

转弯畸变拖曳阵声呐鲁棒Capon波束形成方法

薄连坤* 张晓勇 熊瑾煜

(盲信号处理重点实验室 成都 610041)

摘 要: 针对柔性拖曳阵转弯机动过程, 在积累时间内阵形变化导致自适应波束形成性能下降的问题, 该文提出一种基于时变阵形聚焦和降维处理的低复杂度鲁棒波束形成方法。首先, 基于阵列Water-Pulley模型估计时变阵形, 以基准阵形为参考采用预成导向方法对阵形进行聚焦, 消除数据中阵形模型偏差; 然后, 以阵形聚焦后数据协方差矩阵的共轭梯度方向矢量构成降维矩阵, 构造大孔径阵列降维鲁棒Capon波束形成器。仿真结果表明: 所提方法能够提高转弯机动拖曳阵波束形成输出信号-干扰噪声比(SINR)。海试验证表明: 该方法能够提高测向空间谱上目标输出信噪比, 提高大孔径阵列机动状态下对弱目标检测能力, 同时能区分目标左右舷。

关键词: 拖曳阵声呐; 鲁棒Capon波束形成; 阵形估计; Krylov子空间

中图分类号: TB566

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2018)10-2423-07

DOI: 10.11999/JEIT180022

Robust Capon Beamforming for Towed Array Sonar During Maneuvering

BO Liankun ZHANG Xiaoyong XIONG Jinyu

(Science and Technology On Blind Signal Processing Laboratory, Chengdu 610041, China)

Abstract: The robust beamformer suffers performance degradation due to the distortion of towed array shape caused by the maneuverings of tow platform. To address this problem, a low complexity robust Capon beamforming method is proposed based on time-varying array focusing and dimension reduction. First, the array shape is estimated sequentially using the array heading data based on Water-Pulley model. The Sample Covariance Matrix (SCM) at each recording time is focused to a reference array model via the STeered Covariance Matrix (STCM) technique to eliminate the array model error. Then, the reducing transform matrix is formed based on the conjugate gradient direction vectors of the focused SCM. The reduced-dimension Capon beamformer is finally derived to calculate the spatial spectrum. The results of the simulations show that, the proposed method can improve the Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio (SINR) of the beamforming during the maneuvering of towed array. The results of sea-trial data processing show that the proposed method can improve the output Signal-to-Noise Ratio (SNR) of the target, as well as the performance of detecting weak targets and solving the left-right ambiguity during maneuvering.

Key words: Towed array sonar; Robust Capon beamformer; Array shape estimation; Krylov subspace

1 引言

低频被动拖曳阵列声呐需要较大孔径实现对弱目标检测, 往往需要拖船沿着直线平稳航行。拖船机动将导致直线阵形畸变, 仍以直线阵形进行处理时, 波束形成性能下降^[1-3], 尤其是自适应波束形成对阵形畸变甚为敏感, 当阵形畸变严重时, 甚至无法检测目标。因此, 声呐阵列鲁棒波束形成研究越来越受到关注^[4-7]。

针对机动拖曳阵的自适应波束形成问题, Gerstoft

等人^[1]研究了利用本船历史航迹拟合阵形, 采用白噪声增益约束(White Noise Constrained, WNC)鲁棒波束形成(MVDR-WNC)方法计算测向空间谱(Bearing Time Record, BTR)。该方法并未考虑阵形连续变化问题, 在短时间内认为阵形不变, 应用在大孔径阵列中将面临快拍数目不足的问题。林鹏等人^[2]提出对时变阵形进行补偿, 增加处理快拍数目, 而采用MVDR方法, 对欠秩采样协方差矩阵的鲁棒性不足。上述工作均是基于拖船航迹拟合阵形, 在大角度转弯时存在阵形估计偏差。

近年来, 基于柔性阵列流体力学Water-Pulley模型的阵形估计方法被广泛研究^[8,9], 采用跟踪滤

收稿日期: 2018-01-09; 改回日期: 2018-05-22; 网络出版: 2018-07-30

*通信作者: 薄连坤 bol903@163.com

波方法由阵列航向在线估计时变阵形。该方法为畸变阵列波束形成提供了阵列模型基础,但仍避免不了阵元幅相及位置误差、水声传播非平面波等因素导致的模型误差,需要采用鲁棒波束形成方法。在各类鲁棒波束形成方法中,鲁棒Capon(Robust Capon Beamformer, RCB)方法针对导向矢量设计椭圆误差约束,采用拉格朗日方法避免了凸优化复杂计算,能更好适用于声呐应用。Somasundaram等人^[10]采用试验数据评估了RCB在声呐中的应用,性能优于MVDR。RCB应用于大孔径阵列仍面临较大复杂度,需进一步结合时变阵形补偿研究拖曳阵机动状态下低复杂度鲁棒波束形成方法。

结合时变阵形估计与RCB,本文提出一种基于阵形在线估计聚焦和Krylov子空间降维的低复杂度鲁棒波束形成方法。基于Water-Pulley模型估计时变阵形,并对各时刻阵形进行补偿聚焦,采用共轭梯度(Conjugate Gradient, CG)方法快速计算聚焦协方差矩阵共轭梯度方向矢量组成Krylov子空间降维矩阵,实现转弯畸变状态下大孔径阵列低复杂度RCB。该方法也可拓展到宽带,将多频点进行宽带聚焦后进一步压缩运算复杂度。仿真试验和海试数据分析结果验证了该方法优越性能。本文第2节介绍方法原理以及阵形聚焦降维鲁棒波束形成算法框架;第3节通过仿真及海试数据分析验证了方法有效性,最后给出结论。

2 方法原理

2.1 时变阵形估计与聚焦

根据柔性阵列在水中的运动模型,阵列上每一点航向值随时间和位置的动态变化遵从偏微分方程:

$$\rho v \frac{\partial \mu(t, x)}{\partial x} + \frac{\partial \mu(t, x)}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

其中, $\mu(t, x)$ 表示 t 时刻阵列上 x 位置航向值(以正北为 0°), v 表示阵列拖曳速度, ρ 系数与阵列法向拖曳系数 c_n 和切向拖曳系数 c_t 有关,推导得到 $\rho = (\pi c_t + c_n)/c_n$ (详见文献^[11])。上述模型即为Water-pulley模型。一般情况下,有 $c_n \gg c_t$,因此 $\rho \approx 1$ 。

对式(1)中的 t 和 x 进行等间隔离散化,离散化间距分别为 Δt 和 Δx ,阵列离散化分段数目为 M_x 。将 $t_n = n\Delta t$ 时刻各离散化分段的航向值组成矢量 $\boldsymbol{\mu}_n = [\mu(n\Delta t, 0) \ \mu(n\Delta t, \Delta x) \ \cdots \ \mu(n\Delta t, (M_x - 1)\Delta x)]^T$,用 $\boldsymbol{\mu}_n(m)$ 表示第 n 时刻第 m 个离散分段航向值,代入到式(1)得

$$\boldsymbol{\mu}_{n+1}(m) = (1 - \tilde{\rho})\boldsymbol{\mu}_n(m) + \tilde{\rho}\boldsymbol{\mu}_n(m - 1) \quad (2)$$

其中, $\tilde{\rho} = \rho(v\Delta t/\Delta x)$ 。将式(2)写成矩阵形式,同时考虑驱动项和误差项,得到各离散化分段航向值

的线性转移方程为

$$\boldsymbol{\mu}_n = \mathbf{F}\boldsymbol{\mu}_{n-1} + \mathbf{u}_n + \mathbf{w}_n \quad (3)$$

其中, $\mathbf{u}_n = [\mu_n^0 \ \mathbf{0}^T]^T$ 是驱动项, μ_n^0 为阵首航向值, $\mathbf{w}_n$ 为误差项,包含模型偏差及离散化误差,简化为零均值高斯白噪声。 $\mathbf{F} = (1 - \tilde{\rho})\mathbf{I} + \tilde{\rho}\mathbf{L}$ 为航向转移矩阵,其中 $\mathbf{L}$ 矩阵为 $[\mathbf{L}]_{i,j} = \delta(i - j - 1)$ ($i, j = 1, 2, \dots, M_x$)。因此,根据Water-Pulley模型,可由阵首航向值实时估算阵形。

假设拖曳阵为 M 元阵列,阵元等间距为 d 。若取 Δx 为 d ,则可由 n 时刻各阵元航向值计算笛卡尔坐标系下第 m 个阵元绝对坐标为

$$\mathbf{r}_n^m = \begin{bmatrix} x_n^m \\ y_n^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_n^0 \\ y_n^0 \end{bmatrix} + d \begin{bmatrix} -\sum_{l=2}^m \sin \mu_n(l) \\ \sum_{l=2}^m \cos \mu_n(l) \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中, $[x_n^0 \ y_n^0]^T$ 为 n 时刻阵首位置坐标, $\mu_n(l)$ 为 n 时刻第 l 阵元的航向值,全阵列阵元坐标矢量为 $\mathbf{r}_n = [\mathbf{r}_n^1 \ \mathbf{r}_n^2 \ \cdots \ \mathbf{r}_n^M]$ 。

基于上述畸变阵形,在 n 时刻,假设存在 Q 个远场信号,则阵列接收频域数据可表示为

$$\mathbf{X}_n = \mathbf{A}_n(\boldsymbol{\Theta})\mathbf{S}_n + \mathbf{N}_n \quad (5)$$

其中, $\mathbf{S}_n$ 为信号矢量,服从零均值复高斯分布,协方差为 $\boldsymbol{\Sigma}_n$,各信号之间不相关。 $\mathbf{N}_n$ 为噪声矢量,服从零均值高斯分布,协方差为 $\sigma_n^2 \mathbf{I}$ 。阵列流形为 $\mathbf{A}_n(\boldsymbol{\Theta}, \boldsymbol{\mu}_n) = [\mathbf{a}_n(\theta_1, \boldsymbol{\mu}_n) \ \mathbf{a}_n(\theta_2, \boldsymbol{\mu}_n) \ \cdots \ \mathbf{a}_n(\theta_Q, \boldsymbol{\mu}_n)]$,其中导向矢量为 $\mathbf{a}_n(\theta, \boldsymbol{\mu}_n) = \exp[-j\mathbf{k}^T(\theta)\mathbf{r}_n]^T$, $\mathbf{k}(\theta) = \omega/c[\cos \theta \ \sin \theta]^T$ 为波数, ω 为频率, c 为声波在水中传播速度(约为1500 m/s), $\mathbf{r}_n$ 包含了阵形参数 $\boldsymbol{\mu}_n$ 。

数据协方差矩阵为 $\mathbf{C}_n(\boldsymbol{\mu}_n) = \mathbf{A}_n(\boldsymbol{\Theta}, \boldsymbol{\mu}_n)\boldsymbol{\Sigma}_n \cdot \mathbf{A}_n^H(\boldsymbol{\Theta}, \boldsymbol{\mu}_n) + \sigma_n^2 \mathbf{I}$,实际应用中,协方差矩阵估计为

$$\hat{\mathbf{R}}_n = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{X}_n^k [\mathbf{X}_n^k]^H \quad (6)$$

其中, K 为快拍数, $\mathbf{X}_n^k$ 为 $\mathbf{X}_n$ 第 k 个快拍, $\hat{\mathbf{R}}_n$ 包含阵形参数 $\boldsymbol{\mu}_n$ 。当拖曳阵转弯时,阵形时变导致每次可积累时间较短^[2]。此外,处理窄带带宽需满足 $B < c/(8L)$ ^[12] (L 为阵列长度),若阵列长度在百米量级,窄带处理带宽约为1 Hz,需1 s分段数据计算FFT得到。因此,每次处理频域快拍数远小于阵元数目。为有效增加积累时间,采用预成导向矢量方法(STCM)对各个时段阵形进行聚焦,以消除阵形模型之间的误差。若令参考阵形导向矢量为 $\mathbf{a}_0(\theta, \boldsymbol{\mu}_0)$,取转换矩阵为对角矩阵:

$$T_n(\theta) = \text{diag} \left\{ \frac{\mathbf{a}_0^1(\theta, \boldsymbol{\mu}_0)}{\mathbf{a}_n^1(\theta, \boldsymbol{\mu}_n)}, \frac{\mathbf{a}_0^2(\theta, \boldsymbol{\mu}_0)}{\mathbf{a}_n^2(\theta, \boldsymbol{\mu}_n)}, \dots, \frac{\mathbf{a}_0^M(\theta, \boldsymbol{\mu}_0)}{\mathbf{a}_n^M(\theta, \boldsymbol{\mu}_n)} \right\} \quad (7)$$

其中, $\mathbf{a}_n^m(\theta, \boldsymbol{\mu}_0)$ 表示 n 时刻阵列导向矢量的第 m 个值。由此可以得到 $T_n(\theta) \mathbf{a}_n(\theta, \boldsymbol{\mu}_n) = \mathbf{a}_0(\theta, \boldsymbol{\mu}_0)$, 进而有阵形聚焦协方差矩阵为

$$\bar{\mathbf{R}}(\theta) = \frac{1}{N_\mu} \sum_{n=1}^{N_\mu} T_n(\theta) \hat{\mathbf{R}}_n T_n^H(\theta) \quad (8)$$

其中, N_μ 为聚焦帧数。通过上述阵形聚焦操作, 使得 $\bar{\mathbf{R}}(\theta)$ 汇集了全部 N_μ 个时刻的阵列快拍, 补偿了各时刻阵形偏差, 以 $\mathbf{a}_0(\theta, \boldsymbol{\mu}_0)$ 为聚焦后导向矢量。

2.2 Krylov子空间降维RCB

根据式(8)模型, 第 i 个波束期望导向矢量为 $\mathbf{a}_0(\theta_i, \boldsymbol{\mu}_0)$ (后续简化为 $\bar{\mathbf{a}}_i$, $\bar{\mathbf{R}}(\theta_i)$ 简化为 $\bar{\mathbf{R}}_i$), 则RCB通过式(9)求解为^[13]

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{\mathbf{a}_i} \mathbf{a}_i^H \bar{\mathbf{R}}_i^{-1} \mathbf{a}_i \\ \text{s.t. } \|\mathbf{a}_i - \bar{\mathbf{a}}_i\|^2 \leq \varepsilon \end{array} \right\} \quad (9)$$

采用拉格朗日方法求解上述问题的过程详见文献[13], 每个波束运算复杂度为 $O(4M^3/3 + 3M^2)$, 主要取决于处理通道数目 M , 有效降低处理维度, 可减小运算量。RCB方法需要合适选取约束参数 ε , 针对拖曳阵应用场景, 其主要来源于离散化波束间隔导致的期望目标方向误差、阵形偏差引入误差以及协方差矩阵估计偏差等, 求解 ε 参数为^[10]:

$$\varepsilon = \sup_{\theta', \boldsymbol{\mu}'} \left\| \mathbf{a}(\theta', \boldsymbol{\mu}') \left(\frac{\mathbf{a}^H(\theta', \boldsymbol{\mu}') \bar{\mathbf{a}}_i}{\bar{\mathbf{a}}_i^H \mathbf{a}(\theta', \boldsymbol{\mu}')} \right)^{1/2} - \bar{\mathbf{a}}_i \right\|^2 \quad (10)$$

其中, θ' 分布于 $\Phi = [\theta_i - \Delta/2, \theta_i + \Delta/2]$ (Δ 为波束扫描角度间隔) 内, $\boldsymbol{\mu}'$ 取处理时段内阵形 $\{\boldsymbol{\mu}_1, \boldsymbol{\mu}_2, \dots, \boldsymbol{\mu}_{N_\mu}\}$, 表征阵形偏差导致的导向矢量偏差。其他因素导致的模型偏差, 均可以近似等效为导向矢量偏差, 比如采用远场假设模型处理近场目标引入的偏差等。

为降低RCB的运算量, 将大维度矩阵 $\bar{\mathbf{R}}_i \in \mathbb{C}^{M \times M}$ 投影到其Krylov子空间。第 i 波束聚焦协方差矩阵的Krylov子空间定义为 $\mathcal{K}_N = \text{span} \{\bar{\mathbf{a}}_i, \bar{\mathbf{R}}_i \bar{\mathbf{a}}_i, \dots, \bar{\mathbf{R}}_i^{N-1} \bar{\mathbf{a}}_i\}$ (N 为子空间的秩), 通过共轭梯度(CG)^[6,14,15] 方法求解共轭梯度方向矢量 $\{\mathbf{d}_l\}_{l=1}^N$, 则 $\mathcal{K}_N = \text{span} \{\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \dots, \mathbf{d}_N\}$ 。初始化 $\mathbf{d}_1 = \bar{\mathbf{a}}_i$, $\mathbf{r}_1 = -\bar{\mathbf{a}}_i$, 则第 l ($l = 2, 3, \dots, N$) 方向矢量求解为

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{r}_l = \mathbf{r}_{l-1} + \alpha_{l-1} \bar{\mathbf{R}}_i \mathbf{d}_{l-1} \\ \mathbf{d}_l = -\mathbf{r}_l + \beta_{l-1} \mathbf{d}_{l-1} \end{array} \right\} \quad (11)$$

其中, 迭代系数 $\alpha_{l-1} = -\mathbf{d}_{l-1}^H \mathbf{r}_{l-1} / (\mathbf{d}_{l-1}^H \bar{\mathbf{R}}_i \mathbf{d}_{l-1})$, $\beta_{l-1} = \mathbf{d}_{l-1}^H \bar{\mathbf{R}}_i \mathbf{r}_l / (\mathbf{d}_{l-1}^H \bar{\mathbf{R}}_i \mathbf{d}_{l-1})$ 。迭代求解运算量为 $O(NM^2)$ 。由 $\{\mathbf{d}_l\}_{l=1}^N$ 构成 $\bar{\mathbf{R}}_i$ 的降维转化矩阵 $\mathbf{D} = [\mathbf{d}_1 \mathbf{d}_2 \dots \mathbf{d}_N] \in \mathbb{C}^{M \times N}$, 则式(9)转化为

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{\mathbf{b}_i} \mathbf{b}_i^H \bar{\mathbf{R}}_D^{-1} \mathbf{b}_i \\ \text{s.t. } (\mathbf{b}_i - \bar{\mathbf{b}}_i)^H \mathbf{F} (\mathbf{b}_i - \bar{\mathbf{b}}_i) \leq \varepsilon \end{array} \right\} \quad (12)$$

其中, 降维导向矢量为 $\mathbf{b}_i = \mathbf{D}^H \mathbf{a}_i \in \mathbb{C}^{N \times 1}$, $\bar{\mathbf{b}}_i = \mathbf{D}^H \bar{\mathbf{a}}_i$, 降维协方差矩阵为 $\bar{\mathbf{R}}_D = \mathbf{D}^H \bar{\mathbf{R}}_i \mathbf{D} \in \mathbb{C}^{N \times N}$ 及 $\mathbf{F} = (\mathbf{D}^H \mathbf{D})^{-1} \in \mathbb{C}^{N \times N}$ 。根据共轭方向矢量性质, 则有 $\bar{\mathbf{R}}_D = \mathbf{\Lambda} = \text{diag} \{ \mathbf{d}_1^H \bar{\mathbf{R}}_i \mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2^H \bar{\mathbf{R}}_i \mathbf{d}_2, \dots, \mathbf{d}_N^H \bar{\mathbf{R}}_i \mathbf{d}_N \}$, 其中计算 $\bar{\mathbf{R}}_D$ 的运算复杂度为 $O(M^2)$ 。降维转化后, 不能直接套用式(9)求解, 因为 $\mathbf{F}$ 不是单位阵。令 $\mathbf{b}_i^0 = \mathbf{\Lambda}^{-1/2} \mathbf{b}_i$, $\bar{\mathbf{b}}_i^0 = \mathbf{\Lambda}^{-1/2} \bar{\mathbf{b}}_i$ 以及矩阵 $\mathbf{G} = \mathbf{\Lambda}^{-1/2} \mathbf{D}^H \mathbf{D} (\mathbf{\Lambda}^{-1/2})^H \in \mathbb{C}^{N \times N}$, 其中 $\mathbf{\Lambda} = (\mathbf{\Lambda}^{1/2})^H \mathbf{\Lambda}^{1/2}$, 构造 $\mathbf{G}$ 的运算复杂度为 $O(MN^2)$, 则式(12)转化为

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{\mathbf{b}_i^0} (\mathbf{b}_i^0)^H \mathbf{b}_i^0 \\ \text{s.t. } (\mathbf{b}_i^0 - \bar{\mathbf{b}}_i^0)^H \mathbf{G}^{-1} (\mathbf{b}_i^0 - \bar{\mathbf{b}}_i^0) \leq \varepsilon \end{array} \right\} \quad (13)$$

根据式(13)构造 $\mathcal{L}(\mathbf{b}_i^0, \lambda) = (\mathbf{b}_i^0)^H \mathbf{b}_i^0 + \lambda [(\mathbf{b}_i^0 - \bar{\mathbf{b}}_i^0)^H \mathbf{G}^{-1} (\mathbf{b}_i^0 - \bar{\mathbf{b}}_i^0) - \varepsilon]$, 由 $\partial \mathcal{L}(\mathbf{b}_i^0, \lambda) / \partial (\mathbf{b}_i^0)^H = 0$ 求解得到 $\hat{\mathbf{b}}_i^0 = \bar{\mathbf{b}}_i^0 - (\lambda \mathbf{G}^{-1} + \mathbf{I})^{-1} \bar{\mathbf{b}}_i^0$ 。与RCB方法一样, 拉格朗日乘子 λ 可采用牛顿迭代法求解^[13], 求解过程需要对 $\mathbf{G}$ 进行特征值分解 $\mathbf{G} = \mathbf{U}_G \mathbf{\Gamma}_G \mathbf{U}_G^H$, 其中 $\mathbf{\Gamma}_G$ 对角元素为特征值 $\gamma_1 \geq \gamma_2 \geq \dots \geq \gamma_N$, 复杂度为 $O(4N^3/3)$ 。将 $\hat{\mathbf{b}}_i^0$ 代入到约束式(12)中, 得

$$\begin{aligned} f(\lambda) &= (\mathbf{b}_i^0 - \bar{\mathbf{b}}_i^0)^H \mathbf{G}^{-1} (\mathbf{b}_i^0 - \bar{\mathbf{b}}_i^0) - \varepsilon \\ &= \sum_{n=1}^N \frac{\gamma_n |c_n|^2}{(\lambda + \gamma_n)^2} - \varepsilon \end{aligned} \quad (14)$$

其中, c_n 是矢量 $\mathbf{c}_n = \mathbf{U}_G^H \bar{\mathbf{b}}_i^0$ 的第 n 个元素。求解得到 λ 后, 估计 $\hat{\mathbf{b}}_i = \mathbf{\Lambda}^{1/2} [\bar{\mathbf{b}}_i^0 - (\lambda \mathbf{G}^{-1} + \mathbf{I})^{-1} \bar{\mathbf{b}}_i^0]$, 进而计算鲁棒波束形成输出功率为

$$\hat{\sigma}_i = \frac{\hat{\mathbf{b}}_i^H (\mathbf{D}^H \mathbf{D})^{-1} \hat{\mathbf{b}}_i}{M \hat{\mathbf{b}}_i^H \mathbf{\Lambda}^{-1} \hat{\mathbf{b}}_i} \quad (15)$$

在已计算 $\mathbf{G} = \mathbf{U}_G \mathbf{\Gamma}_G \mathbf{U}_G^H$ 基础上, 有 $\hat{\mathbf{b}}_i^H (\mathbf{D}^H \mathbf{D})^{-1} \hat{\mathbf{b}}_i = (\hat{\mathbf{b}}_i^0)^H \mathbf{U}_G \mathbf{\Gamma}_G^{-1} \mathbf{U}_G^H \hat{\mathbf{b}}_i^0$, 避免了求逆复杂运算。基于CG算法的降维矩阵构造使得共轭方向矢量之间理论上满足 $\mathbf{d}_l^H \bar{\mathbf{R}}_i \mathbf{d}_m = \delta(l-m)$ 。而实际应用中, $\bar{\mathbf{R}}_i$ 不一定是满秩矩阵, 当迭代求解 $\mathbf{d}_l$ 时, 正交关系将会在某次迭代被打破, 根据这个特性来选择维度 N , 即为

$$N = \min_n \left\{ \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n \mathbf{d}_{n+1}^H \bar{\mathbf{R}}_i \mathbf{d}_l > \delta \right\} \quad (16)$$

其中, δ 为正交性判定阈值。

综上, Krylov子空间降维RCB运算复杂度约为 $O(4N^3/3 + (N+1)M^2 + MN^2)$ 。以实际数据处理测试, 对72元阵列数据经上述准则判断维度 N 可取为5(δ 取 1×10^{-3} , 后续仿真及试验数据处理可验证取 $N=5$ 时性能较好), 可见经降维处理后, 运算量约为RCB的1/15。

2.3 算法框架

综上所述, 基于阵形聚焦和Krylov子空间降维的低复杂度鲁棒波束形成原理如图1所示, 其中阵形聚焦和降维RCB需对每个扫描波束进行计算, 多波束之间可采用并行计算提高效率。算法主要步骤如下:

- (1) 基于Water-Pulley模型估计时变阵形;
- (2) 对每个扫描波束, 选择聚焦参考阵形, 对多帧数据进行聚焦, 形成聚焦后阵列模型及协方差矩阵;
- (3) 对聚焦协方差矩阵进行Krylov子空间降维处理;
- (4) 采用拉格朗日法求解构造鲁棒波束形成器;
- (5) 求解鲁棒波束形成输出功率, 得到测向空间谱。

该方法运算复杂度降低体现在两个方面: (1) 多帧阵形聚焦增加积累时长, 有效积累处理快拍数目, 同时避免了每帧均进行鲁棒波束形成带来的大量计算; (2) 高维度矩阵降维后设计RCB进一步减少运算量。

3 仿真试验与海试数据分析

3.1 性能仿真分析

采用72元2.0 m间距阵列, 针对所提方法(以Focu-Krylov-RCB表示)性能进行仿真分析, 处理频率375 Hz, 降维维度取 $N=5$ 。与采用平均阵形模型的MVDR-WNC, RCB及阵形聚焦全阵RCB方

法(以Focu-RCB表示)进行性能对比, 按照式(10)估算鲁棒约束参数取 $\varepsilon=7.5$ 。时变阵列模型采用某次试验中变化模型, 由阵列航向滤波估计得到(方法见2.1节), 1 min内阵形变化如图2所示(每帧1 s)。为满足阵列处理窄带 $B < c/(8L)$ 的要求, 采用1 s数据分段计算频域快拍, 考虑数据段重叠50%, 每帧可计算2个频域快拍。

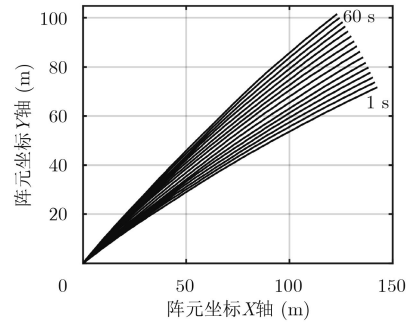


图2 海试试验中估计时变阵形

仿真期望目标在 145° 方位(以正北为 0° 的真方位值, 图2中Y轴为正北, X轴为正东), 信噪比为0 dB, 两个干扰分别在 132° 和 157° , 干噪比为20 dB和30 dB。仿真目标和干扰信号均为远场信号。加性噪声取零均值复高斯噪声, 不同阵元及不同频率噪声不相关, 信号干扰与噪声之间也不相关。对比几种方法SINR, 定义为

$$\text{SINR} = \sigma_s^2 \left| \hat{\mathbf{w}}^H \mathbf{a}_0 \right|^2 / (\hat{\mathbf{w}}^H \mathbf{R}_{\text{in}} \hat{\mathbf{w}}) \quad (17)$$

其中, σ_s^2 为信号功率, $\mathbf{a}_0$ 为信号真实导向矢量, $\mathbf{R}_{\text{in}}$ 为干扰噪声协方差矩阵, $\hat{\mathbf{w}}$ 为鲁棒波束形成权向量。统计200次, 得到SINR随积累快拍数变化如图3所示。可见随着聚焦快拍数目增加, Focu-RCB及Focu-Krylov-RCB方法的SINR不断增加, 积累增益不断提升, 而MVDR-WNC, RCB方法则在积累一定快拍数后, SINR不再提升, 说明如果阵形畸变未得到聚焦补偿, 增加积累快拍数目并不能带来SINR的提升。同时, Focu-Krylov-RCB方法的SINR

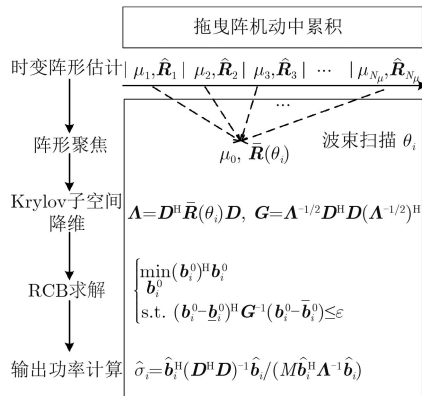


图1 机动拖曳阵降低复杂度RCB原理框图

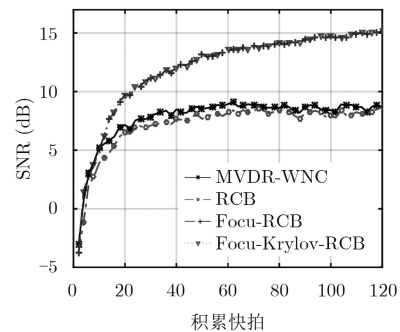


图3 各方法SINR随积累快拍的变化

与Focu-RCB方法一致, 可见Krylov子空间降维处理降低运算量的同时保证性能。

分析几种方法对强干扰下弱目标的检测性能, 目标位于 145° 方位, 信噪比为0 dB, 其他两个干扰随机分布于 $[110^\circ, 180^\circ]$ 之间, 干噪比分别为20 dB和30 dB, 目标和干扰信号均为远场信号, 对有信号和无信号两种情况分别进行20000次蒙特卡洛仿真。根据无信号情况下期望方向输出功率分布求得虚警率为0.01对应门限, 进而计算有信号情况下检测概率 P_d 。 P_d 随积累快拍数变化如图4所示, 其中, 常规波束形成(CBF)方法采用平均阵形模型。图4中可见, 由于CBF针对强干扰没有抑制能力, 检测概率始终处于较低水平。随着积累快拍数增大, 阵形畸变越来越大, 在不聚焦补偿的情况下, MVDR-WNC和RCB方法检测概率反而下降, 以至于无法检测到弱目标。而Focu-RCB和Focu-Krylov-RCB方法随着积累快拍数增加, 一直保持较高检测概率。在小快拍情况下, Focu-Krylov-RCB方法检测性能与Focu-RCB方法近似一致。

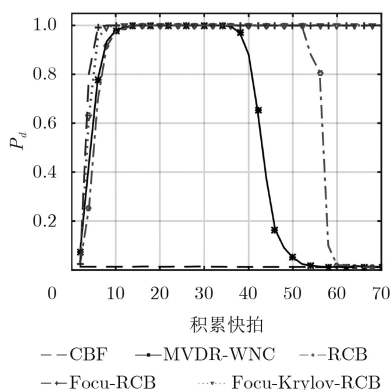


图4 各方法对弱目标检测概率随积累快拍的变化

3.2 海试数据处理分析

利用某海域拖曳阵海试数据进行处理验证, 阵列结构与仿真中一致。取试验中一次阵列转弯时段进行处理, 以起点为坐标原点, 拖船转弯航迹如图5

所示, 整段航次总时长约41 min, 经历了几次明显转弯。某时刻利用阵列航向估计时变阵形如图2所示, 处于畸变弯曲状态。采用平均阵形模型的CBF, MVDR-WNC, RCB与Focu-Krylov-RCB方法进行处理对比, 处理频段为300~375 Hz, 阵形聚焦处理按1 s间隔补偿阵形, 数据分段30 s进行处理, 重叠50%, 数据采样率为16 kHz, 采用16384点FFT将时域数据转化为频域快拍。试验中多目标基本满足远场条件, 因此采用远场假设模型进行测向处理。600 s时刻各方法求得的测向空间谱如图6所示, 整段时间内CBF, MVDR-WNC, Focu-Krylov-RCB方法得到方位历程图如图7所示, 其中目标以起始检测方位进行编号。

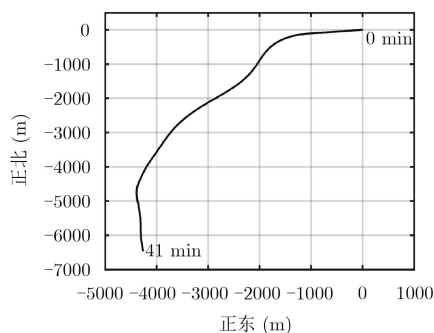


图5 海上试验段拖船转弯航迹

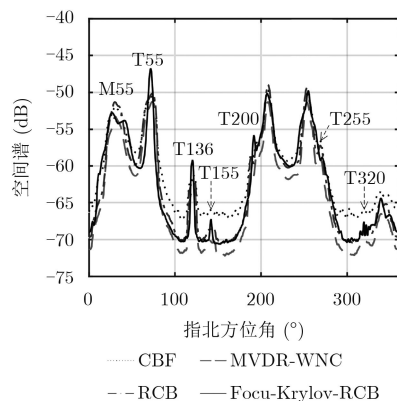


图6 海试数据第600 s测向空间谱对比

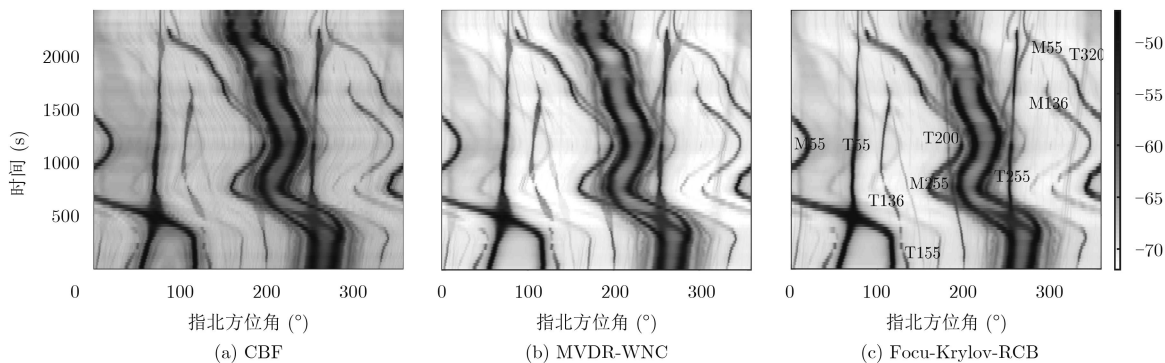


图7 海试数据处理测向方位历程图对比

600 s时刻阵形处于畸变状态,由图6可见,CBF方法已无法检测到T155,T320等弱目标,MVDR-WNC与RCB方法一定程度提升了对弱目标的检测性能,但仍受到阵形畸变的影响,目标波束展宽,输出功率下降。Focu-Krylov-RCB方法则大大提高了对弱目标的检测性能,目标波束宽度减小。该时刻仍以假定直线阵列进行测向处理时,由于阵形畸变严重,已经无法检测到目标,此处未展示直线阵列测向空间谱结果,只考虑基于估计阵形模型的处理结果。图7中可见,CBF方法受强干扰旁瓣的影响,弱目标无法检测到,且因阵形畸变导致波束展宽。相比于MVDR-WNC方法,Focu-Krylov-RCB方法处理得到弱目标轨迹(如T155)更加清晰,且整段时间内各目标波束更窄(如T136,T200等)。得益于阵列机动和阵形畸变,从历程图中可以根据目标方位变化准确判定左右舷,如M55目标是T55目标的镜像,图中镜像目标均用M表示,标注了M55,M136,M255等镜像目标。

为定量评估各算法性能,定义 t 时刻空间谱上目标输出信噪比为 $SNR(t) = [s(t) - \bar{n}(t)]^2 / \text{var}(n(t))$,其中 $s(t)$ 为目标谱峰高度, $\bar{n}(t)$ 为平均噪底功率, $\text{var}(n(t))$ 为噪底功率方差。对目标T155进行分析,各方法方位历程图输出SNR如图8所示。可见Focu-Krylov-RCB方法输出SNR为最优,略高于Focu-RCB方法,在两次明显转弯中,比MVDR-WNC,RCB方法提升5~10 dB,在阵列近似直线状态下,Focu-Krylov-RCB方法输出SNR也为最优。

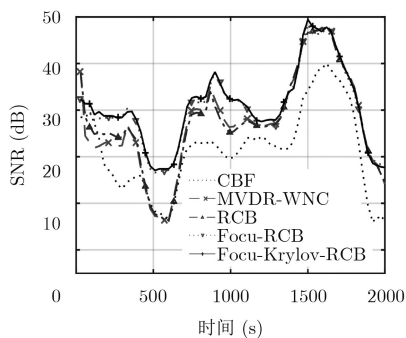


图 8 目标T155的输出SNR对比

4 结束语

本文针对机动拖曳阵提出一种基于时变阵形聚焦和Krylov子空间降维的低复杂度鲁棒波束形成方法,并通过仿真试验和海试数据处理验证,得出如下结论:(1)与采用平均阵形的CBF,MVDR-WNC,RCB等方法,所提方法能有效提升拖曳阵转弯畸变情况下SINR及对弱目标检测性能;(2)所提方法

与阵形聚焦后全阵Focu-RCB性能基本一致,但运算复杂度大大降低;(3)海试数据处理结果表明,所提方法不仅能提升弱目标输出SNR,也能利用阵形估计优势区分目标左右舷,具有潜在的应用价值。

后续工作中,将拖曳阵阵形估计与鲁棒波束形成进一步结合,用波束形成结果对阵形进一步校正,实现大角度转弯情况下的时变空间谱估计。

参 考 文 献

- [1] GERSTOFT P, HODGKISS W S, KUPERMAN W A, *et al.* Adaptive beamforming of a towed array during a turn[J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2003, 28(1): 44–54. doi: [10.1109/JOE.2002.808203](https://doi.org/10.1109/JOE.2002.808203).
- [2] 林鹏, 宫在晓, 郭永刚, 等. 拖线阵机动时的自适应波束形成[J]. *声学学报*, 2013, 38(3): 251–257. doi: [10.15949/j.cnki.0371-0025.2013.03.001](https://doi.org/10.15949/j.cnki.0371-0025.2013.03.001).
LIN Peng, GONG Zaixiao, GUO Yonggang, *et al.* Adaptive beamforming of a time-varying towed array[J]. *Acta Acustica*, 2013, 38(3): 251–257. doi: [10.15949/j.cnki.0371-0025.2013.03.001](https://doi.org/10.15949/j.cnki.0371-0025.2013.03.001).
- [3] 钱宇宁, 曹欣荣, 陈亚伟, 等. 被动声呐盲分离自适应-自适应波束形成算法研究[J]. *电子与信息学报*, 2017, 39(10): 2390–2396. doi: [10.11999/JEIT170099](https://doi.org/10.11999/JEIT170099).
QIAN Yuning, CAO Xinrong, CHEN Yawei, *et al.* Research on adaptive-adaptive beamforming algorithm based on blind separation for passive sonar[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2017, 39(10): 2390–2396. doi: [10.11999/JEIT170099](https://doi.org/10.11999/JEIT170099).
- [4] 薄连坤, 熊瑾煜, 罗来源. 应用稀疏表示的宽带相干超分辨方位估计方法[J]. *声学学报*, 2015, 40(6): 772–778. doi: [10.15949/j.cnki.0371-0025.2015.06.002](https://doi.org/10.15949/j.cnki.0371-0025.2015.06.002).
BO Liankun, XIONG Jinyu, and LUO Laiyuan. Wideband super-resolution bearing estimation method utilizing sparse representation solver after focusing transformation[J]. *Acta Acustica*, 2015, 40(6): 772–778. doi: [10.15949/j.cnki.0371-0025.2015.06.002](https://doi.org/10.15949/j.cnki.0371-0025.2015.06.002).
- [5] SOMASUNDARAM S D. Wideband robust Capon beamforming for passive sonar[J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2013, 38(2): 308–322. doi: [10.1109/JOE.2012.2223560](https://doi.org/10.1109/JOE.2012.2223560).
- [6] SOMASUNDARAM S D, PARSONS N H, LI Peng, *et al.* Reduced-dimension robust Capon beamforming using Krylov-subspace techniques[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2015, 51(1): 270–289. doi: [10.1109/TAES.2014.130485](https://doi.org/10.1109/TAES.2014.130485).
- [7] KAOURI K and ALLWRIGHT D J. Determining the probability of correct resolution of the left-right ambiguity in towed array sonar[J]. *European Journal of Applied*

- Mathematics*, 2017, 28(5): 716–735. doi: [10.1017/S0956792516000498](https://doi.org/10.1017/S0956792516000498).
- [8] ROGERS J S and KROLIK J L. Time-varying spatial spectrum estimation with a maneuverable towed array[J]. *Journal of the Acoustical Society of America*, 2010, 128(6): 3543–3553. doi: [10.1121/1.3505121](https://doi.org/10.1121/1.3505121).
- [9] ODOM J L and KROLIK J L. Passive towed array shape estimation using heading and acoustic data[J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2015, 40(2): 465–474. doi: [10.1109/JOE.2014.2318531](https://doi.org/10.1109/JOE.2014.2318531).
- [10] SOMASUNDARAM S D and PARSONS N H. Evaluation of robust Capon beamforming for passive sonar[J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2011, 36(4): 686–695. doi: [10.1109/JOE.2011.2167374](https://doi.org/10.1109/JOE.2011.2167374).
- [11] GRAY D A, ANDERSON B D O, and BITMEAD R R. Towed array shape estimation using Kalman filters—Theoretical models[J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 1993, 18(4): 543–556. doi: [10.1109/48.262304](https://doi.org/10.1109/48.262304).
- [12] SOMASUNDARAM S, BUTT N, JAKOBSSON A, et al. Low-complexity uncertainty-set-based robust adaptive beamforming for passive sonar[J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2015, 40(1): 1–17. doi: [10.1109/JOE.2015.2474495](https://doi.org/10.1109/JOE.2015.2474495).
- [13] LI Jian, STOICA P, and WANG Zhisong. On robust Capon beamforming and diagonal loading[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2003, 51(7): 1702–1715. doi: [10.1109/TSP.2003.812831](https://doi.org/10.1109/TSP.2003.812831).
- [14] ZHANG Ming, ZHANG Anxue, and YANG Qingqing. Robust adaptive beamforming based on conjugate gradient algorithms[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, 64(22): 6046–6057. doi: [10.1109/TSP.2016.2605075](https://doi.org/10.1109/TSP.2016.2605075).
- [15] RUAN Hang and LAMARE R C D. Robust adaptive beamforming based on low-rank and cross-correlation techniques[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, 64(15): 3919–3932. doi: [10.1109/TSP.2016.2550006](https://doi.org/10.1109/TSP.2016.2550006).
- 薄连坤: 男, 1990年生, 博士生, 研究方向为水声信号处理。
- 张晓勇: 男, 1982年生, 工程师, 研究方向为水声信号处理。
- 熊瑾煜: 男, 1975年生, 高级工程师, 研究方向为水声信号处理、无源定位。