

基于分解和支配关系的超多目标进化算法

赵辉* 王天龙 刘衍舟 黄橙 张天骐

(重庆邮电大学通信与信息工程学院 重庆 400065)

(信号与信息处理重庆市重点实验室 重庆 400065)

摘要:近年来,超多目标优化问题(MaOPs)成为了进化计算领域的研究热点。然而,在处理各种优化问题中,如何有效地平衡收敛性和多样性仍是一个难题。为了解决上述的问题,该文提出了一种基于分解和支配关系的超多目标进化算法(DdrEA)。首先利用权重向量把整个种群分解为一组子种群,这些子种群将进行协同优化;然后利用角度和角度支配关系计算子种群内每个解的值;最后根据适应度值进行精英选择,即在每个子空间内选取适应度值最小的解作为精英解进入下一代。DdrEA通过与当前较优的NSGA-II/AD, RVEA, MOMBI-II等多个超多目标进化算法进行实验对比,实验结果表明该文算法性能明显优于对比算法,能够有效平衡种群的收敛性和多样性。

关键词: 超多目标优化; 分解; 支配关系; 进化算法

中图分类号: TP391.4

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2020)08-1975-07

DOI: 10.11999/JEIT190589

Decomposition and Dominance Relation Based Many-objective Evolutionary Algorithm

ZHAO Hui WANG Tianlong LIU Yanzhou HUANG Cheng ZHANG Tianqi

(School of Communication and Information Engineering, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

(Chongqing Key Laboratory of Signal and Information Processing, Chongqing 400065, China)

Abstract: In recent year, the Many-objective Optimization Problems (MaOPs) have become an increasingly hot research area in evolutionary computation. However, it is still a difficult problem to achieve a good balance between convergence and diversity on solving various kinds of MaOPs. To alleviate this issue mentioned above, a Decomposition and dominance relation based many-objective Evolutionary Algorithm(DdrEA) is proposed in this paper. Firstly, the population is decomposed into numbers of sub-populations by using a set of uniform weight vectors, in which they are optimized in a cooperative manner. Then, the fitness value of solution in each sub-population is calculated by angle dominance relation and angle. Finally, elite selection strategy is performed according to its corresponding fitness value. That is, in each subspace, the solution with the smallest fitness value is selected as the elite solution to enter the next generation. Comparing with several high-dimensional and multi-objective evolutionary algorithms (NSGA-II/AD, RVEA, MOMBI-II), the experimental results show that the performance of the proposed algorithm DdrEA is better than that of the comparison algorithm, and the convergence and diversity of the population can be effectively balanced.

Key words: Many-objective optimization; Decomposition; Dominance relation; Evolutionary algorithm

1 引言

多目标优化问题^[1](Multi-objective Optimization Problems, MOPs)是指需要同时优化多个目标

的最优化问题,它广泛应用于现实生活中,如工业设计^[2]、航空交通控制、护士排班等。但是,在实际中很多情况下优化问题会涉及3个目标或者更多的目标,通常这些目标相互冲突。以上这类问题被进一步划分为超多目标优化问题^[2](Many-objective Optimization Problems, MaOPs)。目标数的增加会导致传统的多目标进化算法(Multi-Objective Evolutionary Algorithm, MOEA)在处理超多目标优化问题上遇到严峻的挑战,使其在解决超多目标

收稿日期: 2019-08-05; 改回日期: 2020-02-13; 网络出版: 2020-03-25

*通信作者: 赵辉 zhaohui@cqupt.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(61671095)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (61671095)

优化问题上的效果并不理想。

近年来,人们提出了多种解决超多目标优化问题的超多目标进化算法(Many-Objective Evolutionary Algorithm, MaOEA)。通过增强收敛性方法,例如:模糊支配^[3](fuzzy dominance)和网格支配方法^[4](grid dominance);基于分解的方法,例如:基于分解的多目标进化算法(MOEA/D)^[5]和基于权重迭代的偏好多目标分解算法(MOEA/D-PRE)^[6];基于性能指标的方法,例如:基于超体积的超多目标优化算法(fast Hypervolume-based many-objective optimization, HypE)^[7]。近年来,基于分解的超多目标进化算法具有较高的研究热度,传统的分解方法主要通过一组参考向量指引,将超多目标优化问题分解为一组易于管理的子问题。MOEA/D提供了一个最初的框架,即把一个超多目标问题分解为一组子问题并在协作中解决它们,而这些子问题可以是一个单目标优化问题或者易于管理的多目标优化问题。随后,基于分解思想的各种超多目标优化算法也相继提出,例如:参考向量导向的进化算法(Reference Vector guided Evolutionary Algorithm, RVEA)^[8]和基于增强分解的进化算法(enhanced Decomposition-Based Evolutionary Algorithm, G-DBEA)^[9]。与传统多目标算法相比,这些算法在解决超多目标优化问题上都表现出良好的性能。

尽管超多目标进化算法得到了快速发展,但随着目标数目的不断增加,如何更好地平衡收敛性和多样性对算法来说仍然是一个巨大的挑战。例如:RVEA使用了一组均匀的参考向量对种群进行优化,在规则的帕累托前沿上具有良好的收敛性和多样性。但是在处理不规则的帕累托前沿时,算法的性能就会有所下降,甚至在优化过程中会损失很多种群个体,这使得种群的多样性大大降低。

为了更好地解决超多目标优化问题,本文提出了一种基于分解和支配关系的超多目标进化算法(Decomposition and dominance relation based many-objective Evolutionary Algorithm, DdrEA)。该算法首先采用分解方法分解种群;然后在每个子空间内,利用角度支配算法进行适应值计算,通过适度值进行精英选择选取候选解作为下一代,循环迭代以上过程直至达到终止条件,得出最终逼近集合。通过利用分解方法和支配关系的优点,使得算法能够有效的平衡种群的收敛性和多样性。

2 基于分解和支配关系的超多目标进化算法

2.1 角度支配关系简述

Liu等人^[10]提出了角度支配(Angle Dominance,

AD)准则。如图1所示,通过计算解与最低点(nadir point) $z^{na} = (z_1^{na}, z_2^{na}, \dots, z_M^{na})$ 所定义的 M 个向量之间的夹角,能够得到该解的角度向量 $\text{angle}_p = (\alpha_1, \alpha_2)$,而对于给定两个解 p 和 q ,如果 $p \prec_{AD} q$ 则需满足

$$\left. \begin{aligned} \alpha_i^p &\leq \alpha_i^q, \forall i \in \{1, 2, \dots, M\} \\ \alpha_i^p &< \alpha_i^q, \exists i \in \{1, 2, \dots, M\} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中 M 是目标数目, α_i 表示解与第 i 个向量之间的夹角。角度支配准则通过增大解的支配区域,从而能够有效的提高了收敛性。并且该支配关系仍然保持了传递性和符合帕累托支配关系等优点,文献^[9]也证明了角度支配具有同时兼顾收敛性和延展性的良好性能。

2.2 算法框架

表1给出了DdrEA的具体算法流程,首先,随机初始化(random initialize)生成 N 个个体组成初始种群 P 并且预定义一组均匀分布的参考向量(niform reference vector) V ;然后,在主循环中,采用二进制锦标赛(binary tournament)策略产生交配池Pool,根据交配池Pool产生 N 个子代个体组成子代种群 O ;最后执行环境选择(environmental selection)策略,从合并后的种群 $P \cup O$ 中选取 N 个较优的候选解进入下一代。以上所有过程将持续循环迭代,直到满足终止条件。

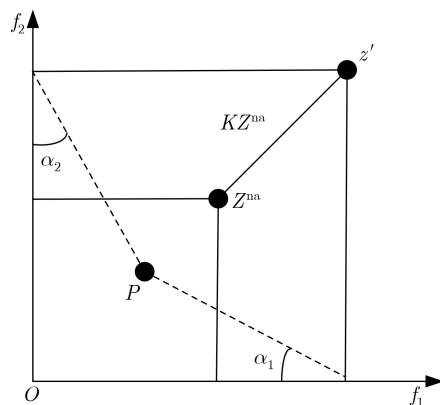


图1 两个目标下的角度支配准则

表1 DdrEA算法框架

输入: N (种群规模)
输出: P (最终种群)
(1) $V = \text{Uniform Reference Vector}(N)$;
(2) $P = \text{RandomInitialize}(N)$;
(3) while 终止条件未满足 do
(4) Pool = Binary Tournament(P);
(5) $O = \text{Variation}(\text{Pool})$;
(6) $P = \text{Environmental Selection}(P \cup O, V, N)$;
(7) end while

2.3 环境选择

表2给出了环境选择的具体流程，主要包括种群的分解和精英选择策略。在执行以上操作之前，首先需要对种群进行目标值标准化，计算理想点 $z^{\text{id}} = (z_1^{\text{id}}, z_2^{\text{id}}, \dots, z_M^{\text{id}})$ 和最低点 $z^{\text{na}} = (z_1^{\text{na}}, z_2^{\text{na}}, \dots, z_M^{\text{na}})$ ，其中转化公式为

$$f_i(p) = \frac{f_i(p) - z_i^{\text{id}}}{z_i^{\text{na}} - z_i^{\text{id}}} \quad (2)$$

其中 $f_i(p)$ 代表解 p 的第 i 个目标值， $i \in \{1, 2, \dots, M\}$ 。

(1) 种群分解：利用传统的分解方法，计算种群中候选解与参考向量之间的夹角。即计算解与参考向量之间的余弦值，利用反余弦函数(\arccos)获得种群中候选解与参考向量之间的夹角。通过将每个解与夹角最小的参考向量联系，把种群 P 分解为 N 个子种群 $\{\bar{P}_1, \bar{P}_2, \dots, \bar{P}_N\}$ ，分解计算如式(3)所示

$$\bar{P}_k = \{I_i | k = \arg \max \theta_{i,j}, j \in \{1, 2, \dots, N\}\} \quad (3)$$

其中， \bar{P}_k 代表第 k 个子种群， I_i 代表种群中的第 i 个候选解， $\theta_{i,j}$ 代表第 j 个参考向量和第 i 个解之间的夹角。协同优化是在分解过程中，参考向量将目标空

表 2 环境选择算法框架

输入: P (合并后的种群), V (参考向量);
输出: Q (下一代种群);
(1) /*目标值标准化*/
(2) $f_i(p) = \frac{f_i(p) - z_i^{\text{id}}}{z_i^{\text{na}} - z_i^{\text{id}}}, \forall p \in P;$
(3) /*种群分解*/
(4) for $i = 1$ to $ P $ do
(5) for $j = 1$ to N do
(6) $\theta_{i,j} = \arccos \frac{f_i(p) \cdot v_j}{\ f_i(p)\ };$
(7) end for
(8) end for
(9) for $i = 1$ to $ P $ do
(10) $r = \arg \min \theta_{i,j}, j \in \{1, 2, \dots, N\};$
(11) $\bar{P}_k = \bar{P}_k \cup \{I_r\};$
(12) end for
(13) /*精英选择*/
(14) 非支配排序获得每个解的AD等级;
(15) for $i = 1$ to N do
(16) for $j = 1$ to $ \bar{P}_k $ do
(17) $\text{fit}_{i,j} = F_i^p + \theta_{i,j};$
(18) end for
(19) end for
(20) for $i = 1$ to N do
(21) $r = \arg \min \text{fit}_{i,j}$
(22) $Q = Q \cup \{I_r\}$
(23) end for

间分解为一组子空间，当每个子空间都获取一个具有良好收敛性和多样性的解时，最终输出的子种群就能获得一个收敛性良好且分布均匀的解集合。

(2) 精英选择：整个种群 P 被分解为一组子种群，而在每个子种群内，仅选取一个解作为精英进入下一代。在每个子种群内，选择标准同时考虑收敛性和多样性，通过计算适应值(fitness)大小来进行精英选择

$$\text{fit}_{i,j} = F_i + \theta_{i,j} \quad (4)$$

其中 F_i 代表第 i 个解的AD等级， $\theta_{i,j}$ 代表第 i 个解与第 j 个参考向量之间的夹角。AD等级值越小代表解的收敛性越好，而角度值越小代表解距离参考向量越近，即多样性越好。因此，在每个子种群内，适应值最小的解被选作精英解并复制到下一代种群 Q 中。

3 实验分析

在这一节，本文提出的DdrEA与当前较优的3个超多目标进化算法在WFG^[11]测试集和DTLZ^[12]测试集上进行实验对比，3个超多目标进化算法分别是NSGA-II/AD^[10]，RVEA^[9]和MOMBI-II^[13]。首先，对实验进行相应的设置；然后，对比分析各个算法在WFG测试集和DTLZ测试集上的实验结果，所有实验结果都是算法在测试问题的每个目标上独立运行30次。

3.1 实验设置

(1) 遗传算子：本文采用传统的二进制交叉^[14](simulated binary crossover)和多项式变异^[15](polynomial mutation)。在本文中，交叉概率和变异概率分别设置为1.0和 $1/n$ (n 代表决策变量数目)。而SBX和多项式变异的分布指标都设置为20。

(2) 种群规模：种群规模不能任意设置，它由算法中参考向量的数目决定。为了对比实验的公平性，所有算法均采用相同的种群规模。对于5目标测试问题种群规模设置为126，对于10目标和15目标问题种群规模分别设置为275和240。

(3) 终止条件：本文设置算法迭代次数为终止条件，对于所有测试问题的所有目标，迭代次数均设置为1000。

(4) 算法参数：对于DdrEA和NSGA-II/AD，角度支配中的 k 均设置为50。在RVEA中，惩罚参数 α 设置为2，参考向量适应频率 f_r 设置为0.1。对于MOMBI-II，差异门限 α ，公差门限 ε 和最小向量的记录规格分别设置为0.5, 0.001和5。

(5) 评价指标：本实验采用HyperVolume^[15](HV)作为评价指标，该指标能够同时衡量收敛性和多样性。在计算HV之前，所有解都需利用理想

点和最低点进行归一化操作。然后设定参考点(1.1, 1.1, ..., 1.1)。在目标值大于等于10时, 采用Monte Carlo法近似计算HV以降低计算复杂度, 计算所需要的样点数目设置为1000000。

3.2 对比算法在WFG上的实验结果

表3汇总了对比算法在WFG测试集上获得的HV均值和标准差, 并且用黑色字体突出每个测试问题在每一目标上的最好结果。其中, ' + ', ' - ' 和 ' = ' 分别表示对比算法获得的结果相较于DdrEA更好、更差和相似。从实验结果可以看出, DdrEA在27个测试实例中获得了17个最好的结果, 约占测试实例总数的63%。从实验结果不难得出, DdrEA相较于其它3个超多目标进化算法在解决WFG测试集时具有更好的性能, 尤其在WFG3-WFG9上, DdrEA所展现的性能尤为突出。

WFG1-WFG3属于具有不规则帕累托前沿的测试问题。WFG1具有低尾的帕累托前沿, DdrEA虽然没有获得最好的结果, 但仍能很好地处理该问题。为了对实验结果有个更加直观的对比, 图2画出了各个算法在15目标WFG1的结果, 从图中可以看出DdrEA具有良好的性能。对于WFG2, 该测试问题具有断开的帕累托前沿, 从实验结果可以看出NSGA-II/AD处理该问题的能力最好, 而DdrEA的性能略差于NSGA-II/AD。而WFG3问题具有退化的帕累托前沿, DdrEA在该问题上性能明显优于其它对比算法, 除了NSGA-II/AD在5目标上获得了最好的结果。WFG4-WFG9属于具有规则帕累托前沿的测试问题, 它们都具有凹形的帕累托前沿。从实验结果可以看出, DdrEA处理这6个测试问题的能力明显优于对比算法。在10目标和15目标

表3 各算法在WFG测试集上独立运行30次的HV均值和标准差

测试问题	M	DdrEA	NSGA-II/AD	RVEA	MOMBI-II
WFG1	5	9.7500e-1 (3.88e-3)	9.7759e-1 (1.72e-3) +	9.9722e-1 (5.54e-4) +	9.4668e-1 (5.46e-2) =
	10	9.9821e-1 (4.94e-4)	9.9849e-1 (1.57e-4) +	9.9768e-1 (5.30e-4) -	9.9990e-1 (6.65e-5) +
	15	9.9960e-1 (2.23e-4)	9.9977e-1 (5.94e-5) +	9.9546e-1 (1.65e-2) -	9.9900e-1 (9.15e-4) -
WFG2	5	9.5980e-1 (4.39e-3)	9.8390e-1 (6.84e-4) +	9.9385e-1 (1.19e-3) +	9.9432e-1 (2.64e-3) +
	10	9.9548e-1 (1.94e-3)	9.9819e-1 (3.42e-4) +	9.8944e-1 (2.64e-3) -	9.9459e-1 (4.80e-3) =
	15	9.9516e-1 (3.28e-3)	9.9854e-1 (4.21e-4) +	9.7143e-1 (6.37e-3) -	9.4784e-1 (4.42e-2) -
WFG3	5	2.1343e-1 (1.95e-2)	2.4953e-1 (4.42e-3) +	1.5392e-1 (2.34e-2) -	9.1612e-2 (1.14e-3) -
	10	9.2805e-2 (1.72e-2)	7.7407e-2 (1.47e-2) -	0.0000e+0 (0.00e+0) -	8.8033e-2 (1.38e-2) =
	15	8.3502e-4 (3.18e-3)	5.6841e-4 (2.97e-3) =	0.0000e+0 (0.00e+0) =	0.0000e+0 (0.00e+0) =
WFG4	5	7.9321e-1 (6.31e-4)	6.4860e-1 (1.20e-3) -	7.9120e-1 (6.98e-4) -	7.9039e-1 (7.50e-3) =
	10	9.6871e-1 (4.54e-4)	8.3306e-1 (1.02e-3) -	9.5997e-1 (2.21e-3) -	9.2583e-1 (5.33e-2) -
	15	9.8842e-1 (4.27e-3)	9.0197e-1 (2.24e-3) -	9.7572e-1 (3.32e-3) -	6.5742e-1 (6.09e-2) -
WFG5	5	7.4375e-1 (4.53e-4)	5.9898e-1 (9.69e-4) -	7.4385e-1 (3.78e-4) =	7.1661e-1 (1.18e-2) -
	10	9.0472e-1 (2.50e-4)	7.6876e-1 (7.00e-4) -	9.0333e-1 (3.03e-4) -	8.2511e-1 (1.49e-2) -
	15	9.1756e-1 (2.50e-4)	8.2982e-1 (1.15e-3) -	9.1591e-1 (2.52e-4) -	3.0980e-1 (1.03e-1) -
WFG6	5	7.2159e-1 (1.32e-2)	5.8627e-1 (1.86e-2) -	7.2535e-1 (1.44e-2) =	7.2502e-1 (2.91e-2) =
	10	8.8790e-1 (1.79e-2)	7.4225e-1 (2.01e-2) -	8.7718e-1 (1.67e-2) -	8.6054e-1 (5.34e-2) -
	15	8.9955e-1 (2.46e-2)	7.9363e-1 (2.38e-2) -	7.2363e-1 (8.04e-2) -	6.2650e-1 (5.72e-2) -
WFG7	5	7.9404e-1 (5.38e-4)	6.4353e-1 (1.20e-3) -	7.8991e-1 (5.70e-4) -	7.8952e-1 (8.36e-3) -
	10	9.6965e-1 (2.60e-4)	8.2831e-1 (4.30e-3) -	9.5835e-1 (1.80e-3) -	9.6818e-1 (3.92e-3) =
	15	9.9072e-1 (9.04e-4)	8.9903e-1 (1.10e-3) -	9.8234e-1 (5.24e-3) -	7.5033e-1 (8.01e-2) -
WFG8	5	6.8107e-1 (1.14e-3)	4.6230e-1 (5.93e-3) -	6.7438e-1 (2.36e-3) -	3.1772e-1 (6.41e-3) -
	10	8.7577e-1 (6.90e-3)	6.0416e-1 (6.06e-2) -	8.3098e-1 (8.86e-2) =	6.4422e-1 (1.85e-2) -
	15	8.9925e-1 (1.56e-3)	7.6855e-1 (6.04e-2) -	7.7368e-1 (1.23e-1) -	5.1932e-1 (7.33e-2) -
WFG9	5	7.4084e-1 (4.55e-2)	6.3546e-1 (3.05e-3) -	7.5200e-1 (5.64e-3) =	5.5025e-1 (5.88e-2) -
	10	9.0376e-1 (4.59e-2)	8.1230e-1 (7.64e-3) -	8.8746e-1 (3.28e-2) -	8.0514e-1 (1.40e-2) -
	15	9.1408e-1 (3.94e-2)	8.4483e-1 (3.67e-2) -	8.3486e-1 (5.14e-2) -	2.6009e-1 (3.09e-2) -
		+ / - / =	7/19/1	2/20/5	2/18/7

的测试实例中，DdrEA都取得了最好的结果，而对于5目标的测试实例，DdrEA和RVEA各获得一半最好的结果。为了更加直观的对比，图3给出了各个算法在10目标WFG9上的结果，可以看出DdrEA在该测试实例上平衡收敛性和多样性的能力明显优于对比算法。

综合实验结果和上述分析可知，DdrEA在处理超多目标优化问题时能够很好的平衡收敛性和多样性。DdrEA通过与当前较优的3个超多目标进化算法进行对比，证明了其能够很好的求解超多目标优化问题。

3.3 对比算法在DTLZ上的实验结果

表4汇总了对比算法在DTLZ测试集上获得的HV均值和标准差，并且用黑色字体突出每个测试问题在每一目标上的最好结果。其中，‘+’、‘-’和‘=’

分别表示对比算法获得的结果相较于DdrEA更好、更差和相似。从实验结果可以看出，DdrEA在21个测试实例中获得了8个最好的结果，约占测试实例总数的38%。从实验结果不难得出，DdrEA相较于其它3个超多目标进化算法在解决DTLZ测试集时具有更好的性能，尤其在DTLZ2, DTLZ4和DTLZ7上，DdrEA所展现的性能尤为突出。

DTLZ1具有线性的帕累托前沿，在这个问题上RVEA获得了最好的性能。而DTLZ2-DTLZ4具有凹的帕累托前沿，DdrEA在这3个测试问题上获得了较好的性能，这证明了DdrEA具有较好的处理规则帕累托前沿的能力。DTLZ5-DTLZ6具有断开的帕累托前沿，DdrEA在处理这类退化的帕累托前沿时的性能要比RVEA好，而NSGA-II/AD在这两个测试问题上的性能非常优越，明显优于DdrEA。

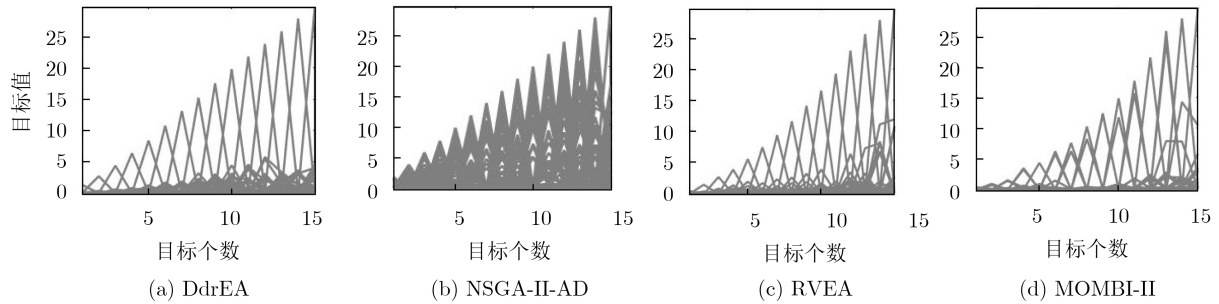


图2 各算法在15目标WFG1问题上获得的结果

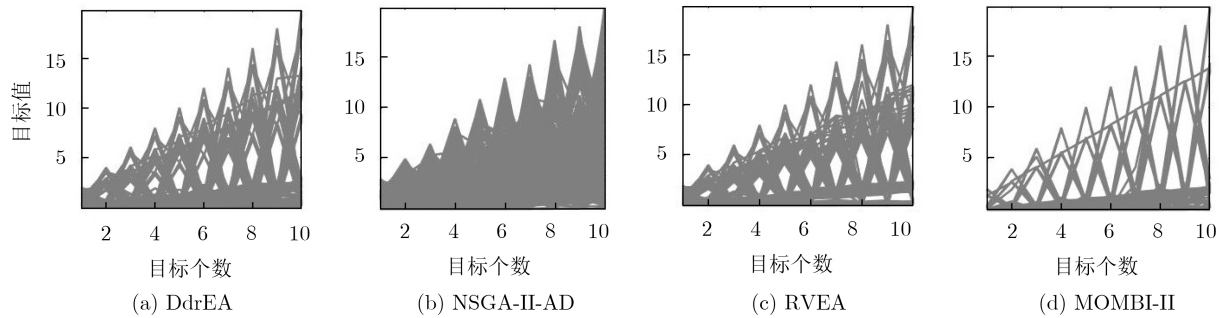


图3 各算法在10目标WFG9问题上获得的结果

表4 各算法在DTLZ测试集上独立运行30次的HV均值和标准差

测试问题	M	DdrEA	NSGA-II/AD	RVEA	MOMBI-II
DTLZ1	5	8.4928e-1 (4.56e-2)	9.0703e-1 (4.42e-3) +	9.7490e-1 (1.72e-4) +	9.7461e-1 (2.59e-4) +
	10	9.8958e-1 (5.26e-3)	9.8084e-1 (1.48e-3) -	9.9968e-1 (1.73e-5) +	9.6198e-1 (3.15e-2) -
	15	9.1625e-1 (6.21e-2)	9.9583e-1 (3.87e-4) +	9.9990e-1 (4.62e-5) +	9.0337e-1 (3.90e-2) -
DTLZ2	5	7.9489e-1 (2.85e-4)	7.1691e-1 (5.66e-3) -	7.9479e-1 (3.56e-4) =	7.9449e-1 (5.39e-4) -
	10	9.7092e-1 (2.45e-4)	9.0347e-1 (4.42e-3) -	9.6974e-1 (1.49e-4) -	9.7085e-1 (2.13e-4) =
	15	9.9160e-1 (1.05e-4)	9.5411e-1 (3.00e-3) -	9.9109e-1 (2.99e-4) -	8.8008e-1 (6.31e-2) -
DTLZ3	5	6.2295e-1 (4.78e-2)	7.1455e-1 (7.51e-3) =	7.9246e-1 (2.06e-3) +	7.9042e-1 (2.58e-3) +
	10	8.8458e-1 (2.77e-2)	8.9986e-1 (5.59e-3) =	9.6952e-1 (3.56e-4) +	8.2910e-1 (9.36e-2) -
	15	7.0985e-1 (5.92e-2)	9.4928e-1 (5.01e-3) +	9.9072e-1 (2.96e-4) +	5.5538e-1 (5.08e-2) -

续表4

测试问题	M	DdrEA	NSGA-II/AD	RVEA	MOMBI-II
DTLZ4	5	7.9479e-1 (4.40e-4)	7.2830e-1 (5.61e-3) -	7.8505e-1 (2.91e-2) =	7.8426e-1 (2.85e-2) -
	10	9.7157e-1 (2.23e-4)	9.1475e-1 (4.07e-3) -	9.6980e-1 (1.53e-4) -	9.7226e-1 (2.24e-3) +
	15	9.9206e-1 (1.14e-4)	9.6070e-1 (2.35e-3) -	9.9076e-1 (1.18e-3) -	9.9044e-1 (1.51e-3) -
DTLZ5	5	1.0799e-1 (3.39e-3)	1.2935e-1 (3.74e-4) +	1.0483e-1 (2.04e-3) -	9.0959e-2 (2.73e-4) -
	10	9.1644e-2 (1.16e-3)	1.0062e-1 (2.77e-4) +	9.0893e-2 (1.10e-4) -	9.1359e-2 (7.19e-4) =
	15	9.1168e-2 (3.89e-4)	9.4858e-2 (3.18e-4) +	9.0648e-2 (3.24e-3) =	9.1206e-2 (3.78e-4) =
DTLZ6	5	1.0371e-1 (5.39e-3)	1.2924e-1 (2.68e-4) +	1.0340e-1 (1.29e-2) =	9.0959e-2 (2.53e-4) -
	10	9.1619e-2 (8.82e-4)	1.0053e-1 (2.70e-4) +	9.1873e-2 (8.07e-4) =	9.2808e-2 (1.11e-3) +
	15	9.1147e-2 (5.02e-4)	9.4877e-2 (2.90e-4) +	8.7721e-2 (1.72e-2) =	9.1664e-2 (5.93e-4) +
DTLZ7	5	2.4710e-1 (5.77e-3)	2.3300e-1 (4.51e-3) -	2.0265e-1 (3.05e-3) -	2.4292e-1 (5.42e-3) -
	10	1.9578e-1 (2.23e-3)	1.9180e-1 (3.40e-3) -	1.4878e-1 (2.05e-2) -	1.5877e-1 (1.00e-2) -
	15	1.6487e-1 (4.21e-3)	1.5882e-1 (5.21e-3) -	5.8918e-2 (5.77e-2) -	1.2108e-1 (1.74e-3) -
		+ / - / =	9/10/2	6/9/6	5/13/3

DTLZ7具有断开的帕累托前沿, DdrEA的性能明显优于3个对比算法。

此外, 算法不可能在每个测试问题上都优于对比算法, 从实验结果可以看出, NSGA-II/AD在DTLZ5和DTLZ6上的性能明显优于3个对比算法, 而RVEA在DTLZ1和DTLZ3上的性能非常优越。综合实验结果和上述分析可知, DdrEA在求解超多目标优化问题时展现出良好的性能。

4 结束语

为了在处理超多目标优化问题时能够更好地平衡种群的收敛性和多样性, 本文提出了一个基于分解和支配关系的超多目标进化算法。首先, 算法利用分解方法把整个种群分解为一组子种群; 然后, 在每个子种群内, 引入了角度支配准则以制定适应度计算方法, 从而在每个子种群内挑选出精英来指导整个种群进化。通过实验证明了DdrEA在求解超多目标优化问题时能够很好的平衡收敛性和多样性。当然, 角度支配准则如何进一步发展以应用于融合算法仍然是未来工作的一个方向。

参考文献

- [1] ZHOU Aimin, QU Boyang, LI Hui, *et al.* Multiobjective evolutionary algorithms: A survey of the state of the art[J]. *Swarm and Evolutionary Computation*, 2011, 1(1): 32–49. doi: [10.1016/j.swevo.2011.03.001](https://doi.org/10.1016/j.swevo.2011.03.001).
- [2] 赖文星, 邓忠民, 张鑫杰. 基于多目标优化NSGA2改进算法的结构动力学模型确认[J]. *计算力学学报*, 2018, 35(6): 669–674. doi: [10.7511/jslx20170828004](https://doi.org/10.7511/jslx20170828004). LAI Wenxing, DENG Zhongmin, and ZHANG Xinjie. Structural dynamics model validation based on NSGA2 improved algorithm[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2018, 35(6): 669–674. doi: [10.7511/jslx20170828004](https://doi.org/10.7511/jslx20170828004).
- [3] LI Bingdong, LI Jinlong, TANG Ke, *et al.* Many-objective evolutionary algorithms: A survey[J]. *ACM Computing Surveys*, 2015, 48(1): 1–35. doi: [10.1145/2792984](https://doi.org/10.1145/2792984).
- [4] HE Zhenan, YEN G G, and ZHANG Jun. Fuzzy-based Pareto optimality for many-objective evolutionary algorithms[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2014, 18(2): 269–285. doi: [10.1109/TEVC.2013.2258025](https://doi.org/10.1109/TEVC.2013.2258025).
- [5] YANG Shengxiang, LI Miqing, LIU Xiaohui, *et al.* A grid-based evolutionary algorithm for many-objective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2013, 17(5): 721–736. doi: [10.1109/TEVC.2012.2227145](https://doi.org/10.1109/TEVC.2012.2227145).
- [6] ZHANG Qingfu and LI Hui. MOEA/D: A multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2007, 11(6): 712–731. doi: [10.1109/TEVC.2007.892759](https://doi.org/10.1109/TEVC.2007.892759).
- [7] 郑金华, 喻果, 贾月. 基于权重迭代的偏好多目标分解算法解决参考点对算法影响的研究[J]. *电子学报*, 2016, 44(1): 67–76. doi: [10.3969/j.issn.0372-2112.2016.01.011](https://doi.org/10.3969/j.issn.0372-2112.2016.01.011). ZHENG Jinhua, YU Guo, and JIA Yue. Research on MOEA/D based on user-preference and alternate weight to solve the effect of reference point on multi-objective algorithms[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2016, 44(1): 67–76. doi: [10.3969/j.issn.0372-2112.2016.01.011](https://doi.org/10.3969/j.issn.0372-2112.2016.01.011).
- [8] BADER J and ZITZLER E. HypE: An algorithm for fast hypervolume-based many-objective optimization[J]. *Evolutionary Computation*, 2011, 19(1): 45–76. doi: [10.1162/EVCO_a_00009](https://doi.org/10.1162/EVCO_a_00009).
- [9] CHENG Ran, JIN Yaochu, OLHOFFER M, *et al.* A reference vector guided evolutionary algorithm for many-objective

- optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2016, 20(5): 773–791. doi: [10.1109/TEVC.2016.2519378](https://doi.org/10.1109/TEVC.2016.2519378).
- [10] LIU Yuan, ZHU Ningbo, LI Kenli, *et al.* An angle dominance criterion for evolutionary many-objective optimization[J]. *Information Sciences*, 2020, 509: 376–399. doi: [10.1016/J.INS.2018.12.078](https://doi.org/10.1016/J.INS.2018.12.078).
- [11] HUBAND S, HINGSTON P, BARONE L, *et al.* A review of multiobjective test problems and a scalable test problem toolkit[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2006, 10(5): 477–506. doi: [10.1109/TEVC.2005.861417](https://doi.org/10.1109/TEVC.2005.861417).
- [12] DEB K, THIELE L, LAUMANN S M, *et al.* Scalable Test Problems for Evolutionary Multiobjective Optimization[M]. ABRAHAM A, JAIN L, and GOLDBERG R. *Evolutionary Multiobjective Optimization*. London: Springer, 2005: 105–145. doi: [10.1007/1-84628-137-7_6](https://doi.org/10.1007/1-84628-137-7_6).
- [13] HERNÁNDEZ GÓMEZ R and COELLO COELLO C A. Improved metaheuristic based on the r2 indicator for many-objective optimization[C]. 2015 Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation. New York, USA: ACM, 2015: 679–686. doi: [10.1145/2739480.2754776](https://doi.org/10.1145/2739480.2754776).
- [14] DEB K. Multi-objective Optimisation Using Evolutionary Algorithms: An Introduction[M]. WANG L H, NG A H C, and DEB K. *Multi-Objective Evolutionary Optimisation for Product Design and Manufacturing*. London: Springer, 2011: 3–34. doi: [10.1007/978-0-85729-652-8_1](https://doi.org/10.1007/978-0-85729-652-8_1).
- [15] DEB K and GOYAL M. A combined genetic adaptive search (GeneAS) for engineering design[J]. *Journal of Computer Science and Informatics*, 1996, 26: 30–45.
- 赵 辉：女，1980年生，教授，博士生导师，研究方向为深空光通信、信号理论与信息处理、信号与图像处理。
- 王天龙：男，1994年生，硕士，研究方向为信号与图像处理、进化计算、多目标优化。
- 刘衍舟：男，1994年生，硕士，研究方向为信号与图像处理。
- 黄 橙：男，1993年生，硕士，研究方向为信号与图像处理。
- 张天骐：男，1971年生，教授，博士生导师，研究方向为无线通信的智能信号处理、通信抗干扰和信息对抗。

责任编辑：阮 望