

# 一种改进的广义循环相关熵时延估计方法

邱天爽<sup>\*①</sup> 刘浩<sup>①</sup> 张家成<sup>①</sup> 李景春<sup>②</sup> 李蓉<sup>②</sup>

<sup>①</sup>(大连理工大学电子信息与电气工程学部 大连 116024)

<sup>②</sup>(国家无线电监测中心 北京 100037)

**摘要:** 针对同频带干扰及脉冲噪声并存的复杂电磁环境下现有时延估计算法性能退化的问题, 该文引入双曲正切函数, 提出一种改进的广义循环相关熵时延估计(HTGCCE)算法。首先指出脉冲噪声存在时广义循环相关熵算法的优势及性能退化的原因。然后利用双曲正切函数对其进行改进, 以提高算法在脉冲噪声下的时延估计性能。仿真实验表明, 提出的算法在脉冲噪声的特征指数较小、信噪比较低及信干比较低时仍保持很好的时延估计性能。  
**关键词:** 信号处理; 时延估计; 脉冲噪声; 循环相关熵; 同频带干扰

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2021)02-0255-08

DOI: 10.11999/JEIT200142

## An Improved Time Delay Estimation Method Based on Generalized Cyclic Correntropy

QIU Tianshuang<sup>①</sup> LIU Hao<sup>①</sup> ZHANG Jiacheng<sup>①</sup> LI Jingchun<sup>②</sup> LI Rong<sup>②</sup>

<sup>①</sup>(Faculty of Electronic Information and Electrical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

<sup>②</sup>(State Radio Monitoring Center, Beijing 100037, China)

**Abstract:** In complex electromagnetic environment, due to the impact of co-channel interference and impulsive noise, the performance of existing time delay estimation algorithms degrade severely. In this paper, an improved Generalized Cyclic Correntropy time delay Estimation (HTGCCE) algorithm is proposed by using the Hyperbolic Tangent function to address this degradation problem. Firstly, the performance degradation of generalized cyclic correntropy method is thoroughly analyzed and explained in impulsive noise. Then, based on the hyperbolic tangent function, an improved generalized cyclic correntropy method is proposed to improve the delay estimation performance under impulsive noise. Finally, the simulation results show that the proposed time delay estimation algorithm has an outstanding performance in impulsive noise, even with small characteristic component and low generalized signal-to-noise ratio.

**Key words:** Signal processing; Time delay estimation; Impulsive noise; Cyclic correntropy; Co-channel interference

### 1 引言

信号时延估计(Time Delay Estimation, TDE)在无线电监测及目标定位等领域发挥着重要作用。传统TDE算法大多是基于2阶或高阶统计量的, 尽管在高斯噪声下这些方法可以表现出优良的性能, 但在同频带干扰及脉冲噪声并存的复杂电磁环境下, 其性能会显著下降。因此, 研究TDE新算法

显得尤为重要。

研究表明, 在雷达、声呐和通信等信号处理问题中, 许多信号的某些统计特性往往随时间按周期或多周期规律变化, 即具有循环平稳性<sup>[1]</sup>。利用信号的循环平稳性可消除时延估计中的同频带干扰现象。Gardner等人<sup>[2,3]</sup>提出的一系列基于信号循环平稳性的TDE方法, 在同频带干扰存在时表现出良好的性能。

在实际应用中, 电磁、雷电等自然或人为因素的干扰, 可能会导致噪声在极短时间内呈现出极强的脉冲性, 称为脉冲噪声, 常用Alpha稳定分布描述<sup>[4]</sup>。Alpha稳定分布可通过对参数的选择来描述不同程度、对称或不对称的脉冲噪声<sup>[5]</sup>。为了解决

收稿日期: 2020-03-03; 改回日期: 2020-08-25; 网络出版: 2020-11-19

\*通信作者: 邱天爽 qiutsh@dlut.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(61671105, 61172108)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61671105, 61172108)

2阶或高阶统计量在脉冲噪声下不收敛的问题,文献中提出了一系列基于分数低阶统计量的TDE方法,例如FLOC<sup>[6]</sup>(Fractional Lower-Order Covariance), FLOS-PHAT<sup>[7]</sup>(FLOS PHAse Transform)以及最小p范数法<sup>[8]</sup>等。但基于分数低阶统计量的方法对噪声先验知识有一定的依赖性。作为通用的相似性度量工具,相关熵理论可以同时反映信号的时间结构和统计特性<sup>[9]</sup>,具有更强的抑制脉冲噪声的能力,且不依赖于噪声的先验知识,故其逐渐成为消除脉冲噪声影响的主要方法。

循环相关熵方法<sup>[10,11]</sup>既可以抑制脉冲噪声,也可以消除同频带干扰的影响。文献<sup>[12-17]</sup>在原有基础上进一步丰富了循环相关熵的理论<sup>[12,13]</sup>与应用<sup>[14-17]</sup>。其中,文献<sup>[16,17]</sup>将循环相关熵应用于TDE中,具有较好的性能。文献<sup>[16]</sup>利用广义高斯核函数<sup>[18]</sup>替代循环相关熵中的高斯核函数,提出一种基于广义循环相关熵的TDE算法。该算法在脉冲性较强时仍可获得较好的估计效果,但广义高斯核函数的参数确定较繁琐,会影响算法的效率。文献<sup>[17]</sup>则是在相关熵的基础上,进一步将广义相关熵与循环统计量结合,提出另一种形式的广义循环相关熵,并通过仿真验证了该算法在同频带干扰及脉冲噪声并存下的有效性。该算法的优势是效率较高,无需计算广义高斯核的相关参数,但其性能会随脉冲噪声特征指数的减小而衰退。

为解决上述算法在强脉冲噪声下性能衰退的问题,受文献<sup>[19-23]</sup>利用有界非线性函数(Bounded Non-linear Function, BNF)处理脉冲噪声的启发,本文利用双曲正切函数作为有界非线性函数对基于广义循环相关熵<sup>[17]</sup>的方法进行改进,提出一种改进的广义循环相关熵时延估计(HTGCCE)算法,并通过实验表明该算法在强脉冲噪声及同频带干扰并存条件下具有很好的时延估计性能。

## 2 背景

### 2.1 Alpha稳定分布

描述脉冲噪声最常用的模型是Alpha稳定分布,由于其没有统一的、封闭的概率密度函数,故常用式(1)所示的特征函数进行描述

$$\phi(t) = \exp \{j\alpha t - \gamma|t|^\alpha [1 + j\beta \operatorname{sgn}(t)\omega(t, \alpha)]\} \quad (1)$$

式中,  $0 < \alpha \leq 2$ 为特征指数,度量概率密度函数拖尾的厚度,当 $\alpha = 2$ 时,Alpha稳定分布与高斯分布一致;  $-1 \leq \beta \leq 1$ 为对称参数,当 $\beta = 0$ 时,称为对称Alpha稳定分布(记为SaS);  $-\infty < a < \infty$ 为位置参数;  $\gamma > 0$ 为分散系数。

### 2.2 TDE估计的信号模型

当脉冲噪声及同频干扰同时存在时,设TDE算法的信号模型为

$$x(t) = s(t) + w(t) + n_1(t) \quad (2)$$

$$y(t) = s(t - D_1) + w(t - D_2) + n_2(t) \quad (3)$$

式中,  $x(t)$ 与 $y(t)$ 分别为两个接收机的接收信号,目标信号 $s(t)$ 为具有循环平稳特性的调制信号;  $n_1(t)$ 与 $n_2(t)$ 为脉冲噪声;  $w(t)$ 是与 $s(t)$ 具有不同循环频率的同频带干扰信号;  $D_1$ 与 $D_2$ 分别为目标信号 $s(t)$ 与同频带干扰信号 $w(t)$ 的时延值。假设 $s(t)$ ,  $w(t)$ ,  $n_1(t)$ 和 $n_2(t)$ 均为零均值且相互独立。

### 2.3 双曲正切函数

双曲正切函数 $\tanh$ 的解析形式为双曲正弦函数( $\sinh$ )与双曲余弦函数( $\cosh$ )的比值

$$g(x) = \tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \quad (4)$$

双曲正切函数在实数域内为单调递增的奇函数,且其在 $x \in (-0.5, 0.5)$ 内近似线性;另外,双曲正切函数具有有界性,其值域范围为 $\tanh x \in (-1, 1)$ 。当信号值超出近似线性区域后,利用双曲正切函数进行幅度压缩,从而保证信号经过该函数处理后始终有界。

## 3 改进的广义循环相关熵时延估计方法

### 3.1 现有广义循环相关熵时延估计方法的局限性

文献<sup>[17]</sup>提出了一种广义循环互相关熵函数 $U_{xy}(\varepsilon, \tau)$ ,定义为

$$U_{xy}(\varepsilon, \tau) = \langle \kappa_\sigma(x(t) - y(t + \tau)) x(t) y(t + \tau) e^{-j2\pi\varepsilon t} \rangle_t \quad (5)$$

式中,  $\kappa_\sigma(\cdot)$ 为高斯核函数,其表达式为

$$\kappa_\sigma(\cdot) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(\cdot)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (6)$$

式中,  $\sigma$ 为核长。

由文献<sup>[17]</sup>知,这种广义循环互相关熵算法适用于在中等脉冲噪声下的应用,例如 $\alpha = 1.4$ 且广义信噪比GSNR为-3 dB的情况。而当信号环境更加恶劣,即特征指数或广义信噪比进一步降低时,该算法性能的衰退会导致时延估计误差明显增加。另外,该算法并未分析验证信号与同频干扰具有相同载频不同波特率情况下的效果,即尚未表明算法抑制同频带干扰的能力。

### 3.2 改进的广义循环相关熵函数的定义及性质

为解决上述算法存在的问题,本文利用双曲正切函数作为有界非线性函数<sup>[24]</sup>对 $x(t)y(t + \tau)$ 进行幅度压缩,使其乘积在脉冲噪声存在时始终有界,进而提升算法抑制脉冲噪声的能力。

**定义1** 改进的广义自相关熵函数：对于循环平稳信号 $x(t)$ ，改进的广义自相关熵函数定义为

$$V_x(t, \tau) = E[\kappa_\sigma(x(t) - x(t + \tau))g_x(t, \tau)] \quad (7)$$

式中， $g_x(t, \tau)$ 为

$$g_x(t, \tau) = \tanh(x(t)x(t + \tau)) \quad (8)$$

考虑改进的广义自相关熵函数 $V_x(t, \tau)$ 为周期函数，可将其写为傅里叶级数的形式

$$V_x(t, \tau) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} C_x(\varepsilon, \tau) e^{j2\pi\varepsilon t} \quad (9)$$

式中

$$C_x(\varepsilon, \tau) = \langle \kappa_\sigma(x(t) - x(t + \tau))g_x(t, \tau) e^{-2j\pi\varepsilon t} \rangle_t \quad (10)$$

称为改进的广义循环自相关熵函数， $\varepsilon = m/T_0$ 为循环频率， $m$ 为正整数； $\langle \cdot \rangle_t = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} (\cdot) dt$ 用来求时间平均。

**定义2** 改进的广义循环互相关熵函数：设两循环平稳信号 $x(t)$ 与 $y(t)$ ，二者循环频率相同，则定义 $x(t)$ 和 $y(t)$ 的改进的广义循环互相关熵函数 $C_{xy}(\varepsilon, \tau)$ 为

$$C_x(\varepsilon, k) = \frac{1}{M - |k|} \sum_{n=0}^{M-|k|-1} \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x(n) - x(n+k))^2}{2\sigma^2}} \tanh(x(n)x(n+k)) e^{-2j\pi\varepsilon n} \right], \quad |k| \leq M - 1 \quad (14)$$

$$C_{xy}(\varepsilon, k) = \frac{1}{M - |k|} \sum_{n=0}^{M-|k|-1} \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x(n) - y(n+k))^2}{2\sigma^2}} \tanh(x(n)y(n+k)) e^{-2j\pi\varepsilon n} \right], \quad |k| \leq M - 1 \quad (15)$$

又因为

$$\begin{aligned} |C_x(\varepsilon, -k)| &= \left| \frac{1}{M - |k|} \sum_{n=0}^{M-|k|-1} \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x(n) - x(n-k))^2}{2\sigma^2}} \tanh(x(n)x(n-k)) e^{-2j\pi\varepsilon n} \right] \right| \\ &= \begin{cases} \left| \frac{1}{M - k} \sum_{n=0}^{M-k-1} \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x(n+k) - x(n))^2}{2\sigma^2}} \tanh(x(n+k)x(n)) e^{-2j\pi\varepsilon n} \right] \right|, & k \geq 0 \\ \left| \frac{1}{M + k} \sum_{n=0}^{M+k-1} \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x(n) - x(n-k))^2}{2\sigma^2}} \tanh(x(n)x(n-k)) e^{-2j\pi\varepsilon n} \right] \right|, & k < 0 \end{cases} \\ &= |C_x(\varepsilon, k)| \end{aligned} \quad (16)$$

同理，结合式(13)可推得

$$|C_{xy}(\varepsilon, D_1 - k)| = |C_{xy}(\varepsilon, D_1 + k)| \quad (17)$$

类比文献[3,16]可知，对于BPSK信号，欲在峰值处获得时延值，需进一步计算 $|C_x(\varepsilon, k)|$ 及 $|C_{xy}(\varepsilon, k)|$ 的互相关

$$C_{xy}(\varepsilon, \tau) = \langle \kappa_\sigma(x(t) - y(t + \tau))g_{xy}(t, \tau) e^{-2j\pi\varepsilon t} \rangle_t \quad (11)$$

式中， $\varepsilon$ 为目标信号的循环频率， $g_{xy}(t, \tau)$ 为

$$g_{xy}(t, \tau) = \tanh(x(t)y(t + \tau)) \quad (12)$$

**命题** 若两循环平稳信号 $x(t)$ 与 $y(t)$ 满足 $y(t) = x(t - D_1)$ ，则 $C_{xy}(\varepsilon, \tau) = C_x(\varepsilon, \tau - D_1)$ 。

**证明** 由式(11)有

$$\begin{aligned} C_{xy}(\varepsilon, \tau) &= \langle \kappa_\sigma(x(t) - y(t + \tau)) \tanh(x(t) \cdot y(t + \tau)) e^{-2j\pi\varepsilon t} \rangle_t \\ &= \langle \kappa_\sigma(x(t) - x(t + \tau - D_1)) \tanh(x(t) \cdot x(t + \tau - D_1)) e^{-2j\pi\varepsilon t} \rangle_t \\ &= \langle \kappa_\sigma(x(t) - x(t + (\tau - D_1))) \tanh(x(t) \cdot x(t + (\tau - D_1))) e^{-2j\pi\varepsilon t} \rangle_t \\ &= C_x(\varepsilon, \tau - D_1) \end{aligned} \quad (13)$$

证毕

### 3.3 改进的广义循环相关熵时延估计方法

假设 $x(t)$ 与 $y(t)$ 均包含 $M$ 个采样点，即 $\{x(n)\}_{n=0}^{M-1}$ 和 $\{y(n)\}_{n=0}^{M-1}$ ，这时，可将离散形式的改进的广义循环自相关熵函数 $C_x(\varepsilon, k)$ 与改进的广义循环互相关熵函数 $C_{xy}(\varepsilon, k)$ 分别写为

$$B_{xy}(\varepsilon, e) = \sum_{k=-M}^M |C_x(\varepsilon, k)| |C_{xy}(\varepsilon, k - e)| \quad (18)$$

得到时延估计值为

$$\hat{D}_1 = \arg \max_e \{B_{xy}(\varepsilon, e)\} \quad (19)$$

#### 4 算法性能分析及计算机仿真

将本文基于改进的广义循环相关熵的TDE算法记为HTGCCE, 3种对比算法分别为基于循环统计量的TDE算法, 记为FLOCC<sup>[25]</sup>, 基于广义循环相关熵的TDE算法, 记为GCCE1<sup>[17]</sup>, 基于广义高斯核相关熵的TDE算法, 记为GCCE2<sup>[16]</sup>。由于GCCE1与GCCE2算法在估计时延时只求得了 $C_{xy}(\varepsilon, k)$ , 为保证实验条件的一致性, 后文实验中, 均在GCCE1与GCCE2算法基础上进一步计算式(18)与式(19)。

##### 4.1 算法复杂度分析

本文HTGCCE算法主要由两个环节构成, 即计算 $C_{xy}(\varepsilon, k)$ 与 $C_x(\varepsilon, k)$ 环节, 和进一步计算 $|C_x(\varepsilon, k)|$ 与 $C_{xy}(\varepsilon, k)$ 的互相关环节。其中, 第1环节中 $C_{xy}(\varepsilon, k)$ 与 $C_x(\varepsilon, k)$ 的计算复杂度均为 $O(M^2)$ ,  $M$ 为信号采样点数, 二者合起来为 $O(2M^2)$ 。第2环节中关于互相关的计算复杂度为 $O(4M^2)$ 。这样, 本文算法总的计算复杂度为 $O(6M^2)$ 。作为对比的3种算法, 其计算复杂度也均为 $O(6M^2)$ 。由此可见, 本文HTGCCE算法的计算复杂度与对比算法的相同。由后面的仿真实验可见, 本文算法抑制脉冲噪声的能力更强, 时延估计的性能更好。

##### 4.2 计算机仿真及结果分析

本节设置了3组实验来讨论所提算法的适用环境、比较各算法的时延估计性能以及探讨影响时延估计性能的因素。且使用时延估计正确率 $P_a$ 来衡量时延估计算法的性能,  $P_a$ 的定义为

$$P_a = \frac{N_c}{N} \times 100\% \quad (20)$$

式中,  $N_c$ 表示估计正确的次数;  $N$ 为蒙特卡洛实验次数, 后文计算 $P_a$ 时均将 $N$ 设为500。

在后文实验中, 若不特别说明, 均对HTGCCE, FLOCC, GCCE1及GCCE2共4种算法进行仿真。

实验条件设置为: 目标信号为BPSK信号, 载波频率为 $f_1 = 100$  Hz, 波特率为 $f_{d1} = 40$  Baud, 时延为 $D_1 = 45$ 个采样间隔; 同频带干扰信号也设为BPSK信号, 载波频率为 $f_2 = f_1 = 100$  Hz, 波特率为 $f_{d2} = 50$  Baud, 时延为 $D_2 = 65$ 个采样间隔; 采样频率设为 $f_s = 1000$  Hz; 高斯核函数的核长设置为 $\sigma = 1$ ; 循环频率设为目标信号的波特率值, 即 $\varepsilon = f_{d1} = 40$  Hz; 信干比设为0 dB; 广义信噪比GSNR设为-7 dB; 脉冲噪声的特征指数设为 $\alpha = 1.2$ ; 且均假设脉冲噪声服从SaS分布, 并设 $a = 0$ ; FLOCC的两个系统阶数均设为 $\alpha/2 - 0.02$ ; 定义广义信噪比为

$$\text{GSNR} = 10 \lg \left( \frac{P_s}{\gamma} \right) \text{ (dB)} \quad (21)$$

式中,  $P_s$ 为信号功率。

##### (1) 算法适用环境的讨论

###### 实验1 HTGCCE算法提取目标信号的能力。

实验中, 设定循环频率范围为 $\varepsilon \in [1, 120]$  Hz。由于信号的循环平稳性可将具有不同循环频率的信号进行分离, 故图1中, 当 $\varepsilon = 40$  Hz时, 时延估计的峰值在45处; 当 $\varepsilon = 50$  Hz时, 峰值处的时延值为65。因此, 图1可表明HTGCCE算法具有提取目标信号的能力。

###### 实验2 HTGCCE算法在各信号环境下的普适性。

图2中各信号环境下的时延估计正确率均会随

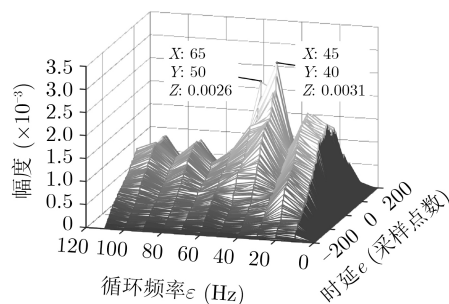
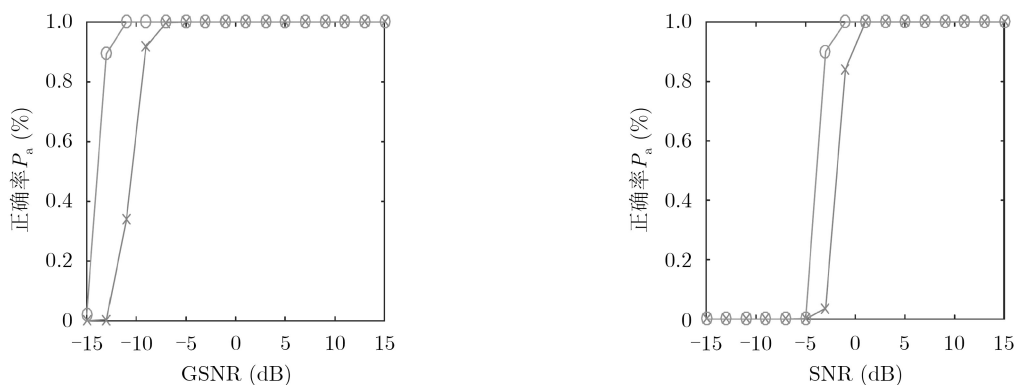


图1 不同循环频率下HTGCCE算法的时延估计图



(a) 脉冲噪声存在时, 广义信噪比GSNR对算法性能的影响  
 (b) 高斯噪声存在时, 信噪比SNR对算法性能的影响

图2 不同信号环境下HTGCCE算法的时延估计性能比较

信噪比(广义信噪比)的增大而提升,且信号环境中无同频带干扰的正确率高于有同频带干扰的正确率。

综上可知,HTGCCE算法在同频带干扰及脉冲噪声并存的复杂电磁环境下效果较好,且即使某些信号环境中不存在脉冲噪声或同频带干扰信号,该算法仍具有较高的时延估计正确率。

(2) 各算法时延估计性能的比较

**实验3** 不同特征指数、广义信噪比GSNR及信干比下各算法性能的比较。其中,图3(a)中广义信噪比GSNR  $\in [-15, 15]$  dB,当GSNR = -9 dB时,HTGCCE的正确率较GCCE2提升了40%;图3(b)中特征指数  $\alpha \in [0.7, 1.7]$ ,在极端条件  $\alpha = 0.7$ 时,

HTGCCE较GCCE2的正确率提升了80%;图3(c)中信号干比为-5~15 dB,从图可知,GCCE1算法表现出了良好的韧性,但HTGCCE的正确率随信干比的增大而迅速提升,且相对于GCCE1,GCCE2正确率最大提升达20%。综上可知,本文所提HTGCCE算法较其余3种算法性能更优、韧性更强,且在极端实验条件下也具有良好的时延估计性能。

(3) 影响时延估计性能因素的探讨

**实验4** 特征指数、广义信噪比GSNR及信干比对时延估计性能影响的分析。图4中,广义信噪比GSNR  $\in [-15, 15]$  dB,特征指数  $\alpha \in [0.7, 1.7]$ 。GSNR一定时,4种算法的正确率均随 $\alpha$ 的增大而提

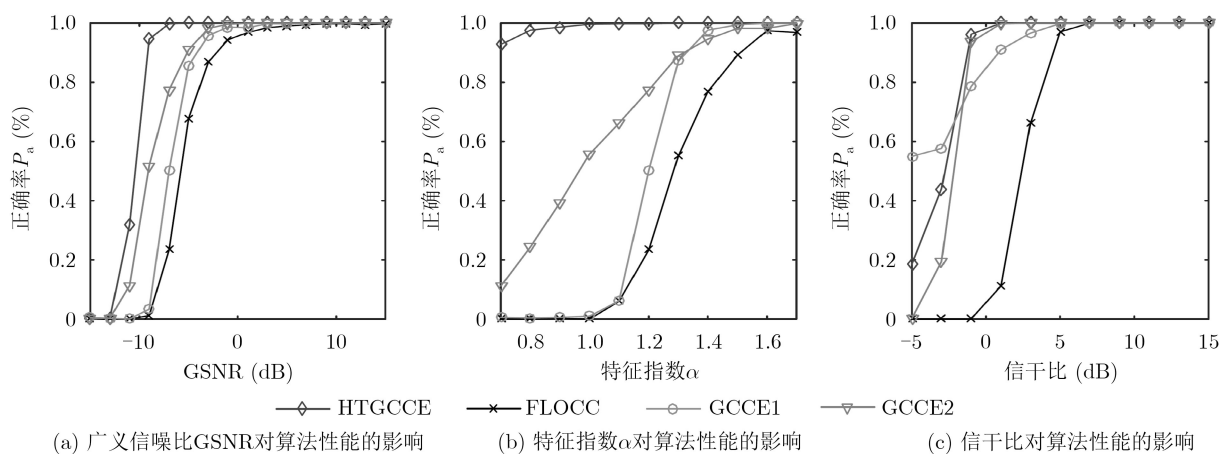


图3 不同特征指数、广义信噪比GSNR及信干比下各算法性能的比较

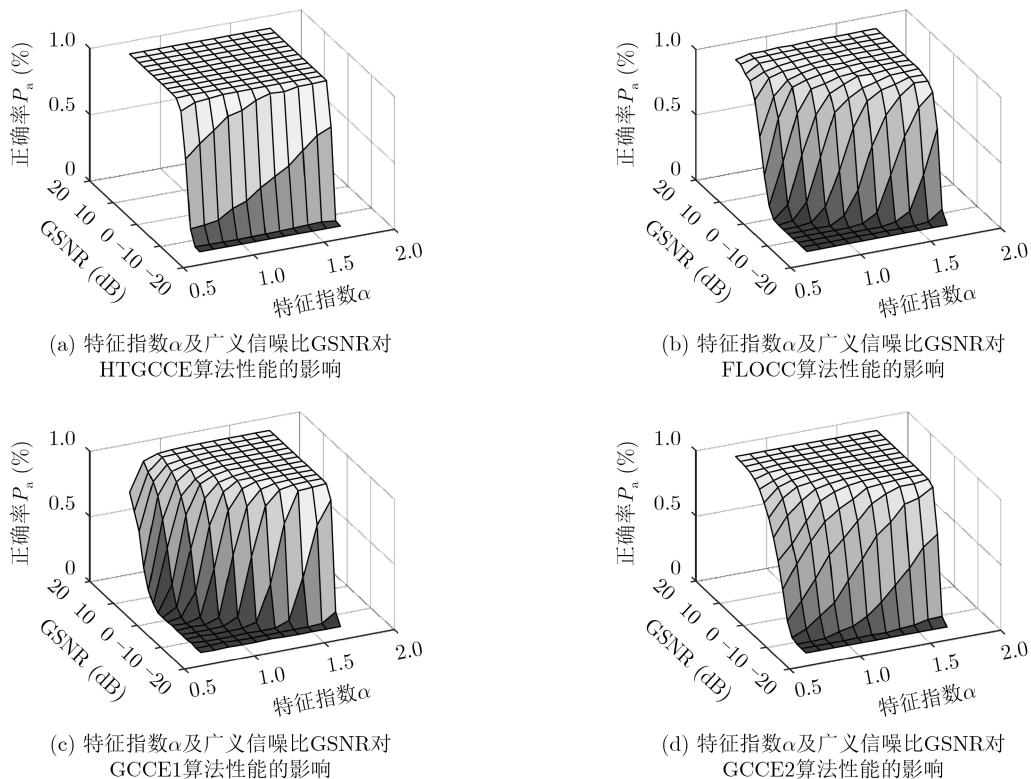


图4 各算法时延估计性能随特征指数及广义信噪比变化图

高,且当GSNR升至 $-11$  dB时,HTGCCE算法的正确率已接近100%,高于其余算法。同理, $\alpha$ 一定时,4种算法的正确率也随着GSNR的增大而上升,且HTGCCE的正确率随GSNR的增大迅速升至100%,明显快于其它算法。图5中,广义信噪比设为 $\text{GSNR} \in [-15, 15]$  dB,信干比的变化范围为 $-5 \sim 15$  dB。当GSNR小于 $-9$  dB时,HTGCCE与GCCE2的正确率随信干比的增大而提升,且HTGCCE上升速度快于GCCE2。而GCCE1与

FLOCC的正确率始终较小,基本不随信干比的变化而变化;当信干比大于 $-9$  dB时,HTGCCE与GCCE1即使在信干比较低时也可获得较高的正确率,时延估计性能明显优于其余算法。

综上可知,在同频带干扰及脉冲噪声同时存在的复杂电磁环境中,各算法的时延估计性能均会受到信干比、广义信噪比及特征指数的影响。且本文所提HTGCCE算法在各实验条件下均可得到较高的时延估计正确率,具有良好的韧性。

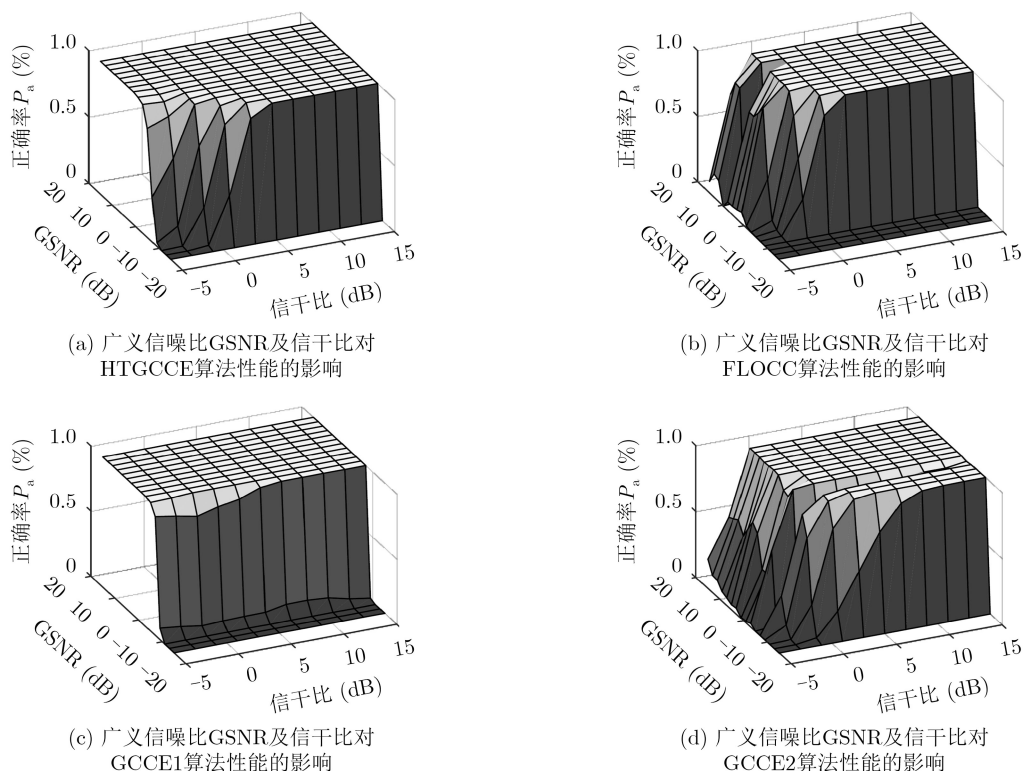


图5 各算法时延估计性能随广义信噪比及信干比变化图

## 5 结论

复杂电磁环境的影响会导致时延估计值误差过大。为改善时延估计算法在通频带干扰和脉冲噪声并存条件下的性能,本文在广义循环相关熵法的基础上,利用双曲正切函数对 $x(t)y(t+\tau)$ 进行幅度压缩,进一步提高脉冲噪声特征指数较小时算法的时延估计性能。仿真实验表明,虽然GCCE1及GCCE2在某些特定条件下也具有较好的时延估计性能,但在信噪比、信干比以及脉冲噪声特征指数均较小时,本文提出的HTGCCE明显优于其他算法。且HTGCCE受特征指数及信干比的影响较小,可以在较低信噪比的环境下获得较好的时延估计结果。

## 参考文献

- [1] GARDNER W A, NAPOLITANO A, and PAURA L. Cyclostationarity: Half a century of research[J]. *Signal Processing*, 2006, 86(4): 639-697. doi: [10.1016/j.sigpro.2005.06.016](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2005.06.016).
- [2] GARDNER W A and CHEN C K. Signal-selective time-difference-of-arrival estimation for passive location of man-made signal sources in highly corruptive environments. I. Theory and method[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1992, 40(5): 1168-1184. doi: [10.1109/78.134479](https://doi.org/10.1109/78.134479).
- [3] CHEN C K and GARDNER W A. Signal-selective time-difference of arrival estimation for passive location of man-made signal sources in highly corruptive environments. II. Algorithms and performance[J]. *IEEE Transactions on*

- Signal Processing*, 1992, 40(5): 1185–1197. doi: [10.1109/78.134480](https://doi.org/10.1109/78.134480).
- [4] 马济通, 邱天爽, 李蓉, 等. 脉冲噪声下基于Renyi熵的分数低阶双模盲均衡算法[J]. *电子与信息学报*, 2018, 40(2): 378–385. doi: [10.11999/JEIT170366](https://doi.org/10.11999/JEIT170366).
- MA Jitong, QIU Tianshuang, LI Rong, *et al.* Dual-mode blind equalization algorithm based on Renyi entropy and fractional lower order statistics under impulsive noise[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2018, 40(2): 378–385. doi: [10.11999/JEIT170366](https://doi.org/10.11999/JEIT170366).
- [5] 邱天爽, 郭莹. 信号处理与数据分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 2015: 368–374.
- QIU Tianshuang and GUO Ying. *Signal Processing and Data Analysis*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2015: 368–374.
- [6] MA Xinyu and NIKIAS C L. Joint estimation of time delay and frequency delay in impulsive noise using fractional lower order statistics[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1996, 44(11): 2669–2687. doi: [10.1109/78.542175](https://doi.org/10.1109/78.542175).
- [7] GEORGIU P G, TSAKALIDES P, and KYRIAKAKIS C. Alpha-stable modeling of noise and robust time-delay estimation in the presence of impulsive noise[J]. *IEEE Transactions on Multimedia*, 1999, 1(3): 291–301. doi: [10.1109/6046.784467](https://doi.org/10.1109/6046.784467).
- [8] ZENG Wenjun, SO H C, and ZOUBIR A M. An  $\ell_p$ -norm minimization approach to time delay estimation in impulsive noise[J]. *Digital Signal Processing*, 2013, 23(4): 1247–1254. doi: [10.1016/j.dsp.2013.03.013](https://doi.org/10.1016/j.dsp.2013.03.013).
- [9] YU Ling, QIU Tianshuang, and SONG Aimin. A time delay estimation algorithm based on the weighted correntropy spectral density[J]. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 2017, 36(3): 1115–1128. doi: [10.1007/s00034-016-0347-y](https://doi.org/10.1007/s00034-016-0347-y).
- [10] LUAN Shengyang, QIU Tianshuang, ZHU Yongjie, *et al.* Cyclic correntropy and its spectrum in frequency estimation in the presence of impulsive noise[J]. *Signal Processing*, 2016, 120: 503–508. doi: [10.1016/j.sigpro.2015.09.023](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2015.09.023).
- [11] 邱天爽. 相关熵与循环相关熵信号处理研究进展[J]. *电子与信息学报*, 2020, 42(1): 105–118. doi: [10.11999/JEIT190646](https://doi.org/10.11999/JEIT190646).
- QIU Tianshuang. Development in signal processing based on correntropy and cyclic correntropy[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2020, 42(1): 105–118. doi: [10.11999/JEIT190646](https://doi.org/10.11999/JEIT190646).
- [12] FONTES A I R, REGO J B A, DE M. MARTINS A, *et al.* Cyclostationary correntropy: Definition and applications[J]. *Expert Systems with Applications*, 2017, 69: 110–117. doi: [10.1016/j.eswa.2016.10.029](https://doi.org/10.1016/j.eswa.2016.10.029).
- [13] LIU Tao, QIU Tianshuang, and LUAN Shengyang. Cyclic correntropy: Foundations and theories[J]. *IEEE Access*, 2018, 6: 34659–34669. doi: [10.1109/ACCESS.2018.2847346](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2018.2847346).
- [14] MA Jitong and QIU Tianshuang. Automatic modulation classification using cyclic correntropy spectrum in impulsive noise[J]. *IEEE Wireless Communications Letters*, 2019, 8(2): 440–443. doi: [10.1109/lwc.2018.2875001](https://doi.org/10.1109/lwc.2018.2875001).
- [15] ZHANG Jinfeng, QIU Tianshuang, SONG Aimin, *et al.* A novel correntropy based DOA estimation algorithm in impulsive noise environments[J]. *Signal Processing*, 2014, 104: 346–357. doi: [10.1016/j.sigpro.2014.04.033](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2014.04.033).
- [16] LI Sen, LIN Bin, DING Yabo, *et al.* Signal-selective time difference of arrival estimation based on generalized cyclic correntropy in impulsive noise environments[C]. The 13th International Conference on Wireless Algorithms, Systems, and Applications, Tianjin, China, 2018: 274–283. doi: [10.1007/978-3-319-94268-1\\_23](https://doi.org/10.1007/978-3-319-94268-1_23).
- [17] CHEN Xing, QIU Tianshuang, LIU Cheng, *et al.* TDOA estimation algorithm based on generalized cyclic correntropy in impulsive noise and cochannel interference[J]. *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, 2018, E101(10): 1625–1630. doi: [10.1587/transfun.E101.A.1625](https://doi.org/10.1587/transfun.E101.A.1625).
- [18] CHEN Badong, XING Lei, ZHAO Haiquan, *et al.* Generalized correntropy for robust adaptive filtering[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, 64(13): 3376–3387. doi: [10.1109/TSP.2016.2539127](https://doi.org/10.1109/TSP.2016.2539127).
- [19] 栾声扬. 有界非线性协方差与相关熵及在无线定位中的应用[D]. [博士学位论文], 大连理工大学, 2017.
- LUAN Shengyang. Bounded nonlinear covariance and correntropy for the application of wireless location[D]. [Ph. D. dissertation], Dalian University of Technology, 2017.
- [20] 罗忠涛, 詹燕梅, 郭人铭, 等. 脉冲噪声中基于指数函数的可变拖尾非线性变换设计[J]. *电子与信息学报*, 2020, 42(4): 932–940. doi: [10.11999/JEIT190401](https://doi.org/10.11999/JEIT190401).
- LUO Zhongtao, ZHAN Yanmei, GUO Renming, *et al.* Variable tailing nonlinear transformation design based on exponential function in impulsive noise[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2020, 42(4): 932–940. doi: [10.11999/JEIT190401](https://doi.org/10.11999/JEIT190401).
- [21] SHARIFI K and LEON-GARCIA A. Estimation of shape parameter for generalized gaussian distributions in subband decompositions of video[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, 1995, 5(1): 52–56. doi: [10.1109/76.350779](https://doi.org/10.1109/76.350779).
- [22] ZHANG Jiacheng, QIU Tianshuang, LUAN Shengyang, *et al.* Bounded non-linear covariance based ESPRIT method for noncircular signals in presence of impulsive noise[J]. *Digital Signal Processing*, 2019, 87: 104–111. doi: [10.1016/j.dsp.2019.01.018](https://doi.org/10.1016/j.dsp.2019.01.018).
- [23] LUAN Shengyang, QIU Tianshuang, YU Ling, *et al.* BNC-

- based projection approximation subspace tracking under impulsive noise[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2017, 11(7): 1055–1061. doi: [10.1049/iet-rsn.2016.0267](https://doi.org/10.1049/iet-rsn.2016.0267).
- [24] LIU Tao, QIU Tianshuang, and LUAN Shengyang. Hyperbolic-tangent-function-based cyclic correlation: Definition and theory[J]. *Signal Processing*, 2019, 164: 206–216. doi: [10.1016/j.sigpro.2019.06.001](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2019.06.001).
- [25] LIU Yang, QIU Tianshuang, and SHENG Hu. Time-difference-of-arrival estimation algorithms for cyclostationary signals in impulsive noise[J]. *Signal Processing*, 2012, 92(9): 2238–2247. doi: [10.1016/j.sigpro.2012.02.016](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2012.02.016).
- 邱天爽: 男, 1954年生, 博士, 教授, 主要研究方向为非高斯非平稳信号处理、数字信号处理.
- 刘 浩: 男, 1996年生, 硕士生, 主要研究方向为阵列信号处理、非高斯非平稳信号处理.
- 张家成: 男, 1993年生, 博士生, 主要研究方向为阵列信号处理、非高斯非平稳信号处理.
- 李景春: 男, 1966年生, 博士, 教授级高级工程师, 主要研究方向为无线电监测理论与应用等.
- 李 蓉: 女, 1984年生, 博士, 高级工程师, 研究方向为认知无线电与数字信号处理等.

责任编辑: 陈 倩