NM \times NM$ 的单位矩阵。

连续空时平面上的空时导向矢量集合可以表示为原子集合 \mathcal{A} , 即

$$\mathcal{A} \triangleq \{\mathbf{s}(f_d, f_s) = \mathbf{s}_d(f_d) \otimes \mathbf{s}_s(f_s) \mid f_d \in (-1, 1), f_s \in (-1, 1)\} \quad (9)$$

根据低秩矩阵恢复理论和杂波的稀疏特性, $\mathbf{X}_c = [\mathbf{x}_{c,1}, \mathbf{x}_{c,2}, \dots, \mathbf{x}_{c,K}] \in \mathbb{C}^{NM \times K}$ 在连续空时平面的稀疏恢复可以用如下 $\ell_{2,1}$ 混合范数形式表示, 称为原子范数, 即

$$\|\mathbf{X}_c\|_{\mathcal{A}} \triangleq \inf_{f_d, f_s, \mathbf{a}_k} \left\{ \sum_k \|\mathbf{a}_k\|_2 : \mathbf{X}_c = \sum_k \mathbf{a}_k \mathbf{s}(f_{d,k}, f_{s,k}) \right\} \quad (10)$$

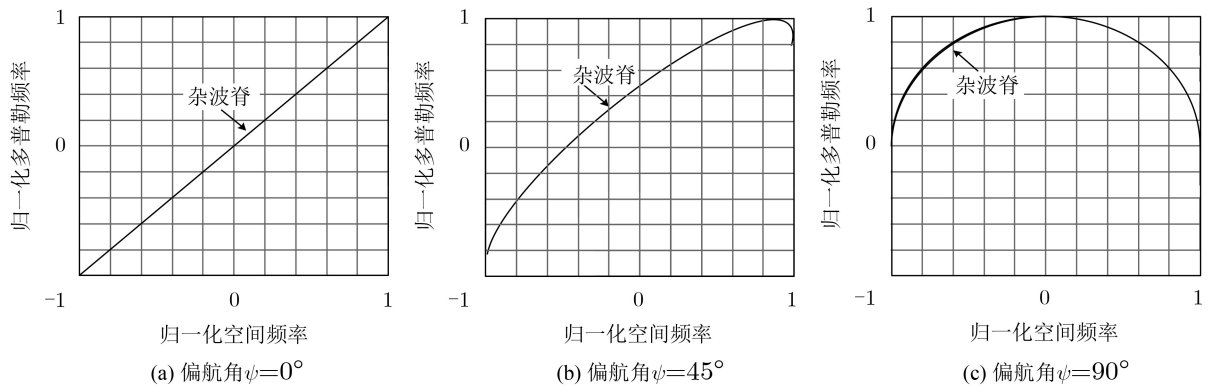


图2 杂波脊在空时平面上的分布示意图

杂波向量 \mathbf{X}_c 和杂波子空间 $\mathbf{S}(\mathbf{T})$ 可以通过上面原子范数最小化估计获得

$$\mathbf{X}_c = \arg \min_{\mathbf{X}_c} \|\mathbf{X}_c\|_{\mathcal{A}}, \text{ s.t. } \|\mathbf{X}_c - \mathbf{X}\|_{\text{F}}^2 \leq K\varepsilon \quad (11)$$

式(11)的杂波向量原子范数最小化可以通过半正定规划(SDP)和交替方向乘子(ADMM)两种方法实现。

4.1 SDP实现

式(11)用半正定约束形式表示为

$$\begin{aligned} \{\mathbf{X}_c, \mathbf{S}(\mathbf{T})\} = \arg \min_{\mathbf{u}, \mathbf{X}_c} & \frac{1}{2\sqrt{NM}} [\text{tr}\mathbf{S}(\mathbf{T}) + \text{tr}(\boldsymbol{\Phi})], \\ \text{s.t.} & \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi} & \mathbf{X}^{\text{H}} \\ \mathbf{X} & \mathbf{S}(\mathbf{T}) \end{bmatrix} \geq 0, \boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{\Phi}^{\text{H}}, \|\mathbf{X}_c - \mathbf{X}\|_{\text{F}}^2 \leq K\varepsilon \end{aligned} \quad (12)$$

其中, $\boldsymbol{\Phi}$ 为 $K \times K$ 的Hermitian矩阵, $\mathbf{S}(\mathbf{T})$ 为 $N \times N$ 的Block Toeplitz矩阵, 即

$$\mathbf{S}(\mathbf{T}) = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_0(\mathbf{u}) & \mathbf{T}_{-1}(\mathbf{u}) & \cdots & \mathbf{T}_{-(N-1)}(\mathbf{u}) \\ \mathbf{T}_1(\mathbf{u}) & \mathbf{T}_0(\mathbf{u}) & \cdots & \mathbf{T}_{-(N-2)}(\mathbf{u}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{T}_{N-1}(\mathbf{u}) & \mathbf{T}_{N-2}(\mathbf{u}) & \cdots & \mathbf{T}_0(\mathbf{u}) \end{bmatrix} \quad (13)$$

其中, $\mathbf{T}_i(\mathbf{u})$ 是 $M \times M$ Toeplitz的矩阵, 即

$$\mathbf{T}_i(\mathbf{u}) = \begin{bmatrix} u_{i,0} & u_{i,-1} & \cdots & u_{i,-(M-1)} \\ u_{i,1} & u_{i,0} & \cdots & u_{i,-(M-2)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{i,M-1} & u_{i,M-2} & \cdots & u_{i,0} \end{bmatrix} \quad (14)$$

通过内点法求解式(12)获得杂波子空间 $\mathbf{S}(\mathbf{T})$ 后, CCM矩阵的原子范数估计值 $\hat{\mathbf{R}}_{\text{ANM}}$ 可以表示为

$$\hat{\mathbf{R}}_{\text{ANM}} = \frac{1}{K} \sum_{l=1}^K \mathbf{U} \text{diag}(|\mathbf{U}^{-1} \mathbf{x}_{c,l}|^2) \mathbf{U}^{\text{H}} \quad (15)$$

其中, $\mathbf{S}(\mathbf{T}) = \mathbf{U}\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{U}^{-1}$ 表示 $\mathbf{S}(\mathbf{T})$ 的特征值分解。

通过式(15)获得CCM估计值后, STAP自适应权矢量可以表示为

$$\boldsymbol{\omega}_{\text{ANM}} = \frac{\hat{\mathbf{R}}_{\text{ANM}}^{-1} \mathbf{s}_t(f_d, f_s)}{\mathbf{s}_t^{\text{H}}(f_d, f_s) \hat{\mathbf{R}}_{\text{ANM}}^{-1} \mathbf{s}_t(f_d, f_s)} \quad (16)$$

其中, $\mathbf{s}_t(f_d, f_s)$ 为待检测单元的空时导向矢量。

4.2 ADMM实现

式(11)除了可以用式(12)半正定规划求解外, 还可以利用交替方向乘子法快速求解, 式(11)重新表示为

$$\left. \begin{aligned} \{\mathbf{X}_c, \mathbf{S}(\mathbf{T})\} = \arg \min_{\mathbf{u}, \mathbf{X}_c} & \frac{1}{2} \|\mathbf{X}_c - \mathbf{X}\|_{\text{F}}^2 \\ & + \frac{\tau}{2} [\text{tr}\mathbf{S}(\mathbf{T}) + \text{tr}(\boldsymbol{\Phi})], \\ \text{s.t. } \mathbf{Y} = & \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi} & \mathbf{X}_c^{\text{H}} \\ \mathbf{X}_c & \mathbf{S}(\mathbf{T}) \end{bmatrix} \geq 0, \boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{\Phi}^{\text{H}} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

构造增广Lagrangian形式为

$$\begin{aligned} L(\mathbf{X}_c, \mathbf{u}, \boldsymbol{\Phi}, \boldsymbol{\Lambda}, \mathbf{Y}) = & \frac{1}{2} \|\mathbf{X}_c - \mathbf{X}\|_{\text{F}}^2 + \frac{\tau}{2} [\text{tr}\mathbf{S}(\mathbf{T}) + \text{tr}(\boldsymbol{\Phi})] \\ & + \left\langle \boldsymbol{\Lambda}, \mathbf{Y} - \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi} & \mathbf{X}_c^{\text{H}} \\ \mathbf{X}_c & \mathbf{S}(\mathbf{T}) \end{bmatrix} \right\rangle \\ & + \frac{\rho}{2} \left\| \mathbf{Y} - \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi} & \mathbf{X}_c^{\text{H}} \\ \mathbf{X}_c & \mathbf{S}(\mathbf{T}) \end{bmatrix} \right\|_{\text{F}}^2 \end{aligned} \quad (18)$$

其中, \mathbf{Y} , $\boldsymbol{\Phi}$ 和 $\boldsymbol{\Lambda}$ 都是Hermitian矩阵, 且 $\boldsymbol{\Lambda} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Lambda}_{NM \times NM} & \boldsymbol{\Lambda}_{NM \times K} \\ \boldsymbol{\Lambda}_{K \times NM} & \boldsymbol{\Lambda}_{K \times K} \end{bmatrix}$, $\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{NM \times NM} & \mathbf{Y}_{NM \times K} \\ \mathbf{Y}_{K \times NM} & \mathbf{Y}_{K \times K} \end{bmatrix}$, 式(18)等号右侧第4项为惩罚项, ρ 为惩罚项系数。则ADMM递推更新为

$$(\mathbf{X}_c^{t+1}, \mathbf{u}^{t+1}, \boldsymbol{\Phi}^{t+1}) = \arg \min_{\mathbf{X}_c, \mathbf{u}, \boldsymbol{\Phi}} L(\mathbf{X}_c, \mathbf{u}, \boldsymbol{\Phi}, \boldsymbol{\Lambda}^t, \mathbf{Y}^t) \quad (19)$$

其中

$$\mathbf{Y}^{t+1} = \arg \min_{\mathbf{Y} \geq 0} L(\mathbf{X}_c, \mathbf{u}, \boldsymbol{\Phi}, \boldsymbol{\Lambda}^t, \mathbf{Y}^t) \quad (20)$$

$$\boldsymbol{\Lambda}^{t+1} = \boldsymbol{\Lambda}^t + \rho \left(\mathbf{Y}^{t+1} - \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}^{t+1} & (\mathbf{X}_c^{t+1})^{\text{H}} \\ \mathbf{X}_c^{t+1} & \mathbf{S}^{t+1}(\mathbf{T}) \end{bmatrix} \right) \quad (21)$$

$$\boldsymbol{\Phi}^{t+1} = \frac{1}{2} \mathbf{Y}_{K \times K}^t + \frac{1}{2} (\mathbf{Y}_{K \times K}^t)^{\text{H}} + \frac{1}{\rho} \left(\boldsymbol{\Lambda}_{K \times K}^t - \frac{\tau}{2} \mathbf{I} \right) \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_c^{t+1} = & \frac{1}{2\rho+1} (\mathbf{X} + 2(\boldsymbol{\Lambda}_{K \times NM}^t)^{\text{H}} + \rho \mathbf{Y}_{NM \times L}^t \\ & + \rho (\mathbf{Y}_{L \times NM}^t)^{\text{H}}) \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^{t+1} = & \frac{1}{\rho} \boldsymbol{\Gamma} \text{conj} \left(\mathcal{G}(\boldsymbol{\Lambda}_{NM \times NM}^t) + \rho \mathcal{G}(\mathbf{Y}_{NM \times NM}^t) \right. \\ & \left. - \frac{\tau}{2} \mathbf{e}_1 \right) \end{aligned} \quad (24)$$

上标 t 表示第 t 次迭代, $\text{conj}(\cdot)$ 表示对矩阵的每一个元素取共轭, $\mathbf{a} = \mathcal{G}(\mathbf{A})$ 表示将矩阵 \mathbf{A} 转换为向量 \mathbf{a} 并满足 $a_i = \text{sum}(\mathbf{A}_{p,q} | q-p+1 = i)$, $\boldsymbol{\Gamma} = \text{diag} \left(\frac{1}{NM}, \frac{1}{NM-1}, \dots, \frac{1}{NM-(NM-1)} \right)$, \mathbf{e}_1 为单位阵的第1列向量。

迭代收敛后得到的 $\mathbf{S}(\mathbf{T})$ 通过式(15)可获得CCM估计值, 进而通过式(16)计算STAP自适应权矢量。

5 仿真实验

为了验证本文ANM-STAP方法的有效性, 通过如下参数生成仿真数据。雷达工作频率 $f_0 = 450$ MHz, 载机平台高度 $H = 9000$ m, 载机速度 $v_p = 50$ m/s, 阵元数 $M = 8$, 相干脉冲数 $N = 8$, 脉冲重复频率 $f_r = 300$ Hz, 360个杂波单元在 $0^\circ \sim 180^\circ$ 均匀分布,

杂噪比CNR = 40 dB, 从距离 $R_0 = 20$ km处开始仿真3个距离单元的杂波数据, 距离分辨率为37.5 m。实验对比了本文方法和基于 ℓ_p 范数的FOCUSS-STAP方法^[9]和基于稀疏贝叶斯学习的SBL-STAP方法^[12]。FOCUSS-STAP方法和SBL-STAP方法中的空时导向矢量字典选取 $\rho_s = \rho_d = 4$, FOCUSS-STAP方法中采用 $\ell_{0.8}$ 范数, 正则化参数 $\lambda = 1 \times 10^{-4}$, SBL-STAP方法中最大迭代次数为500次, 正则化参数初始值 $\lambda_0 = 1 \times 10^{-2}$, 超参数修剪阈值 $\gamma = 1 \times 10^{-4}$ 。

5.1 杂波空时功率谱分析

实验1 为了比较字典失配问题在不同偏航角情况下对稀疏恢复STAP的影响, 阵列首先采用正侧视模式。使用相同的3个空时快拍数据进行稀疏恢复, 从图3可以看出对于正侧视阵的情况, 3种方

法获得的杂波谱均集中在杂波脊上, 无明显展宽, 能够有效抑制杂波。这说明对于正侧视阵的情况, 杂波脊恰好落在离散化的空时平面网格点上, 因此字典失配对正侧视阵情况影响并不明显。

实验2 阵列采用偏航角 $\psi = 45^\circ$ 模式, 由于非正侧视阵杂波谱存在距离依赖性, 杂波样本仅在局部具有平稳特性, 因此在1个和3个空时快拍数据情况下进行实验。从图4中可以看出, FOCUSS-STAP方法和SBL-STAP方法在1个快拍情况下不能有效恢复出杂波谱, 如图4(a)和图4(b)所示。在3个快拍情况下虽然杂波谱的恢复较1个快拍有所改善, 如图4(d)和图4(e)所示, 但是杂波谱有明显的展宽, 分辨率不高, 杂波抑制性能损失较大。对比实验1和实验2的结果可以看出, 字典失配是影响杂波谱

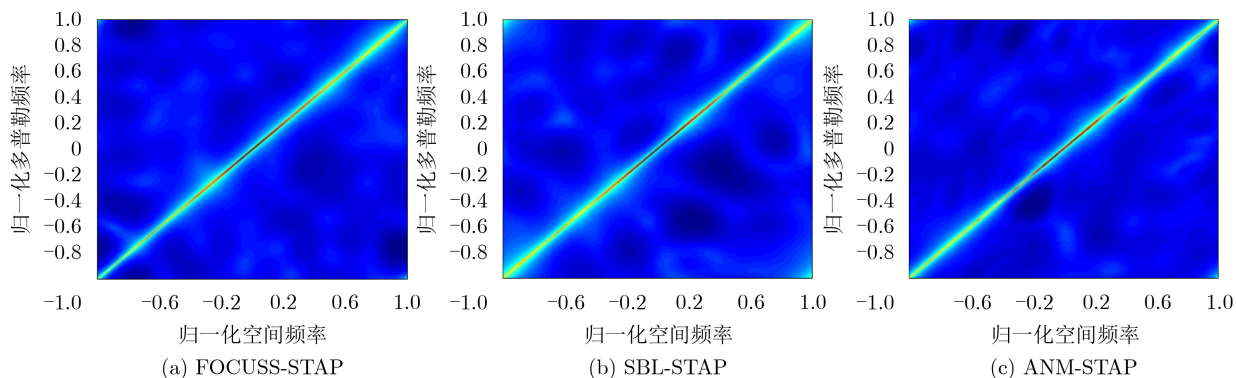


图3 偏航角 $\psi = 0^\circ$ 正侧视阵模式稀疏恢复杂波谱

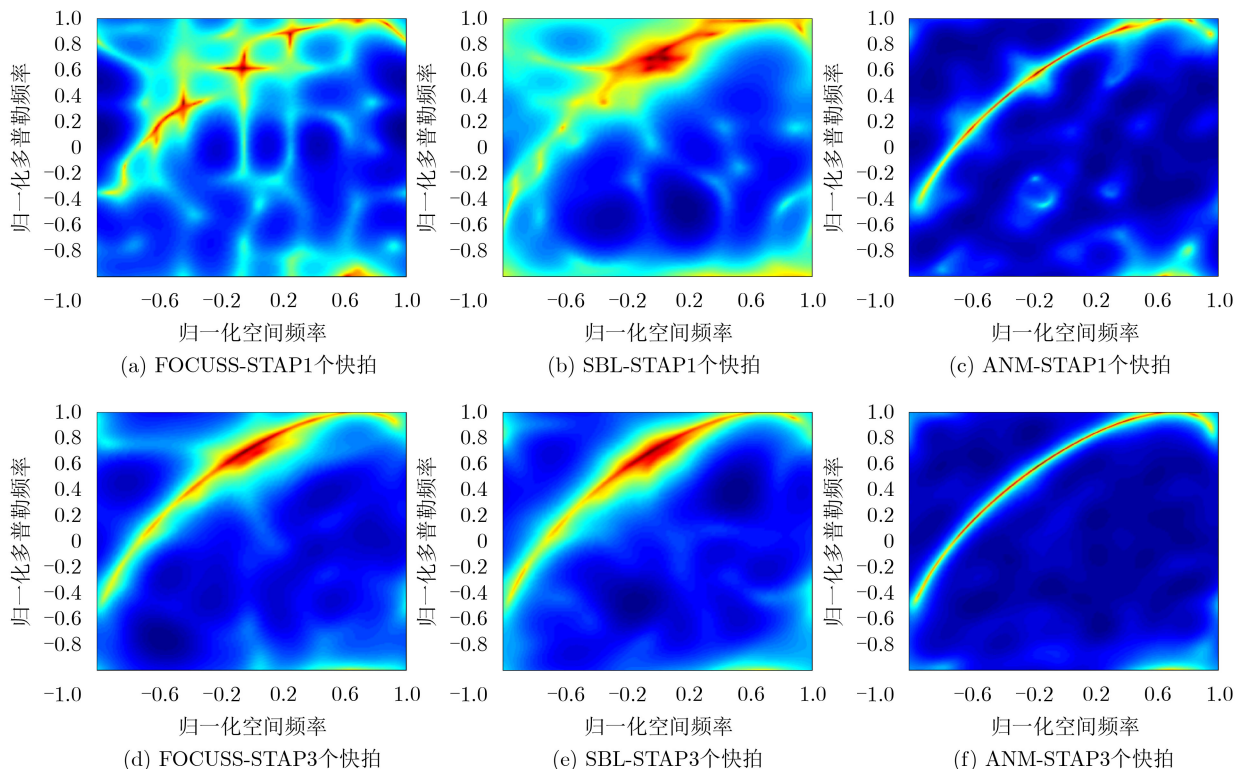


图4 偏航角 $\psi = 45^\circ$ 时稀疏恢复的杂波空时谱

稀疏恢复效果的重要因素,在非正侧视阵情况下,使用离散化字典的稀疏恢复STAP性能较差。而本文方法在1个空时快拍情况和3个空时快拍情况下都能获得较为清晰的杂波谱,如图4(c)和图4(f)所示。

实验3 阵列采用偏航角 $\psi = 90^\circ$ 模式,即雷达天线处于正前视。从图5(a),图5(b),图5(d),图5(e)可以看出FOCUSS-STAP方法和SBL-STAP方法恢复得到的杂波谱中杂波脊较实验2中情况更为模糊,这主要是由于正前视模式的杂波脊为半圆形,字典失配问题更加严重。而如图5(c)和图5(f)所示,本文ANM-STAP方法获得的杂波谱仍然能够形成较为清晰的杂波脊,仅在归一化多普勒频率为-1和1附近略有展宽,这是由于正前视时的杂波脊在此处多普勒变化较小,受原子范数稀疏恢复分辨率影响^[21],杂波谱恢复性能稍有下降。但是整体上在非正侧视阵情况下本文ANM-STAP方法较FOCUSS-STAP方法和SBL-STAP方法仍然有较大的优势。

5.2 杂波抑制性能分析

STAP处理的杂波抑制效果通常使用信干噪比损失(Signal to Interference plus Noise Ratio Loss, $\text{SINR}_{\text{Loss}}$)来衡量,其定义为输出SINR与系统中只存在热噪声情况下的输出SINR的比值,即

$$\text{SINR}_{\text{Loss}} = \frac{\sigma_n^2 |\mathbf{w}^H \mathbf{s}_t|^2}{\mathbf{s}_t^H \mathbf{s}_t \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w}} \quad (25)$$

其中, $\mathbf{w} = \mu \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{s}_t$, μ 为非0参数, $\hat{\mathbf{R}}$ 为稀疏恢复获得的CCM估计值。

图6为进行500次Monte Carlo实验得到的平均结果。其中图6(a)为偏航角 $\psi = 0^\circ$ 即正侧视阵情况的信干噪比损失,从图6中可以看出3种方法不但在主杂波区形成窄且深的零陷,其他区域的信干噪比损失大约为3 dB,这说明在正侧视阵情况下字典失配对于稀疏恢复的影响较小。图6(b)和图6(c)分别是偏航角 $\psi = 45^\circ$ 和 $\psi = 90^\circ$ 两种非正侧视阵情况,由于1个快拍进行稀疏恢复时FOCUSS-STAP和SBL-STAP方法都不能有效形成杂波脊,只比较了使用3个快拍稀疏恢复的结果,可以看出FOCUSS-STAP方法和SBL-STAP方法在低速区域(多普勒较小区域)的信干噪比损失都较大,这会大大降低系统对低速运动目标的检测性能。而本文ANM-STAP方法在非正侧视阵情况下,用1个快拍和3个快拍稀疏恢复都能在主杂波区形成较深且窄的零陷,在抑制杂波的同时,能够获得较好的运动目标检测性能。

5.3 ANM-STAP计算复杂度及收敛性能分析

本文提出了ANM-STAP的两种实现方法,其中SDP实现方法通常采用内点法迭代处理,每个迭代过程的计算复杂度为 $O(A^2 B^{2.5})$,其中 A 表示变量个数, B 表示半正定矩阵维数。根据式(12)可知, $A = 3MN - M - N + 2K$, $B = MN + K$,SDP实现方法的计算复杂度为 $O((3MN - M - N + 2K)^2)$

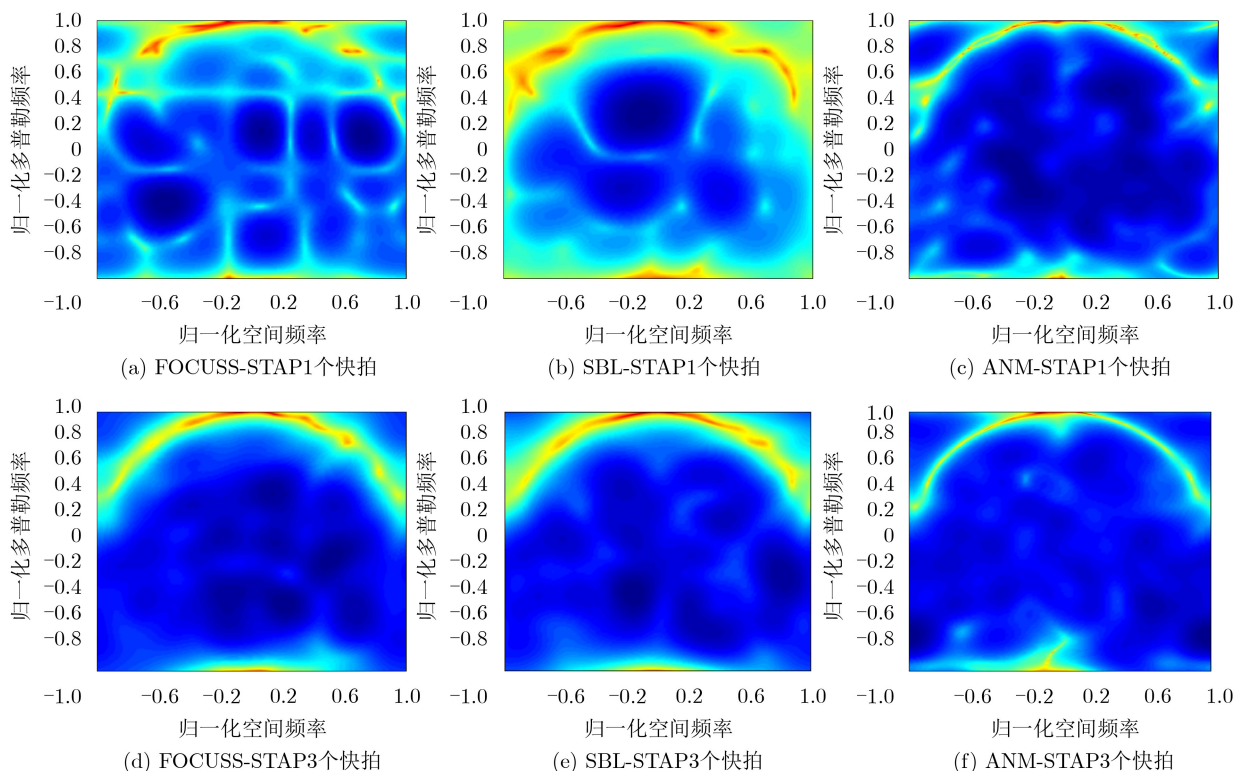


图5 偏航角 $\psi = 90^\circ$ 时稀疏恢复的杂波空时谱

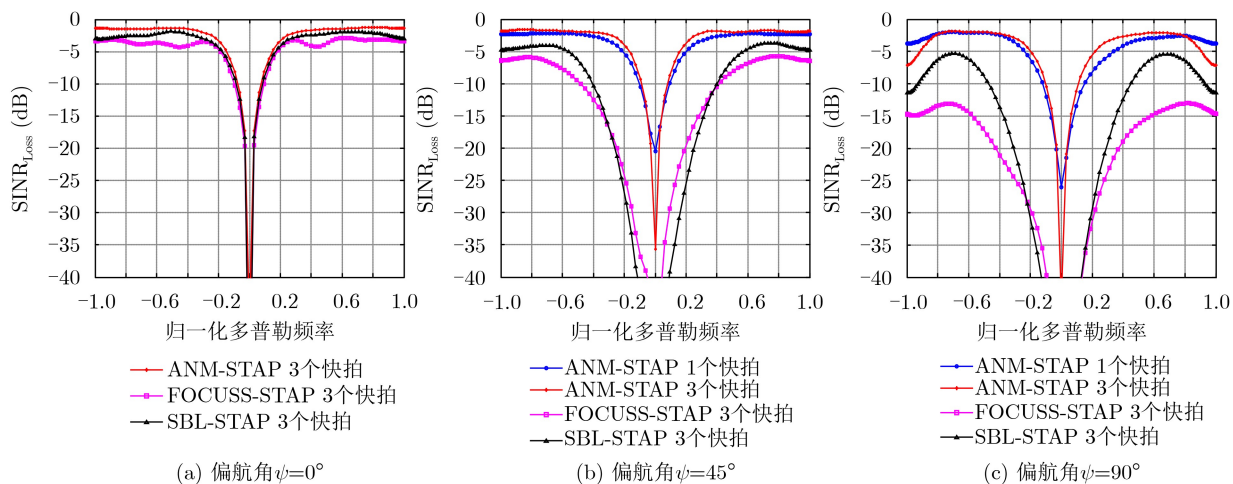


图 6 不同偏航角下的信干噪比损失

($MN + K$)^{2.5})。而ADMM实现方法每个迭代过程的计算复杂度为 $O((MN + K)^3)$ ，可以看出每次迭代过程ADMM实现方法计算复杂度较SDP方法更低。此外，本节还比较了ANM-STAP的两种实现方法的迭代收敛速度。采用迹约束归一化Frobenius范数(Constrained Normalized Frobenius Norm, CNFN) [23]来衡量每次迭代后协方差矩阵的估计误差，CNFN可以表示为

$$CNFN = \frac{E \left[\left\| \frac{NM}{\text{tr}(\hat{R})} \hat{R} - R \right\|_F \right]}{\|R\|_F} \quad (26)$$

每次迭代后协方差矩阵估计误差值由500次Monte Carlo实验取平均得到，ADMM实现方法和SDP实现方法的收敛性能如图7所示。可以看出两种方法收敛后的协方差矩阵的估计精度基本一致，但是ADMM方法进行了不到10次迭代后即可收敛，而SDP方法需要大约17次迭代才能收敛。ADMM方法不但每次迭代的计算复杂度较低，而且迭代收敛速度也较SDP方法更快，更能适应机载系统实时计算的要求。

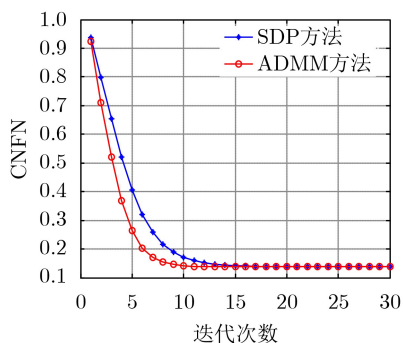


图 7 ANM-STAP两种实现方法的收敛性能比较

6 结束语

非正侧视阵情况下稀疏恢复STAP受字典失配影响较大，严重影响杂波抑制性能。本文利用原子范数最小化实现连续空时平面的稀疏恢复STAP，能够有效提高非正侧视阵情况下的机载雷达杂波抑制性能。仿真实验表明，本文方法在非正侧视正情况下，杂波抑制性能优于字典离散化处理的稀疏恢复STAP方法。

参考文献

- [1] KLEMM R. Applications of Space-time Adaptive Processing[M]. London: Institution of Electrical Engineers, 2004.
- [2] REED I S, MALLET J D, and BRENNAN L E. Rapid convergence rate in adaptive arrays[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1974, AES-10(6): 853-863. doi: [10.1109/TAES.1974.307893](https://doi.org/10.1109/TAES.1974.307893).
- [3] DUAN Keqing, YUAN Huadong, XU Hong, et al. Sparsity-based non-stationary clutter suppression technique for airborne radar[J]. *IEEE Access*, 2018, 6: 56162-56169. doi: [10.1109/ACCESS.2018.2873021](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2018.2873021).
- [4] CANDES E J and WAKIN M B. An introduction to compressive sampling[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, 25(2): 21-30. doi: [10.1109/MSP.2007.914731](https://doi.org/10.1109/MSP.2007.914731).
- [5] ENDER J H G. On compressive sensing applied to radar[J]. *Signal Processing*, 2010, 90(5): 1402-1414. doi: [10.1016/j.sigpro.2009.11.009](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2009.11.009).
- [6] 阳召成, 黎湘, 王宏强. 基于空时功率谱稀疏性的空时自适应处理技术研究进展[J]. *电子学报*, 2014, 42(6): 1194-1204. doi: [10.3969/j.issn.0372-2112.2014.06.024](https://doi.org/10.3969/j.issn.0372-2112.2014.06.024).

YANG Zhaocheng, LI Xiang, and WANG Hongqiang. An overview of space-time adaptive processing technology based on sparsity of space-time power spectrum[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2014, 42(6): 1194-1204. doi: [10.3969/](https://doi.org/10.3969/)

- j.issn.0372-2112.2014.06.024.
- [7] 马泽强, 王希勤, 刘一民, 等. 基于稀疏恢复的空时二维自适应处理技术研究现状[J]. 雷达学报, 2014, 3(2): 217–228. doi: [10.3724/SP.J.1300.2014.14002](https://doi.org/10.3724/SP.J.1300.2014.14002).
MA Zeqiang, WANG Xiqin, LIU Yimin, *et al.* An overview on sparse recovery-based STAP[J]. *Journal of Radars*, 2014, 3(2): 217–228. doi: [10.3724/SP.J.1300.2014.14002](https://doi.org/10.3724/SP.J.1300.2014.14002).
- [8] SUN Ke, MENG Huadong, WANG Yongliang, *et al.* Direct data domain STAP using sparse representation of clutter spectrum[J]. *Signal Processing*, 2011, 91(9): 2222–2236. doi: [10.1016/j.sigpro.2011.04.006](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2011.04.006).
- [9] 孙珂, 张颢, 李刚, 等. 基于杂波谱稀疏恢复的空时自适应处理[J]. 电子学报, 2011, 39(6): 1389–1393.
SUN Ke, ZHANG Hao, LI Gang, *et al.* STAP via sparse recovery of clutter spectrum[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2011, 39(6): 1389–1393.
- [10] YANG Zhaocheng, QIN Yuliang, DE LAMARE R C, *et al.* Sparsity-based direct data domain space-time adaptive processing with intrinsic clutter motion[J]. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 2017, 36(1): 219–246. doi: [10.1007/s00034-016-0301-z](https://doi.org/10.1007/s00034-016-0301-z).
- [11] WANG Lei, LIU Yimin, MA Zeqiang, *et al.* A novel STAP method based on structured sparse recovery of clutter spectrum[C]. 2015 IEEE Radar Conference, Arlington, USA, 2015: 561–565. doi: [10.1109/RADAR.2015.7131061](https://doi.org/10.1109/RADAR.2015.7131061).
- [12] DUAN Keqing, WANG Zetao, XIE Wenchong, *et al.* Sparsity-based STAP algorithm with multiple measurement vectors via sparse Bayesian learning strategy for airborne radar[J]. *IET Signal Processing*, 2017, 11(5): 544–553. doi: [10.1049/iet-spr.2016.0183](https://doi.org/10.1049/iet-spr.2016.0183).
- [13] SUN Yuze, YANG Xiaopeng, LONG Teng, *et al.* Robust sparse Bayesian learning STAP method for discrete interference suppression in nonhomogeneous clutter[C]. 2017 IEEE Radar Conference, Seattle, USA, 2017: 1003–1008. doi: [10.1109/RADAR.2017.7944350](https://doi.org/10.1109/RADAR.2017.7944350).
- [14] 吕晓德, 杨璟茂, 岳琦, 等. 基于稀疏贝叶斯学习的机载双基雷达杂波抑制[J]. 电子与信息学报, 2018, 40(11): 2651–2658. doi: [10.11999/JEIT180062](https://doi.org/10.11999/JEIT180062).
LV Xiaode, YANG Jingmao, YUE Qi, *et al.* Airborne bistatic radar clutter suppression based on sparse Bayesian learning[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2018, 40(11): 2651–2658. doi: [10.11999/JEIT180062](https://doi.org/10.11999/JEIT180062).
- [15] YANG Zhaocheng, LI Xiang, WANG Hongqiang, *et al.* Knowledge-aided STAP with sparse-recovery by exploiting spatio-temporal sparsity[J]. *IET Signal Processing*, 2016, 10(2): 150–161. doi: [10.1049/iet-spr.2014.0255](https://doi.org/10.1049/iet-spr.2014.0255).
- [16] DUAN Keqing, LIU Weijian, DUAN Guangqing, *et al.* Off-grid effects mitigation exploiting knowledge of the clutter ridge for sparse recovery STAP[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2018, 12(5): 557–564. doi: [10.1049/iet-rsn.2017.0425](https://doi.org/10.1049/iet-rsn.2017.0425).
- [17] BAI Gatai, TAO Ran, ZHAO Juan, *et al.* Parameter-searched OMP method for eliminating basis mismatch in space-time spectrum estimation[J]. *Signal Processing*, 2017, 138: 11–15. doi: [10.1016/j.sigpro.2017.03.003](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2017.03.003).
- [18] CANDÈS E J and FERNANDEZ - GRANDA C. Towards a mathematical theory of super-resolution[J]. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 2014, 67(6): 906–956. doi: [10.1002/cpa.21455](https://doi.org/10.1002/cpa.21455).
- [19] TANG Gongguo, BHASKAR B, SHAH P, *et al.* Compressed sensing off the grid[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2013, 59(11): 7465–7490. doi: [10.1109/TIT.2013.2277451](https://doi.org/10.1109/TIT.2013.2277451).
- [20] CHI Yuejie and CHEN Yuxin. Compressive two-dimensional harmonic retrieval via atomic norm minimization[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(4): 1030–1042. doi: [10.1109/TSP.2014.2386283](https://doi.org/10.1109/TSP.2014.2386283).
- [21] YANG Zai, XIE Lihua, and STOICA P. Vandermonde decomposition of multilevel Toeplitz matrices with application to multidimensional super-resolution[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2016, 62(6): 3685–3701. doi: [10.1109/TIT.2016.2553041](https://doi.org/10.1109/TIT.2016.2553041).
- [22] SEN S. Low-rank matrix decomposition and spatio-temporal sparse recovery for STAP radar[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2015, 9(8): 1510–1523. doi: [10.1109/JSTSP.2015.2464187](https://doi.org/10.1109/JSTSP.2015.2464187).
- [23] GINI F and GRECO M. Covariance matrix estimation for CFAR detection in correlated heavy tailed clutter[J]. *Signal Processing*, 2002, 82(12): 1847–1859. doi: [10.1016/S0165-1684\(02\)00315-8](https://doi.org/10.1016/S0165-1684(02)00315-8).
- 章 涛: 男, 1980年生, 博士, 副教授, 研究方向为机载雷达信号处理及其应用.
- 郭骏骋: 男, 1995年生, 硕士生, 研究方向为稀疏恢复空时自适应处理.
- 来 燃: 男, 1990年生, 工程师, 研究方向为机载雷达信号处理应用.

责任编辑: 余 蓉