

基于实值处理的联合波束域双基地MIMO雷达测角算法

徐保庆^① 赵永波^{*①②} 庞晓娇^①

^①(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071)

^②(西安电子科技大学信息感知技术协同创新中心 西安 710071)

摘要: 该文提出一种基于实值处理的联合波束域双基地多输入多输出(MIMO)雷达测角方法。与直接采用离散傅里叶变换(DFT)空域滤波器的传统波束域方法不同,该方法的空域滤波器通过凸优化方法进行设计,能够灵活控制空域滤波器的带宽并抑制旁瓣电平。基于这种特性,设计的空域滤波器的主旁瓣比能够得到很大提高,从而提高测角性能。更重要的是,所提算法对发射和接收波束矩阵的结构进行设计,这种特殊的结构是构造实值信号模型的必要条件。最后,该文通过建立映射关系的方法对插值误差进行补偿。仿真结果验证了该算法的有效性。

关键词: 多输入多输出雷达; 凸优化; 角度估计; 波束域转换

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2019)07-1721-07

DOI: 10.11999/JEIT180766

Joint Real-valued Beamspace-based Method for Angle Estimation in Bistatic MIMO Radar

XU Baoqing^① ZHAO Yongbo^{①②} PANG Xiaojiao^①

^①(National Laboratory of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

^②(Collaborative Innovation Center of Information Sensing and Understanding, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: A joint real-valued beamspace-based method for angle estimation in bistatic Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) radar is proposed. Instead of using the traditional Discrete Fourier Transform (DFT) beamspace filter, the proposed beamspace filter is designed through convex optimization, which can flexibly control the bandwidth and limit the sidelobe level. Based on this property, the mainlobe-to-sidelobe ratio of the proposed beamspace filter can be greatly improved, which results in the improved estimation performance. More importantly, the structure of the proposed beamspace matrix can be properly designed, which is indispensable in constructing the real-valued signal model. Finally, the mapping relationship to compensate the interpolation error is established. Simulation results verify the effectiveness of the proposed method.

Key words: MIMO radar; Convex optimization; Angle estimation; Beamspace transformation

1 引言

相比较于传统的相控阵雷达,多输入多输出(MIMO)雷达由于其独特的优异特性正在引起越来越多的关注^[1-3]。MIMO雷达发射正交波形,根据其阵列结构可以分为统计MIMO雷达^[2]和集中式MIMO雷达^[3]。统计MIMO雷达天线阵列各阵元之间有较大间隔,利用空间分集技术使雷达起伏对MIMO雷达造成的影响大大降低。集中式MIMO雷达发射阵元和接收阵元都紧密排列,利用

波形分集技术和多个通道相干处理,可以改善弱目标和低速目标检测性能,并且能对更多的目标进行角度估计。集中式MIMO雷达根据收发基地是否分置分为单基地MIMO雷达和双基地MIMO雷达。本文主要研究的是双基地MIMO雷达的测角问题。

文献^[4]提出一种基于2维搜索的Capon算法对双基地MIMO雷达的波离角(Direction Of Departure, DOD)和波达角(Direction Of Arrival, DOA)进行估计。由于需要进行2维搜索,所以Capon算法的计算量很大。为了解决这个问题,文献^[5]利用均匀线阵的旋转不变特性,提出ESPRIT算法对目标角度进行估计。文献^[6]提出的传播因子算法(Propagator Method, PM)不需要对接收信号的自相关矩阵进行特征分解,计算量小,但是估计性能有所损失。文献^[7]提出了基于十字型阵列的MIMO

收稿日期: 2018-08-03; 改回日期: 2019-01-17; 网络出版: 2019-02-14

*通信作者: 赵永波 ybzhaoy@xidian.edu.cn

基金项目: 中央高校基本科研业务费项目(K5051202047)

Foundation Item: The Fundamental Research Funds for the Central Universities (K5051202047)

雷达降维ESPRIT算法,虽然该算法是基于单基地MIMO雷达,但同样是对2维角度进行估计。文献[8]提出的多目标跟踪算法解决了联合对角化方法低信噪比信号子空间扩展的问题。文献[9]提出了一种基于实值处理的酉ESPRIT算法。该算法采用前后平滑技术^[10]将接收信号从复数域转换到实数域,能够有效降低运算量。由于采用前后平滑技术,酉ESPRIT算法最多可以处理两个相干信源。文献[11]提出了色噪声条件下的双基地MIMO雷达角度估计方法,能够有效抑制色噪声影响,提高测角精度。文献[12]提出的半实值MUSIC算法对自相关矩阵的实部进行特征分解,可对任意阵列的双基地MIMO雷达角度进行估计。文献[13]提出了一种基于波束域的ESPRIT算法。波束域ESPRIT算法将接收信号从阵元域转换到波束域,降低信号维度,同时提高角度估计性能。

近年来,基于张量的双基地MIMO雷达测角算法得到了广泛的关注。张量算法将接收信号构造成一个多维张量模型,通过张量分解提取角度信息。文献[14]提出了一种高阶奇异值分解(Higher-Order Singular Value Decomposition, HOSVD)张量算法。该算法首次将前后平滑技术应用到张量模型中用于构建实值张量模型,并对该实值张量进行HOSVD得到信号子空间。通过HOSVD方法得到的信号子空间相比于传统的矩阵方法^[4-13]有更高的精确度,因此测角性能会得到提升。文献[15]提出了基于平行因子分解(PARAllel FACtor decomposition, PARAFAC)的张量算法。PARAFAC算法不对信号子空间进行估计,目标的角度信息直接从分解得到的加载矩阵中提取。文献[16]提出的基于实值处理的酉PARAFAC算法证明了文献[14]中的实值张量模型仍然满足PARAFAC分解条件。文献[17]将实值PARAFAC算法用于双基地MIMO雷达互耦条件下的角度估计。张量算法需要对信号进行多维处理,计算复杂度极高。

本文提出一种基于实值处理的联合波束域双基地MIMO雷达测角方法。本文算法的发射和接收波束矩阵通过凸优化方法进行设计,在保证旋转不变结构的同时,滤波器的带宽可以灵活控制且旁瓣电平可以被有效抑制,达到提高主副瓣比的目的。更重要的是,本文通过凸优化方法对波束矩阵的结构进行设计,这种特殊结构是将滤波后信号构造实值模型的必要条件。最后,本文通过建立映射关系的方法对插值误差进行补偿,提高测角精度。仿真实验验证了本文算法的有效性。

这里给出文中常用符号的定义: $(\cdot)^T$, $(\cdot)^H$ 和 $(\cdot)^*$ 分别表示矩阵或矢量的转置,共轭转置以及共

轭。 $\text{diag}(\cdot)$ 表示对角化操作。 $\text{vec}(\cdot)$ 表示矢量化操作。 \otimes 和 \odot 分别表示Kronecker积和Khatri-Rao积。 $\text{Re}\{\cdot\}$ 和 $\text{Im}\{\cdot\}$ 分别表示取矩阵或者矢量的实部和虚部。 \mathbf{I}_M 表示 $M \times M$ 维的单位矩阵。

2 信号模型

假设双基地MIMO雷达发射和接收阵列为均匀线阵,其中发射阵元数为 M ,接收阵元数为 N 。假设发射和接收阵列的阵元间距均为 d ,为了避免相位模糊,需要 $d \leq \lambda/2$, λ 表示信号波长,本文采用 $d=\lambda/2$ 。 M 个发射阵元发射正交信号 $\mathbf{S}=[\mathbf{s}_1(t), \mathbf{s}_2(t), \dots, \mathbf{s}_M(t)]^T \in \mathbf{C}^{M \times L}$, L 表示单个脉冲内的采样点数。由于发射信号彼此正交,因此满足 $\mathbf{S}\mathbf{S}^H/L=\mathbf{I}_M$ 。假设远场目标的个数为 K ,第 k 个目标的DOD和DOA分别用 θ_k 和 φ_k 表示。一个相干处理间隔内的脉冲数为 Q ,则接收阵列接收到的第 q 个脉冲信号可以表示为

$$\mathbf{X}_q = \mathbf{B}\mathbf{A}_q\mathbf{A}^T\mathbf{S} + \mathbf{N}_q \quad (1)$$

其中, $\mathbf{A}=[\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_K)]$ 和 $\mathbf{B}=[\mathbf{b}(\varphi_1), \mathbf{b}(\varphi_2), \dots, \mathbf{b}(\varphi_K)]$ 分别表示发射和接收导向矩阵。第 k 个目标的发射导向矢量为

$$\mathbf{a}(\theta_k)=[e^{-j\pi(M-1)\sin\theta_k/2}, \dots, 1, \dots, e^{j\pi(M-1)\sin\theta_k/2}]^T \quad (2)$$

第 k 个目标的接收导向矢量为

$$\mathbf{b}(\varphi_k)=[e^{-j\pi(N-1)\sin\varphi_k/2}, \dots, 1, \dots, e^{j\pi(N-1)\sin\varphi_k/2}]^T \quad (3)$$

矩阵 \mathbf{A}_q 的形式为 $\mathbf{A}_q = \text{diag}(\mathbf{c}_q)$,其中矢量 $\mathbf{c}_q=[\alpha_{1,q}, \alpha_{2,q}, \dots, \alpha_{K,q}]^T$ 。 $\{\alpha_{k,q}\}_{q=1}^Q$ 表示第 k 个目标的反射系数。 \mathbf{N}_q 表示均值为零的高斯白噪声矩阵。对式(1)右乘 \mathbf{S}^H/L 进行匹配滤波得到

$$\mathbf{Y}_q = \mathbf{B}\mathbf{A}_q\mathbf{A}^T + \overline{\mathbf{N}}_q \quad (4)$$

其中, $\overline{\mathbf{N}}_q = \mathbf{N}_q\mathbf{S}^H/L$ 表示匹配滤波后的噪声项, \mathbf{Y}_q 为 $N \times M$ 维矩阵。将 \mathbf{Y}_q 按列重排为列向量

$$\mathbf{y}_q = (\mathbf{A} \odot \mathbf{B})\mathbf{c}_q + \overline{\mathbf{n}}_q \quad (5)$$

式中, $\mathbf{y}_q = \text{vec}(\mathbf{Y}_q)$, $\overline{\mathbf{n}}_q = \text{vec}(\overline{\mathbf{N}}_q)$ 。将 Q 个脉冲信号集中写成 $MN \times Q$ 的矩阵形式

$$\mathbf{Y} = (\mathbf{A} \odot \mathbf{B})\mathbf{C} + \widetilde{\mathbf{N}} \quad (6)$$

其中, $\mathbf{C}=[\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \dots, \mathbf{c}_Q] \in \mathbf{C}^{K \times Q}$, $\widetilde{\mathbf{N}}=[\overline{\mathbf{n}}_1, \overline{\mathbf{n}}_2, \dots, \overline{\mathbf{n}}_Q] \in \mathbf{C}^{MN \times Q}$ 。

3 实值联合波束域测角算法

3.1 空域滤波器设计

定义一个 $\overline{M} \times 1$ ($\overline{M} < M$)维的虚拟发射导向矢量

$$\overline{\mathbf{a}}(\theta)=[e^{-j\pi(\overline{M}-1)\sin\theta/2}, \dots, 1, \dots, e^{j\pi(\overline{M}-1)\sin\theta/2}]^T \quad (7)$$

\overline{M} 称为发射波束空间的维度。为了保证波束域转换后的旋转不变结构,本小节目的之一是设计一

个 $M \times \overline{M}$ 的矩阵 \mathbf{W}_t 使 $\mathbf{W}_t^H \mathbf{a}(\theta)$ 在感兴趣的目标区域尽可能等于 $\overline{\mathbf{a}}(\theta)$ 。同时，要求空域滤波器的旁瓣电平要尽可能地低。更重要的是，本文对 \mathbf{W}_t 的矩阵结构有特殊的要求，下一小节将证明这种结构是后续实值处理提取角度信息的必要条件。当 M 是偶数时， \mathbf{W}_t 可以通过求解式(8)最小最大化问题得到

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{W}_t, \Gamma_t} \max_j \|\mathbf{W}_t^H \mathbf{a}(\theta_j)\|, \theta_j \in \overline{\Theta}_t, j=1, 2, \dots, J_t, \\ \text{s.t. } \|\mathbf{W}_t^H \mathbf{a}(\theta_i) - \overline{\mathbf{a}}(\theta_i)\| \leq \alpha, \theta_i \in \Theta_t, i=1, 2, \dots, I_t, \\ \mathbf{W}_t = [\Gamma_t^T, \Pi_{\overline{M}} \Gamma_t^H \Pi_{M/2}]^T \end{aligned} \quad (8)$$

式(8)中， $\Gamma_t \in \mathbf{C}^{(M/2) \times \overline{M}}$ 。 Π_n 表示一个 $n \times n$ 维的交换矩阵，仅在反对角线上具有元素1，其它元素等于0。 Θ_t 表示感兴趣的目标区域(相对于发射端)， $\overline{\Theta}_t$ 表示 Θ_t 的补集。 I_t 和 J_t 表示在 Θ_t 和 $\overline{\Theta}_t$ 的采样点数。正参数 α 限制了在 Θ_t 区域最大可接受的 $\mathbf{W}_t^H \mathbf{a}(\theta)$ 和 $\overline{\mathbf{a}}(\theta)$ 之间的偏差。如果 M 是奇数， \mathbf{W}_t 可以通过求解式(9)得到

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{W}_t, \Gamma_t, \mathbf{g}_t} \max_j \|\mathbf{W}_t^H \mathbf{a}(\theta_j)\|, \theta_j \in \overline{\Theta}_t, j=1, 2, \dots, J_t, \\ \text{s.t. } \|\mathbf{W}_t^H \mathbf{a}(\theta_i) - \overline{\mathbf{a}}(\theta_i)\| \leq \alpha, \theta_i \in \Theta_t, i=1, 2, \dots, I_t, \\ \mathbf{W}_t = [\Gamma_t^T, \mathbf{g}_t, \Pi_{\overline{M}} \Gamma_t^H \Pi_{(M-1)/2}]^T, \\ \mathbf{g}_t^* = \Pi_{\overline{M}} \mathbf{g}_t \end{aligned} \quad (9)$$

其中， \mathbf{g}_t 是一个 $\overline{M} \times 1$ 维矢量， $\Gamma_t \in \mathbf{C}^{(M-1)/2 \times \overline{M}}$ 。式(8)和式(9)里的等式约束是实值处理提取角度信息的必要条件，在下一小节中进行证明。凸优化问题式(8)和式(9)可以用CVX工具箱^[18]进行求解。

同样，当 N 是偶数时， $N \times \overline{N} (\overline{N} < N)$ 维的矩阵 \mathbf{W}_r 可以通过求解式(10)最小最大化问题得到：

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{W}_r, \Gamma_r} \max_j \|\mathbf{W}_r^H \mathbf{b}(\varphi_j)\|, \varphi_j \in \overline{\Theta}_r, j=1, 2, \dots, J_r, \\ \text{s.t. } \|\mathbf{W}_r^H \mathbf{b}(\varphi_i) - \overline{\mathbf{b}}(\varphi_i)\| \leq \beta, \varphi_i \in \Theta_r, i=1, 2, \dots, I_r, \\ \mathbf{W}_r = [\Gamma_r^T, \Pi_{\overline{N}} \Gamma_r^H \Pi_{N/2}]^T \end{aligned} \quad (10)$$

式(10)中， $\Gamma_r \in \mathbf{C}^{(N/2) \times \overline{N}}$ ， Θ_r 表示感兴趣的目标区域(相对于接收端)， $\overline{\mathbf{b}}(\varphi) = [e^{-j\pi(\overline{N}-1)\sin\varphi/2}, \dots, 1, \dots, e^{j\pi(\overline{N}-1)\sin\varphi/2}]^T$ 表示 $\overline{N} \times 1$ 维的虚拟接收导向矢量。 \overline{N} 表示接收波束空间的维度。正参数 β 限制了在 Θ_r 区域最大可接受的 $\mathbf{W}_r^H \mathbf{b}(\varphi)$ 和 $\overline{\mathbf{b}}(\varphi)$ 之间的偏差。同理，当 N 是奇数时， \mathbf{W}_r 可以用式(9)方法求得。

在上述优化问题中， Θ_t 和 Θ_r 分别表示发射和接收空域滤波器的带宽，其大小可以按照需求自由设置，只要通过对优化问题求解就可以得到以 Θ_t 和 Θ_r 为带宽的发射和接收空域滤波器。因而相对于传统DFT空域滤波器，所提方法设计的空域滤波器带宽控制更加灵活。

在得到 \mathbf{W}_t 和 \mathbf{W}_r 后，发射和接收波束矩阵分别定义为

$$\overline{\mathbf{W}}_t = \mathbf{W}_t \mathbf{U}_{\overline{M}} \quad (11)$$

$$\overline{\mathbf{W}}_r = \mathbf{W}_r \mathbf{U}_{\overline{N}} \quad (12)$$

式中， \mathbf{U} 为酉矩阵，其定义在文献^[13]中给出。

发射和接收空域滤波器响应可以分别表示为

$$P_t(\theta) = \|\overline{\mathbf{W}}_t^H \mathbf{a}(\theta)\|^2 / \|\mathbf{a}(\theta)\|^2 \quad (13)$$

$$P_r(\varphi) = \|\overline{\mathbf{W}}_r^H \mathbf{b}(\varphi)\|^2 / \|\mathbf{b}(\varphi)\|^2 \quad (14)$$

发射波束空间的维度 \overline{M} 要根据发射空域滤波器的带宽 Θ_t 来设定。为此，定义一个正定矩阵

$$\Xi = \int_{\Theta_t} \mathbf{a}(\theta) \mathbf{a}^H(\theta) d\theta \quad (15)$$

本文要求矩阵 Ξ 的 \overline{M} 个最大特征值之和应该超过所有特征值之和一定的比例，本文中这个标准设定为99%。在文献^[19]中这种方法被称为基于离散长球序列的方法，其基本原理是最大化滤波器主瓣能量相对于总能量的比例。同理，可以用相同的方法确定接收波束空间的维度。

3.2 DOD和DOA估计

为了降低运算量和提高测角精度，本文对接收信号进行实值处理。首先，采用前后平滑技术构造一个中心厄米特矩阵^[10]

$$\overline{\mathbf{Y}} = [\mathbf{Y}, \Pi_{MN} \mathbf{Y}^* \Pi_Q] \quad (16)$$

可以发现，矩阵 $\overline{\mathbf{Y}}$ 满足条件 $\overline{\mathbf{Y}}^* = \Pi_{MN} \overline{\mathbf{Y}} \Pi_{2Q}$ 。接下来，利用上一小节得到的发射和接收波束矩阵将 $\overline{\mathbf{Y}}$ 从阵元域转换到波束域。然而，由于 \mathbf{W}_t 和 \mathbf{W}_r 与DFT矩阵的结构不同，对 $\overline{\mathbf{Y}}$ 滤波后的信号结构也因此与文献^[13]不同。这里需要强调的是，转换后的矩阵必须是实值的才能进行后续实值处理。接下来，将会利用 \mathbf{W}_t 和 \mathbf{W}_r 的矩阵结构信息证明波束域转换后的矩阵是实值的。

定理 1 如果矩阵 \mathbf{W}_t 和 \mathbf{W}_r 满足式(8)–式(10)的等式约束条件，则 $\overline{M}\overline{N} \times 2Q$ 维的矩阵

$$\mathbf{Z} = (\overline{\mathbf{W}}_t^H \otimes \overline{\mathbf{W}}_r^H) \overline{\mathbf{Y}} \mathbf{U}_{2Q} \quad (17)$$

是实值的。其中， $\overline{\mathbf{W}}_t$ 和 $\overline{\mathbf{W}}_r$ 的形式分别由式(11)和式(12)定义。

证明 要证明矩阵 \mathbf{Z} 是一个实值矩阵，只需证明 $\mathbf{Z}^* = \mathbf{Z}$ 。将等式 $\overline{\mathbf{Y}}^* = \Pi_{MN} \overline{\mathbf{Y}} \Pi_{2Q}$ 代入到 \mathbf{Z}^* 的表达式中得到

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}^* &= (\overline{\mathbf{W}}_t^T \otimes \overline{\mathbf{W}}_r^T) \overline{\mathbf{Y}}^* \mathbf{U}_{2Q}^* \\ &= (\overline{\mathbf{W}}_t^T \otimes \overline{\mathbf{W}}_r^T) \Pi_{MN} \overline{\mathbf{Y}} \Pi_{2Q} \mathbf{U}_{2Q}^* \\ &= (\mathbf{U}_{\overline{M}}^T \mathbf{W}_t^T \otimes \mathbf{U}_{\overline{N}}^T \mathbf{W}_r^T) (\Pi_M \otimes \Pi_N) \overline{\mathbf{Y}} \mathbf{U}_{2Q} \\ &= (\mathbf{U}_{\overline{M}}^T \mathbf{W}_t^T \Pi_M \otimes \mathbf{U}_{\overline{N}}^T \mathbf{W}_r^T \Pi_N) \overline{\mathbf{Y}} \mathbf{U}_{2Q} \end{aligned} \quad (18)$$

在式(18)的推导过程中，利用 $\Pi_{MN} = \Pi_M \otimes \Pi_N$

Π_N 和 $\Pi_{2Q}U_{2Q}^*U_{2Q}=U_{2Q}$ 的等式条件。如果 M 是偶数,由式(8)可知 $\mathbf{W}_t=[\Gamma_t^T, \Pi_{\overline{M}}\Gamma_t^H \Pi_{M/2}]^T$ 。如果 M 为奇数,根据式(9) $\mathbf{W}_t=[\Gamma_t^T, \mathbf{g}_t, \Pi_{\overline{M}}\Gamma_t^H \Pi_{(M-1)/2}]^T$ 。此时, $\mathbf{g}_t^*=\Pi_{\overline{M}}\mathbf{g}_t$ 。不失一般性,以 M 为奇数为例,将 \mathbf{W}_t 表达式代入式(14)

$$\begin{aligned} U_{\overline{M}}^T \mathbf{W}_t^T \Pi_M &= U_{\overline{M}}^T [\Pi_{\overline{M}}\Gamma_t^H, \mathbf{g}_t, \Gamma_t^T \Pi_{(M-1)/2}] \\ &= U_{\overline{M}}^T \Pi_{\overline{M}} [\Gamma_t^H, \Pi_{\overline{M}}\mathbf{g}_t, \Pi_{\overline{M}}\Gamma_t^T \Pi_{(M-1)/2}] \\ &= U_{\overline{M}}^T \Pi_{\overline{M}} [\Gamma_t^H, \mathbf{g}_t^*, \Pi_{\overline{M}}\Gamma_t^T \Pi_{(M-1)/2}] \\ &= U_{\overline{M}}^H \mathbf{W}_t^H \end{aligned} \quad (19)$$

同样,用相同的方法可以证明

$$U_{\overline{N}}^T \mathbf{W}_r^T \Pi_N = U_{\overline{N}}^H \mathbf{W}_r^H \quad (20)$$

基于式(19)和式(20),式(18)可以重写为

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}^* &= \left(U_{\overline{M}}^T \mathbf{W}_t^T \Pi_M \otimes U_{\overline{N}}^T \mathbf{W}_r^T \Pi_N \right) \overline{\mathbf{Y}} U_{2Q} \\ &= \left(U_{\overline{M}}^H \mathbf{W}_t^H \otimes U_{\overline{N}}^H \mathbf{W}_r^H \right) \overline{\mathbf{Y}} U_{2Q} \\ &= \left(\overline{\mathbf{W}}_t^H \otimes \overline{\mathbf{W}}_r^H \right) \overline{\mathbf{Y}} U_{2Q} = \mathbf{Z} \end{aligned} \quad (21)$$

证毕

从上面的证明过程可以看出,如果不对 \mathbf{W}_t 和 \mathbf{W}_r 的矩阵结构进行事先设计就无法构造实值信号模型。为了从实值矩阵 \mathbf{Z} 中提取角度信息,需要对矩阵 \mathbf{Z} 的结构有一个更直观的认识。首先,将式(6)代入式(16),矩阵 $\overline{\mathbf{Y}}$ 重写为

$$\begin{aligned} \overline{\mathbf{Y}} &= [\mathbf{Y}, \Pi_{MN} \mathbf{Y}^* \Pi_Q] \\ &= [(\mathbf{A} \odot \mathbf{B}) \mathbf{C}, (\Pi_M \mathbf{A}^* \odot \Pi_N \mathbf{B}^*) \mathbf{C}^* \Pi_Q] + \widehat{\mathbf{N}} \\ &= (\mathbf{A} \odot \mathbf{B}) [\mathbf{C}, \mathbf{C}^* \Pi_Q] + \widehat{\mathbf{N}} \end{aligned} \quad (22)$$

式中, $\widehat{\mathbf{N}} = [\widehat{\mathbf{N}}, \Pi_{MN} \widehat{\mathbf{N}}^* \Pi_Q]$ 。由于导向矩阵 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 中心共轭对称,存在 $\mathbf{A} = \Pi_M \mathbf{A}^*$ 和 $\mathbf{B} = \Pi_N \mathbf{B}^*$ 。将式(22)代入到式(17)中去,得到

$$\begin{aligned} \mathbf{Z} &= \left(\overline{\mathbf{W}}_t^H \otimes \overline{\mathbf{W}}_r^H \right) \overline{\mathbf{Y}} U_{2Q} \\ &= \left(U_{\overline{M}}^H \mathbf{W}_t^H \mathbf{A} \odot U_{\overline{N}}^H \mathbf{W}_r^H \mathbf{B} \right) \\ &\quad [\mathbf{C}, \mathbf{C}^* \Pi_Q] U_{2Q} + \widehat{\mathbf{N}} \end{aligned} \quad (23)$$

式中 $\widehat{\mathbf{N}} = \left(\overline{\mathbf{W}}_t^H \otimes \overline{\mathbf{W}}_r^H \right) \widehat{\mathbf{N}} U_{2Q}$ 表示噪声项。如果不考虑求解式(8)–式(10)时插值误差的影响,则存在 $\overline{\mathbf{A}} = \mathbf{W}_t^H \mathbf{A}$ 和 $\overline{\mathbf{B}} = \mathbf{W}_r^H \mathbf{B}$ 。在上面的等式中, $\overline{\mathbf{A}} = [\overline{\mathbf{a}}(\theta_1), \overline{\mathbf{a}}(\theta_2), \dots, \overline{\mathbf{a}}(\theta_K)]$ 表示虚拟发射导向矩阵, $\overline{\mathbf{B}} = [\overline{\mathbf{b}}(\varphi_1), \overline{\mathbf{b}}(\varphi_2), \dots, \overline{\mathbf{b}}(\varphi_K)]$ 表示虚拟接收导向矩阵。此时,式(23)可以重写为

$$\mathbf{Z} = \left(U_{\overline{M}}^H \overline{\mathbf{A}} \odot U_{\overline{N}}^H \overline{\mathbf{B}} \right) [\mathbf{C}, \mathbf{C}^* \Pi_Q] U_{2Q} + \widehat{\mathbf{N}} \quad (24)$$

可以发现,此时 $U_{\overline{M}}^H \overline{\mathbf{A}}$ 和 $U_{\overline{N}}^H \overline{\mathbf{B}}$ 分别包含 K 个目

标的DOD和DOA信息。构造 \mathbf{Z} 的自相关矩阵 $\mathbf{R} = (1/2Q) \mathbf{Z} \mathbf{Z}^H$,并对其进行特征分解得到信号子空间 \mathbf{E}_s 。 \mathbf{E}_s 的维度为 $\overline{M}\overline{N} \times K$,由矩阵 \mathbf{R} 最大的 K 个特征值对应的特征矢量构成。另外, \mathbf{E}_s 和 $U_{\overline{M}}^H \overline{\mathbf{A}} \odot U_{\overline{N}}^H \overline{\mathbf{B}}$ 张成的子空间相同,可以表示为 $\mathbf{E}_s = (U_{\overline{M}}^H \overline{\mathbf{A}} \odot U_{\overline{N}}^H \overline{\mathbf{B}}) \mathbf{T}$,其中, \mathbf{T} 是一个 $K \times K$ 维的非奇异矩阵。已知 $\mathbf{E}_s = (U_{\overline{M}}^H \overline{\mathbf{A}} \odot U_{\overline{N}}^H \overline{\mathbf{B}}) \mathbf{T}$,利用阵列的旋转不变特性,式(25)和式(26)关系成立

$$(\mathbf{K}_{t,1} \otimes \mathbf{I}_{\overline{N}}) \mathbf{E}_s \Psi_t = (\mathbf{K}_{t,2} \otimes \mathbf{I}_{\overline{N}}) \mathbf{E}_s \quad (25)$$

$$(\mathbf{I}_{\overline{M}} \otimes \mathbf{K}_{r,1}) \mathbf{E}_s \Psi_r = (\mathbf{I}_{\overline{M}} \otimes \mathbf{K}_{r,2}) \mathbf{E}_s \quad (26)$$

式中, $\mathbf{K}_{t,1} = \text{Re} \left\{ U_{\overline{M}-1}^H \mathbf{J}_t U_{\overline{M}} \right\}$; $\mathbf{K}_{t,2} = \text{Im} \left\{ U_{\overline{M}-1}^H \mathbf{J}_t U_{\overline{M}} \right\}$; $\mathbf{K}_{r,1} = \text{Re} \left\{ U_{\overline{N}-1}^H \mathbf{J}_r U_{\overline{N}} \right\}$; $\mathbf{K}_{r,2} = \text{Im} \left\{ U_{\overline{N}-1}^H \mathbf{J}_r U_{\overline{N}} \right\}$ 。在上面的等式关系中, $\mathbf{J}_t = [\mathbf{0}, \mathbf{I}_{\overline{M}-1}]$ 和 $\mathbf{J}_r = [\mathbf{0}, \mathbf{I}_{\overline{N}-1}]$ 分别是 $(\overline{M}-1) \times \overline{M}$ 和 $(\overline{N}-1) \times \overline{N}$ 维的选择矩阵。式(25)和式(26)中, $\Psi_t = \mathbf{T}^{-1} \Delta_t \mathbf{T}$ 以及 $\Psi_r = \mathbf{T}^{-1} \Delta_r \mathbf{T}$ 。 Δ_t 和 Δ_r 具有式(27)和式(28)的形式

$$\begin{aligned} \Delta_t &= \text{diag} \{ \tan(\pi \sin \theta_1/2), \tan(\pi \sin \theta_2/2), \\ &\quad \dots, \tan(\pi \sin \theta_K/2) \} \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \Delta_r &= \text{diag} \{ \tan(\pi \sin \varphi_1/2), \tan(\pi \sin \varphi_2/2), \\ &\quad \dots, \tan(\pi \sin \varphi_K/2) \} \end{aligned} \quad (28)$$

式(25)和式(26)中的 Ψ_t 和 Ψ_r 可以用最小二乘法得到,之后对 Ψ_t 和 Ψ_r 进行特征分解,其第 k 个特征值分别用 γ_k 和 μ_k 表示。本文采用同时Schur分解方法^[20]进行角度配对,由于不是本文研究重点,这里不再赘述。此时,第 k 个目标的DOD和DOA估计值分别为

$$\widehat{\theta}_k = \arcsin [2 \arctan(\gamma_k)/\pi] \quad (29)$$

$$\widehat{\varphi}_k = \arcsin [2 \arctan(\mu_k)/\pi] \quad (30)$$

3.3 插值误差补偿

在上一小节中,目标的角度值已经在式(24)成立的基础上估计出来。然而,式(24)是在不考虑插值误差的情况下才成立的。实际情况中, $\mathbf{W}_t^H \mathbf{A}$ 和 $\mathbf{W}_r^H \mathbf{B}$ 不可能完全等于 $\overline{\mathbf{A}}$ 和 $\overline{\mathbf{B}}$,因此若直接将式(29)和式(30)作为最终的角度估计值,测角精度必然会受到插值误差的影响,精度下降。因此,必须采取措施对插值误差进行补偿。首先,建立式(23)的无噪声信号模型

$$\tilde{\mathbf{Z}} = \left(\overline{\mathbf{W}}_t^H \mathbf{A} \odot \overline{\mathbf{W}}_r^H \mathbf{B} \right) [\mathbf{C}, \mathbf{C}^* \Pi_Q] U_{2Q} \quad (31)$$

可以发现,基于此模型的角度估计精度仅受插值误差的影响。观察式(31)的结构,根据式(32)和式(33)分别确定DOD和DOA的映射关系

$$\eta_i \mathbf{K}_{t,1} \left[\overline{\mathbf{W}}_t^H \mathbf{a}(\theta_i) \right] = \mathbf{K}_{t,2} \left[\overline{\mathbf{W}}_t^H \mathbf{a}(\theta_i) \right] \quad (32)$$

$$\zeta_i \mathbf{K}_{r,1} \left[\overline{\mathbf{W}}_r^H \mathbf{b}(\varphi_i) \right] = \mathbf{K}_{r,2} \left[\overline{\mathbf{W}}_r^H \mathbf{b}(\varphi_i) \right] \quad (33)$$

式中, θ_i 和 φ_i 分别表示在 Θ_t 和 Θ_r 区域采样的真实角度值。 η_i 和 ζ_i 的表达式分别为 $\eta_i = \tan(\pi \sin \bar{\theta}_i / 2)$ 和 $\zeta_i = \tan(\pi \sin \bar{\varphi}_i / 2)$ 。 $\bar{\theta}_i$ 和 $\bar{\varphi}_i$ 分别表示 θ_i 和 φ_i 的映射值。值得注意的是, 采样间隔要尽可能的小以满足雷达对测角精度的要求。 θ_i 和 φ_i 对应的映射DOD和DOA表示为 $\bar{\theta}_i = \arcsin[2 \arctan(\eta_i) / \pi]$ 和 $\bar{\varphi}_i = \arcsin[2 \arctan(\zeta_i) / \pi]$ 。据此, θ_i 和 $\bar{\theta}_i$ 的映射关系可以一一确定, 同样 φ_i 和 $\bar{\varphi}_i$ 的映射关系也可以得到确定。当目标的角度估计值在有噪声模信号模型下根据式(29)和式(30)得到后, 更精确的角度估计值可以根据映射操作得到。

4 仿真实验

假设双基地MIMO雷达的发射和接收阵列均为半波长间隔等距线阵。发射阵元个数 $M=10$, 接收阵元数 $N=8$ 。定义均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{2PK} \sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^P \left[(\hat{\theta}_{k,p} - \theta_k)^2 + (\hat{\varphi}_{k,p} - \varphi_k)^2 \right]} \quad (34)$$

其中, $P=400$ 表示总的蒙特卡洛实验次数。 $\hat{\theta}_{k,p}$ 和 $\hat{\varphi}_{k,p}$ 分别表示第 p 次蒙特卡洛实验第 k 个目标的DOD和DOA估计值(映射后)。在所有的仿真实验中, 感兴趣的空间区域 $\Theta_t = [10^\circ, 40^\circ]$, $\Theta_r = [0^\circ, 30^\circ]$, 参数 $\alpha=0.04$, $\beta=0.05$, 发射和接收波束矩阵通过求解式(8)–式(10)得到。图1(a)和图1(b)分别为发射和接收空域滤波器的归一化幅频响应, 由式(13)和式(14)给出。文献[13]中的DFT空域滤波器被用于比较。发射和接收波束空间的维度分别为 $\overline{M}=8$ 和 $\overline{N}=6$ 。从图1(a)和图1(b)中可以看出, 本文方法设计的发射和接收空域滤波器仅在感兴趣空间区域有

高增益, 其主副瓣比达到20 dB, 而传统的DFT空域滤波器主副瓣比只有8 dB。相比于传统的DFT空域滤波器, 本文方法设计的空域滤波器能够按需求灵活设计带宽, 且旁瓣电平能够被有效抑制, 会极大提高低信噪比下的测角性能。

实验1 插值误差补偿的必要性验证

假设3个不相关信源, 分别处于 $(\theta_1, \varphi_1) = (15^\circ, 5^\circ)$, $(\theta_2, \varphi_2) = (25^\circ, 10^\circ)$, $(\theta_3, \varphi_3) = (35^\circ, 25^\circ)$, 信噪比均为 $\text{SNR}=5$ dB, 脉冲数 $Q=50$ 。图2(a)给出本文算法映射前的角度估计结果。从图2(a)的仿真结果中可以看出, 测角结果在不进行误差补偿的情况下, 测角精度严重降低。这种损失不仅受噪声影响, 而且也受到插值误差的影响。进行误差补偿后, 图2(b)给出本文算法映射后的角度估计结果。经过统计, 插值误差补偿前的RMSE为0.24°, 补偿后为0.09°。可以看出, 插值误差补偿后测角精度得到明显提高。

实验2 非相关信源的测角性能估计

假设两个非相关信源分别位于 $(\theta_1, \varphi_1) = (15^\circ, 5^\circ)$ 和 $(\theta_2, \varphi_2) = (35^\circ, 25^\circ)$ 。本文算法与PM算法, ESPRIT算法, 西ESPRIT算法, 波束域ESPRIT算法, 西PARAFAC张量算法以及文献[21]中的克拉美罗界(Cramer-Rao Bound, CRB)进行比较。图3给出了RMSE随着信噪比的变化情况, 此时的脉冲数固定为50。图4给出了RMSE随着脉冲数的变化情况, 此时的信噪比固定为0 dB。可以看出, 本文算法的测角性能明显优于其他算法。这种优越性在低信噪比情况下尤其明显。

实验3 相关信源的测角性能估计

两个相关信源分别位于 $(\theta_1, \varphi_1) = (15^\circ, 5^\circ)$ 和 $(\theta_2, \varphi_2) = (35^\circ, 25^\circ)$, 相关系数为0.99。图5给出了RMSE随着信噪比的变化情况, 此时的脉冲数固定为50。图6给出检测概率随信噪比的变化情况, 此时的脉冲数依然固定为50。当估计的目标角度值与真实目标角度值之差的绝对值小于等于 0.1° 时则认为目标检测成功。可以看出, PM算法和ESPRIT

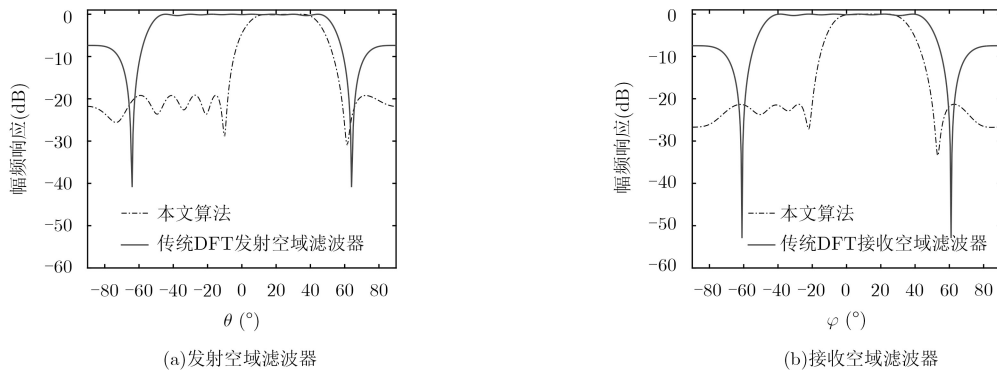


图1 空域滤波器性能比较

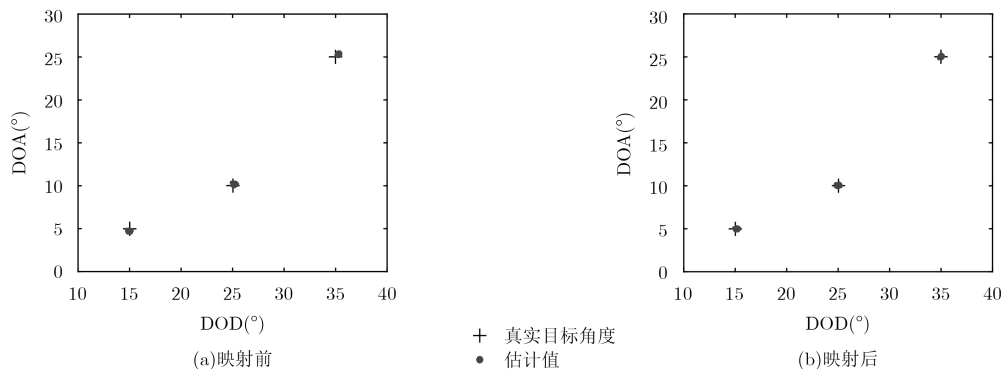


图2 本文算法角度估计结果

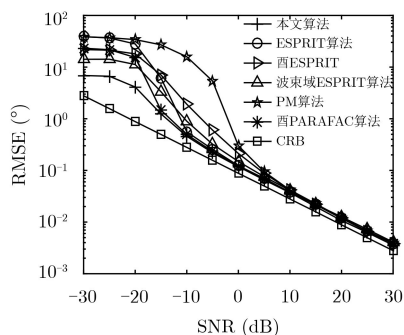


图3 非相关信源RMSE随信噪比变化情况

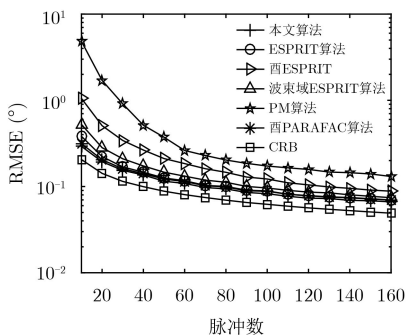


图4 非相关信源RMSE随脉冲数变化情况

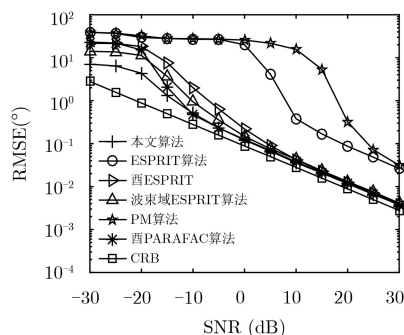


图5 相关信源RMSE随信噪比变化情况

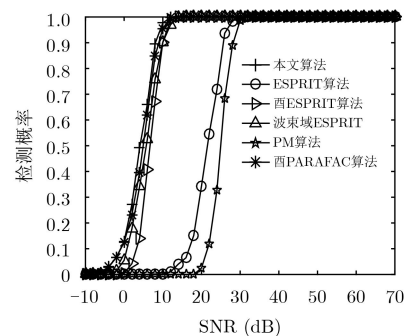


图6 相关信源检测概率随信噪比变化情况

算法在处理相关信源时存在较大的性能损失。由于文献[13]提出的传统波束域ESPRIT算法也采用前后平滑技术进行实值处理,因此对两个相关信源也可以高精度估计。本文算法的测角精度和检测概率要明显的高于其他算法。

5 结论

本文提出了一种改进的基于实值波束域的双基地MIMO雷达测角方法。本文算法适用于发射波形为全正交波形的双基地MIMO雷达,且要求目标所在的大体空间位置已知。本文算法的空域滤波器采用凸优化方法设计,能够灵活控制带宽和抑制旁瓣电平,达到提高主副瓣比的目的。发射和接收波束空间的维度要根据空域滤波器带宽来确定。同时,为了对滤波之后的信号进行实值处理,必须对发射和接收波束矩阵的结构进行设定。本文证明了这种

结构是进行实值处理的必要条件。另外,本文算法在处理相关信源时也有良好的性能。最后,仿真实验验证了本文算法的有效性。

参考文献

- [1] XU Luzhou, LI Jian, and STOICA P. Target detection and parameter estimation for MIMO radar systems[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2008, 44(3): 927-939. doi: 10.1109/TAES.2008.4655353.
- [2] HAIMOVICH A M, BLUM R S, and CIMINI L J. MIMO radar with widely separated antennas[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, 25(1): 116-129. doi: 10.1109/MSP.2008.4408448.
- [3] LI Jian and STOICA P. MIMO radar with colocated antennas[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2007, 24(5): 106-114. doi: 10.1109/MSP.2007.904812.

- [4] YAN Haidong, LI Jun, and LIAO Guisheng. Multitarget identification and localization using bistatic MIMO radar systems[J]. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2007, 2008: 283483. doi: [10.1155/2008/283483](https://doi.org/10.1155/2008/283483).
- [5] DUOFANG C, BAIXIAO C, and GUODONG Q. Angle estimation using ESPRIT in MIMO radar[J]. *Electronics Letters*, 2008, 44(12): 770–771. doi: [10.1049/el:20080276](https://doi.org/10.1049/el:20080276).
- [6] ZHENG Z D and ZHANG J Y. Fast method for multi-target localisation in bistatic MIMO radar[J]. *Electronics Letters*, 2011, 47(2): 138–139. doi: [10.1049/el.2010.2577](https://doi.org/10.1049/el.2010.2577).
- [7] 梁浩, 崔琛, 余剑. 基于ESPRIT算法的十字型阵列MIMO雷达降维DOA估计[J]. *电子与信息学报*, 2016, 38(1): 80–89. doi: [10.11999/JEIT150402](https://doi.org/10.11999/JEIT150402).
LIANG Hao, CUI Chen, and YU Jian. Reduced-dimensional DOA estimation based on ESPRIT algorithm in monostatic MIMO radar with cross array[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2016, 38(1): 80–89. doi: [10.11999/JEIT150402](https://doi.org/10.11999/JEIT150402).
- [8] 张正言, 张剑云. 双基地MIMO雷达多目标高精度跟踪算法[J]. *系统工程与电子技术*, 2018, 40(6): 1241–1248. doi: [10.3969/j.issn.1001-506X.2018.06.08](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-506X.2018.06.08).
ZHANG Zhengyan and ZHANG Jianyun. Multi-target high precision tracking algorithm for bistatic MIMO radar[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2018, 40(6): 1241–1248. doi: [10.3969/j.issn.1001-506X.2018.06.08](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-506X.2018.06.08).
- [9] ZHENG Guimei, CHEN Baixiao, and YANG Minglei. Unitary ESPRIT algorithm for bistatic MIMO radar[J]. *Electronics Letters*, 2012, 48(3): 179–181. doi: [10.1049/el.2011.3657](https://doi.org/10.1049/el.2011.3657).
- [10] HAARDT M and NOSSEK J A. Unitary ESPRIT: How to obtain increased estimation accuracy with a reduced computational burden[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1995, 43(5): 1232–1242. doi: [10.1109/78.382406](https://doi.org/10.1109/78.382406).
- [11] CAI Changxin, WEN Fangqing, and HUANG Dongmei. New approach to angle estimation for bistatic MIMO radar with unknown spatially colored noise[J]. *IEEE Access*, 2018, 6: 24249–24255. doi: [10.1109/ACCESS.2018.2829537](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2018.2829537).
- [12] 张秦, 张林让, 郑桂妹, 等. 任意阵列双基地MIMO雷达的半实值MUSIC目标DOD和DOA联合估计[J]. *系统工程与电子技术*, 2016, 38(3): 532–538. doi: [10.3969/j.issn.1001-506X.2016.03.09](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-506X.2016.03.09).
ZHANG Qin, ZHANG Linrang, ZHENG Guimei, et al. Joint DOD and DOA estimation for bistatic MIMO radar with arbitrary array using semi-real-valued MUSIC[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2016, 38(3): 532–538. doi: [10.3969/j.issn.1001-506X.2016.03.09](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-506X.2016.03.09).
- [13] ZOLTOWSKI M D, HAARDT M, and MATHEWS C P. Closed-form 2-D angle estimation with rectangular arrays in element space or beamspace via unitary ESPRIT[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1996, 44(2): 316–328. doi: [10.1109/78.485927](https://doi.org/10.1109/78.485927).
- [14] HAARDT M, ROEMER F, and DEL GALDO G D. Higher-order SVD-based subspace estimation to improve the parameter estimation accuracy in multidimensional harmonic retrieval problems[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(7): 3198–3213. doi: [10.1109/TSP.2008.917929](https://doi.org/10.1109/TSP.2008.917929).
- [15] NION D and SIDIROPOULOS N D. A PARAFAC-based technique for detection and localization of multiple targets in a MIMO radar system[C]. Proceedings of 2009 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal, Taipei, China, 2009: 2077–2080. doi: [10.1109/ICASSP.2009.4960024](https://doi.org/10.1109/ICASSP.2009.4960024).
- [16] XU Baoqing, ZHAO Yongbo, CHENG Zengfei, et al. A novel unitary PARAFAC method for DOD and DOA estimation in bistatic MIMO radar[J]. *Signal Processing*, 2017, 138: 273–279. doi: [10.1016/j.sigpro.2017.03.016](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2017.03.016).
- [17] 杨康, 文方青, 黄冬梅, 等. 基于实值三线性分解的互耦条件下双基地MIMO雷达角度估计算法[J]. *系统工程与电子技术*, 2018, 40(2): 314–321. doi: [10.3969/j.issn.1001-506X.2018.02.12](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-506X.2018.02.12).
YANG Kang, WEN Fangqing, HUANG Dongmei, et al. Real-value-based trilinear decomposition-based direction estimation algorithm for bistatic MIMO radar in the presence of mutual coupling[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2018, 40(2): 314–321. doi: [10.3969/j.issn.1001-506X.2018.02.12](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-506X.2018.02.12).
- [18] GRANT M and BOYD S. CVX: Matlab software for disciplined convex programming[EB/OL]. <http://cvxr.com/cvx/>, 2008.
- [19] FORSTER P and VEZZOSI G. Application of spheroidal sequences to array processing[C]. Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal, Dallas, USA, 1987: 2268–2271. doi: [10.1109/ICASSP.1987.1169421](https://doi.org/10.1109/ICASSP.1987.1169421).
- [20] HAARDT M and NOSSEK J A. Simultaneous Schur decomposition of several nonsymmetric matrices to achieve automatic pairing in multidimensional harmonic retrieval problems[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1998, 46(1): 161–169. doi: [10.1109/78.651206](https://doi.org/10.1109/78.651206).
- [21] ZHANG X, XU Z, XU L, et al. Trilinear decomposition-based transmit angle and receive angle estimation for multiple-input multiple-output radar[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2011, 5(6): 626–631. doi: [10.1049/iet-rsn.2010.0265](https://doi.org/10.1049/iet-rsn.2010.0265).

徐保庆：男，1992年生，博士生，研究方向为雷达信号处理、阵列信号处理和MIMO雷达。

赵永波：男，1972年生，教授，博士生导师，研究方向为雷达信号处理、自适应信号处理和参数估计。

庞晓娇：女，1993年生，博士生，研究方向为压缩感知和阵列信号处理。