

混合噪声下基于Viterbi同步压缩S变换的FM信号分析

朱明哲^① 肖瑞^{*①} 苏小凡^① 王广辉^②

^①(西安电子科技大学电子工程学院 西安 710071)

^②(南京大学计算机科学与技术系 南京 211102)

摘要: 该文针对同步压缩S变换(SSST)在混合噪声下的失真问题,提出一种新型稳健性广义同步压缩S变换(GSST)。该方法首先改进Viterbi算法以提高S变换在混合噪声下的时频分析性能,在获取调频(FM)信号的相位轨迹信息后,利用同步压缩技术提高时频聚集性。仿真实验表明,在 α -高斯混合噪声环境下,该方法能够在低信噪比下精确获取FM信号的时频信息,有效改善了传统同步压缩算法的稳健性和适用性。

关键词: Viterbi算法; 同步压缩变换; α -高斯混合噪声; 变趋势窗S变换

中图分类号: TN911.6

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2018)12-2913-06

DOI: 10.11999/JEIT171091

Analysis of FM Signals Based on Viterbi Synchrosqueezing S-transform in Mixture Noise

ZHU Mingzhe^① XIAO Rui^① SU Xiaofan^① WANG Guanghui^②

^①(School of Electronic Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China)

^②(Department of Computer Science, Nanjing University, Nanjing 211102, China)

Abstract: A new robust Generalized Synchrosqueezing S-Transform(GSST) is proposed to solve the distortion problem of SynchroSqueezing S-Transform(SSST) in mixture noise. Firstly, the method improves the Viterbi algorithm for improving the Time-Frequency(TF) analysis performance of S-transform in alpha-gaussian mixture noise. After acquiring the phase locus information of the FM signal, the synchrosqueezing is used to improve the time-frequency aggregation. The simulation results show that the proposed method can accurately obtain the time-frequency information of FM signal under the background of Alpha-Gaussian mixture noise in low SNR, and has a better robustness and applicability than the SST.

Key words: Viterbi algorithm; Synchrosqueezing transform; Alpha-Gaussian mixture noise; Varying-tendency window S-transform

1 引言

时频分析是非平稳信号处理的基础工具之一,如何有效突破不确定性原理,提高时频聚集性一直是该领域的核心问题。受该原理限制,诸多优秀的算法都是通过调节时频表示/分布的参数来实现频域分辨率和时域分辨率的折中。近年来出现的小波

分析和参数化时频方法在时频聚集性上有了一定的提升,但其性能与母小波函数及变换核相关。当母小波函数、变换核与原信号模型较好匹配时,能够获得较好的时频聚集度。然而对于包含混合噪声的非协作信号,获取信号模型较为困难,参数化的时频方法应用受限。随着时频分析技术的发展,有两类算法广义地突破了不确定性原理。一类是著名的Cohen类2次型时频分布,该分布在单分量信号分析中已实现了最优的时频聚集性。然而受交叉项干扰影响,该领域的研究成果往往是解决聚集性和交叉项之间的妥协问题。虽然许多杰出的算法尝试结合统计模型或智能计算来抑制交叉项,但该问题到目前为止还未获得完美的解决。突破不确定性原理的另一类有益尝试,是以时频重排技术为代表的后处理算法。该类算法的主要思想是借助图像处理等相关领域的方法,对时频谱图进行后处理。虽然该

收稿日期: 2017-11-20; 改回日期: 2018-09-12; 网络出版: 2018-09-18

*通信作者: 肖瑞 xiaorui@stu.xidian.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(61701374), 陕西省自然科学基金(JB160210), 中央高校基本科研业务费专项资金, 西安电子科技大学研究生创新基金

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China(61701374), The Natural Science Foundation of Shanxi Province(JB160210), The Fundamental Research Foundation of the Central Universities, The Innovation Foundation of Xidian University

类算法提供了较高的时频表示性能,但图像处理技术模糊了原信号的物理意义。从严格意义上讲,该类算法提供的是一种时频伪谱,虽然可以为信号结构分析提供信息,但无法从伪谱中综合解析出原信号。近年来,一种新型同步压缩变换(SynchroSqueezing Transform, SST)^[1]的出现为突破不确定性原理提供了新的思路。该算法在频域对时频谱进行解析地同步压缩,在提高时频聚集性的同时,保证了严格数学意义上的反变换。因此,该类算法不但可以进行时域至时频域的分析,还可以实现时频域至时域的综合,是一种良好的时频分析-综合变换。该领域的最新研究成果已经实现了从时域和频域的2阶和高阶同步压缩^[2-4],变换的聚集性进一步提升。但是,同步压缩技术也存在自身的不足^[5],一是数学推导的复杂性限制该类技术目前只适用于小波类时频变换,二是变换自身易受噪声干扰而产生严重误差。本文重点针对问题二,通过结合改进的Viterbi算法来提升S变换的抑噪性能,从而提出一种广义同步压缩S变换。该算法在 α -高斯混合噪声条件下能够有效获取FM信号的相位结构信息,从而保证同步压缩处理的精确性和稳健性。

2 Viterbi-S变换

2.1 变趋势窗S变换

S变换^[6]是近年来出现的一种新型线性时频变换,该方法同时具备短时傅里叶变换和小波变换的优点,具有可变的分辨率且逆变换唯一,是一种良好的时频表示方法。但由于在高频处窗函数时宽下降过快,导致频率分辨率急剧下降,存在高频失真的问题。变趋势窗S变换^[7]就是通过引入窗长控制函数 $\sigma_1(f)$ 对原S变换的窗函数进行控制,改变窗函数变化趋势,抑制高频失真,提高时频分析性能。其表达式为

$$S_x(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \omega'(\tau - t) \exp(-j2\pi f\tau) d\tau \quad (1)$$

其中, $\omega'(t)$ 是变趋势高斯窗,可表示为

$$\omega'(t) = \frac{1}{\sigma'(f) \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{t^2}{2\sigma'(f)^2}\right] \quad (2)$$

$$\sigma'(f) = \sigma(f) \times \sigma_1(f) = \frac{a}{3} \frac{[\lg 10(f + 0.01) + 1]}{|f|} \quad (3)$$

通过引入窗长控制函数 $\sigma_1(f) = a[\lg 10(f + 0.01) + 1]/3$,缓和了窗长 $\sigma(f)$ 在高频处的减小过快的情况,从而有效地抑制了高频处的信号失真,对于冲击噪声也有一定的抑制效果。

2.2 混合噪声下的Viterbi算法

时频分析中,如何准确地得到信号的相位轨迹

信息,即瞬时频率,一直是研究的热点。理想情况下,时域信号变换到时频域时,每个时刻信号能量应该聚集于瞬时频率点上^[8]。但由于现有的时频分析受不确定性原理影响,时间和频率分辨率不可能同时达到最佳,因此在时频面上,能量分散于以瞬时频率为中心的一定带宽内,给瞬时频率估计带来了一定的困难。最简单直接的估计方法是在每个时刻寻找时频面上最大值点所对应的频率,即提取时频面上的脊线^[9],称其为直接法,其数学表达式为

$$\hat{f}(t) = \arg \max_f TF_x(t, f) \quad (4)$$

当信号中不包含噪声时,直接法能够较好地获得信号的相位轨迹。然而当信号信噪比较低时,噪声会使时频面上的能量最大值点偏离瞬时频率点,产生较大的估计误差。

为了提高低信噪比下的瞬时频率估计性能,Djurovic等人^[10,11]引入了Viterbi算法(VA)思想,提出了一种基于WV分布的瞬时频率估计方法。该算法构造两个路径惩罚函数 $v(\cdot)$ 和 $g(\cdot)$ 替换原Viterbi算法中的转移条件概率。时间区间 $[n_1, n_2]$ 内,惩罚函数之和最小的路径构成了瞬时频率估计,即

$$\hat{f}(n) = \arg \min_{f(n)} \left(\sum_{n=n_1}^{n_2} v(TF(n, f(n))) + \sum_{n=n_1}^{n_2-1} g(f(n), f(n+1)) \right) \quad (5)$$

其中, $v(\cdot)$ 函数由以下方式获得:在某个确定的时刻 n ,将信号时频变换后的值 $TF(n, f_j)$ 按照由大到小的顺序进行排序,即

$$TF(n, f_1) \geq TF(n, f_2) \geq \dots \geq TF(n, f_M), \\ f_j \in (0, f_s/2), j \in [1, M] \quad (6)$$

其中, $j = 1, 2, \dots, M$ 表示在排序中的位置,则函数 $v(\cdot)$ 由式(7)获得

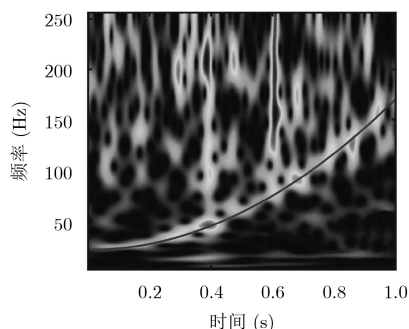
$$v(TF(n, f_j)) = j - 1 \quad (7)$$

$g(\cdot)$ 函数反映了相邻两个时刻 $n, n+1$ 的瞬时频率变化情况,其值与相邻两时刻频率差成正比,即频率差越大,惩罚函数值越大。

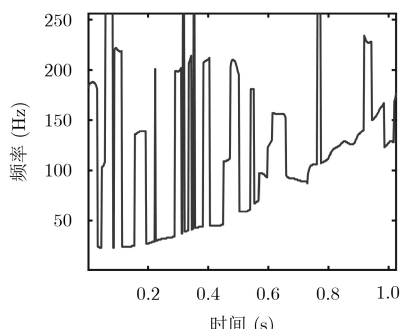
该算法在高斯噪声环境中具有良好的表现,瞬时频率估计的准确度较高^[12,13]。然而在实际工程应用中,具有脉冲特性的噪声是广泛存在的,例如大气噪声、无线信道噪声等,这类噪声通常用 α 稳定分布噪声来模拟^[14-16]。当信号中包含 α -高斯混合噪声时,在某些时刻信号的瞬频估计值会发生大幅度跳变,存在一定的偏差。为了进一步增强Viterbi算

法对 α -高斯混合噪声的抑制性能, 本文采用变趋势S变换取代WV变换, 以提高对非线性调频信号的时频分析性能, 同时对惩罚函数 $g(\cdot)$ 做如下改进:

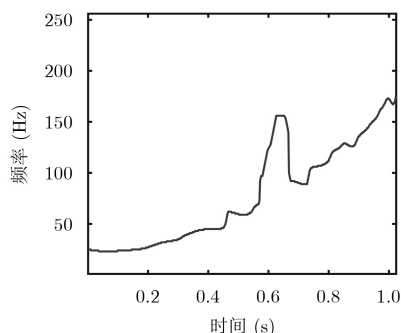
$$g'(x, y) = \begin{cases} 0, & |x - y| \leq \Delta \\ c(|x - y| - \Delta)^2, & |x - y| > \Delta \end{cases} \quad (8)$$



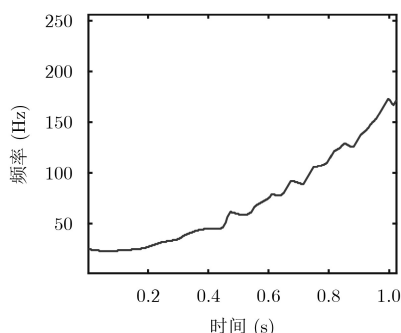
(a) S变换时频图



(b) 直接法



(c) 原 Viterbi 算法



(d) 改进 Viterbi 算法

图1 直接法、原Viterbi算法与改进Viterbi算法对比图

由图1(a)可以看出, 在 α -高斯混合噪声的干扰下, 由于 α 噪声能量集中, 且频率覆盖范围大, 信号时频表示图上噪声能量突出, 原调频信号被淹没, 时频特征非常微弱, 图中曲线为理论瞬时频率。图1(b)是利用式(4)直接法进行频率估计的结果, 由于混合噪声和S变换高频失真问题的影响, 直接法估计的瞬时频率与理论值有较大的偏差。图1(c)为利用原Viterbi算法进行估计的结果, 可以看出, 原算法在只有高斯白噪声影响的区域有较好的效果, 但对于 α 噪声出现了较大的估计偏差。图1(d)为利用改进后的Viterbi算法进行频率估计, 可以看到即使在 α -高斯混合噪声影响下, 该算法仍能准确地估计信号的瞬时频率。

3 广义同步压缩变换

同步压缩变换(SST)是Daubechies等人^[1]在小波变换的基础上提出的一种新的时频变换方法。它建立在经验模式分解(EMD)基础上, 通过一系列严格的公式推导, 将某一频率范围内的小波变换的

改进后的惩罚函数与瞬时频率差成2次型函数, 加强了对瞬时频率突变的惩罚, 从而提高了算法对 α 噪声的抵抗性。图1为2次调频信号在 α -高斯混合噪声干扰下, 直接法、原Viterbi算法和改进后Viterbi算法瞬时频率估计的对比图, 设置SNR=-3 dB, $c=8, \Delta=5$ 。

结果压缩到瞬时频率点, 从而实现了时频聚集性的提高。其核心公式为

$$\omega_s(a, b) = -i W_s(a, b)^{-1} \frac{\partial W_s(a, b)}{\partial b} \quad (9)$$

$$T_s(\omega_l, b) = (\Delta\omega)^{-1} \sum_{a_k: |\omega(a_k, b) - \omega_l| \leq \Delta\omega/2} W_s(a_k, b) a_k^{-\frac{3}{2}} (\Delta a)_k \quad (10)$$

式中, $W_s(a, b)$ 为原信号小波变换, $\omega_s(a, b)$ 为小波域上 (a, b) 点所对应的瞬时频率, ω_l 为同步压缩后的频率, $\omega_l - \omega_{l-1} = \Delta\omega, a_k - a_{k-1} = (\Delta a)_k$, 式(10)表明把小波变换域上瞬时频率区间 $[\omega_l - \Delta\omega/2, \omega_l + \Delta\omega/2]$ 内的时频谱叠加后置于频率 ω_l 处。

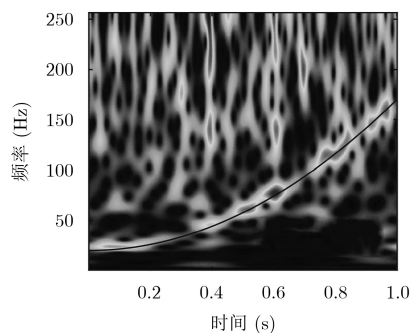
同步压缩作为一种时频后处理方法, 通过对时频图的2次处理, 进一步提高时频聚集性。该算法可以和多个时频变换方法结合, 如短时傅里叶变换, 小波变换, S变换, Chirplet变换等等。

Huang等人^[17]已经证明同步压缩变换也可以应用于S变换。基于S变换的同步压缩变换(SSST)公式为

$$f_x(t, f) = f + [i2\pi ST_x(t, f)]^{-1} \frac{\partial ST_x(t, f)}{\partial t} \quad (11)$$

$$SSST_x(t, f_l) = L_f^{-1} \sum_{f_k: |f_x(t, f_k) - f_l| \leq \Delta f / 2} |ST_x(t, f_k)| f_k \Delta f \quad (12)$$

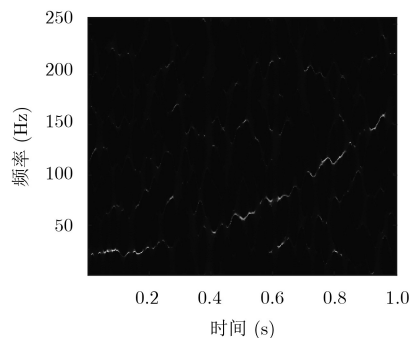
同SST意义一样, 式(12)表示将S域上瞬时频率在 $[f_l - \Delta f / 2, f_l + \Delta f / 2]$ 内的时频谱压缩至频率



(a) 变趋势 S 变换

f_l 处。

通过式(11)、式(12)可以看出SSST的性能依赖于瞬时频率 $f_x(t, f)$ 计算的准确度, 当信号信噪比较低时, 计算的瞬时频率将与真实值有一定偏差, 时频域压缩后, 能量集中在错误的瞬时频率处, 无法获取准确的时频信息。图2展示了2次调频信号在 α -高斯混合噪声干扰下的变趋势S变换和同步压缩变换后的结果。可以看到, 当SNR=-5 dB时, SSST后的时频面仍有较大的干扰, 对于参数估计有一定的影响。



(b) 同步压缩变换

图2 -5 dB情况下信号的变趋势S变换与同步压缩结果

根据S变换的性质^[6], 时域信号变换到时频域后, 能量主要集中在瞬时频率一定带宽内。如果能得到每个时刻信号的瞬时频率, 将瞬时频率附近带宽内的能量进行压缩, 就可以得到聚集性较高的时频图。结合第1节提出的瞬时频率估计算法, 利用改进后的Viterbi算法估计出信号真实瞬时频率 $f_l(t)$ 后, 代替原SST中的 $f_x(t, f)$, 将瞬时频率附近的能量进行压缩聚集, 这样可以保证时频能量能被压缩到更准确的瞬时频率上, 从而得到了更加精确的时频信息, 本文定义为广义同步压缩变换(GSST)。

$$f_l(t) = \arg \min_{f(t)} \left(\sum_{t=t_1}^{t_2} v(S(t, f(t))) + \sum_{t=t_1}^{t_2-1} g(f(t), f(t+1)) \right) \quad (13)$$

$$GSST_x(t, f_l) = \sum_{f_k: |f_k - f_l| \leq \Delta f} |ST_x(t, f_k)| \quad (14)$$

本文首先通过变趋势窗S变换对信号进行时频变换, 得到初步抑噪后的时频图后, 进一步利用广义同步压缩变换进行后处理, 就可以得到同时具备较高准确度和聚集度的时频图。整个算法过程如下:

(1)采用变趋势窗S变换计算原信号时频表示

$ST_x(t, f_k)$;

(2)利用改进的Viterbi算法估计出 $ST_x(t, f_k)$ 每个时刻的瞬时频率 $f_l(t)$;

(3)设置压缩门限 Δf , 将 $|f_k - f_l| \leq \Delta f$ 内的时频能量压缩至 f_l 处。

由于Viterbi算法对噪声有良好的抑制效果, GSST算法即使在复杂噪声环境下仍有较好的表现, 反映的时频信息也更加精确。

4 仿真实验

为验证上述算法的有效性, 进行如下仿真实验。设原信号为单分量2次调频信号。

$$x(t) = 5 \cos(100\pi t^3 + 40\pi t) + n(t) \quad (15)$$

其中, $n(t)$ 为 α -高斯混合噪声, $\alpha = 1.5$, 设置数据长度为 $N = 512$ 点, 采样率为 $f_s = 512$ Hz, 信噪比为-5 dB, Viterbi算法中 $c = 5$, $\Delta = 8$, 压缩门限 $\Delta f = 7$ 。

图3是信号的变趋势S变换时频图, 瞬时频率估计以及压缩后的时频图。由图3(a)可以看到 α 噪声干扰仍然突出, 但采用了变趋势窗后, 高频失真问题得到了一定抑制。图3(b)是利用改进的Viterbi算法进行瞬时频率估计的结果, 可见该算法较好地抑制了 α 噪声的干扰, 瞬时频率估计较为准确。图3(c)是利用GSST进行处理后的时频图, 时频面清

晰明显，相较于图2(b)，能更准确地获取原信号的相位信息。

图4所示为上述3种不同的瞬时频率估计方法在不同信噪比下得到的均方误差(MSE)曲线。

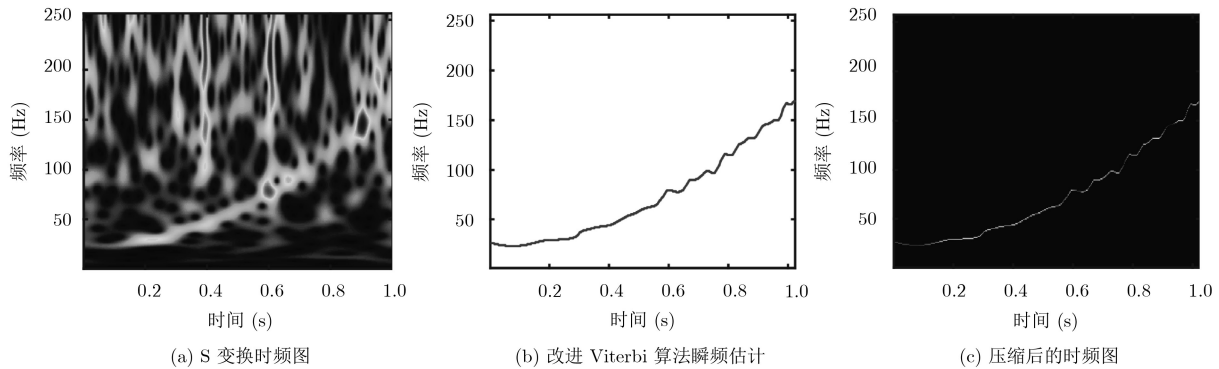


图3 α -高斯混合噪声下GSST方法(SNR=-5 dB)

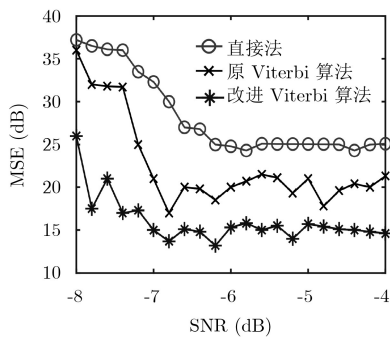


图4 各瞬时频率估计方法的均方误差比较

从图4可以看出，在不同的信噪比下，本文提出的改进Viterbi算法在进行瞬时频率估计时均具有最小的均方误差。

为了进一步验证本方法的有效性，本文分别利用小波分析CWT和HHT分析方法对一正弦调频信号进行分析。小波分析法采用谱峰检测法进行瞬时频率估计，HHT方法采用能量型主成分提取法，即将当前时刻能量最高IMF的瞬时频率作为信号的瞬时频率估计，信号长度512个点，采样率512 Hz。加入混合噪声后，在不同信噪比下对各方法瞬时频率估计性能进行对比，结果如图5所示。

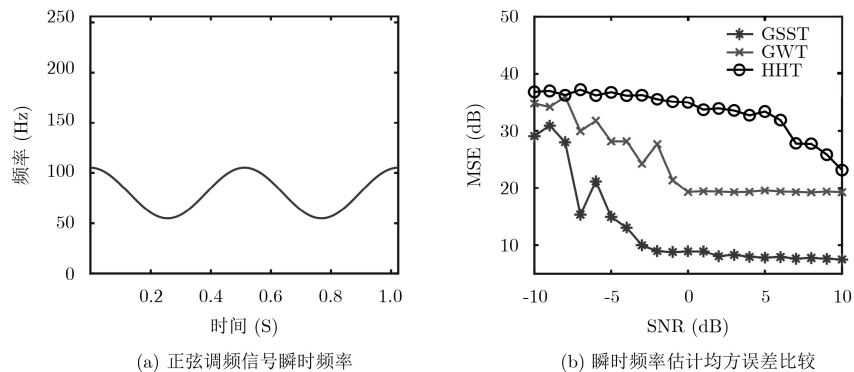


图5 GSST, CWT, HHT瞬时频率估计性能对比

图5(a)为原信号理论瞬时频率，变化比较剧烈，图5(b)为各方法估计性能对比图，可以看出，HHT方法由于对噪声较为敏感，即使信噪比达到10 dB，其估计性仍然较差；小波分析方法估计性能有所提升，本文所提GSST方法表现出较好的估计性能。

5 结束语

本文在Viterbi算法的基础上，针对复杂噪声情况，结合变趋势S变换对原算法进行了改进，提出

了改进的Viterbi变换，并将其与SST结合提出了GSST变换。仿真实验表明，在低信噪比情况下，GSST对受 α -高斯混合噪声影响的FM信号具有良好的参数估计性能。

参考文献

[1] DAUBECHIES I, LU Jianfeng, and WU H T. Synchrosqueezed wavelet transforms: An empirical mode decomposition-like tool[J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2011, 30(2): 243-261. doi: 10.1016/

- j.acha.2010.08.002.
- [2] BRAJOVIC M, POPOVIC-BUGARIN V, DJUROVIC I, *et al.* Post-processing of time-frequency representations in instantaneous frequency estimation based on ant colony optimization[J]. *Signal Processing*, 2017, 138: 195–210. doi: [10.1016/j.sigpro.2017.03.022](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2017.03.022).
- [3] OBERLIN T, MEIGNEN S, and PERRIER V. Second-order synchrosqueezing transform or invertible reassignment? towards ideal time-frequency representations[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(5): 1335–1344. doi: [10.1109/TSP.2015.2391077](https://doi.org/10.1109/TSP.2015.2391077).
- [4] PHAM D and MEIGNEN S. High-order synchrosqueezing transform for multicomponent signals analysis - with an application to gravitational-wave signal[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(12): 3168–3178. doi: [10.1109/TSP.2017.2686355](https://doi.org/10.1109/TSP.2017.2686355).
- [5] AUGER F, FLANDRIN P, LIN Yuting, *et al.* Time-frequency reassignment and synchrosqueezing: An overview[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2013, 30(6): 32–41. doi: [10.1109/MSP.2013.2265316](https://doi.org/10.1109/MSP.2013.2265316).
- [6] STOCKWELL R, MANSINHA L, and LOWE R. Localization of the complex spectrum: The S transform[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1996, 44(4): 998–1001. doi: [10.1109/78.492555](https://doi.org/10.1109/78.492555).
- [7] 朱明哲, 姬红兵, 林琳, 等. 基于方向性S变换的多分量FM信号瞬时频率估计[J]. *系统工程与电子技术*, 2013, 35(1): 29–33. doi: [10.3969/j.issn.1001-506X.2013.01.05](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-506X.2013.01.05).
ZHU Mingzhe, JI Hongbing, LIN Lin, *et al.* Instantaneous frequency estimation of multicomponent FM signals based on directional S transform[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2013, 35(1): 29–33. doi: [10.3969/j.issn.1001-506X.2013.01.05](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-506X.2013.01.05).
- [8] BOASHASH B. Estimating and interpreting the instantaneous frequency of a signal[J]. *Proceedings of the IEEE*, 1992, 80(4): 520–538. doi: [10.1109/5.135376](https://doi.org/10.1109/5.135376).
- [9] BARKAT B and BOASHASH B. Instantaneous frequency estimation of polynomial FM signals using the peak of the PWVD: Statistical performance in the presence of additive gaussian noise[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1999, 47(9): 2480–2490. doi: [10.1109/78.782191](https://doi.org/10.1109/78.782191).
- [10] DJUROVIC I and STANKOVIC L. An algorithm for the Wigner distribution based instantaneous frequency estimation in a high noise environment[J]. *Signal Processing*, 2004, 84(3): 631–643. doi: [10.1016/j.sigpro.2003.12.006](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2003.12.006).
- [11] STANKOVIC L, DJUROVIC I, OHSUMI A, *et al.* Instantaneous frequency estimation by using Wigner distribution and Viterbi algorithm[C]. *IEEE International Conference on, Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 2003. Proceedings. (ICASSP'03). Hong Kong, China, 2003, 6: VI-121–4. doi: [10.1109/ICASSP.2003.1201633](https://doi.org/10.1109/ICASSP.2003.1201633).
- [12] LI Po, WANG Dechun, and WANG Lu. Separation of micro-Doppler signals based on time frequency filter and Viterbi algorithm[J]. *Signal Image & Video Process*, 2013, 7(3): 593–605. doi: [10.1007/s11760-011-0263-3](https://doi.org/10.1007/s11760-011-0263-3).
- [13] LI Po and ZHANG Qinghai. An improved Viterbi algorithm for IF extraction of multicomponent signals[J]. *Signal Image & Video Process*, 2017(7): 1–9. doi: [10.1007/s11760-017-1143-2](https://doi.org/10.1007/s11760-017-1143-2).
- [14] 金艳, 武艳凤, 姬红兵. 基于 α 稳定分布噪声稀疏性及最优匹配的跳频信号参数估计[J]. *电子与信息学报*, 2017, 39(10): 2413–2420. doi: [10.11999/JEIT161397](https://doi.org/10.11999/JEIT161397).
JIN Yan, WU Yanfeng, and JI Hongbing. Parameter estimation of FH Signals based on α stable noise sparsity and optimal match[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2017, 39(10): 2413–2420. doi: [10.11999/JEIT161397](https://doi.org/10.11999/JEIT161397).
- [15] 李兵兵, 马洪帅, 刘明骞. Alpha稳定分布噪声下时频重叠信号的载波频率估计方法[J]. *电子与信息学报*, 2014, 36(4): 868–874. doi: [10.3724/SP.J.1146.2013.00827](https://doi.org/10.3724/SP.J.1146.2013.00827).
LI Bingbing, MA Hongshuai, and LIU Mingqian. Carrier frequency estimation method of time-frequency overlapped signals with alpha-stable noise[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2014, 36(4): 868–874. doi: [10.3724/SP.J.1146.2013.00827](https://doi.org/10.3724/SP.J.1146.2013.00827).
- [16] 金艳, 高舵, 姬红兵. 复杂噪声下基于同步压缩Chirplet变换的LFM信号参数估计[J]. *电子与信息学报*, 2017, 39(8): 1906–1912. doi: [10.11999/JEIT161222](https://doi.org/10.11999/JEIT161222).
JIN Yan, GAO Duo, and JI Hongbing. Parameter estimation of LFM signals based on synchrosqueezing Chirplet transform in complicated noise[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2017, 39(8): 1906–1912. doi: [10.11999/JEIT161222](https://doi.org/10.11999/JEIT161222).
- [17] HUANG Zhonglai, ZHANG Jianzhong, ZHAO Tichu, *et al.* Synchrosqueezing S-transform and its application in seismic spectral decomposition[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2016, 54(2): 817–825. doi: [10.1109/TGRS.2015.2466660](https://doi.org/10.1109/TGRS.2015.2466660).
- 朱明哲: 男, 1982年生, 副教授, 研究方向为非平稳信号分析、信号检测与参数估计。
肖 瑞: 男, 1989年生, 硕士生, 研究方向为非平稳信号分析、信号检测与参数估计。
苏小凡: 女, 1994年生, 硕士生, 研究方向为非平稳信号分析、信号检测与参数估计。
王广辉: 男, 1995年生, 硕士生, 研究方向为机器学习。