

# 快速自适应非局部空间加权与隶属度连接的模糊 C-均值噪声图像分割算法

王小鹏\* 王庆圣 焦建军 梁金诚

(兰州交通大学电子与信息工程学院 兰州 730070)

**摘要:** 针对传统模糊C-均值聚类(FCM)算法难以对噪声图像进行分割的问题, 该文提出一种快速自适应非局部空间加权与隶属度连接的模糊FCM抗噪图像分割算法。首先, 利用一种非局部空间信息快速计算方法, 将以图像所有像素为循环的原始非局部信息计算方法, 改为以搜索窗口尺寸为循环, 利用空间位移图像与递归高斯滤波的计算方法, 克服非局部空间信息计算复杂的问题; 其次, 计算原始图像与非局部信息项的差值的平方, 将其作为非局部信息项的自适应权重, 并将差值的平方作倒数变换, 作为原始图像的自适应权重; 最后, 将每个聚类簇中所有像素隶属度之和的对数平方加入目标函数的分母, 形成隶属度连接, 减少目标函数迭代次数。含噪人工与自然图像分割实验表明, 该算法在分割准确度、平均交并比、归一化互信息、运行时间与迭代次数等性能方面优于其他几种FCM算法。

**关键词:** 噪声图像分割; 模糊C-均值聚类; 非局部空间信息; 自适应加权; 隶属度连接

中图分类号: TN911.73; TP391.4

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2021)01-0171-08

DOI: 10.11999/JEIT191016

## Fuzzy C-Means Clustering with Fast and Adaptive Non-local Spatial Constraint and Membership Linking for Noise Image Segmentation

WANG Xiaopeng WANG Qingsheng JIAO Jianjun LIANG Jincheng

(School of Electronic and Information Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China)

**Abstract:** Considering the problem of the low anti-noise performance when Fuzzy C-Means clustering (FCM) algorithm is applied to image segmentation, a FCM clustering algorithm with fast and adaptive non-local spatial constraint and membership linking is proposed in this paper. Firstly, in order to increase the computing speed of non-local spatial term, a fast method is proposed by modifying the loop based on all pixels in an image into a loop based on search window and by utilising spatial shift image and recursive Gaussian filter. Next, the squared difference between original image and non-local spatial term is calculated as adaptive weight of non-local information term. The squared difference is reciprocally transformed as adaptive weight of the original image. Finally, the membership linking is established to reduce the iteration steps before convergence by adding the square of the sum of all the membership degrees in every cluster in logarithmic form as the denominator of the objective function. Experiments on noisy artificial and natural images prove that this proposed algorithm has superior performance in terms of Segmentation accuracy, mean intersection over union, normalized mutual information, running time and iteration steps.

**Key words:** Noisy Image Segmentation; Fuzzy C-Means clustering (FCM); Non-local spatial information; Adaptive constraint; Membership linking

### 1 引言

图像分割是一种将图像划分成若干个具有相似

或相同特征(包括亮度、颜色、纹理等等)区域的重要过程。近年来, 针对不同的应用场合, 出现了多种图像分割算法<sup>[1-5]</sup>, 其中, 聚类方法<sup>[6]</sup>已广泛应用于图像分割领域<sup>[7]</sup>。模糊C-均值聚类(Fuzzy C-Means clustering, FCM)算法是一种基于模糊集合理论<sup>[8]</sup>的软聚类算法, 与硬聚类算法不同, 每个数据点对所有聚类簇均具有一定的隶属度, 通过数次迭代, 找出目标函数的最小值, 输出此时每个数据

收稿日期: 2019-12-19; 改回日期: 2020-11-04; 网络出版: 2020-11-07

\*通信作者: 王小鹏 wangxp1969@sina.com

基金项目: 国家自然科学基金(61761027)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (61761027)

点最大隶属度所在的聚类簇。虽然FCM聚类算法对无噪图像具有良好的分割性能,但其没有考虑像素以外的信息,对噪声图像分割效果有待提高。为此,国内外学者提出了许多FCM算法的变体,文献[9]提出了一种抑制式FCM算法(Suppressed FCM, S-FCM),通过竞争学习机制,奖励隶属度最大的聚类簇,惩罚其他聚类簇,加快目标函数收敛速度并保持聚类效果;文献[10]针对噪声图像分割问题,提出了一种引入空间邻域限制项的FCM算法(Bias Corrected FCM, BCFCM)用于脑部医学图像分割,通过邻域空间限制项,对噪声具有一定鲁棒性;文献[11]提出了一种广义FCM算法(FCM with Generalized Improved Fuzzy Partitions, GIFP-FCM),在FCM的目标函数添加了一个隶属度限制项,提高了聚类簇的分类效果,同时也提高了收敛速度;文献[12]提出了一种新的局部信息限制项,并将其加入FCM目标函数中,提出了一种模糊局部信息的FCM算法(Fuzzy Local Information C-Means, FLICM),对噪声图像的分割效果较好;文献[13]针对仅考虑图像局部信息还不足以得到良好分割效果的问题,利用图像非局部信息与文献[14]提出的目标函数,提出了非局部空间信息FCM算法(FCM with Non-Local Spatial information, FCM-NLS),从而更加有效地利用图像信息;文献[15]提出了自调节非局部空间信息FCM算法(FCM with Self-tuning Non-Local Spatial information, FCM-SNLS),可使不同像素自动获取到最合适的滤波参数,提高了算法灵活性与鲁棒性;文献[16]将抑制式FCM算法与对隶属度的直觉模糊集结合,去除了抑制式FCM算法参数,应用非局部空间信息,提出了一种抑制式非局部空间直觉FCM算法(Suppressed Non-Local Spatial Intuitionistic Fuzzy C-Means, SNLS-IFCM);文献[17]提出2元拓扑子空间属性相似度定义,给出了一种基于属性空间相似性的FCM算法(FCM based on Similarity of Attribute Space, FCM-SAS),利用了隶属度与聚类中心的样本属性特征信息,改进了聚类准确度。基于核方法的FCM算法是一种重要的方法。核方法将低维中难以线性分类的数据映射到高维中,从而在高维实现对数据的线性分类。文献[18]在文献[12]提出的FLICM算法基础上,将核方法代替欧氏距离,给出了一种新的模糊因子,提出了核加权FLICM(Kernel Weighted FLICM, KWFLICM)算法。文献[19]在KWFLICM算法模糊因子中的约束因子基础上,提出了一种新的加权图像用于约束项中,利用核方法代替欧氏距离实现模

糊聚类,给出了自适应约束核FCM算法(Adaptively Regularized Kernel-based Fuzzy C-Means, ARK-FCM)。文献[20]在KWFLICM的基础上,将聚类对象扩展到了多维数据,通过对每个维度的数据与邻域进行排序与考虑,实现了对多维数据的核方法聚类,给出了广义KWFLICM算法(Generalized KWFLICM, GKWFLICM)。

本文提出一种快速自适应非局部加权与隶属度连接的FCM聚类算法(Fast and Adaptive Non-local Fuzzy C-Means with Membership linking, FAN-FCM\_M)用于噪声图像分割。首先,采用了一种快速计算方法计算非局部空间限制项;其次,利用非局部空间信息限制项,将像素的局部与非局部信息组合在一起,添加到FCM聚类算法的目标函数中;然后,提出了一种隶属度连接机制,将某个聚类簇中的所有像素联系在一起,减少目标函数收敛所需迭代次数;最后,计算像素与像素对应的非局部空间限制项之间的差值的平方,再通过倒数变换,得到原始图像像素与非局部空间限制项的权值。

## 2 相关工作

### 2.1 FCM聚类算法

FCM聚类算法通过多次迭代,使目标函数收敛,将数据向量指定到合适的聚类簇中,目标函数为

$$J_{\text{FCM}} = \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^N u_{ij}^m \|y_j - c_i\|^2, \sum_{i=1}^K u_{ij} = 1 \quad (1)$$

其中, $y_j$ 是第 $j$ 个数据点, $N$ 是数据点的个数, $K$ 是聚类簇的个数, $u_{ij}$ 是 $y_j$ 对第 $i$ 个聚类簇的隶属度, $m$ 是 $u_{ij}$ 的权重指数,通常为2, $c_i$ 是第 $i$ 个聚类簇的聚类中心。通过拉格朗日乘数法,式(1)通过式(2)和式(3)最小化

$$u_{ij} = \left[ \sum_{r=1}^K (\|y_j - c_i\| / \|y_j - c_r\|)^{2/(m-1)} \right]^{-1} \quad (2)$$

$$c_i = \sum_{j=1}^N u_{ij}^m y_j / \sum_{j=1}^N u_{ij}^m \quad (3)$$

设置目标函数迭代误差 $\varepsilon$ ,当本次迭代的目标函数值与前一次迭代的数值差小于 $\varepsilon$ 时,输出此时所有数据点的隶属度 $u_{ij}$ ,完成聚类。

### 2.2 非局部空间信息

为充分发掘图像冗余信息,根据文献[21],非局部空间限制项 $G_{ij}$ 可写为

$$G_{ij} = \beta u_{ij}^m \left\| \sum_{\substack{y_q \in W_j \\ q \neq j}} y_q \cdot \exp \left( -\|N(y_q) - N(y_j)\|_{2,\sigma}^2 / h^2 \right) - c_i \right\|^2 / Z_j \quad (4)$$

其中,  $Z_j = \sum_{q \neq j}^{y_q \in W_j} \exp\left(-\|N(y_q) - N(y_j)\|_{2,\sigma}^2/h^2\right)$ ,  $W_j$ 为第 $j$ 个像素 $y_j$ 的 $(2S+1) \times (2S+1)$ 搜索范围,  $S$ 远小于图像的长或宽,  $N(y_q)$ 和 $N(y_j)$ 分别为以 $y_q$ 和 $y_j$ 为中心的 $(2s+1) \times (2s+1)$ 邻域,  $\|N(y_q) - N(y_j)\|_{2,\sigma}^2$ 为 $N(y_q)$ 和 $N(y_j)$ 的高斯加权欧氏距离,  $\sigma$ 为高斯函数标准差,  $h$ 为平滑程度参数,  $\beta$ 为非局部空间限制项的权重。对于彩色图像, 分别计算其每个通道的非局部空间限制项。

### 3 本文算法

传统FCM算法对噪声较为敏感, 难以分割噪声图像。本文算法利用了隶属度连接机制, 减少迭代次数, 考虑了图像中的冗余信息, 利用快速算法, 构建非局部空间信息限制项, 添加到目标函数, 最后对原始图像与非局部空间限制项进行加权, 提出一种自适应加权方式, 提高权重的灵活性。

#### 3.1 隶属度连接

为了减少FCM聚类算法的迭代次数, 利用了一种隶属度连接机制。定义 $M_i = \sum_{j=1}^N u_{ij}$ , 将 $M_i$ 添加到FCM目标函数分母位置, 得到目标函数 $J = \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^N u_{ij}^m \|y_j - c_i\|^2 / \sum_{j=1}^N u_{ij}$ 。对于较大尺寸的图像, 像素总数量 $N$ 较大, 即 $M_i$ 较大。为了避免除以较大 $M_i$ 后目标函数过小, 目标函数提前收敛, 产生较差分割结果, 令 $M_i = \ln\left(\sum_{j=1}^N u_{ij} + 1\right)$ , 考虑对数函数的变化规律,  $M_i$ 可以减小, 避免目标函数提前收敛。然而, 当 $\sum_{j=1}^N u_{ij}$ 较大时,  $\ln\left(\sum_{j=1}^N u_{ij} + 1\right)$ 的变化会比较小, 对此, 定义 $M_i = \ln^2\left(\sum_{j=1}^N u_{ij} + 1\right)$ , 最后, 目标函数 $J = \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^N u_{ij}^m \|y_j - c_i\|^2 / \ln^2\left(\sum_{j=1}^N u_{ij} + 1\right)$ 。

#### 3.2 非局部空间限制项的快速计算

观察非局部空间限制项 $G_{ij}$ ,  $c_i$ 所在括号中前面的部分只与图像中的像素有关, 则可将 $G_{ij}$ 表示为 $G_{ij} = \beta u_{ij}^m \|\bar{y}_j - c_i\|^2$ , 其中 $\bar{y}_j = \sum_{q \neq j}^{y_q \in W_j} y_q \exp\left(-\|N(y_q) - N(y_j)\|_{2,\sigma}^2/h^2\right) / Z_j$ , 由此可将所有 $\bar{y}_j$ 在聚类之前提前完成计算。对于所有 $\bar{y}_j$ 的计算, 总计算步骤数为 $H \times W \times (2S+1)^2 \times (2s+1)^2$ 。为了提高运算速度, 可将整幅图像逐像素循环, 修改为搜索区域逐像素循环。

首先, 直接计算原始图像 $I(x, y)$ 与其空间平移图像 $I(x + \tau_1, y + \tau_2)$ 的差值平方Sd

$$\text{Sd} = [I(x, y) - I(x + \tau_1, y + \tau_2)]^2, -S \leq \tau_1 \leq S, -S \leq \tau_2 \leq S, \tau_1 \text{与} \tau_2 \text{不同时为} 0 \quad (5)$$

其中,  $I(x + \tau_1, y + \tau_2)$ 中每个像素均为 $I(x, y)$ 中每个像素搜索区域中的像素, 由于计算像素差值无先后顺序, 因此Sd的计算可以并行处理。对Sd进行高斯滤波, 可将循环减少到 $(2S+1)^2 - 1$ 次。修改后的原始图像非局部空间信息 $\bar{I}(x, y)$ 为

$$\bar{I}(x, y) = \sum_{\tau_1=-S}^S \sum_{\tau_2=-S}^S I(x + \tau_1, y + \tau_2) \cdot \exp\left\{-\text{Gauss}_\sigma\left([I(x, y) - I(x + \tau_1, y + \tau_2)]^2\right) / (h^2 S_N)\right\} / Z \quad (6)$$

其中 $Z = \sum_{\tau_1=-S}^S \sum_{\tau_2=-S}^S \exp\left\{-\text{Gauss}_\sigma\left([I(x, y) - I(x + \tau_1, y + \tau_2)]^2\right) / (h^2 S_N)\right\}$ ,  $S_N$ 为邻域窗的像素个数, 即 $(2s+1)^2$ ,  $\text{Gauss}_\sigma(\cdot)$ 表示邻域窗为 $(2s+1) \times (2s+1)$ , 标准差为 $\sigma$ 的高斯滤波, 一般令 $s = 3$ <sup>[21]</sup>,  $\cdot$ 表示矩阵对应元素相乘。为了提高高斯滤波速度, 文献[22]提出可利用差分方程递归操作, 以线性复杂度实现 $7 \times 7$ 滤波窗的高斯滤波器。给出的差分方程为

$$w[n] = [1 - (b_1 + b_2 + b_3)/b_0] \text{in}[n] + (b_1 \text{in}[n-1] + b_2 \text{in}[n-2] + b_3 \text{in}[n-3]) / b_0 \quad (7)$$

$$\text{out}[n] = [1 - (b_1 + b_2 + b_3)/b_0] w[n] + (b_1 w[n+1] + b_2 w[n+2] + b_3 w[n+3]) / b_0 \quad (8)$$

其中,  $b_0 = 1.57825 + 2.44413q + 1.4281q^2 + 0.422205q^3$ ,  $b_1 = 2.44413q + 2.85619q^2 + 1.26661q^3$ ,  $b_2 = -(1.4281q^2 + 1.26661q^3)$ ,  $b_3 = 0.422205q^3$ ,  $q = \begin{cases} 0.98711\sigma - 0.9633, & \sigma \geq 2.5 \\ 3.97156 - 4.14554\sqrt{1 - 0.26891\sigma}, & 0.5 \leq \sigma \leq 2.5 \end{cases}$

$\text{in}[n]$ 表示图像某一行(列)从左到右(从上到下)方向的第 $n$ 个像素,  $\text{out}[n]$ 表示该像素高斯滤波后的值, 对于式(7)与式(8)中 $\text{in}[n]$ 和 $w[n]$ 中的越界像素, 分别由复制 $\text{in}[n]$ 和 $w[n]$ 的边界像素得到。对于一幅图像, 首先在图像的行(列)方向上, 从左到右(从上到下)执行式(7)和式(8), 再在列(行)方向上从上到下(从左到右)执行式(7)和式(8)。由此, 非局部空间信息的计算步骤数只有 $H \times W \times [(2S+1)^2 - 1]$ , 达到了快速计算目的。

#### 3.3 本文算法目标函数

为了充分利用图像自身信息, 提出一种自适应非局部限制项加权方法, 目标函数为

$$J_{\text{FANFCM\_M}} = \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^N u_{ij}^m \sum_{z=1}^D \left( \alpha_{jz} \|y_{jz} - c_{iz}\|^2 + \beta_{jz} \|\bar{y}_{jz} - c_{iz}\|^2 \right) / \ln^2 \left( \sum_{j=1}^N u_{ij} + 1 \right), \sum_{i=1}^K u_{ij} = 1 \quad (9)$$

其中,  $\alpha_{jz}$ 和 $\beta_{jz}$ 分别为FCM与非局部限制项的权重,  $\bar{y}_{jz}$ 是非局部限制项中第 $z$ 个通道的第 $j$ 个像素,  $D$ 为图像通道数。当图像噪声较大时,  $\alpha_{jz}$ 要较小,  $\beta_{jz}$ 要较大, 从而使非局部限制项较大影响分割结果, 并只在一定程度上保持噪声图像的一些细节, 反之亦然。

对于图像的第 $z$ 个通道, 像素点 $y_{jz}$ 被噪声污染较严重时,  $|y_{jz} - \bar{y}_{jz}|$ 较大,  $1/|y_{jz} - \bar{y}_{jz}|$ 较小, 则可将 $1/|y_{jz} - \bar{y}_{jz}|$ 和 $|y_{jz} - \bar{y}_{jz}|$ 分别作为原始图像与非局部限制项的权重。为了增大不同 $|y_{jz} - \bar{y}_{jz}|$ 之间的差别, 对其平方, 得到 $(y_{jz} - \bar{y}_{jz})^2$ 。在本文中, 所有像素均归一化 $0 \sim 1$ , 为了避免 $1/(y_{jz} - \bar{y}_{jz})^2$ 永远大于 $(y_{jz} - \bar{y}_{jz})^2$ , 增加一个常数 $k > 0$ 相乘, 得到 $\alpha_{jz} = 1/[k(y_{jz} - \bar{y}_{jz})^2]$ ,  $\beta_{jz} = k(y_{jz} - \bar{y}_{jz})^2$ 。令

$$u_{ij} = \left\{ \frac{\sum_{r=1}^K \left[ \frac{\sum_{z=1}^D \left( \|y_{jz} - c_{iz}\|^2 / \Delta y_{jz} + \Delta y_{jz} \|\bar{y}_{jz} - c_{iz}\|^2 \right) / \ln^2 \left( \sum_{j=1}^N u_{ij} + 1 \right)}{\sum_{z=1}^D \left( \|y_{jz} - c_{rz}\|^2 / \Delta y_{jz} + \Delta y_{jz} \|\bar{y}_{jz} - c_{rz}\|^2 \right) / \ln^2 \left( \sum_{j=1}^N u_{rj} + 1 \right)} \right]^{1/(m-1)}}{\sum_{j=1}^N \left[ u_{ij}^m (1 + \Delta y_{jz}^2) / \Delta y_{jz} \right]} \right\}^{-1} \quad (11)$$

$$c_{iz} = \sum_{j=1}^N u_{ij}^m (y_{jz} / \Delta y_{jz} + \Delta y_{jz} \bar{y}_{jz}) / \sum_{j=1}^N \left[ u_{ij}^m (1 + \Delta y_{jz}^2) / \Delta y_{jz} \right] \quad (12)$$

对于式(12),  $i$ 和 $j$ 不变,  $z$ 变化时,  $u_{ijz}$ 相同。通过式(11)和式(12)更新 $u_{ij}$ 和 $c_{iz}$ , 目标函数可最小化。然后, 输出合适的隶属度 $u_{ij}$ , 最后, 将每个像素指定到隶属度最大的聚类簇中, 完成图像分割。

本文算法步骤如下:

步骤 1 初始化参数。设置聚类数目 $K$ , 迭代误差 $\varepsilon$ , 最大迭代次数 $T$ , 系数 $k$ , 平滑程度参数 $h$ , 搜索窗半径 $S$ , 高斯标准差 $\sigma$ ;

步骤 2 计算每个图像通道的非局部空间信息 $\bar{I}$ ;

步骤 3 将图像归一化到 $[0, 1]$ ;

步骤 4 计算差值图像 $\Delta I$ ;

步骤 5 随机初始化隶属度 $u_{ij}$ , 令所有聚类中心 $c_{iz}$ 为0;

步骤 6 令迭代次数 $\text{iter} = 1$ ;

步骤 7 利用式(12)计算聚类中心 $c_{iz}$ ;

$\alpha_{jz} \leq \beta_{jz}$ , 有 $1/[k(y_{jz} - \bar{y}_{jz})^2] \leq k(y_{jz} - \bar{y}_{jz})^2, k > 0 \Rightarrow k^2(y_{jz} - \bar{y}_{jz})^4 \geq 1, k > 0 \Rightarrow |y_{jz} - \bar{y}_{jz}| \geq 1/\sqrt{k}$ ,  $k > 0$ , 可得, 当 $|y_{jz} - \bar{y}_{jz}| \geq 1/\sqrt{k}$ 时,  $\alpha_{jz} \leq \beta_{jz}$ , 当 $|y_{jz} - \bar{y}_{jz}| < 1/\sqrt{k}$ 时,  $\alpha_{jz} > \beta_{jz}$ , 又 $y_{jz}$ 和 $\bar{y}_{jz}$ 均取 $0 \sim 1$ , 则 $\max(y_{jz} - \bar{y}_{jz}) = 1$ , 则取 $k > 1$ 。从而, 所有 $\alpha_{jz}$ 和 $\beta_{jz}$ 大小关系不唯一。

为了避免 $\alpha_{jz}$ 分母为0,  $\beta_{jz}$ 为0, 分别为其添加一个很小的数 $\text{eps}$ , 则有 $\alpha_{jz} = 1/[k(y_{jz} - \bar{y}_{jz})^2 + \text{eps}]$ ,  $\beta_{jz} = k(y_{jz} - \bar{y}_{jz})^2 + \text{eps}$ 。考虑到 $|y_{jz} - \bar{y}_{jz}|$ 仅与噪声图像和非局部限制项中的像素有关, 则可以在迭代之前计算。令 $\Delta I = k(I - \bar{I})^2 + \text{eps}$ , 则目标函数 $J_{\text{FANFCM\_M}}$ 可最终表示为

$$J_{\text{FANFCM\_M}} = \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^N u_{ij}^m \sum_{z=1}^D \left( \|y_{jz} - c_{iz}\|^2 / \Delta y_{jz} + \Delta y_{jz} \|\bar{y}_{jz} - c_{iz}\|^2 \right) / \ln^2 \left( \sum_{j=1}^N u_{ij} + 1 \right), \sum_{i=1}^K u_{ij} = 1 \quad (10)$$

其中,  $\Delta y_{jz}$ 是 $\Delta I$ 第 $z$ 个通道的第 $j$ 个值。

使用拉格朗日乘子法, 得到 $u_{ij}$ 和 $c_{iz}$

步骤 8 利用式(11)计算隶属度 $u_{ij}$ ;

步骤 9 若 $\sum_{i=1}^K \sum_{z=1}^D \|c_{iz}^{(\text{iter})} - c_{iz}^{(\text{iter}-1)}\| / (DK) < \varepsilon$  或 $\text{iter} > T$ , 则返回所有隶属度; 否则 $\text{iter} = \text{iter} + 1$ , 返回步骤7;

步骤 10 将每个像素归类到隶属度最大的簇, 完成图像分割。

## 4 实验结果与分析

为了验证算法的有效性, 采用人工与自然图像进行测试, 并将实验结果与FCM, FLICM<sup>[12]</sup>, FCM-NLS<sup>[13]</sup>和SNLS-IFCM<sup>[16]</sup>进行对比。本节所有实验均采用高斯白噪声、椒盐噪声与均匀分布乘性噪声的混合噪声污染图像。添加混合噪声的步骤为: 指定一个数字 $d$ ; 将图像 $I$ 的类型转换为双精度, 并归一化到 $[0, 1]$ 范围内; 对 $I$ 所有通道添加0均值,  $d$ 标准差的高斯白噪声; 添加密度为 $d$ 的椒盐噪声; 添加0均值,  $d$ 标准差的均匀分布乘性噪声; 将图像 $I$ 归一化到 $[0, 255]$ , 并转换为无符号8位整型。

实验中使用的噪声均描述为 $100 \times d\%$ 混合噪声。先对人工图像, 再对自然图像分割结果进行指

标分析。指标采用分割准确度 (Segmentation Accuracy, SA)、平均交并比 (mean Intersection over Union, mIoU)、归一化互信息 (Normalized Mutual Information, NMI)、算法运行时间与迭代次数

$$SA = \frac{\sum_{i=1}^K A_i \cap C_i}{\sum_{j=1}^K C_j} \quad (13)$$

$$mIoU = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K (A_i \cap C_i) / (A_i \cup C_i) \quad (14)$$

其中,  $A_i$  是分割结果中第  $i$  个聚类簇的像素集合,  $C_i$  是参考图像中第  $i$  个聚类簇的像素集合。SA 与 mIoU 较大, 表明分割效果较好。对于灰度图像  $I_1$  和灰度图像  $I_2$

$$NMI = 2MI(I_1, I_2) / [H(I_1) + H(I_2)] \quad (15)$$

其中,  $I_1$  和  $I_2$  尺寸相同,  $MI(I_1, I_2)$  表示  $I_1$  和  $I_2$  的互信息,  $H(I_1)$  和  $H(I_2)$  分别表示  $I_1$  和  $I_2$  的熵。NMI 越大, 分割结果越好。

设置  $m = 2$ ,  $\varepsilon = 10^{-4}$ ,  $\text{eps} = 10^{-20}$ ,  $T = 100$ 。设置 FLICM 的邻域尺寸为  $3 \times 3$ 。设置 FCM-NLS 和 SNLS-IFCM 的邻域窗口为  $7 \times 7$ , 搜索窗口为  $41 \times 41$ ,  $h = 50$ , 非局部限制项权重  $\beta = 10$ 。设置本算法的搜索窗口为  $17 \times 17$ ,  $h = 7$ ,  $\sigma = 4$ ,  $k = 2500$ 。

#### 4.1 人工图像分割实验

分割人工灰度图像图1(a), 尺寸为  $256 \times 256$  像

素, 分别加入 5%, 10%, 15% 和 20% 混合噪声, 聚类数目  $K = 4$ 。图1表示 5 种算法对含 5% 混合噪声人工图像的分割结果, 5 种算法对含混合噪声人工图像的定量指标结果如表1所示。

实验结果表明, FCM 算法的分割速度最快, 分割效果较差; FLICM 算法的迭代次数最多, 不容易收敛, 由于考虑了局部空间信息, 分割结果相对 FCM 有了一定改善; FCM-NLS 和 SNLS-IFCM 算法使用了原始非局部空间信息, 运行时间较长, 另外, 由于后者考虑了直觉模糊集和隶属度竞争惩罚, 分割效果优于前者。在含 5% 混合噪声情况下, SNLS-IFCM 算法的迭代次数和运行时间与 FCM-NLS 算法的相比较少, 但随着混合噪声增加到 10% 以上, SNLS-IFCM 算法的收敛速度慢于 FCM-NLS 算法。本文算法的分割结果均优于其他对比算法, 说明了本文算法的良好分割能力与细节保持能力。

#### 4.2 自然图像分割实验

对灰度自然图像在噪声下进行分割实验, 按图像复杂性从小到大, 原始图像分别为齿轮图像 (尺寸为  $263 \times 264$  像素)、#42049, #86016 和 #118035, 其中后 3 幅图像来自 Berkeley 图像分割数据集, 尺寸为  $481 \times 321$  像素。分别为 4 幅图像加入 5%, 10%, 15% 和 20% 混合噪声。图2—图5和表2给出了 5 种算

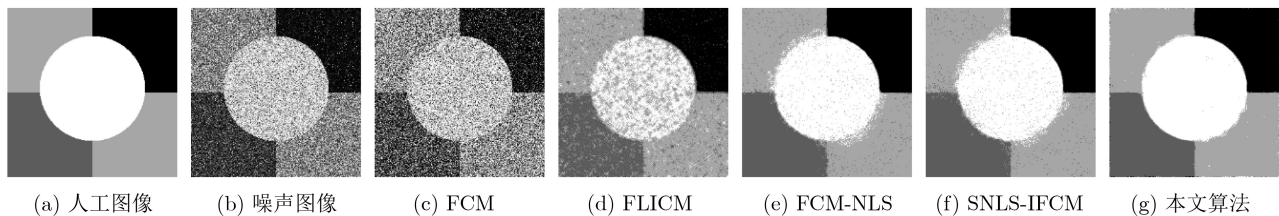


图1 5种算法对含5%混合噪声人工图像的分割结果( $K=4$ )

表1 5种算法对含不同混合噪声人工图像的分割结果

分割指标	SA(%)				mIoU(%)				NMI(%)				运行时间(s)				迭代次数			
	5	10	15	20	5	10	15	20	5	10	15	20	5	10	15	20	5	10	15	20
FCM	55.09	43.77	31.21	28.21	52.65	48.48	35.41	30.41	25.34	14.42	9.09	7.13	0.48	0.63	0.67	0.69	18	36	32	35
FLICM	89.54	70.89	60.00	52.08	84.95	64.25	55.16	49.51	73.32	50.10	38.71	30.90	7.52	7.94	7.23	8.02	108	125	106	130
FCM-NLS	96.83	91.48	76.26	59.43	96.35	87.40	68.46	47.80	85.93	76.97	53.63	38.10	185.57	194.82	195.57	195.14	24	33	47	47
SNLS-IFCM	97.66	92.23	77.04	61.02	96.67	88.75	70.12	54.59	86.00	79.18	57.83	40.13	184.12	196.07	196.40	196.83	17	40	51	73
本文算法	98.02	97.30	95.26	90.12	97.70	95.54	92.40	86.71	92.23	89.88	84.35	74.84	1.85	1.92	2.09	2.09	10	10	16	17

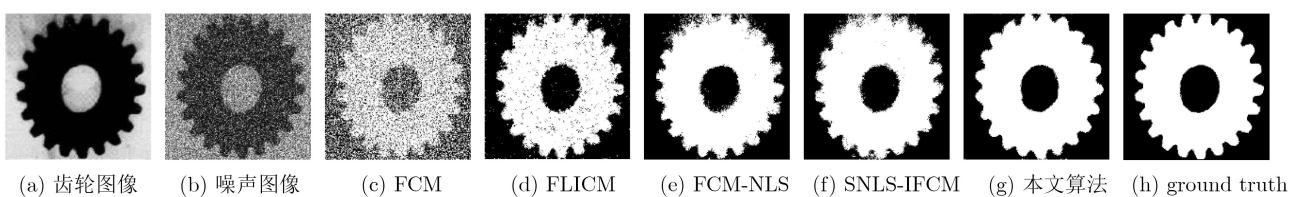


图2 5种算法对含20%混合噪声齿轮图像的分割结果( $K=2$ )

法针对4幅自然图像的分割效果和定量指标对比。表2中,对于每一种分割算法,从上到下分别为齿轮图像、#42049, #86016和#118035在不同混合噪声下的分割定量指标结果。

实验结果表明,由于FCM未考虑任何图像空

间信息,计算复杂度低,分割效果较差,分割速度最快。在5%混合噪声下,除去FCM,各算法对二分类图像的分割结果较相近。混合噪声强度增大时,与其他4种算法相比,FLICM算法对三分类图像的分割结果退化较大。SNLS-IFCM的分割结果

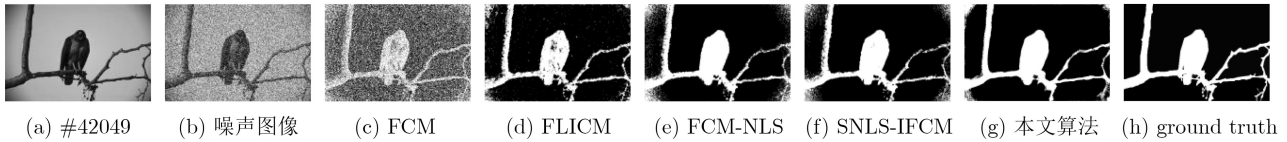


图3 5种算法对含10%混合噪声#42049的分割结果(K=2)

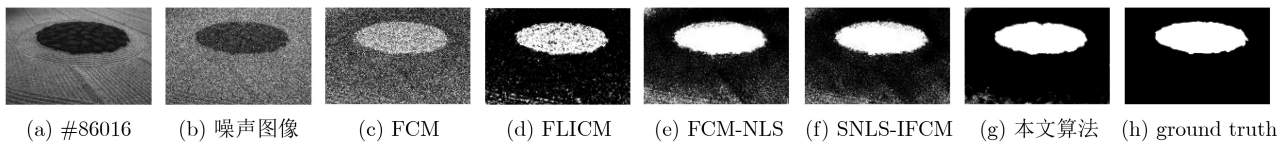


图4 5种算法对含10%混合噪声#86016的分割效果(K=2)

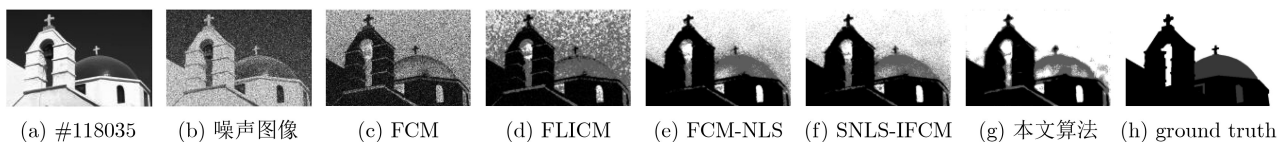


图5 5种算法对含5%混合噪声#118035的分割效果(K=3)

表2 5种算法对含不同混合噪声图像的分割结果

分割指标	SA(%)				mIoU(%)				NMI(%)				运行时间(s)				迭代次数				
	噪声大小(%)		5	10	15	20	5	10	15	20	5	10	15	20	5	10	15	20	5	10	15
FCM	90.58		81.82	74.57	70.88	82.60	68.88	58.82	54.41	54.99	31.42	17.80	12.32	0.18	0.20	0.15	0.18	15	16	16	18
	71.56		63.16	58.74	55.83	51.16	42.74	38.74	36.26	15.74	7.56	4.50	3.02	0.46	0.44	0.35	0.22	23	21	16	11
	61.87		57.51	54.04	51.51	40.96	36.52	34.03	32.04	8.19	3.27	2.22	1.33	0.37	0.58	0.28	0.34	18	19	14	16
	55.87		49.23	46.77	23.50	36.50	30.73	28.12	12.35	19.45	9.96	6.11	4.11	1.02	0.76	0.52	0.70	35	25	17	23
FLICM	98.83		98.11	96.68	94.41	97.68	96.27	93.52	89.36	90.80	86.44	78.90	69.03	1.60	4.52	3.66	4.29	64	79	88	109
	95.33		93.19	90.76	88.61	86.31	80.92	75.39	70.90	63.81	52.86	42.46	34.63	12.32	11.41	13.69	16.14	158	148	177	212
	92.19		92.88	85.82	84.07	78.59	78.10	65.45	61.08	52.91	46.01	28.02	19.98	13.22	9.58	23.61	22.00	157	100	300	300
	62.15		54.53	44.45	37.20	46.35	39.20	30.85	24.99	49.01	37.81	27.21	20.47	18.85	23.17	18.47	13.09	132	194	151	108
FCM-NLS	98.84		98.16	97.38	95.87	97.68	96.35	94.84	91.98	90.98	86.94	82.90	76.62	189.77	190.08	188.92	197.12	13	16	16	25
	95.30		93.53	83.52	71.62	86.26	82.39	65.37	51.49	63.69	55.42	31.17	17.26	472.53	474.82	468.91	473.51	29	29	36	30
	96.13		84.85	71.70	63.39	88.00	65.12	50.88	42.73	70.85	37.34	21.15	11.77	473.12	470.12	454.68	472.68	29	28	31	28
	85.85		79.31	72.22	61.25	67.48	60.08	52.31	41.84	62.82	55.36	44.63	36.43	478.75	473.25	479.75	480.75	35	53	49	49
SNLS-IFCM	98.92		98.05	97.31	95.50	97.83	96.14	94.70	91.29	91.43	86.40	82.50	75.51	188.42	189.15	188.50	196.30	11	12	13	18
	96.75		93.89	84.72	72.61	89.64	82.86	67.01	52.56	73.57	56.67	33.03	18.48	470.25	465.61	470.42	472.76	20	25	42	31
	96.80		86.21	71.96	63.01	89.76	65.51	51.21	42.49	79.81	41.55	21.99	12.23	470.30	468.14	452.14	467.14	23	20	28	24
	87.92		79.33	71.63	63.11	70.80	59.87	51.72	43.86	65.78	54.15	44.72	35.16	474.25	471.81	470.25	472.25	30	39	24	35
本文算法	99.23		98.26	97.40	96.89	98.12	96.55	95.19	93.90	92.07	87.70	83.54	81.32	1.75	2.06	1.90	1.80	6	6	6	8
	98.89		94.36	94.34	93.40	96.04	84.55	83.45	82.15	87.01	61.06	58.27	55.88	4.53	4.41	4.78	4.44	7	12	14	13
	98.97		97.72	97.46	91.87	96.31	92.34	91.38	78.10	87.79	78.32	75.44	53.15	4.53	5.51	4.53	4.37	7	10	7	11
	90.71		87.40	87.82	79.06	72.75	66.27	67.85	60.03	69.84	65.58	63.13	54.46	4.86	4.37	4.81	4.92	9	7	9	17

与FCM-NLS相近，前者的迭代次数在总体上比后者较少，由于使用了原始非局部空间信息计算方法，两者分割时间均较长。FLICM算法的收敛速度较慢。本文算法在5%混合噪声下的分割结果与其他算法有较小优势。加入较大混合噪声，本文算法分割结果均优于其他几种算法。

对于含噪RGB彩色图像，则 $D = 3$ ，按照本文算法的步骤即可完成分割。

### 4.3 时间复杂性分析

首先计算算法目标函数的计算步骤表达式 $E$ ；其次统一 $E$ 中所有变量为变量 $n$ ，得到计算步骤函数 $E(n)$ ；最后令 $n$ 趋向于无穷大，寻找一个辅助函数 $f(n)$ ，使 $f(n)/E(n) = a$ 成立，则 $E(n)$ 与 $f(n)$ 同一

数量级， $O[f(n)]$ 是算法的时间复杂度，其中 $a$ 是大于0的常数。

在表3中， $H$ 和 $W$ 分别为图像的高和宽， $K$ 为聚类数， $iter$ 为迭代次数， $k$ 为FLICM算法的邻域边长， $S$ 和 $s$ 分别为非局部均值滤波器的搜索区域边长与邻域边长的1/2。FLICM需要在每次迭代中考虑每个像素与隶属度的 $k \times k$ 邻域，所以时间复杂度为 $O(n^6)$ ，FCM-NLS与SNLS-IFCM算法都使用了原始NLM滤波器，所以其时间复杂度主要由NLM滤波器的时间复杂度所影响，为 $O(n^6)$ 。表3表明，FCM算法与本文算法的时间复杂度较低，为 $O(n^4)$ 。综上所述，本文算法的时间复杂度较低。

表3 5种算法的时间复杂度

分割算法	计算步骤 $E$	计算步骤函数 $E(n)$	时间复杂度
FCM	$H \times W \times K \times iter$	$n^4$	$O(n^4)$
FLICM	$H \times W \times K \times k^2 \times iter$	$n^6$	$O(n^6)$
FCM-NLS	$H \times W \times (2S + 1)^2 \times (2s + 1)^2 + H \times W \times K \times iter$	$n^2(n + 1)^4 + n^4$	$O(n^6)$
SNLS-IFCM	$H \times W \times (2S + 1)^2 \times (2s + 1)^2 + H \times W \times (K - 1) \times K \times iter$	$n^2(n + 1)^4 + n^4(n - 1)$	$O(n^6)$
本文算法	$H \times W \times [(2S + 1)^2 - 1] + (2 \times H \times W) \times K \times iter$	$n^2[(n + 1)^2 - 1] + 2n^4$	$O(n^4)$

## 5 结束语

本文提出了一种快速自适应非局部空间加权与隶属度连接的FCM聚类抗噪图像分割算法。针对FCM算法难以分割噪声图像的问题，考虑了像素的非局部信息，提出了一种基于空间位移图像与递归高斯滤波的非局部信息快速计算方法和一种基于差值图像平方倒数变换的自适应非局部信息加权方式，提高了FCM抗噪性，将每个聚类簇中所有隶属度之和与对数形式的平方加入目标函数分母，给出了隶属度连接机制，减少了FCM算法迭代次数。通过人工合成图像与自然图像分割实验，相比FLICM算法、FCM-NLS算法与SNLS-IFCM算法，本文算法的抗噪性能较强，耗时较短，迭代次数较少，分割准确度较高。而本文算法中的非局部空间信息需要3个参数，计算复杂度也与搜索窗口大小有关，如何减少参数，提高计算速度，将是下一步的研究目标。

### 参考文献

- [1] 范九伦, 雷博. 倒数粗糙熵图像阈值化分割算法[J]. 电子与信息学报, 2020, 42(1): 214-221. doi: 10.11999/JEIT190559.  
FAN Jiulun and LEI Bo. Image thresholding segmentation method based on reciprocal rough entropy[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2020, 42(1): 214-221. doi: 10.11999/JEIT190559.
- [2] 许新征, 丁世飞, 史忠植, 等. 图像分割的新理论和新方法[J]. 电子学报, 2010, 38(2A): 76-82.
- [3] 姜枫, 顾庆, 郝慧珍, 等. 基于内容的图像分割方法综述[J]. 软件学报, 2017, 28(1): 160-183. doi: 10.13328/j.cnki.jos.005136.  
JIANG Feng, GU Qing, HAO Huizhen, et al. Survey on content-based image segmentation methods[J]. *Journal of Software*, 2017, 28(1): 160-183. doi: 10.13328/j.cnki.jos.005136.
- [4] 申铨京, 刘翔, 陈海鹏. 基于多阈值Otsu准则的阈值分割快速计算[J]. 电子与信息学报, 2017, 39(1): 144-149. doi: 10.11999/JEIT160248.  
SHEN Xuanjing, LIU Xiang, and CHEN Haipeng. Fast computation of threshold based on multi-threshold Otsu criterion[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2017, 39(1): 144-149. doi: 10.11999/JEIT160248.
- [5] KHAIRE P A and THAKUR N V. An overview of image segmentation algorithms[J]. *International Journal of Image Processing and Vision Sciences*, 2012, 1(2): 62-68.
- [6] 雷涛, 张肖, 加小红, 等. 基于模糊聚类的图像分割研究进展[J]. 电子学报, 2019, 47(8): 1776-1791. doi: 10.3969/j.issn.0372-2112.2019.08.023.  
LEI Tao, ZHANG Xiao, JIA Xiaohong, et al. Research

- progress on image segmentation based on fuzzy clustering[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2019, 47(8): 1776–1791. doi: [10.3969/j.issn.0372-2112.2019.08.023](https://doi.org/10.3969/j.issn.0372-2112.2019.08.023).
- [7] WAZARKAR S and KESHAVAMURTHY B N. A survey on image data analysis through clustering techniques for real world applications[J]. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 2018, 55: 596–626. doi: [10.1016/j.jvcir.2018.07.009](https://doi.org/10.1016/j.jvcir.2018.07.009).
- [8] ZADEH L A. Fuzzy sets[J]. *Information and Control*, 1965, 8(3): 338–435. doi: [10.1016/S0019-9958\(65\)90241-X](https://doi.org/10.1016/S0019-9958(65)90241-X).
- [9] FAN Jiulun, ZHEN Wenzhi, and XIE Weixin. Suppressed fuzzy c-means clustering algorithm[J]. *Pattern Recognition Letters*, 2003, 24(9/10): 1607–1612. doi: [10.1016/S0167-8655\(02\)00401-4](https://doi.org/10.1016/S0167-8655(02)00401-4).
- [10] AHMED M N, YAMANY S M, MOHAMED N, et al. A modified fuzzy C-means algorithm for bias field estimation and segmentation of MRI data[J]. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2002, 21(3): 193–199. doi: [10.1109/42.996338](https://doi.org/10.1109/42.996338).
- [11] ZHU Lin, CHUNG F L, and WANG Shitong. Generalized fuzzy C-means clustering algorithm with improved fuzzy partitions[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, 2009, 39(3): 578–591. doi: [10.1109/TSMCB.2008.2004818](https://doi.org/10.1109/TSMCB.2008.2004818).
- [12] KRINIDIS S and CHATZIS V. A robust fuzzy local information c-means clustering algorithm[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2010, 19(5): 1328–1337. doi: [10.1109/TIP.2010.2040763](https://doi.org/10.1109/TIP.2010.2040763).
- [13] ZHAO Feng, JIAO Licheng, and LIU Hanqiang. Fuzzy c-means clustering with non local spatial information for noisy image segmentation[J]. *Frontiers of Computer Science in China*, 2011, 5(1): 45–56. doi: [10.1007/s11704-010-0393-8](https://doi.org/10.1007/s11704-010-0393-8).
- [14] CHEN Songcan and ZHANG Daoqiang. Robust image segmentation using FCM with spatial constraints based on new kernel-induced distance measure[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, 2004, 34(4): 1907–1916. doi: [10.1109/TSMCB.2004.831165](https://doi.org/10.1109/TSMCB.2004.831165).
- [15] ZHAO Feng. Fuzzy clustering algorithms with self-tuning non-local spatial information for image segmentation[J]. *Neurocomputing*, 2013, 106: 115–125. doi: [10.1016/j.neucom.2012.10.022](https://doi.org/10.1016/j.neucom.2012.10.022).
- [16] 兰蓉, 林洋. 抑制式非局部空间直觉模糊C-均值图像分割算法[J]. *电子与信息学报*, 2019, 41(6): 1472–1479. doi: [10.11999/JEIT180651](https://doi.org/10.11999/JEIT180651).
- LAN Rong and LIN Yang. Suppressed non-local Spatial intuitionistic fuzzy C-means image segmentation algorithm[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2019, 41(6): 1472–1479. doi: [10.11999/JEIT180651](https://doi.org/10.11999/JEIT180651).
- [17] 施伟锋, 卓金宝, 兰莹. 一种基于属性空间相似性的模糊聚类算法[J]. *电子与信息学报*, 2019, 41(11): 2722–2728. doi: [10.11999/JEIT180974](https://doi.org/10.11999/JEIT180974).
- SHI Weifeng, ZHUO Jinbao, and LAN Ying. A novel fuzzy clustering algorithm based on similarity of attribute space[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2019, 41(11): 2722–2728. doi: [10.11999/JEIT180974](https://doi.org/10.11999/JEIT180974).
- [18] GONG Maoguo, LIANG Yan, SHI Jiao, et al. Fuzzy C-means clustering with local information and kernel metric for image segmentation[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2013, 22(2): 573–584. doi: [10.1109/TIP.2012.2219547](https://doi.org/10.1109/TIP.2012.2219547).
- [19] ELAZAB A, WANG Changmiao, JIA Fucang, et al. Segmentation of brain tissues from magnetic resonance images using adaptively regularized kernel-based fuzzy C-means clustering[J]. *Computational and Mathematical Methods in Medicine*, 2015, 2015: 485495. doi: [10.1155/2015/485495](https://doi.org/10.1155/2015/485495).
- [20] MEMON K H and LEE D H. Generalised kernel weighted fuzzy C-means clustering algorithm with local information[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2018, 340: 91–108. doi: [10.1016/j.fss.2018.01.019](https://doi.org/10.1016/j.fss.2018.01.019).
- [21] BUADES A, COLL B, and MOREL J M. A non-local algorithm for image denoising[C]. 2005 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, San Diego, USA, 2005: 60–65. doi: [10.1109/CVPR.2005.38](https://doi.org/10.1109/CVPR.2005.38).
- [22] VAN VLIET L J, YOUNG I T, and VERBEEK P W. Recursive Gaussian derivative filters[C]. The 14th International Conference on Pattern Recognition, Brisbane, Australia, 1998: 509–514. doi: [10.1109/ICPR.1998.711192](https://doi.org/10.1109/ICPR.1998.711192).
- 王小鹏: 男, 1969年生, 博士, 教授, 研究方向为图像分析, 信号与信息处理。
- 王庆圣: 男, 1995年生, 硕士生, 研究方向为图像处理与模式识别。
- 焦建军: 男, 1984年生, 博士生, 研究方向为图像分析。
- 梁金诚: 男, 1997年生, 硕士生, 研究方向为图像处理与目标检测。

责任编辑: 余蓉