

基于平行互质虚拟阵列的低复杂度二维DOA联合估计算法

李林^{*①②} 余玉龙^② 韩慧^①

^①(电子信息系统复杂电磁环境效应国家重点实验室 洛阳 471003)

^②(西安电子科技大学工程学院 西安 710071)

摘要: 针对传统平行阵列2维测向自由度低、分辨能力差和小快拍情况下估计误差大等问题, 该文提出基于平行互质虚拟阵列的低复杂度2维波达角(DOA)估计算法。该算法利用两个相互平行的互质线阵扩展生成虚拟阵列, 并通过协方差矩阵和互协方差矩阵构造具有增强2维角度自由度的扩展矩阵, 最后通过奇异值分解(SVD)和旋转不变技术(ESPRIT)获得自动匹配的2维角度估计。相比于传统的2维DOA估计方法, 所提算法更好地利用了阵列接收数据信息, 能识别更多的入射信号, 分辨能力高, 不需要进行2维线性搜索或者角度参数匹配, 在低信噪比(SNR)和小快拍情况下也有很好的估计效果。实验仿真结果验证了提出算法的有效性和可靠性。

关键词: 2维DOA估计; 平行互质阵列; 扩展矩阵

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2021)06-1653-06

DOI: 10.11999/JEIT200296

A Low Complexity Two-dimensional DOA Joint Estimation Algorithm Based on Parallel Coprime Virtual Array

LI Lin^{①②} YU Yulong^② HAN Hui^①

^①(State Key Laboratory of Complex Electromagnetic Environment Effects on Electronics and Information System (CEMEE), Luoyang 471003, China)

^②(School of Electronic Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: There are more and more problems for the two-Dimensional (2D) direction finding with traditional parallel arrays, such as low degree of freedom, low resolution and large estimation errors with small snapshots, etc. In view of these problems and based on the parallel coprime virtual array, a low-complexity 2D Direction Of Arrival (DOA) algorithm is proposed in this paper. In the proposed algorithm, a virtual array is generated by the the expansion of two mutually parallel linear arrays. Then an extended matrix with high degrees of freedom of the 2D angular is constructed by the autocovariance matrix and cross-covariance matrix. Finally, the automatically matched 2D-DOA estimation is obtained by the Singular Value Decomposition (SVD) and Estimating Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques (ESPRIT). Compared with the traditional two-dimensional DOA estimation methods, the proposed algorithm utilizes more information from the received data of the array, can distinguish more incident signals with high resolution. Meanwhile, the proposed algorithm needs no 2D linear searching or angular parameter matching and is with good performance under low Signal-to-Noise Ratio (SNR) and small snapshot. Experimental simulation results demonstrate the correctness and validity of the algorithm.

Key words: 2D-Direction Of Arrival(DOA) estimation; Parallel coprime array; Extended matrix

1 引言

波达角(Direction Of Arrival, DOA)估计是阵

列信号处理中的一个重要研究课题, 在无线通信、雷达和医学成像等许多领域中有广泛的应用。在阵列结构方面, 平面阵的应用最为广泛。在过去的几十年中, 国内外学者已经提出了许多基于平面阵列结构的DOA估计算法, 包括面阵^[1,2]、L型阵列^[3]和平行线阵^[4]等。平面阵列通常由几个均匀间隔的线性子阵列构成, 具有有限的自由度, 例如含 M 个阵元的L型均匀线阵阵列, 最多可以估计 $M - 1$ 个入射信号角度。

收稿日期: 2020-04-21; 改回日期: 2020-08-11; 网络出版: 2020-08-15

*通信作者: 李林 lilin@xidian.edu.cn

基金项目: 电子信息系统复杂电磁环境效应国家重点实验室开放课题(2020G0101)

Foundation Item: The Open Project of State Key Laboratory of Complex Electromagnetic Environment Effects on Electronics and Information System (2020G0101)

近年来,稀疏阵列由于能够有效提高阵列的自由度而受到广泛关注,例如最小冗余阵列^[5]、嵌套阵列^[6]和互质阵列^[7]等。与传统阵列相比,稀疏阵列可以在保证性能的前提下充分地减少阵元数,或在阵元数相同的情况下,拥有更大的阵列孔径、更低的旁瓣级,通过对阵元位置和加权的解算改善测向算法的精度、分辨率和自由度。在稀疏嵌套阵列方面,文献^[8]和文献^[9]将嵌套阵列从1维DOA估计推广到2维DOA估计,提出了一种包含两个均匀间隔线性子阵的2维嵌套阵列。在L型互质阵列方面,有基于迭代最小化和离网格稀疏学习^[10,11]。在平行互质阵列方面,文献^[12]首次提出了利用平行互质阵列的互协方差矩阵构造1维向量,通过稀疏重构和最小二乘法得到相互匹配的DOA估计,提升了阵列的自由度,但是在小快拍情况下精度较差,且算法复杂度较高。文献^[13]和文献^[14]针对复杂度较高问题,将2维DOA估计问题转化为1维表示,利用互协方差矩阵和压缩感知方法进行角度估计,一定程度上提高了估计精度。上述算法主要利用了平行互质阵列的互协方差矩阵,文献^[15]和文献^[16]使用平行互质阵列的协方差矩阵,采用1维DOA估计结合功率进行匹配实现俯仰角和方位角估计,但是容易出现失配现象。

可以看出,现有平行互质阵列DOA估计算法只利用了阵列的协方差矩阵或互协方差矩阵,需要网格搜索和匹配,存在着计算复杂度较高、算法精度不足、容易出现失配等问题。针对现有算法的不足,本文提出了一种新的基于平行互质线阵2维DOA估计算法,利用两个线阵的协方差矩阵和互协方差矩阵构造新的DOA估计矩阵。在此基础上,利用SVD和ESPRIT算法,根据特征值和特征向量得到相匹配的方位角和俯仰角。与现有算法相比,本文算法充分地利用了自相关和互相关矩阵信息,可以估计更多的信源数,精度更高。同时由于阵元孔径的扩展,算法的分辨能力较高,计算复杂度较低,且在低信噪比和小快拍的情况下性能较好。

文中符号说明: $(\cdot)^T$, $(\cdot)^*$, $(\cdot)^H$, $(\cdot)^{-1}$ 和 $(\cdot)^+$ 分别表示矩阵转置、共轭、共轭转置、求逆和求伪逆; $\text{diag}(v)$ 表示以 v 为主对角线元素的对角矩阵; $\text{vec}(\cdot)$ 表示矩阵拉伸; \otimes 表示Khattri-Rao积; \mathbf{I} 表示单位矩阵; $\arg(\cdot)$ 表示取相位角。

2 信号模型

本文的阵列模型采用平行互质阵列结构,由两个相互平行的扩展互质阵列^[17]组成,如图1所示,包含子阵1和子阵2。子阵1有 L 个真实物理阵元,由两个不重合均匀线阵交叉构成:阵元间距为 Nd 的线阵,阵元个数为 $2M-1$;阵元间距为 Md 的线阵,阵元个数为 N 。可见, $L=2M-1+N$ 。其中, M 和 N 是互质的整数, d 为基本阵元间距, $d=\lambda/2$, λ 为信号的入射波长。这里,用 $p=\{p_0, p_1, \dots, p_{L-1}\}$ 代表其中每个阵元的排列位置。

在图1中, α 和 β 分别为辐射源与 X 轴和 Y 轴的夹角,满足 $\cos \alpha = \sin \varphi \sin \theta$, $\cos \beta = \cos \varphi \sin \theta$ 。其中, φ 和 θ 为辐射源的方位角和俯仰角。当有 K 个远场窄带信号入射时,则子阵1第 l 个阵元接收信号模型可表示为

$$z_{1,l}(t) = \sum_{k=1}^K e^{j2d\pi/\lambda p_l \cos \alpha_k} s_k(t) + n_l(t), \quad l = 0, 1, \dots, L \quad (1)$$

其中, $s_k(t)$ 代表第 k 个入射信号的幅度, $n_l(t)$ 为噪声。

则整个阵列的接收信号模型为

$$\mathbf{z}_1(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}_1(t) \quad (2)$$

$$\mathbf{z}_2(t) = \mathbf{A}\Phi\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}_2(t) \quad (3)$$

其中, $\mathbf{z}_1(t)$ 为子阵1的接收数据, $\mathbf{z}_2(t)$ 为子阵2的接收数据。方向矩阵 $\mathbf{A}=[\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_K]$ 的维度为 $L \times K$,包含入射信号的方位角和俯仰角信息,响应矢量 $\mathbf{a}_k=[1, e^{-j2\pi/\lambda p_1 \cos \alpha_k}, e^{-j2\pi/\lambda p_2 \cos \alpha_k}, \dots, e^{-j2\pi/\lambda p_{L-1} \cos \alpha_k}]^T$ 对应第 k 个入射信号。 $\mathbf{s}(t)$ 为 K 个非合作的窄带信号的幅度, $\mathbf{n}_1(t)$ 和 $\mathbf{n}_2(t)$ 表示零均值加性高斯白噪声,且噪声和信号不相关。 $\mathbf{z}_2(t)$ 中

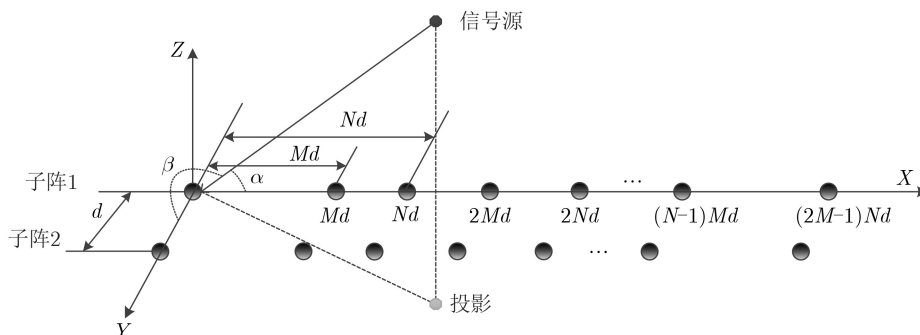


图1 平行互质阵列几何模型

$\Phi = \text{diag}(e^{-j\pi \cos \beta_1}, e^{-j\pi \cos \beta_2}, \dots, e^{-j\pi \cos \beta_K})$ 为 $K \times K$ 的对角矩阵。这里假设所有的入射信号不重合, 即 $\alpha_1 \neq \alpha_2 \neq \dots \neq \alpha_K$ 和 $\beta_1 \neq \beta_2 \neq \dots \neq \beta_K$ 。

由于本文采用扩展互质子阵列组成平行阵列, 通过虚拟域信号构造, 单个子阵物理阵元为 $L (L = 2M - 1 + N)$ 个时, 连续虚拟阵元个数为 $2MN + 2M - 1$, 其自由度可以达到 $MN + M - 1$, 突破了传统阵列物理阵元对天线孔径的限制, 有效的扩展了天线的孔径和增加了DOA估计的自由度。

3 基于平行互质虚拟阵列的低复杂度2维DOA估计算法

前文已指出, 现有的2维DOA估计算法存在着计算复杂度较高、算法精度不足、容易出现失配等问题。针对这一问题, 本文重点研究了2维虚拟阵列, 提出了一种适用于平行互质虚拟阵列的2维DOA估计算法。

3.1 扩展矩阵构造

根据接收的入射信号数据, 先构造应用于2维虚拟阵列估计的DOA扩展矩阵。子阵1的接收信号 $z_1 = z_1(t)$ (对特定时刻 t) 的协方差矩阵为

$$\mathbf{R}_b = E[z_1 z_1^H] = \mathbf{A} \mathbf{R} \mathbf{A}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I} \quad (4)$$

其中, $\mathbf{R} = \text{diag}(\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_K)$, $\rho_k (k = 1, 2, \dots, K)$ 为第 k 个入射信号的功率, σ_n^2 代表着噪声的功率, \mathbf{I} 为 $K \times K$ 的单位矩阵。

将 \mathbf{R}_b 向量化后可得

$$\mathbf{v}_1 = \text{vec}(\mathbf{R}_b) = \mathbf{B} \mathbf{r} + \sigma_n^2 \mathbf{I}_e \quad (5)$$

其中, $\mathbf{B} = [\mathbf{a}_1 \otimes \mathbf{a}_1^*, \mathbf{a}_2 \otimes \mathbf{a}_2^*, \dots, \mathbf{a}_K \otimes \mathbf{a}_K^*]$, 可以将其看做为虚拟线阵的方向矢量。 $\mathbf{r} = [\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_K]^T$ 为信号功率, 相当于虚拟线阵中的信号, $\mathbf{I}_e = \text{vec}(\mathbf{I})$, 则 \mathbf{v}_1 可以作为1维非均匀线阵中单次快拍接收的信号。

通过对式(3)中的矩阵进行特征值分解, 可以从中估计出噪声功率。去除 \mathbf{v}_1 中的噪声影响, 可得

$$\bar{\mathbf{v}}_1 = \mathbf{v}_1 - \sigma_n^2 \mathbf{I}_n \quad (6)$$

接着, 考虑到 \mathbf{v}_1 中存在重复的元素, 需要剔除重复元素, 并截取连续的虚拟阵元, 可以得到 $2MN + 2M - 1$ 个位于 $\{-(MN + M - 1), -(MN + M - 2), \dots, -1, 0, 1, \dots, (MN + M - 2), (MN + M - 1)\}$ 的阵元位置上的元素, 即

$$\bar{\mathbf{v}}_1 = [\bar{v}_{-(MN+M-1)}, \bar{v}_{-(MN+M-2)}, \dots, \bar{v}_{-1}, \bar{v}_0, \bar{v}_1, \dots, \bar{v}_{(MN+M-2)}, \bar{v}_{(MN+M-1)}] = \bar{\mathbf{B}} \mathbf{r} \quad (7)$$

其中, $\bar{\mathbf{B}} = [\bar{\mathbf{B}}_1, \bar{\mathbf{B}}_2, \dots, \bar{\mathbf{B}}_K]$, $\bar{\mathbf{B}}_k = [e^{j\pi(MN+M-1)\cos\alpha_k}, e^{j\pi(MN+M-2)\cos\alpha_k}, \dots, 0, e^{-j\pi\cos\alpha_k}, \dots, s, e^{-j\pi(MN+M-1)\cos\alpha_k}]$ 。 $\bar{\mathbf{B}}$ 为 $(2MN + 2M - 1) \times K$ 的矩阵, \mathbf{r} 为 $K \times 1$ 的矩阵。

通过对向量 $\bar{\mathbf{v}}_1$ 中的元素进行重新排列可得

$$\mathbf{V}_1 = \begin{bmatrix} \bar{v}_0 & \bar{v}_{-1} & \dots & \bar{v}_{-(MN+M-1)} \\ \bar{v} & \bar{v}_0 & \dots & \bar{v}_{-(MN+M-2)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{v}_{(MN+M-1)} & \bar{v}_{(MN+M-2)} & \dots & \bar{v}_0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

可见, 矩阵 \mathbf{V}_1 的尺寸为 $(MN + M) \times (MN + M)$ 。可以将 \mathbf{V}_1 表示为

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{D} \mathbf{W}(\rho) \mathbf{D}^H \quad (9)$$

其中, \mathbf{W} 为对角矩阵, 和信号的功率相关。 \mathbf{D} 中包含了入射信号与 X 轴的夹角信息。

同样, 可以通过接收的信号, 定义子阵1和子阵2的互协方差矩阵为

$$\mathbf{R}_c = E\{z_1(t) z_2^H(t)\} = \mathbf{A} \Phi \mathbf{R} \mathbf{A}^H \quad (10)$$

其中, $\Phi = \text{diag}(e^{-j\pi \cos \beta_1}, e^{-j\pi \cos \beta_2}, \dots, e^{-j\pi \cos \beta_K})$, 含有入射信号与 Y 轴的夹角信息。由于两个子阵的噪声不相关, 因此互协方差矩阵没有噪声的干扰项。对 \mathbf{R}_c 进行向量化可得

$$\mathbf{v}_2 = \text{vec}(\mathbf{R}_c) = \mathbf{B} \Phi \mathbf{r} \quad (11)$$

同理, 剔除 \mathbf{v}_2 中的重复元素, 并取其中连续的虚拟阵元, 可以得到

$$\bar{\mathbf{v}}_2 = \bar{\mathbf{B}} \Phi \mathbf{r} \quad (12)$$

与式(7)类似, 构造互协方差矩阵, 即对 $\bar{\mathbf{v}}_2$ 中的元素重新排列, 可得

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{D} \Phi \mathbf{W}(\rho) \mathbf{D}^H \quad (13)$$

由式(8)和式(12), 构造DOA估计的扩展矩阵

$$\mathbf{R}_m = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{D} \mathbf{W}(\rho) \mathbf{D}^H \\ \mathbf{D} \Phi \mathbf{W}(\rho) \mathbf{D}^H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{D} \\ \mathbf{D} \Phi \end{bmatrix} \mathbf{W}(\rho) \mathbf{D}^H = \bar{\mathbf{D}} \mathbf{W}(\rho) \mathbf{D}^H \quad (14)$$

对 \mathbf{R}_m 分析可知, $\bar{\mathbf{D}}$ 中包含了入射信号与 X 轴和 Y 轴的夹角信息所有信息, 即 $\bar{\mathbf{D}}$ 为所求矩阵。通过对 \mathbf{R}_m 进行奇异值分解, 得到的信号子空间, 即为 $\bar{\mathbf{D}}$ 张成的空间。

3.2 2维DOA估计

在3.1节中, 通过子阵1的协方差矩阵及其与子阵2的互协方差矩阵, 构造出DOA估计矩阵 \mathbf{R}_m 。接下来, 本文利用SVD和ESPRIT算法, 由特征值和特征向量得到相匹配的方位角和俯仰角。

首先, 对DOA估计矩阵 \mathbf{R}_m 进行奇异值分解可得

$$\mathbf{R}_m = [\mathbf{U}_1 \mathbf{U}_2] \begin{bmatrix} \Sigma & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{V}^H \quad (15)$$

其中, \mathbf{U}_1 为信号子空间, \mathbf{U}_2 为噪声子空间, 则

$$\mathbf{U}_1 = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_K] \quad (16)$$

$$\mathbf{U}_2 = [\mathbf{u}_{K+1}, \mathbf{u}_{K+2}, \dots, \mathbf{u}_{MN+M}] \quad (17)$$

\mathbf{U}_1 为 $2(MN + M) \times K$ 的矩阵, K 为入射信号的个数。由于 \mathbf{U}_1 为信号子空间, 这里存在一个 $K \times K$ 的矩阵 \mathbf{T} 使得式(17)成立

$$\mathbf{U}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{11} \\ \mathbf{U}_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{D} \\ \mathbf{D}\Phi \end{bmatrix} \mathbf{T} = \overline{\mathbf{D}}\mathbf{T} \quad (18)$$

由上述分析可知, 信号子空间中包含着入射信号的方位角和俯仰角。其中, \mathbf{D} 为方向矩阵, 包含入射信号与 X 轴夹角信息 α ; Φ 为对角矩阵, 包含入射信号与 Y 轴夹角信息 β 。则有

$$\mathbf{U}_{11} = \mathbf{D}\mathbf{T} \quad (19)$$

$$\mathbf{U}_{12} = \mathbf{D}\Phi\mathbf{T} \quad (20)$$

其中, \mathbf{U}_{11} 和 \mathbf{U}_{12} 的维度均为 $(MN + M) \times K$ 。

通过 \mathbf{U}_{11} 和 \mathbf{U}_{12} 的关系, 构造矩阵 \mathbf{F} , 使得

$$\mathbf{F} = \mathbf{U}_{11}^+ \mathbf{U}_{12} = \mathbf{T}^{-1} \Phi \mathbf{T} \quad (21)$$

可以得到 Φ 中对应的特征值 $\{\psi_k, k = 1, 2, \dots, K\}$, 对应入射的 K 个信号与 Y 轴夹角信息

$$\hat{\beta}_k = \cos^{-1} \left(\frac{\arg(\psi_k)}{2\pi/\lambda} \right) \quad (22)$$

通过对式(20)进行特征值分解, 其对应的特征向量构成的矩阵为 \mathbf{T} , 通过(18)式有

$$\hat{\mathbf{D}} = \mathbf{U}_{11} \mathbf{T}^{-1} \quad (23)$$

其中, $\hat{\mathbf{D}}$ 为 $(MN + M) \times K$ 的矩阵。

在文献[2]中, 通过构造一个谱峰搜索函数进行角度搜索, 进而得到入射信号与 X 轴的夹角, 算法复杂度高, 效率较低。本文借鉴旋转不变思想, 将矩阵 $\hat{\mathbf{D}}$ 进行分块, \mathbf{C}_1 取矩阵 $\hat{\mathbf{D}}$ 第1行到 $MN + M - 1$ 行, \mathbf{C}_2 取矩阵 $\hat{\mathbf{D}}$ 的第2行到 $MN + M$ 行, 则有

$$\mathbf{C}_2 = \mathbf{C}_1 \Psi \quad (24)$$

其中, $\Psi = \text{diag}(e^{j\pi \cos \alpha_1}, e^{j\pi \cos \alpha_2}, \dots, e^{j\pi \cos \alpha_K})$, 为旋转不变因子, 则有

$$\Psi = \mathbf{C}_1^{-1} \mathbf{C}_2 \quad (25)$$

通过对 Ψ 进行特征值分解, 得到特征值 γ_k , 则有

$$\hat{\alpha}_k = \cos^{-1} \left(\frac{\arg(\gamma_k)}{2\pi/\lambda} \right), k = 1, 2, \dots, K \quad (26)$$

通过联立式(21)和式(25), 可得到相互匹配的方位角和俯仰角, 即

$$\theta_k = \sin^{-1} \left(\sqrt{\cos^2(\hat{\alpha}_k) + \cos^2(\hat{\beta}_k)} \right) \quad (27)$$

$$\varphi_k = \tan^{-1} \left(\frac{\cos(\hat{\alpha}_k)}{\cos(\hat{\beta}_k)} \right) \quad (28)$$

3.3 算法步骤

基于以上理论分析, 这里给出本文算法的具体步骤。

步骤 1 根据实际应用, 通过有限的快拍数对协方差矩阵和互协方差矩阵进行估计, 即

$$\hat{\mathbf{R}}_b = \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P \mathbf{z}_1(t) \mathbf{z}_1^H(t), n = 1, 2, \dots, P \quad (29)$$

$$\hat{\mathbf{R}}_c = \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P \mathbf{z}_1(t) \mathbf{z}_2^H(t), n = 1, 2, \dots, P \quad (30)$$

其中, P 为接收信号的快拍数。

步骤 2 由 $\hat{\mathbf{R}}_b$ 和 $\hat{\mathbf{R}}_c$ 构造新的 DOA 估计矩阵 \mathbf{R}_m 。

步骤 3 对矩阵 \mathbf{R}_m 进行 SVD, 得到式(14)所示的信号子空间 \mathbf{U}_1 。

步骤 4 构造角度估计矩阵 \mathbf{F} , 求出辐射源角度信息 β_k 。

步骤 5 借用 ESPRIT 思想, 构造包含方位角信息的旋转因子 Ψ , 估计出辐射源角度信息 α_k 。

步骤 6 由式(26)和式(27), 得到入射信号的方位角和俯仰角。

上述算法步骤主要包括协方差和互协方差矩阵构建、EVD 和 SVD 操作。经推导, 算法复杂度约为 $O\{2L^2P + 2K^3 + (2MN + 2M)^3\}$, 其中 $L = 2M - 1 + N$, P 为采样快拍数, M 和 N 为互质数, K 为入射信号个数。

本文所提出的算法, 利用互质虚拟阵列的思想, 对于 2 维平行阵列进行扩展, 能利用有限的阵元估计更多的入射角度, 同时由于阵元孔径的扩展, 对入射角度的分辨能力更好, 并且在低信噪比和小快拍的情况下精确度相对较高, 且算法复杂度更低。

4 实验仿真

在本节实验中, 令 $M=3$, $N=5$, 则子阵 1 的真实阵元数为 $2M - 1 + N$, 即 $L=10$, 阵元位置为 $\{0 \ 3 \ 5 \ 6 \ 9 \ 10 \ 12 \ 15 \ 20 \ 25\}$ 。考虑多个入射信号的情况, 假设信号源个数 $K=11$, 即入射信号大于实际阵元数。此时, 传统平行线阵算法均已失效, 而本文算法仍然可以有效地估计出入射角度, 如图 2 所示。本文提出算法能很好地扩展阵列孔径, 提高阵元利用率, 最多可估计 $MN + M - 1$ 个入射角度, 远高于传统算法。

为了进一步验证提出算法的高分辨性能, 我们假设入射信号个数为 2, 入射角为 $(10^\circ, 11^\circ)$ 和 $(11^\circ, 12^\circ)$ 。此时, 传统算法失效。本文算法的实验结果如图 3 所示, 可以看出, 虽然存在一定误差, 但依然可以分辨出两个非常接近的入射角度。需要

注意的是，由于角度较为接近，实验中需要较高的信噪比和快拍数。

为了衡量算法的估计精度，本文采用均方根误差(RMSE)准则，定义为

$$RMSE = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sqrt{\frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q (\hat{\varphi}_{k,q} - \varphi_k)^2 + (\hat{\theta}_{k,q} - \theta_k)^2} \quad (31)$$

其中， K 代表着入射信号的个数， Q 代表蒙特卡罗实验次数， $\hat{\varphi}_{k,q}$ 和 $\hat{\theta}_{k,q}$ 代表第 q 次实验的DOA估计值。

图4为快拍数对本文算法性能的影响，并与已有算法进行比较。其中，文献[4]基于平行线阵2维PM算法，文献[12]基于基于平行互质阵列算法。考虑现有算法的适用范围，这里对4个信源进行估计，入射角分别为 $(10^\circ, 10^\circ)$ ， $(20^\circ, 20^\circ)$ ， $(30^\circ, 30^\circ)$ 和 $(40^\circ, 40^\circ)$ 。可以看出，本文算法在少量快拍下也有较好的估计性能。特别当快拍数 $P=10$ 时候，本文算法依然可以实现有效DOA估计，可适用于小快拍场景下工作。

接下来，分析信噪比变化对图4中各种算法性能的影响。为了减小快拍数对不同算法的影响，实验中采用较大的快拍数，即 $P=1000$ 。实验中入射信号情况与图4相同，实验结果如图5所示。可以看出，本文算法在低信噪比情况下依然具有较高的估计精度。

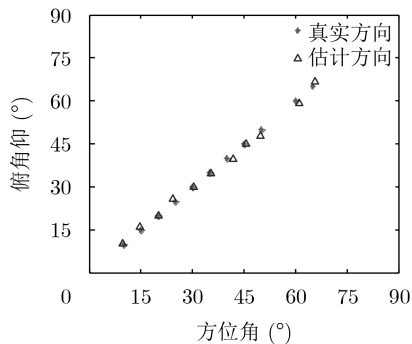


图 2 $K=11$ 时算法估计结果(SNR=10 dB, $P=500$)

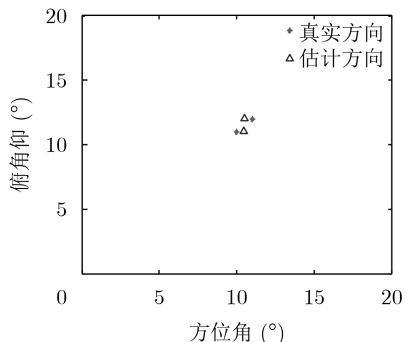


图 3 高分辨率实验($K=2$, SNR=20 dB, $P=500$)

最后，为了对不同DOA估计算法的复杂度进行比较分析，在相同硬件和软件条件下，进行1000次蒙特卡罗实验，统计各种算法的运行时间。实验中计算机的CPU为I7-8550U，内存为8 G。实验中入射信号情况与图3和图4相同，采样快拍数 $P=500$ ，信噪比SNR=20 dB。实验统计结果如表1所示，可以看出，本文算法的计算复杂度优于文献[12]中的平行互质阵列算法，但略高于平行线阵PM算法。

5 结论

本文提出一种基于平行互质虚拟阵列的低复杂度2维DOA估计算法，将传统平行线阵与互质虚拟阵列相结合。本文采用扩展的DOA矩阵，在进行DOA估计时，通过奇异值分解并提取旋转不变因子，避免了传统算法的谱峰搜索，降低了算法复杂度，获得了自动匹配的DOA估计。同时，采用虚拟阵列扩展了阵元孔径，解决了传统DOA估计算法入射信源数小于真实物理阵元数问题。仿真实验结果表明，本文所提算法具有更高的分辨能力，可以分辨更多的辐射源信号，而且在低信噪比和小快拍情况下也优于传统DOA估计算法。

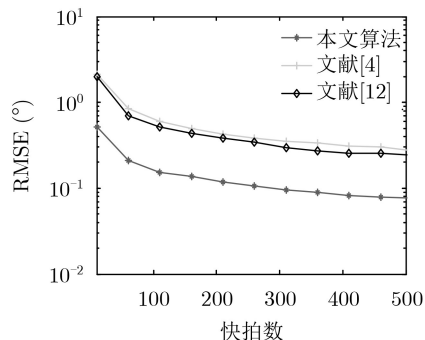


图 4 不同快拍数算法性能对比($K=4$, SNR=10 dB)

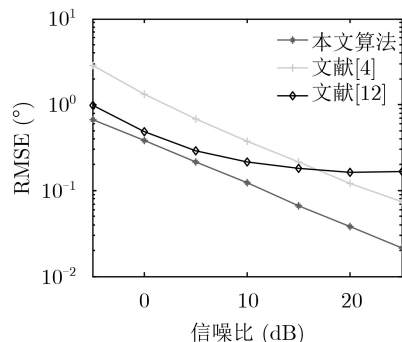


图 5 不同信噪比下的性能分析($K=4$, $P=1000$)

表 1 不同2维DOA估计算法运行时间(s)

估计算法	本文算法	文献[12]	文献[4]
运行时间	2.283	26.413	1.268

参考文献

- [1] ZHANG Wei, LIU Wei, WANG Ju, *et al.* Computationally efficient 2-D DOA estimation for uniform rectangular arrays[J]. *Multidimensional Systems and Signal Processing*, 2014, 25(4): 847–857. doi: [10.1007/s11045-013-0267-y](https://doi.org/10.1007/s11045-013-0267-y).
- [2] GU Jianfeng and WEI Ping. Joint SVD of two cross-correlation matrices to achieve automatic pairing in 2-D angle estimation problems[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2007, 6: 553–556. doi: [10.1109/LAWP.2007.907913](https://doi.org/10.1109/LAWP.2007.907913).
- [3] GU Jianfeng, ZHU Weiping, and SWAMY M N S. Joint 2-D DOA estimation via sparse L-shaped array[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(5): 1171–1182. doi: [10.1109/tsp.2015.2389762](https://doi.org/10.1109/tsp.2015.2389762).
- [4] LI Jianfeng, ZHANG Xiaofei, and CHEN Han. Improved two-dimensional DOA estimation algorithm for two-parallel uniform linear arrays using propagator method[J]. *Signal Processing*, 2012, 92(12): 3032–3038. doi: [10.1016/j.sigpro.2012.06.010](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2012.06.010).
- [5] MOFFET A. Minimum-redundancy linear arrays[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1968, 16(2): 172–175. doi: [10.1109/TAP.1968.1139138](https://doi.org/10.1109/TAP.1968.1139138).
- [6] 杨杰, 廖桂生. 基于空域稀疏性的嵌套MIMO雷达DOA估计算法[J]. *电子与信息学报*, 2014, 36(11): 2698–2704. doi: [10.3724/SP.J.1146.2013.01900](https://doi.org/10.3724/SP.J.1146.2013.01900).
YANG Jie and LIAO Guisheng. A spatial sparsity-based DOA estimation method in nested MIMO radar[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2014, 36(11): 2698–2704. doi: [10.3724/SP.J.1146.2013.01900](https://doi.org/10.3724/SP.J.1146.2013.01900).
- [7] VAIDYANATHAN P P and PAL P. Sparse sensing with Co-prime samplers and arrays[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(2): 573–586. doi: [10.1109/TSP.2010.2089682](https://doi.org/10.1109/TSP.2010.2089682).
- [8] PAL P and VAIDYANATHAN P P. Nested arrays in two dimensions, part I: Geometrical considerations[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(9): 4694–4705. doi: [10.1109/TSP.2012.2203814](https://doi.org/10.1109/TSP.2012.2203814).
- [9] PAL P and VAIDYANATHAN P P. Nested arrays in two dimensions, part II: Application in two dimensional array processing[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(9): 4706–4718. doi: [10.1109/tsp.2012.2203815](https://doi.org/10.1109/tsp.2012.2203815).
- [10] FENG Mingyue, HE Minghao, HAN Jun, *et al.* 2-D DOA estimation using off-grid sparse learning via iterative minimization with L-parallel coprime array[J]. *Chinese Journal of Electronics*, 2018, 27(6): 1322–1328. doi: [10.1049/cje.2017.11.002](https://doi.org/10.1049/cje.2017.11.002).
- [11] ELBIR A M. L-shaped coprime array structures for DOA estimation[J]. *Multidimensional Systems and Signal Processing*, 2020, 31: 205–219. doi: [10.1007/s11045-019-00657-4](https://doi.org/10.1007/s11045-019-00657-4).
- [12] QIN Si, ZHANG Y D, and AMIN M G. Two-dimensional DOA estimation using parallel coprime subarrays[C]. 2016 IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM), Rio de Janeiro, Brazil, 2016: 1–4. doi: [10.1109/SAM.2016.7569635](https://doi.org/10.1109/SAM.2016.7569635).
- [13] QIN Si, ZHANG Y D, and AMIN M G. Improved two-dimensional DOA estimation using parallel coprime arrays[J]. *Signal Processing*, 2020, 172: 107428. doi: [10.1016/j.sigpro.2019.107428](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2019.107428).
- [14] LI Jianfeng, LI Yunxiang, and ZHANG Xiaofei. Two-Dimensional off-grid DOA estimation using unfolded parallel coprime array[J]. *IEEE Communications Letters*, 2018, 22(12): 2495–2498. doi: [10.1109/LCOMM.2018.2872955](https://doi.org/10.1109/LCOMM.2018.2872955).
- [15] 谭伟杰, 冯西安. 基于稀疏表示的平行互素阵二维测向方法[J]. *系统工程与电子技术*, 2019, 41(5): 937–943. doi: [10.3969/j.issn.1001-506X.2019.05.01](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-506X.2019.05.01).
TAN Weijie and FENG Xi'an. Sparsity-based two dimensional direction-finding method for parallel co-prime arrays[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2019, 41(5): 937–943. doi: [10.3969/j.issn.1001-506X.2019.05.01](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-506X.2019.05.01).
- [16] 杨旭东, 刘鲁涛, 李利. L型结构的互质阵列二维波达方向估计[J]. *西安交通大学学报*, 2020, 54(2): 144–149, 188. doi: [10.7652/xjtubx202002018](https://doi.org/10.7652/xjtubx202002018).
YANG Xudong, LIU Lutao, and LI Li. A method for estimating 2D direction of arrival based on coprime array with L-shaped structure[J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2020, 54(2): 144–149, 188. doi: [10.7652/xjtubx202002018](https://doi.org/10.7652/xjtubx202002018).
- [17] QIN Si, ZHANG Yimin, and AMIN M G. Generalized coprime array configurations for direction-of-arrival estimation[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(6): 1377–1390. doi: [10.1109/TSP.2015.2393838](https://doi.org/10.1109/TSP.2015.2393838).
- 李林: 男, 1980年生, 副教授, 研究方向为电子侦察、信号检测与估值。
余玉龙: 男, 1995年生, 硕士生, 研究方向为阵列信号处理、DOA估计。
韩慧: 女, 1980年生, 副研究员, 研究方向为通信信号处理、电磁目标检测与识别。

责任编辑: 余蓉