

# 一种低秩张量约束的下视稀疏线阵SAR三维成像算法

张思乾<sup>\*①</sup> 于美婷<sup>②</sup> 匡纲要<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(国防科技大学电子信息系统复杂电磁环境效应国家重点实验室 长沙 410073)

<sup>②</sup>(国防科技大学电子导航与时空技术工程研究中心 长沙 410073)

**摘要:** 为了解决3维稀疏数据处理中向量化或矩阵化带来的原始空间结构破坏与计算复杂度高的问题, 该文针对下视稀疏线阵3维SAR成像几何模型和回波信号特点, 构建了张量空间信号模型, 提出了一种基于低秩张量补全的3维SAR稀疏成像算法。该算法首先利用回波张量的低秩性, 通过张量补全重构稀疏回波中的丢失元素, 再对补全后的全采样信号张量进行3维成像, 从而获得高效率、低旁瓣、高分辨率3维图像。基于X波段下视稀疏线阵3维SAR点目标回波进行了3维成像仿真实验, 比较了在不同信噪比和采样率条件下的成像性能, 并基于实测数据进一步验证了该算法的有效性和优势。

**关键词:** 合成孔径雷达; 3维成像; 下视; 稀疏重构; 张量补全

中图分类号: TN959.3

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2021)06-1667-09

DOI: 10.11999/JEIT200274

## A Three-Dimensional Imaging Algorithm of Downward-looking Sparse Linear Array SAR Based on Low-rank Tensor

ZHANG Siqian<sup>①</sup> YU Meiting<sup>②</sup> KUANG Gangyao<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(State Key Laboratory of Complex Electromagnetic Environment Effects on Electronics and Information System, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

<sup>②</sup>(Engineering Research Center for Position, Navigation and Time, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** In order to solving the problems of the inner structure damage and the high computation load brought by the vectorizing or matrixing of 3-D sparse data, the 3-D signal model is established in tensor space for downward-looking sparse linear array three-dimensional SAR. Based on this signal model, a three-dimensional SAR sparse imaging algorithm is proposed in this paper. The missing data firstly can be recovered by tensor completion on the assumption that the echo tensor is essentially low rank. Then, the resulting 3-D images can be well focused by any Fourier transform-based 3-D imaging algorithms with the recovered full-sampled data tensor. The proposed algorithm achieves not only high resolution and low-level side-lobes but also the ideal computational cost and memory consumption, which verified by several numerical simulations and multiple comparative studies on real data.

**Key words:** Synthetic Aperture Radar(SAR); 3-D imaging; Downward-looking; Sparse reconstruction; Tensor completion

### 1 引言

近年来, 合成孔径雷达(Synthetic Aperture Radar, SAR)逐步向超宽带、多极化、多通道等方

向发展, 但是传统2维SAR只能获得目标在距离-多普勒平面上的投影图像, 无法获得目标的高维度信息。因此, 兼具高分辨率成像和3维成像能力的下视稀疏线阵3维SAR<sup>[1]</sup>成为SAR的研究热点之一。下视稀疏线阵3维SAR采用下视工作模式可以有效地避免侧视成像带来的阴影、叠掩等几何畸变问题; 并利用稀疏线阵天线减少数据量和系统复杂度, 同时更符合实际应用中机翼和机身结构限制(如存在发动机等)的要求; 实现了对复杂场景(城市、山区等)及特殊目标(建筑物、舰船、车辆等)的高精度3维

收稿日期: 2020-04-17; 改回日期: 2020-11-21; 网络出版: 2020-11-25

\*通信作者: 张思乾 zhangsiqian@nudt.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(61701508), 湖南省自然科学基金(2018JJ3613)

Foundation Items: The Natural National Science Foundation of China (61701508), The Natural Science Foundation of Hunan Province (2018JJ3613)

成像,在3维地形测绘、目标定位与识别等国民经济与军事领域具有极大的研究价值和应用前景。

根据成像机制的特点,下视稀疏线阵3维SAR通过距离向发射宽带信号、方位向合成孔径、切航向稀疏线阵空间采样,获得具有高分辨率的目标3维图像,丰富了目标的细节信息。随着数据的多样化和对成像分辨率需求的不断提高,越来越多的研究者投入到下视线阵3维SAR的研究中,其可以归类为3类成像算法<sup>[2-4]</sup>:基于分维处理的3维成像、基于时域处理的3维成像、基于频域处理的3维成像。文献<sup>[5,6]</sup>中还将谱估计等超分辨率数据处理方法引入下视线阵3维SAR成像中。但是,稀疏空间采样导致采样率不再满足奈奎斯特采样定理,必然会给上述3维成像算法带来不可预期的高旁瓣影响,甚至会导致无法聚焦成像。近年来,学者充分利用信号的稀疏性和低秩性<sup>[7]</sup>,将压缩感知<sup>[8]</sup>和矩阵补全(Matrix Completion, MC)<sup>[9]</sup>理论广泛应用于下视稀疏线阵3维SAR成像中,高概率地重构出原始信号。然而现有的3维成像算法都是针对1维向量或2维矩阵数据处理的,因此在成像处理之前需要将高维数据向量化或矩阵化来降低3维回波数据的维度。向量化或矩阵化后,会破坏原始3维信号的内在结构,掩盖了高维数据原本存在的冗余信息和高阶依赖性,并且其生成的统计参数(如协方差矩阵)的维度极大,会导致高的计算复杂度和存储代价,在实际应用中具有一定的局限性。

与向量和矩阵相比,张量<sup>[10]</sup>作为一类多线性映射,可以更精确和有效地表示高维数据,具有不随参考系变换的性质,能够最大化地保留高维数据的原始结构和判别信息,同时降低需要估计的参数维度,减少模型与计算的复杂度。因此本文引入张量数据结构,提出了一种基于低秩张量约束的下视稀疏线阵3维SAR成像算法。首先,在张量空间构建了回波信号、目标散射强度、目标位置信息之间的关系模型。针对该模型,利用张量补全对稀疏回波张量中丢失数据准确重构,提高算法成像性能和计算效率。最后,基于X波段下视线阵SAR系统进行了点目标仿真实验,在不同信噪比和采样率下对比分析成像性能,并基于实测数据验证了本文算法的有效性。

## 2 3维SAR成像模型

### 2.1 成像几何建模

下视稀疏线阵3维SAR成像依靠发射宽带信号实现距离向的分辨力,远场条件下可近似为高度向;沿航迹方向进行孔径合成,提供方位向的分辨

力;沿机翼方向通过放置线性阵列天线,形成切航向的分辨力。典型的下视稀疏线阵3维SAR成像几何模型如图1所示,其中 $O-XYZ$ 表示欧氏空间下的直角坐标系,场景中心为坐标原点 $O$ 。

假设载机飞行高度为 $H$ ,沿方位向( $X$ -轴)以速度 $v$ 匀速飞行。切航向( $Y$ -轴)上沿机翼放置线性阵列,在慢时间 $t_m$ 时刻,第 $n$ 个阵元的位置为 $P_n = (x_m, y_n, H)$ ,其中 $x_m = vt_m$ , $y_n = -L_y d/2 + (n-1)d$ 。根据强散射中心理论模型<sup>[11]</sup>,一个体目标被剖分成有限个强散射点单元,如图1所示。雷达激活阵元 $P_n$ 与任意散射点 $B(x, y, z)$ 之间的瞬时距离 $R$ 为

$$R = \sqrt{(x_m - x)^2 + (y_n - y)^2 + (H - z)^2} \\ = \sqrt{R_0^2 - 2(x_m x + y_n y + H z) + x^2 + y^2 + z^2} \quad (1)$$

其中, $R_0 = \sqrt{x_m^2 + y_n^2 + H^2}$ 为激活阵元 $P_n$ 与坐标原点之间的距离。将式(1)进行泰勒展开,根据菲涅耳近似<sup>[12]</sup>,由远场近似条件 $R_0 \gg x, y, z$ ,得到

$$R \approx R_0 - \left( \frac{x_m x}{R_0} + \frac{y_n y}{R_0} + \frac{H z}{R_0} \right) \quad (2)$$

为了提高算法的泛化能力,通过上式的1阶近似足够描述场景中点目标的数据信息,但不适用于具有分布式特性的面目标。

### 2.2 欧氏空间的信号描述

步进频率(Stepped Frequency, SF)雷达具有宽频带、高分辨率的优点,已广泛应用于人造目标的定位、跟踪等<sup>[13]</sup>。假设下视稀疏线阵3维SAR雷达发射SF信号,则雷达能接收到的目标上任意强散射点 $B$ 的回波信号为

$$S_r = A\sigma \exp[-j2\pi f(t - \Delta t)] \quad (3)$$

其中, $\sigma$ 为散射点 $B$ 的后向散射系数, $f = f_0 + k\Delta f$

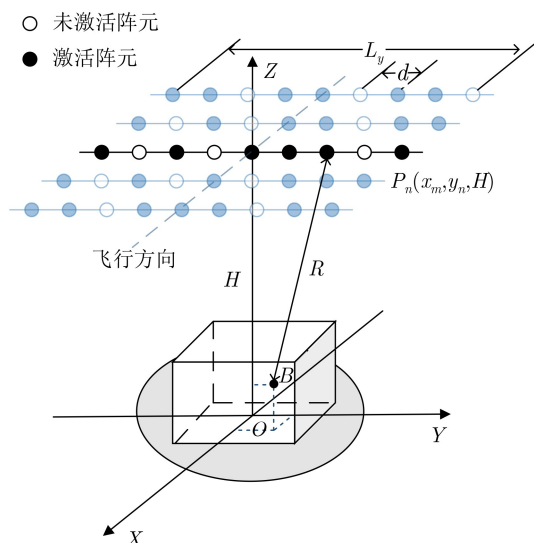


图1 下视稀疏线阵3维SAR成像几何模型

为入射电磁波频率，且 $K$ 个采样信号对应信号序列中的 $K$ 个脉冲， $\Delta t = 2R/c$ 为电磁波的双程时延， $c$ 为光速。将式(2)代入式(3)，信号在方位向-切航向2维平面为随机非均匀离散采样，因此回波信号可以表示为离散形式

$$S_r(x_m, y_n, f) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K \sigma(x, y, z) \exp(-j4\pi Rf/c) \quad (4)$$

令 $X = 2x_m/(\lambda R_0)$ ,  $Y = 2y_n/(\lambda R_0)$ ,  $Z = 2H/(\lambda R_0)$ , 其中 $\lambda = c/f$ 表示波长。为了简化表达，略去常数因子 $\exp(-j4\pi R_0/\lambda)$ ，则可以得到欧氏空间构建的3维SAR信号模型，即回波信号为

$$S_r(X, Y, Z) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K \sigma(x, y, z) e^{j2\pi(xX+yY+zZ)} \quad (5)$$

### 2.3 张量空间的信号描述

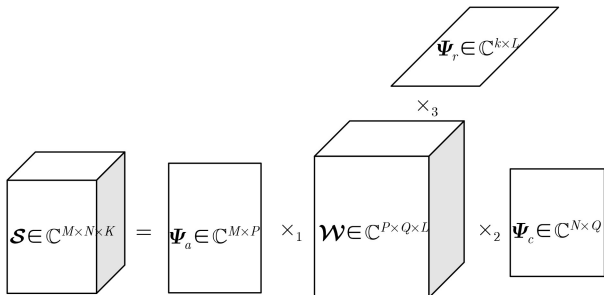
本文将下视稀疏线阵3维SAR的回波信号整体上视为一个3阶张量(如图2所示)，利用多重线性映射构建稀疏信号成像模型。在张量空间中，将3维成像场景以等间隔划分成 $P \times Q \times L$ 的网格，式(5)中的回波信号可以改写为

$$S(m, n, k) = \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^Q \sum_{l=1}^L \sigma(p, q, l) e^{j2\pi(Xx_p+Yy_q+Zz_l)} \quad (6)$$

将回波信号映射到张量空间中，得到回波张量 $\mathcal{S}$ (用欧拉字母表示张量)的信号模型(如图2所示)，可表示为

$$\mathcal{S} = \mathcal{W} \times_1 \Psi_a \times_2 \Psi_c \times_3 \Psi_r \quad (7)$$

其中， $\mathcal{S} \in \mathbb{C}^{M \times N \times K}$ 为回波信号张量， $\mathcal{W} \in \mathbb{C}^{P \times Q \times L}$ 为目标后向散射系数张量， $\times_n$ 表示 $n$ -模张量积， $\Psi_a = \exp(X \cdot x_p) \in \mathbb{C}^{M \times P}$ ， $\Psi_c = \exp(Y \cdot y_q) \in \mathbb{C}^{N \times Q}$ ， $\Psi_r = \exp(Z \cdot z_l) \in \mathbb{C}^{K \times L}$ 分别为方位向、切航向、距离向的导向向量矩阵。因此，将下视稀疏线阵3维SAR成像问题转化为一个张量空间下的线性



信号模型： $\mathcal{S} = \mathcal{W} \times_1 \Psi_a \times_2 \Psi_c \times_3 \Psi_r$

图2 3阶回波张量信号模型

性方程最优化求解问题，充分挖掘高维数据内在的结构特性，并有效解决各维度间的耦合问题。

## 3 算法描述

### 3.1 低秩张量约束

#### 3.1.1 相关运算

为了分析回波信号张量的低秩性，首先给出张量的秩的一些相关定义<sup>[10]</sup>：

**定义1** 秩1张量(Rank-one tensor)：一个 $n$ 阶张量 $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$ 是秩1张量的条件是 $\mathcal{X}$ 能表示成 $N$ 个向量外积的形式，即 $\mathcal{X} = a^{(1)} \circ a^{(2)} \circ \dots \circ a^{(N)}$ ，其中符号 $\circ$ 表示矢量的外积，写成元素表示的形式有

$$x_{i_1 i_2 \dots i_N} = a_{i_1}^{(1)} a_{i_2}^{(2)} \dots a_{i_N}^{(N)}, \forall 1 \leq i_n \leq I_n$$

**定义2** 张量的秩(tensor rank)：一个张量 $\mathcal{X}$ 的秩指的是能够以和的形式表示该张量所需的最少秩1张量的个数，记为 $\text{rank}(\mathcal{X})$ 。

#### 3.1.2 信号低秩性分析

针对单个散射点目标的情况，式(6)的回波信号可以表示为 $S(m, n, k) = \sigma \exp[j2\pi(Xx_p+Yy_q+Zz_l)]$ 。因此，回波信号张量 $\mathcal{S}$ 可以写成

$$\mathcal{S} = \sigma \Psi_a(:, x) \circ \Psi_c(:, y) \circ \Psi_r(:, z) \quad (8)$$

其中，符号“ $\circ$ ”表示矢量外积。根据定义1可知，回波信号张量 $\mathcal{S}$ 能表示成3个向量外积的形式，说明张量 $\mathcal{S}$ 为秩1张量，也就是说，回波张量 $\mathcal{S}$ 是低秩的。

针对目标由多个强散射点组成的情况，回波信号表示为

$$\mathcal{S} = \sum_{b=1}^B \sigma_b \Psi_a(:, x_b) \circ \Psi_c(:, y_b) \circ \Psi_r(:, z_b) \quad (9)$$

由式(9)可知，信号张量 $\mathcal{S}$ 可表示为 $B$ 个3阶秩1张量加权之和的形式。根据定义2可知，张量 $\mathcal{S}$ 的秩不大于 $B$ 。由于3维成像场景中存在着许多非目标区域，这保证了信号在方位向-切航向2维成像平面的稀疏性，即在同一距离分辨单元内，仅有极少量的强散射点(金属结构、二面角、三面角及多面角等)和离散散射点(粗糙表面，如路面、建筑物屋顶和墙面等构成的漫散射)分布于不同的方位向和切航向。因此，3维成像场景中强散射点的分布一定是稀疏的，即强散射点数目远小于图像网格点数目，那么 $B \ll PQL$ ，则有 $\text{rank}(\mathcal{S}) \leq B \ll PQL$ 。因此，只要场景中目标是稀疏的，那么回波张量 $\mathcal{S}$ 一定是低秩的。

### 3.2 张量补全稀疏数据

张量补全<sup>[14]</sup>是根据数据的低秩性质来恢复出所有元素，在数学上可以描述为秩最小化求解问题，广泛应用于解决计算机视觉问题。对于下视稀疏线阵3维SAR，如果其3阶回波张量 $\mathcal{S}$ 是低秩的，且其

特征向量是充分“扩散”的,那么可以通过求解张量秩的最小化来恢复张量中丢失元素

$$\min_{\mathcal{X}} \text{rank}(\mathcal{X}), \mathcal{X}_{\Omega} = \mathcal{S}_{\Omega} \quad (10)$$

其中,  $\mathcal{S}_{\Omega}$ 表示回波张量 $\mathcal{S}$ 中对应采样到的元素,即回波张量 $\mathcal{S}$ 中的非0元素,  $\mathcal{X}$ 表示重构的全采样回波张量。由于张量 $\mathcal{S}$ 的秩函数是非连续、非凸的,那么其秩最小化求解问题是一个NP难问题。核范数是秩函数的凸包络,则对上述模型进行凸松弛,得到张量核范数最小化模型来替代直接求解秩最小化问题

$$\min_{\mathcal{X}} \|\mathcal{X}\|_*, \mathcal{X}_{\Omega} = \mathcal{S}_{\Omega} \quad (11)$$

由于张量的核范数<sup>[10]</sup>定义为 $\|\mathcal{X}\|_* = \sum_{i=1}^n \alpha_i \|\mathcal{X}_{(i)}\|_*$ ,其中 $\alpha_i$ 是常数,并满足 $\alpha_i \geq 0$ 和 $\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1$ ,  $\mathcal{X}_{(i)}$ 表示张量 $\mathcal{X}$ 沿第 $i$ 模展开的矩阵。 $\mathcal{X}$ 为3-模张量,则有

$$\min_{\mathcal{X}} \sum_{i=1}^3 \alpha_i \|\mathcal{X}_{(i)}\|_*, \mathcal{X}_{\Omega} = \mathcal{S}_{\Omega} \quad (12)$$

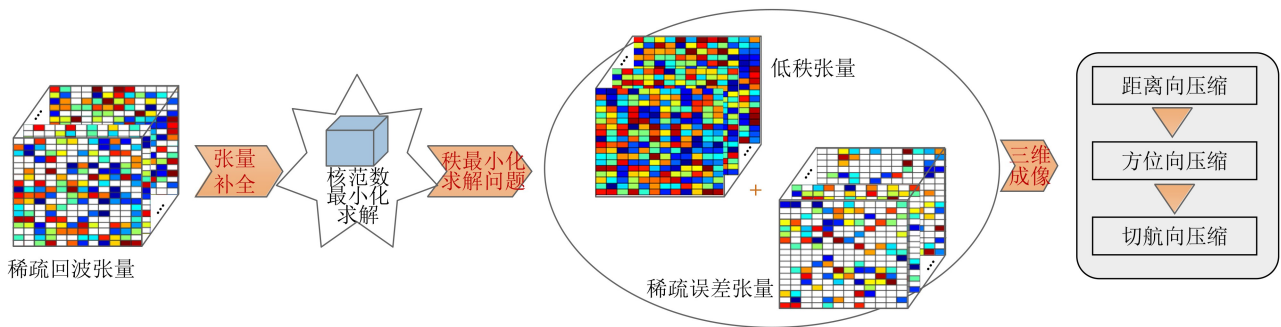


图3 基于低秩张量补全的下视稀疏线阵3维SAR成像算法原理框图

表1 基于低秩张量补全的下视稀疏线阵3维SAR成像算法流程

输入: 稀疏回波信号张量 $\mathcal{S}$ , 采样集 $\Omega$ , 正则参数 $\rho$ , 最大迭代次数 $J$

输出: 3维图像 $\mathcal{I}$

初始化:  $\mathcal{X}_{\Omega} = \mathcal{S}_{\Omega}$ ,  $\mathcal{Y}_i = 0$ ,  $\mathcal{M}_i = \mathcal{X}$ ,  $\rho^0 \geq 1$

//步骤1 张量补全稀疏回波信号

(1) for  $j = 0$  to  $J$  do

(2) for  $i = 1$  to 3 do

(3) 更新 $\mathcal{M}_i^{j+1} = \text{fold}_i(\mathcal{M}_{i(i)}^{j+1}) = \text{fold}_i[D_{\alpha_i/\rho^j}(\mathcal{X}_{(i)} + 1/\rho^j \mathcal{Y}_{i(i)})]$ , 其中 $\text{fold}$ 表示将矩阵表示为对应阶的张量,  $D_{\alpha_i/\rho^j}$ 表示 $\tau = \alpha_i/\rho^j$ 时的软阈值因子 $D_{\tau}$ 。

(4) end for

(5) 更新 $\mathcal{X}_{\Omega}^{j+1} = 1/3 \left( \sum_{i=1}^3 \mathcal{M}_i^{j+1} - 1/\rho^j \mathcal{Y}_i^{j+1} \right)_{\Omega}$

(6) 更新拉格朗日算子 $\mathcal{Y}_i^{j+1} = \mathcal{Y}_i^j + \rho^j (\mathcal{X}_{\Omega}^{j+1} - \mathcal{M}_i^{j+1})$

(7) 更新 $\rho^{j+1} = t\rho^j$ ,  $t \in [1.1, 1.2]$

(8) end for

//步骤2 3维RD处理

(9)  $\mathcal{I} = \text{3D-RD}(\mathcal{X})$ , 其中3D-RD表示3维距离徙动校正(Range Doppler, RD)处理, 见参考文献[16]。

回波数据，作为基准对比数据；然后针对每一个方位向-切航向2维数据，通过随机选择数据不采样，降采样得到的3维稀疏回波数据，用于性能验证。

成像仿真场景包括5个点目标，图4给出了采样率为80%、信噪比为10 dB的4种算法成像结果(3维显示限幅-15 dB)。图4(a)中稀疏数据导致传统3维RD算法成像结果恶化，旁瓣增加，严重时甚至会出现虚假目标。而图4(b)中本文所提成像算法，未采样的数据经过张量补全准确恢复，很好地抑制了

旁瓣影响，从而提高了3维成像性能。本文认为回波张量的每一维度的低秩性对张量补全的贡献是相等的，因此加权系数设为 $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 1/3$ ，初始化正则化参数设为 $\rho=1.1$ 。

图4(c)中基于MC的3维成像结果旁瓣明显减少，但是本文所提3维成像算法的旁瓣抑制效果更优，这是因为张量补全更好地保留了高维数据的内部结构，对稀疏回波的恢复更准确。此外，张量补全避免了矩阵化和向量化处理，更好地提高了成像算法的计算效率。相比于基于MC的3维成像算法，本文所提成像算法的计算时间从253.24 s降低为178.34 s。从图4(d)来看，基于克罗内克压缩感知(Kronecker Compressed Sensing, KCS)<sup>[17]</sup>成像算法引入过完备字典提高重构图像分辨能力，实现超分辨成像性能。但是，KCS算法中的高维数据矢量化处理对数据存储量和计算量带来了极大的挑战。本实验中3维数据维度为 $120 \times 200 \times 120$ ，成像场景空间采样网格为 $241 \times 401 \times 241$ ，对应的字典尺寸为 $2880000 \times 23290481$ 。相比于本文所提3维成像算法运行时间为178.34 s，KCS成像算法运行时间需要约1292.36 s。

表 2 仿真系统参数

参数	数值
中心频率	10 GHz
信号带宽	150 MHz
飞行高度	2000 m
飞行速度	200 m/s
脉冲重复频率	1000 Hz
线阵长度	6 m
方位向全采样数	200
切航向全采样数	120

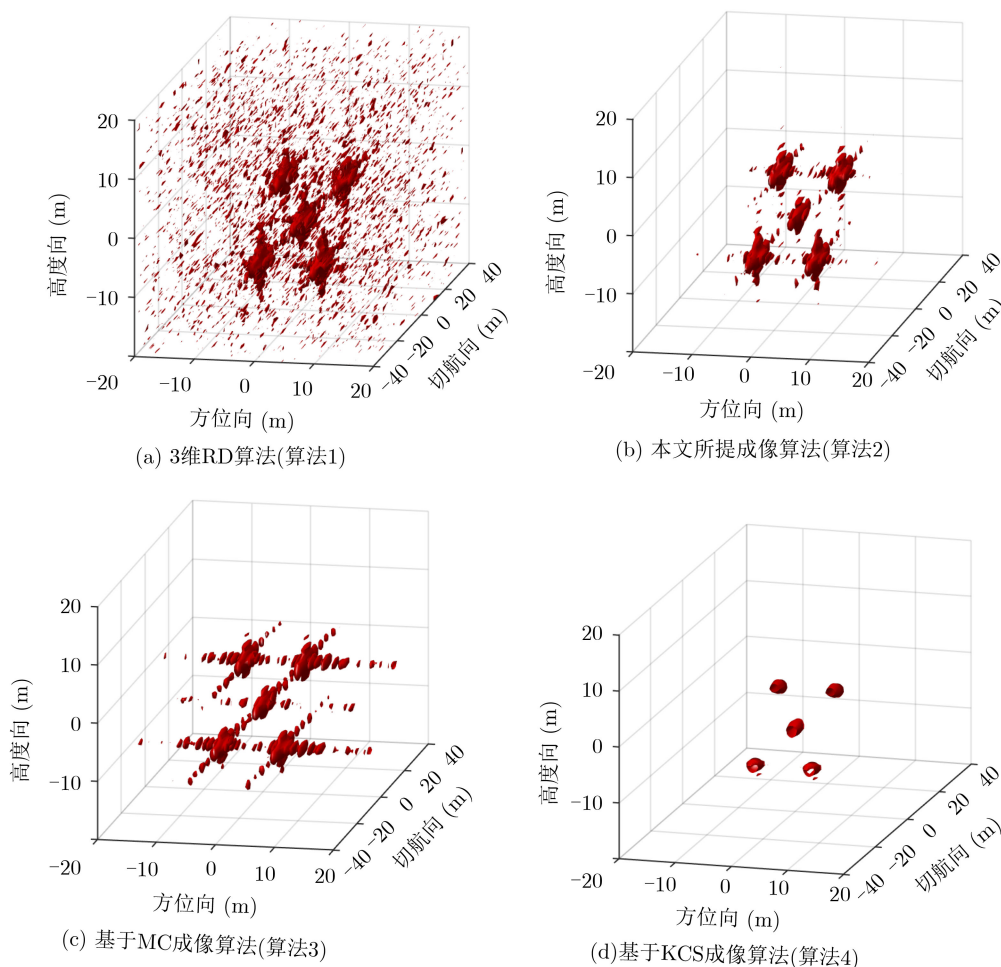


图 4 下视稀疏线阵3维SAR成像结果(80%采样率)

图5给出了两种采样率的点目标(0 m, 0 m, 5 m)的3维成像结果, 分别沿方位向、切航向、高度向的1维截面图, 信噪比为10 dB。针对80%采样率的稀疏回波, 3维RD成像结果峰值旁瓣比很高。基于MC的成像算法对旁瓣有一定的抑制作用, 但本文所提成像算法有更优的旁瓣抑制效果, 聚焦成像性能更好。此外, 分析和比较方位向、切航向、高度向的峰值旁瓣比和积分旁瓣比(见表3), 本文所提成像算法对高维稀疏数据的聚焦性能更好。当采样率降低为60%时, 本文所提成像算法对旁瓣的抑制性能依然明显。但基于MC的成像算法在采样率降低到60%时, 成像性能变差, 旁瓣恶化明显。从表3也可以发现本文所提成像算法对高维稀疏数据的聚焦性能在两种采样率下均很稳定, 而基于MC的3维成像算法成像性能剧烈恶化。基于KCS成像算法在80%和60%采样率条件下均表现出超分辨的性能, 但时效性较差。

#### 4.2 不同成像条件下的性能比较

为进一步验证成像算法性能, 一方面, 对全采样回波数据进行随机降采样, 基于10%~90%采样率的稀疏回波张量; 另一方面, 在不同信噪比条件下,  $SNR = -10 \sim 10$  dB。图6给出了3维成像结果的性能。通过50次蒙特卡罗仿真的, 利用标准均方误差(Normalized Square Error, NSE)定量地评价张量补全后的成像质量, 即  $NSE = \|I_{TC} - I_0\|_F / \|I_0\|_F$ ,

其中,  $I_{TC}$ ,  $I_0$ 分别表示基于稀疏回波张量和基于全采样回波张量的3维重构图像。从图6可以看出, 随着采样率的增加, 重构误差逐渐减小。当信噪比增加, 对重构误差的影响也相应地减小。当 $SNR=10$  dB时, 尽管在采样率非常低时, 重构误差NSE的值也可以保持很小。当 $SNR=-10$  dB时, 虽然重构误差增加, 但采样率为50%时的重构误差NSE也保持在0.4以下。

#### 4.3 基于实测数据的有效性验证

在实验室环境下设计了下视稀疏线阵3维SAR原理性实验系统获得3维SAR的实测数据, 如图7所示。系统由矢量网络分析仪(Vector Network Analyzer, VNA)、导轨架、收发天线对和控制系统构成, 目标为以包裹铝箔的5 cm边长的方泡沫块, 位于悬挂于天花板顶的泡沫板上。天线对工作于T/R模式, VNA工作于X波段, 发射并接收步进频信号, 具体系统参数见表4。导轨通过控制机发送移动指令, 移动至下一个采样点位置, 其中横向扫描完成后纵向移动至下一行, 直至完成纵向所有点扫描, 这样就形成了非均匀采样的网格数据。与实际下视稀疏线阵3维SAR相对应, 横向为切航向, 纵向为方位向。

通过上述3维SAR系统, 按60%采样率进行稀疏采样获得稀疏回波数据, 比较3维RD算法、基于MC的成像算法、基于KCS的成像算法与本文提出的成像算法的3维成像结果, 如图8所示。显而易

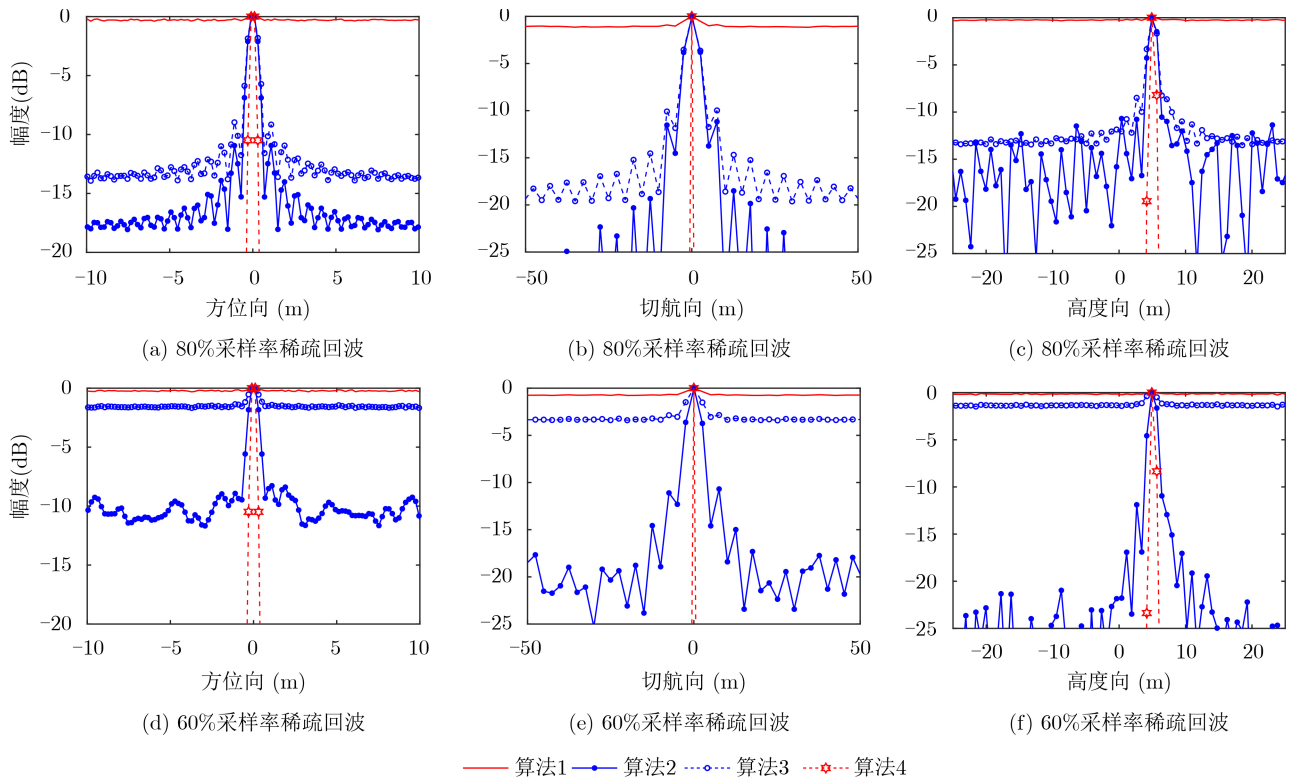


图5 不同采样率的3维SAR成像结果一维截面图

表 3 基于80%采样率稀疏数据的点目标的3维成像性能

成像算法	峰值旁瓣比		积分旁瓣比		
	80%采样	60%采样	80%采样	60%采样	
方位向	算法1	-0.94	-0.57	-0.21	-0.09
	算法2	<b>-10.69</b>	<b>-10.90</b>	<b>-1.79</b>	<b>-1.44</b>
	算法3	-10.03	-2.77	-0.94	-0.13
切航向	算法1	-0.16	-0.16	-0.10	-0.18
	算法2	<b>-8.33</b>	<b>-12.03</b>	<b>-3.59</b>	<b>-3.19</b>
	算法3	-9.19	-1.44	-2.45	-0.21
高度向	算法1	-0.19	-0.11	-0.31	-0.38
	算法2	<b>-16.69</b>	<b>-13.41</b>	<b>-7.11</b>	<b>-5.97</b>
	算法3	-11.57	-1.33	-1.96	-0.49

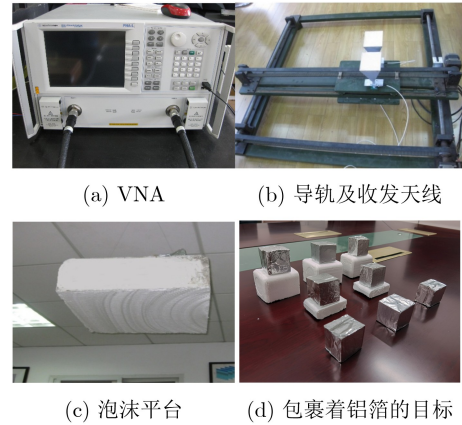


图 7 原理性实验系统仪器及场景

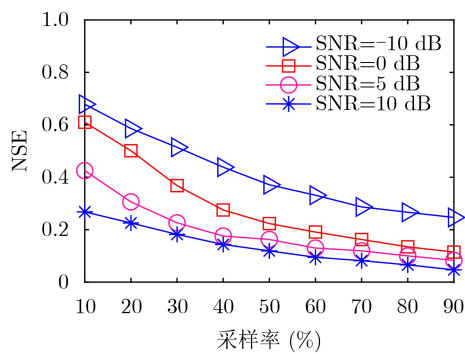


图 6 不同成像条件下的成像性能比较

表 4 下视线阵3维SAR系统参数

参数	数值
中心载频	10 GHz
带宽	4 GHz
频率步进	1 MHz
高度	2.2 m
切航向全采样扫描点数	50
切航向全采样扫描间隔	0.02 m
方位向全采样扫描点数	160
方位向全采样扫描间隔	0.01 m

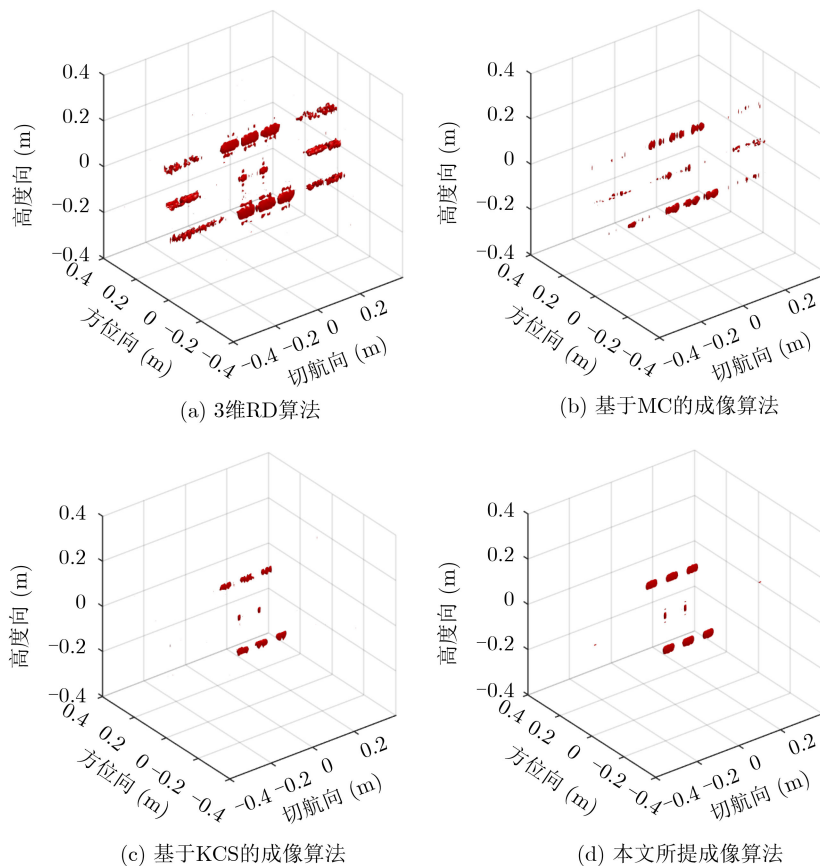


图 8 基于实测稀疏数据的3维成像结果比较

见, 稀疏采样引起了3维RD成像结果中高的旁瓣和栅瓣, 降低了图像质量, 如图8(a)。特别的是, 由于切航向的采样率比方位向更低, 旁瓣和栅瓣的影响在切航向上显得尤为突出。通过MC后的成像结果如图8(b), 虽然对旁瓣有一定的抑制作用, 但成像性能明显不如基于KCS的成像算法和本文提出的成像算法。从图8(c)和图8(d)可以看出, 虽然这两种成像算法都可以获得满意的成像性能, 但从算法效率来看, 基于KCS的成像算法和本文提出的成像算法消耗的计算时间分别为2413.18 s, 126.41 s, 这是因为KCS重构过程中高维数据的矢量化处理带了巨大的存储和计算负担。

## 5 结束语

本文针对下视稀疏线阵3维SAR系统, 对稀疏回波信号进行张量空间建模。结合回波张量低秩性, 提出了一种基于低秩张量补全的下视稀疏线阵SAR 3维成像算法。本算法先利用稀疏回波信号的低秩性, 重构丢失的信号数据, 再3维聚焦成像, 高效率地获得高分辨率、低旁瓣图像。针对3维场景中点目标进行了仿真和实测数据实验, 并在多种成像条件下, 与不同成像算法的成像性能进行了比较和分析。实验结果验证了算法的有效性, 表明针对高维稀疏信号在方位向、切航向、高度向都取得了良好的聚焦性能, 可以更有效地抑制旁瓣影响、提高计算效率。本文的理论推导是通过1阶泰勒展开近似来描述数据信息, 因此仅适用于3维场景中的点目标展开研究。在下一步工作中, 将针对具有分布式特性的面目标开展3维成像的深入研究。

## 参考文献

- [1] GIERULL C H. On a concept for an airborne downward-looking imaging radar[J]. *International Journal of Electronics and Communications*, 1999, 53(6): 295–304.
- [2] 彭学明, 王彦平, 谭维贤, 等. 基于跨航向稀疏阵列的机载下视 MIMO 3D-SAR 三维成像算法[J]. *电子与信息学报*, 2012, 34(4): 943–949. doi: 10.3724/SP.J.1146.2011.00720.  
PENG Xueming, WANG Yanping, TAN Weixian, et al. Airborne downward-looking MIMO 3D-SAR imaging algorithm based on cross-track thinned array[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2012, 34(4): 943–949. doi: 10.3724/SP.J.1146.2011.00720.
- [3] 韩冬, 周良将, 焦泽坤, 等. 基于改进三维后向投影的多圈圆迹 SAR 相干三维成像方法[J]. *电子与信息学报*, 2021, 43(1): 131–137. doi: 10.11999/JEIT190945.  
HAN Dong, ZHOU Liangjiang, JIAO Zekun, et al. A coherent 3-D imaging method for multi-circular SAR based on an improved 3-D back projection algorithm[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2021, 43(1): 131–137. doi: 10.11999/JEIT190945.
- [4] PENG Xueming, HONG Wen, WANG Yanping, et al. Polar format imaging algorithm with wave-front curvature phase error compensation for airborne DLSLA three-dimensional SAR[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2014, 11(6): 1036–1040. doi: 10.1109/LGRS.2013.2282335.
- [5] 成晨. 三维合成孔径雷达超分辨成像方法研究[D]. [硕士学位论文]. 电子科技大学, 2012.  
CHENG Chen. Research on superresolution imaging method for three-dimensional SAR[D]. [Master dissertation], University of Electronic Science and Technology of China, 2012.
- [6] ZHANG Siqian, ZHU Yutao, and KUANG Gangyao. Imaging of downward-looking linear array three-dimensional SAR based on FFT-MUSIC[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2015, 12(4): 885–889. doi: 10.1109/LGRS.2014.2365611.
- [7] 王洪雁, 于若男. 基于稀疏和低秩恢复的稳健DOA估计方法[J]. *电子与信息学报*, 2020, 42(3): 589–596. doi: 10.11999/JEIT190263.  
WANG Hongyan and YU Ruonan. Sparse and low rank recovery based robust DOA estimation method[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2020, 42(3): 589–596. doi: 10.11999/JEIT190263.
- [8] ZHANG Siqian, DONG Ganggang, and KUANG Gangyao. Superresolution downward-looking linear array three-dimensional SAR imaging based on two-dimensional compressive sensing[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 2016, 9(6): 2184–2196. doi: 10.1109/JSTARS.2016.2549548.
- [9] ZHANG Siqian, DONG Ganggang, and KUANG Gangyao. Matrix completion for downward-looking 3-D SAR imaging with a random sparse linear array[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2018, 56(4): 1994–2006. doi: 10.1109/TGRS.2017.2771826.
- [10] KOLDA T G and BADER B W. Tensor decompositions and applications[J]. *SIAM Review*, 2009, 51(3): 455–500. doi: 10.1137/07070111X.
- [11] DAI Junwen and JIN Yaqiu. Scattering simulation and reconstruction of a 3-D complex target using downward-looking step-frequency radar[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2011, 49(10): 4035–4047. doi: 10.1109/TGRS.2011.2131659.
- [12] 张澄波. 综合孔径雷达—原理、系统分析与应用[M]. 北京: 科学出版社, 1989: 39–40.  
ZHANG Chengbo. Synthetic Aperture Radar - Principle, System Analysis and Application[M]. Beijing: Science Press, 1989: 39–40.

- [13] 戴俊文, 金亚秋, 徐丰. 复杂目标电磁散射仿真与频率步进雷达对三维目标的重构[J]. 中国科学: 信息科学, 2011, 41(8): 912–928.  
DAI Junwen, JIN Yaqiu, and XU Feng. Scattering simulation and reconstruction of a 3D complex target using downward-looking step-frequency radar[J]. *SCIENTIA SINICA Informationis*, 2011, 41(8): 912–928.
- [14] LIU Ji, MUSIALSKI P, WONKA P, *et al.* Tensor completion for estimating missing values in visual data[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2013, 35(1): 208–220. doi: [10.1109/TPAMI.2012.39](https://doi.org/10.1109/TPAMI.2012.39).
- [15] DING Shanshan, TONG Ningning, ZHANG Yongshun, *et al.* Super-resolution 3D imaging in MIMO radar using spectrum estimation theory[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2017, 11(2): 304–312. doi: [10.1049/iet-rsn.2016.0233](https://doi.org/10.1049/iet-rsn.2016.0233).
- [16] 张思乾. 下视线阵三维SAR成像技术研究[D]. [博士学位论文]. 国防科学技术大学, 2016.  
ZHANG Siqian. Research on downward-looking linear array three-dimensional SAR imaging technology[D]. [Ph.D. dissertation], National University of Defense Technology, 2016.
- [17] DUARTE M F and BARANIUK R G. Kronecker compressive sensing[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2012, 21(2): 494–504. doi: [10.1109/TIP.2011.2165289](https://doi.org/10.1109/TIP.2011.2165289).
- 张思乾: 女, 1987年生, 副教授, 研究方向为SAR信号处理、稀疏表征.  
于美婷: 女, 1988年生, 讲师, 研究方向为SAR图像处理、稀疏表征.  
匡纲要: 男, 1966年生, 教授, 研究方向为SAR图像处理、信号处理.

责任编辑: 余蓉