

# MIMO雷达三维成像自适应Off-grid校正方法

王伟\* 胡子英 龚琳舒

(哈尔滨工程大学自动化学院 哈尔滨 150001)

**摘要:** 在压缩感知成像算法中, 真实目标点一般不会恰好落在预先划定的网格点上, 这种网格偏离(Off-grid)问题会带来真实回波与测量矩阵之间的失配, 严重降低雷达成像的性能。针对多输入多输出(MIMO)雷达3维成像的网格失配问题, 该文提出一种自适应的Off-grid校正方法, 基于Off-grid目标的稀疏回波模型构造贝叶斯概率密度函数, 采用最大后验概率(MAP)方法求解含有失配偏差的稀疏像。与传统方法相比, 该方法可以充分利用失配参数的先验信息, 自适应地更新参数, 降低了失配误差的影响, 并能实现对稀疏目标和噪声功率的高精度估计。仿真结果表明, 该方法可以有效地实现对网格失配的优化, 具有精确且稳定的成像性能。

**关键词:** MIMO雷达; Off-grid校正; 3维稀疏成像; 最大后验概率

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2019)06-1294-08

DOI: 10.11999/JEIT180145

## Adaptive Off-grid Calibration Method for MIMO Radar 3D Imaging

WANG Wei HU Ziyang GONG Linshu

(Harbin Engineering University Automation Department, Harbin 150001, China)

**Abstract:** In Compressive Sensing (CS) imaging algorithms, the true targets usually can not locate on the pre-defined grids exactly. Such Off-grid problems result in mismatch between true echo and measurement matrix, which seriously degrades the performance of radar imaging. An adaptive calibration method is proposed to solve the off-grid problems in MIMO radar Three-Dimensional (3D) imaging. Bayesian probability density functions can be constructed based on the sparse echo model of Off-grid targets, and the Maximum *A Posteriori* (MAP) method is used to obtain sparse imaging with mismatch errors. Compared with the traditional methods, the proposed method can make full use of mismatch parameters' priori information and adaptively update the parameters, which can reduce the influence of mismatch errors, and achieve high-precision estimation for sparse targets and noise power. Finally, the simulation results confirm that the proposed method can effectively optimize mismatch errors with accurate and stable imaging performance.

**Key words:** MIMO radar; Off-grid calibration; Three-dimensional sparse imaging; Maximum *A Posteriori* (MAP)

### 1 引言

多输入多输出(MIMO)雷达是近年来提出的一类新型雷达, 区别于其它工作体制, MIMO雷达在发射端发射正交信号, 并在接收端通过匹配滤波实

现信号的通道分离, 这样的体制使得它拥有更多的虚拟孔径和阵列自由度, 极大地提高了雷达成像性能<sup>[1,2]</sup>。

随着对雷达成像分辨率的要求越来越高, 以压缩感知理论为支撑的MIMO雷达2维稀疏成像技术得到了迅速发展<sup>[3,4]</sup>, 但2维成像获得的仅是目标在距离向和方位向的信息, 不足以完全描述目标的整体结构特征, 真实的目标是以3维的结构呈现在我们的生活中, 所以近两年来对MIMO雷达3维成像技术的研究引起了关注。现阶段的研究主要从优化阵元的排布方式<sup>[5]</sup>、设计低秩结构观测矩阵<sup>[6]</sup>、处理观测矩阵的大维度<sup>[7]</sup>, 提高成像精度和运算效率<sup>[8,9]</sup>等方面提升MIMO雷达3维压缩感知成像的性能。然而在实现稀疏成像时, 构建测量矩阵需要依

收稿日期: 2018-02-02; 改回日期: 2019-03-22; 网络出版: 2019-03-27

\*通信作者: 王伟 wangwei407@hrbeu.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(61571148, 61871143), 中央高校基本科研基金(HEUCFG201823, HEUCFP201836), 哈尔滨应用技术研发项目(2017R-AQXJ095)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation (61571148, 61871143), The Fundamental Research for the Central University (HEUCFG201823, HEUCFP201836), The Research and Development Project of Application Technology in Harbin (2017R-AQXJ095)

据在成像区域预先划分的网格点进行采样, 并且假设目标点的位置位于网格点上, 依据各网格点与测量矩阵各列间的一一对应关系实现对成像区域散射分布的反演, 但实际情况中这种假设条件难以满足, 由于目标区域是连续的, 真实目标的位置难以恰好落在网格点上, 稀疏反演的结果未必是目标真实的位置, 即产生网格失配问题。

对于MIMO雷达成像而言, 网格失配一直是个研究热点, 从理论上来说, 避免网格失配最简单的方法就是将网格间距设计得越小越好, 但这不仅会削弱观测矩阵的等距约束特性<sup>[10]</sup>, 且会增加观测矩阵的处理维度, 降低求解效率, 所以解决网格失配问题的本质方法是对失配本身进行分析。但现阶段并没有专门针对MIMO雷达3维成像网格失配问题的研究, 也没有能够降低MIMO雷达3维成像网格失配影响的具体方法, 对其的研究大多只集中在SAR成像领域<sup>[11,12]</sup>, 并不适用于MIMO雷达场景中, 而MIMO雷达2维成像中的方法却能够提供比较好的思路。文献[13]用一种优化的SLIM算法实现对2维成像网格失配的处理, 依靠贝叶斯理论可以反演稀疏目标, 但收敛速度过慢, 求解时间过长。文献[14]则将失配偏差看作模型自身误差来处理, 用一种基于最大后验准则的自适应稀疏重构方法实现了对网格失配的优化, 相比之下有更高的恢复概率和收敛速度, 但未对3维成像进行拓展。文献[15]在空间谱域分析了网格失配对点扩散函数的影响, 提出一种无网格划分的方法, 彻底避免了网格失配的出现, 但需要对成像区域的每个点覆盖运算, 极大增加了运算的复杂度; 文献[16]则应用1阶泰勒展开模型, 用具有均匀分布先验信息的矩阵来等效失配因素, 提出一种稀疏自聚焦算法, 优化降低了2维成像中网格失配的影响, 但过多的参数使得算法结构尤为复杂, 不适用于3维成像。

本文旨在降低网格失配对MIMO雷达3维成像的影响。在空间谱域构造3维成像的网格失配模型, 基于1阶泰勒展开处理, 用服从均匀先验分布的3个扰动矩阵分别等效3个维度上的网格失配, 基于此稀疏回波模型构造贝叶斯概率密度函数, 并采用参数结构相对简单的最大后验概率(MAP)方法求解稀疏像, 构造了一种具有自适应特性的Off-grid校正算法, 降低了网格失配带来的影响, 同时实现对稀疏目标、噪声功率的高精度估计。仿真表明, 该方法可以有效地实现对网格失配的优化, 具有精确稳定的成像性能。

## 2 MIMO雷达3维网格失配模型

### 2.1 3维成像回波模型

文中的MIMO雷达收发阵列采用 $M^2$ 发 $N^2$ 收的

2维阵列<sup>[5]</sup>, 并且收发阵元间距满足 $d_t = (M-1) \cdot N \cdot d_r$ 。发射端第 $m$ 个阵元发射正交相位编码信号 $s_m(t) = p_m(t) \exp(j2\pi f_c t)$ ,  $p_m(t)$ 是复包络信号,  $f_c$ 为载波频率。对空间中的 $K$ 个目标点, 接收端第 $n$ 个阵元接收到信号为

$$d_n(t) = \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^{M^2} \sigma_k p_m(t - \tau_{n,m}(k)) e^{-j2\pi f_c \tau_{n,m}(k)} \quad (1)$$

其中,  $\tau_{n,m}(k)$ 表示第 $k$ 个目标对应第 $(n, m)$ 个通道的信号时延,  $\sigma_k$ 表示第 $k$ 个目标点的散射强度, 成像区域中心到雷达坐标系中心的参考距离为 $R$ 。

基于此, 采用的空间谱域<sup>[15]</sup>分析回波信号的方法, 在频域内设计低通滤波器, 将通道中对应的复包络信号及路径时延的影响去除掉, 得到与发射信号及路径时延无关的稀疏回波模型:

$$\begin{aligned} d_{n,m}(G_{n,m}(f_q)) &= \sum_{u=1}^U \sigma_u e^{j2\pi G_{n,m}(f_q) \mathbf{r}_u} \\ &= \sum_{u=1}^U \sigma_u e^{j2\pi [G_{n,m}^x(f_q) x_u + G_{n,m}^y(f_q) y_u + G_{n,m}^z(f_q) z_u]} \end{aligned} \quad (2)$$

构造该稀疏回波模型时以 $Q$ 个频率采样点对空间频谱均匀采样,  $f_q = Bq/Q$ 代表第 $q$ 个采样频点。 $G_{n,m}(f_q) = (G_{n,m}^x(f_q), G_{n,m}^y(f_q), G_{n,m}^z(f_q))$ 表示MIMO雷达第 $(n, m)$ 个观测通道在第 $q$ 次采样时的空间频谱, 则整个MIMO雷达回波的空间谱域 $\mathbf{G}$ 由集合 $\{G_{n,m}(f_q), m = 1, 2, \dots, M^2, n = 1, 2, \dots, N^2, q = 1, 2, \dots, Q\}$ 构成。在式(2)中,  $U$ 代表划分的网格点总个数,  $\mathbf{r}_u$ 表示成像区域中心到目标点 $u$ 的向量, 可由该点坐标 $(x_u, y_u, z_u)$ 表示,  $\sigma_u$ 表示该点的散射强度, 而频谱 $G_{n,m}(f_q)$ 在 $X, Y, Z$ 3个方向上的单位频谱分布则依据空间信号在收发阵元平面的投影, 如图1所示。图1中 $\varphi$ 和 $\theta$ 分别表示阵元发射(接收)信号的方向与垂直距离向和水平方位向的夹角, 并由图1可得, 对任意 $(n, m)$ 通道有

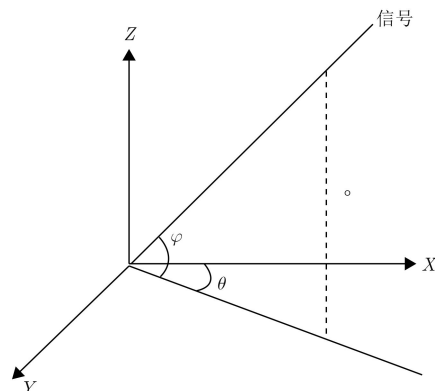


图1 平面阵列入射波方向图

$$\left. \begin{aligned} G_{n,m}^x(f_q) &= -\frac{f_c+f_q}{c} (\cos \varphi_m \cos \theta_m \\ &\quad + \cos \varphi_n \cos \theta_n) \\ G_{n,m}^y(f_q) &= -\frac{f_c+f_q}{c} (\cos \varphi_m \sin \theta_m \\ &\quad + \cos \varphi_n \sin \theta_n) \\ G_{n,m}^z(f_q) &= -\frac{f_c+f_q}{c} (\sin \varphi_m + \sin \varphi_n) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A}_{x_u} &= \mathbf{A}_u \odot \text{vec}[j2\pi \mathbf{G}_x] \in \mathbb{C}^{M^2 N^2 Q \times 1} \\ \mathbf{A}_{y_u} &= \mathbf{A}_u \odot \text{vec}[j2\pi \mathbf{G}_y] \in \mathbb{C}^{M^2 N^2 Q \times 1} \\ \mathbf{A}_{z_u} &= \mathbf{A}_u \odot \text{vec}[j2\pi \mathbf{G}_z] \in \mathbb{C}^{M^2 N^2 Q \times 1} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中,  $\odot$  表示Hadamard运算,  $\mathbf{G}_x, \mathbf{G}_y, \mathbf{G}_z$  分别表示空间谱域集合  $\mathbf{G}$  在3个维度上的分量。

### 3 自适应Off-grid校正算法

#### 3.1 参数贝叶斯模型

对式(7)中的回波模型, 其噪声服从复高斯分布, 即  $\mathbf{e} \sim \mathcal{CN}(0, \eta I)$ , 其中  $\eta$  为噪声功率, 令  $\mathbf{H} = \mathbf{A} + \mathbf{A}_x \Delta \mathbf{x} + \mathbf{A}_y \Delta \mathbf{y} + \mathbf{A}_z \Delta \mathbf{z}$ , 对回波信号  $\mathbf{D}$  则有条件概率密度:

$$\begin{aligned} p(\mathbf{D}|\boldsymbol{\sigma}, \eta, \Delta \mathbf{x}, \Delta \mathbf{y}, \Delta \mathbf{z}) \\ = (2\pi\eta)^{-M^2 N^2 Q} \cdot \exp(-\|\mathbf{D} - \mathbf{H}\boldsymbol{\sigma}\|_2^2 / 2\eta) \end{aligned} \quad (9)$$

常用估计方法中主要有最大似然(Maximum Likelihood, ML)、最大后验概率(Maximum A Posteriori, MAP<sup>[17]</sup>)、期望最大化(Expectation Maximum, EM<sup>[18]</sup>)方法等, ML方法通过采样数据可以实现参数估计, 但该方法未考虑模型自身概率并且错误的样本数据会极大影响估计的精度, 因此常改用EM, MAP等贝叶斯方法, 该类方法借助散射点分布的稀疏性, 预先给定散射分布的先验信息实现精确的参数估计。EM等方法可以更加精准地实现对参数的估计, 但这一过程会引入更多的超参数, 使问题的结构更复杂, 极大增加了求解难度。相对而言, MAP算法的复杂度比较低, 结构相对来说更简单, 因此能更高效地解决该稀疏贝叶斯问题。Laplace分布作为MAP算法中常用的一种先验模型, 其较强的稀疏性符合实际的成像场景, 所以设定  $\boldsymbol{\sigma}$  服从Laplace先验分布:

$$p(\boldsymbol{\sigma}|\lambda) = (\lambda/2)^U \exp(-\lambda \|\boldsymbol{\sigma}\|_1 / 2) \quad (10)$$

式中,  $\lambda (\lambda > 0)$  表示  $\boldsymbol{\sigma}$  的稀疏分布系数, 是一个与  $\boldsymbol{\sigma}$  无关的常数, 并假定每个真实目标点和假定网格上目标点的位置偏差  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  都满足均匀分布:

$$\left. \begin{aligned} p(\Delta x) &\sim \text{U}(-\rho_x/2, \rho_x/2) \\ p(\Delta y) &\sim \text{U}(-\rho_y/2, \rho_y/2) \\ p(\Delta z) &\sim \text{U}(-\rho_z/2, \rho_z/2) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式中,  $\text{U}(\cdot)$  表示均匀分布,  $\rho_x, \rho_y, \rho_z$  分别为在3个维度上划分的网格间距。

根据上述先验模型可以得出, 后验概率密度与各参数的联合概率密度成正比:

$$\begin{aligned} p(\boldsymbol{\sigma}, \lambda, \eta, \Delta \mathbf{x}, \Delta \mathbf{y}, \Delta \mathbf{z}|\mathbf{D}) &\propto p(\boldsymbol{\sigma}, \lambda, \eta, \Delta \mathbf{x}, \Delta \mathbf{y}, \Delta \mathbf{z}, \mathbf{D}) \\ &= p(\mathbf{D}|\boldsymbol{\sigma}, \eta, \Delta \mathbf{x}, \Delta \mathbf{y}, \Delta \mathbf{z}) p(\boldsymbol{\sigma}|\lambda) p(\eta) p(\lambda) p(\Delta \mathbf{x}) p(\Delta \mathbf{y}) p(\Delta \mathbf{z}) \\ &= (2\pi\eta)^{-M^2 N^2 Q} \exp\left(-\|\mathbf{D} - \mathbf{H}\boldsymbol{\sigma}\|_2^2 / 2\eta\right) \cdot \frac{\lambda}{2} \exp(-\lambda \|\boldsymbol{\sigma}\|_1 / 2) \cdot \left(\frac{1}{\rho_x}\right)^U \left(\frac{1}{\rho_y}\right)^U \left(\frac{1}{\rho_z}\right)^U \end{aligned} \quad (12)$$

综上, 可以构造如式(4)所示的3维稀疏回波模型

$$\mathbf{D} = \mathbf{A}\boldsymbol{\sigma} + \mathbf{e} \quad (4)$$

其中,  $\mathbf{D} = [d_{1,1}^T \ d_{1,2}^T \ \dots \ d_{n,m}^T]^T \in \mathbb{C}^{M^2 N^2 Q \times 1}$ ,  $\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_U]^T \in \mathbb{C}^{U \times 1}$  且

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{a}_{n,m}(u) &= \left[ e^{j2\pi \mathbf{G}_{n,m}(f_1) \mathbf{r}_u} e^{j2\pi \mathbf{G}_{n,m}(f_2) \mathbf{r}_u} \dots \right. \\ &\quad \left. e^{j2\pi \mathbf{G}_{n,m}(f_q) \mathbf{r}_u} \right]^T \\ \mathbf{A}_u &= [\mathbf{a}_{1,1}(u) \ \mathbf{a}_{1,2}(u) \ \dots \ \mathbf{a}_{n,m}(u)]^T \\ \mathbf{A} &= [\mathbf{A}_1 \ \mathbf{A}_2 \ \dots \ \mathbf{A}_U] \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中,  $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{M^2 N^2 Q \times U}$  为测量矩阵,  $\mathbf{e} \in \mathbb{C}^{M^2 N^2 Q \times 1}$  为加性零均值高斯白噪声。

#### 2.2 Off-grid回波模型

基于上述模型分析, 当存在网格失配时, 最直接的影响是成像结果中目标点的坐标偏移, 即估计得到的目标点坐标与真实目标点坐标存在失配偏差  $\Delta \mathbf{r}_u = (\Delta x_u, \Delta y_u, \Delta z_u)$ , 因此在式(2)中加入坐标偏差项可得

$$\begin{aligned} d_{n,m}(\mathbf{G}_{n,m}(f_q)) &= \sum_{u=1}^U \sigma_u e^{j2\pi \mathbf{G}_{n,m}(f_q)(\mathbf{r}_u + \Delta \mathbf{r}_u)} \\ &= \sum_{u=1}^U \sigma_u (1 + j2\pi \mathbf{G}_{n,m}(f_q) \Delta \mathbf{r}_u) e^{j2\pi \mathbf{G}_{n,m}(f_q) \mathbf{r}_u} \end{aligned} \quad (6)$$

利用三元函数Taylor公式展开, 忽略高阶项的影响, 整理得到回波模型:

$$\mathbf{D} = (\mathbf{A} + \mathbf{A}_x \Delta \mathbf{x} + \mathbf{A}_y \Delta \mathbf{y} + \mathbf{A}_z \Delta \mathbf{z}) \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{e} \quad (7)$$

其中,  $\mathbf{A}_x = [\mathbf{A}_{x_1} \ \mathbf{A}_{x_2} \ \dots \ \mathbf{A}_{x_U}]$ ,  $\mathbf{A}_y = [\mathbf{A}_{y_1} \ \mathbf{A}_{y_2} \ \dots \ \mathbf{A}_{y_U}]$ ,  $\mathbf{A}_z = [\mathbf{A}_{z_1} \ \mathbf{A}_{z_2} \ \dots \ \mathbf{A}_{z_U}]$ ,  $\Delta \mathbf{x} = \text{diag}(\Delta x_1 \ \Delta x_2 \ \dots \ \Delta x_U)$ ,  $\Delta \mathbf{y} = \text{diag}(\Delta y_1 \ \Delta y_2 \ \dots \ \Delta y_U)$ ,  $\Delta \mathbf{z} = \text{diag}(\Delta z_1 \ \Delta z_2 \ \dots \ \Delta z_U)$ , 且有

式(12)中, 由于噪声为加性白噪声, 且已设定 $\lambda$ 为一无关常数, 即 $p(\eta) \propto 1$ ,  $p(\lambda) \propto 1$ , 故忽略不计。式(12)取负对数运算可得

$$\begin{aligned} & \max(-\ln(p(\boldsymbol{\sigma}, \lambda, \eta, \Delta \mathbf{x}, \Delta \mathbf{y}, \Delta \mathbf{z} | \mathbf{D}))) \\ &= \min \left( M^2 N^2 Q \ln(2\pi\eta) + \frac{1}{2\eta} \|\mathbf{D} - \mathbf{H}\boldsymbol{\sigma}\|_2^2 \right. \\ & \quad \left. - \ln\left(\frac{\lambda}{2}\right) + \frac{\lambda}{2} \|\boldsymbol{\sigma}\|_1 - U\ln(\rho_x \rho_y \rho_z) \right) \\ &= \min(f) \end{aligned} \quad (13)$$

如此, 将参数的估计问题转换为求解函数 $f$ 的极值问题, 是贝叶斯压缩感知模型的常用方法。

### 3.2 自适应Off-grid校正算法

传统的稀疏成像算法中, 较多采用 $l_1$ 范数对 $\boldsymbol{\sigma}$ 进行估计:

$$\boldsymbol{\sigma} = \arg \min_{\boldsymbol{\sigma}} \|\boldsymbol{\sigma}\|_1, \quad \text{s.t. } \mathbf{D} = \mathbf{H}\boldsymbol{\sigma} \quad (14)$$

式(14)可以得到进一步优化:

$$\boldsymbol{\sigma} = \arg \min_{\boldsymbol{\sigma}} \{\|\mathbf{D} - \mathbf{H}\boldsymbol{\sigma}\|_2 + \lambda \|\boldsymbol{\sigma}\|_1\} \quad (15)$$

由此可见对于 $\boldsymbol{\sigma}$ 的优化, 式(13)与式(15)的两种方法等效, 因此从对负对数似然函数处理的角度实现对参数 $\boldsymbol{\sigma}, \eta, \Delta \mathbf{x}, \Delta \mathbf{y}, \Delta \mathbf{z}$ 的估计。

典型的MAP处理过程, 是通过对各参数的交替更新实现的<sup>[17]</sup>。对 $\boldsymbol{\sigma}$ 和 $\eta$ , 利用回波信号经过一次匹配滤波得到初始值, 并固定其他参数, 求解函数的最小值即可获得 $\boldsymbol{\sigma}$ 的估计:

$$\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}^H} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H} \boldsymbol{\sigma} - \mathbf{H}^H \mathbf{D}) / 2\eta + \Gamma^{-1} \boldsymbol{\sigma} / 2 = 0 \quad (16)$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} |\sigma_1| & & \\ & \ddots & \\ & & |\sigma_U| \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{v}_{x_{l+1}} &= (\mathbf{F}_{x_l}^H \mathbf{F}_{x_l})^{-1} \cdot \mathbf{F}_{x_l}^H \cdot (\mathbf{D} - (\mathbf{A}\boldsymbol{\sigma}_l + \mathbf{F}_{y_l} \cdot \mathbf{v}_{y_l} + \mathbf{F}_{z_l} \cdot \mathbf{v}_{z_l})) \\ \mathbf{v}_{y_{l+1}} &= (\mathbf{F}_{y_l}^H \mathbf{F}_{y_l})^{-1} \cdot \mathbf{F}_{y_l}^H \cdot (\mathbf{D} - (\mathbf{A}\boldsymbol{\sigma}_l + \mathbf{F}_{x_l} \cdot \mathbf{v}_{x_l} + \mathbf{F}_{z_l} \cdot \mathbf{v}_{z_l})) \\ \mathbf{v}_{z_{l+1}} &= (\mathbf{F}_{z_l}^H \mathbf{F}_{z_l})^{-1} \cdot \mathbf{F}_{z_l}^H \cdot (\mathbf{D} - (\mathbf{A}\boldsymbol{\sigma}_l + \mathbf{F}_{x_l} \cdot \mathbf{v}_{x_l} + \mathbf{F}_{y_l} \cdot \mathbf{v}_{y_l})) \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

当稀疏信号的估计值满足 $\|\boldsymbol{\sigma}_{l+1} - \boldsymbol{\sigma}_l\|_2 / \|\boldsymbol{\sigma}_l\|_2 < \varepsilon$  ( $\varepsilon$ 为一极小正数)时, 说明 $\boldsymbol{\sigma}_l$ 收敛, 此时迭代终止。但是如果在某次迭代中估计值偏差比较大时, 特别是 $\boldsymbol{\sigma}$ 和 $\eta$ 的初始化取值是很不准确的, 而式(23)是整个过程中结构比较复杂的一个环节, 如果在交替迭代时固定 $\boldsymbol{\sigma}$ 和 $\eta$ 的不精确值来优化偏差向量 $\mathbf{v}_x, \mathbf{v}_y, \mathbf{v}_z$ , 会使得优化过程难以收敛, 极大增加了算法的处理时间。因此在执行式(23)之前设定一个判断门限 $\|\boldsymbol{\sigma}_{l+1} - \boldsymbol{\sigma}_l\|_2 / \|\boldsymbol{\sigma}_l\|_2 < \delta$  ( $\delta > \varepsilon$ ), 使得 $\boldsymbol{\sigma}$ 和 $\eta$ 在趋于稳定之后再开始优化偏差向量。

若以 $\boldsymbol{\sigma}_l$ 表示第 $l$ 次迭代时的估计值, 那么第 $l+1$ 次迭代估计值可得

$$\boldsymbol{\sigma}_{l+1} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \eta_l \Gamma_l^{-1})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{D} \quad (18)$$

同理, 固定其他参数且令 $\partial f / \partial \eta = 0$ 可得

$$\eta_{l+1} = \|\mathbf{D} - \mathbf{H}\boldsymbol{\sigma}_l\|_2^2 / M^2 N^2 Q \quad (19)$$

然而在对参数 $\Delta \mathbf{x}, \Delta \mathbf{y}, \Delta \mathbf{z}$ 处理时要注意, 它们是由偏差向量矩阵化得到的对角矩阵, 在求解过程中必须保证其对角特性不变, 因此需对式(7)进行处理:

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= (\mathbf{A} + \mathbf{A}_x \Delta \mathbf{x} + \mathbf{A}_y \Delta \mathbf{y} + \mathbf{A}_z \Delta \mathbf{z}) \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{e} \\ &= \mathbf{A}\boldsymbol{\sigma} + \mathbf{A}_x \Delta \mathbf{x} \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{A}_y \Delta \mathbf{y} \cdot \boldsymbol{\sigma} \\ & \quad + \mathbf{A}_z \Delta \mathbf{z} \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{e} \end{aligned} \quad (20)$$

以对 $X$ 维上的失配参数处理为例, 令 $\mathbf{D}_x = \mathbf{A}_x \Delta \mathbf{x} \cdot \boldsymbol{\sigma}$ , 因为 $\mathbf{D}_x$ 是个列向量, 所以对它进行向量化运算不会影响其结构:

$$\begin{aligned} \text{vec}(\mathbf{D}_x) &= \text{vec}(\mathbf{A}_x \Delta \mathbf{x} \cdot \boldsymbol{\sigma}) \\ &= (\boldsymbol{\sigma}^H \otimes \mathbf{A}_x) \cdot \text{vec}(\Delta \mathbf{x}) \end{aligned} \quad (21)$$

式中,  $\otimes$ 表示Khatri-Rao运算,  $\text{vec}(\Delta \mathbf{x})$ 表示将矩阵 $\Delta \mathbf{x}$ 对角向量化。对 $Y, Z$ 两个维度的处理与之相同, 那么式(7)可进一步转换为

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \mathbf{A}\boldsymbol{\sigma} + \mathbf{F}_x \cdot \text{vec}(\Delta \mathbf{x}) + \mathbf{F}_y \cdot \text{vec}(\Delta \mathbf{y}) \\ & \quad + \mathbf{F}_z \cdot \text{vec}(\Delta \mathbf{z}) + \mathbf{e} \end{aligned} \quad (22)$$

式中,  $\mathbf{F}_x = \boldsymbol{\sigma}^H \otimes \mathbf{A}_x, \mathbf{F}_y = \boldsymbol{\sigma}^H \otimes \mathbf{A}_y, \mathbf{F}_z = \boldsymbol{\sigma}^H \otimes \mathbf{A}_z$ , 并令 $\mathbf{v}_x, \mathbf{v}_y, \mathbf{v}_z$ 分别表示 $\Delta \mathbf{x}, \Delta \mathbf{y}, \Delta \mathbf{z}$ 的对角向量, 与式(16)同理, 令 $\frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}_x} = 0, \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}_y} = 0, \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}_z} = 0$ 可得

基于MIMO雷达3维成像的自适应Off-grid校正算法的具体过程如下:

(1)初始化 $\boldsymbol{\sigma}, \eta, \mathbf{v}_x, \mathbf{v}_y, \mathbf{v}_z$ , 其中 $\boldsymbol{\sigma}_0 = \mathbf{H}^H \mathbf{D}$ ,  $\eta_0 = \|\mathbf{D} - \mathbf{H}\boldsymbol{\sigma}_0\|_2^2 / M^2 N^2 Q$ ,  $\mathbf{v}_x, \mathbf{v}_y, \mathbf{v}_z$ 则根据划分的网格间距设定初始值;

(2)更新 $\boldsymbol{\sigma}$ :  $\boldsymbol{\sigma}_{l+1} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \eta_l \Gamma_l^{-1})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{D}$ ;

(3)更新 $\eta$ :  $\eta_{l+1} = \|\mathbf{D} - \mathbf{H}\boldsymbol{\sigma}_l\|_2^2 / M^2 N^2 Q$ ;

(4)判断是否优化偏差向量:  $\|\boldsymbol{\sigma}_{l+1} - \boldsymbol{\sigma}_l\|_2 / \|\boldsymbol{\sigma}_l\|_2 < \delta$ , 若不满足, 返回步骤(2), 若满足则优化失配偏差向量 $\mathbf{v}_x, \mathbf{v}_y, \mathbf{v}_z$ 至其收敛;

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{v}\mathbf{x}_{l+1} &= (\mathbf{F}_{x_l}^H \mathbf{F}_{x_l})^{-1} \cdot \mathbf{F}_{x_l}^H \cdot (\mathbf{D} - (\mathbf{A}\sigma_l + \mathbf{F}_{y_l} \cdot \mathbf{v}\mathbf{y}_l + \mathbf{F}_{z_l} \cdot \mathbf{v}\mathbf{z}_l)) \\ \mathbf{v}\mathbf{y}_{l+1} &= (\mathbf{F}_{y_l}^H \mathbf{F}_{y_l})^{-1} \cdot \mathbf{F}_{y_l}^H \cdot (\mathbf{D} - (\mathbf{A}\sigma_l + \mathbf{F}_{x_l} \cdot \mathbf{v}\mathbf{x}_l + \mathbf{F}_{z_l} \cdot \mathbf{v}\mathbf{z}_l)) \\ \mathbf{v}\mathbf{z}_{l+1} &= (\mathbf{F}_{z_l}^H \mathbf{F}_{z_l})^{-1} \cdot \mathbf{F}_{z_l}^H \cdot (\mathbf{D} - (\mathbf{A}\sigma_l + \mathbf{F}_{x_l} \cdot \mathbf{v}\mathbf{x}_l + \mathbf{F}_{y_l} \cdot \mathbf{v}\mathbf{y}_l)) \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

(5) 迭代终止条件判断  $\|\sigma_{l+1} - \sigma_l\|_2 / \|\sigma_l\|_2 < \varepsilon$ , 若不满足, 返回步骤(2);

(6) 输出各参数值。

#### 4 仿真实验与分析

本节的仿真旨在证明本文算法可以有效地降低网格失配对成像性能的影响。其中的参数设定如下: 采用的是Hadamard正交相位编码信号  $s_m(t) = p_m(t) \exp(j2\pi f_c t + \varphi_m)$ ,  $p_m(t)$  为信号的复包络,  $f_c$  为发射信号载波频率,  $\varphi_m$  是信号的相位, 该类编码信号通过调整发射信号的相位  $\varphi_m$  保证各发射信号间的正交性。发射阵元个数  $M^2=9$ , 接收阵元  $N^2=64$ , 发射阵元间距  $d_t=16$  m, 接收阵元间距  $d_r=1$  m, 信号载波频率  $f_c=10$  GHz, 信号带宽  $B=50$  MHz, 发射脉冲宽度  $T_r=2$   $\mu$ s, 频率采样次数  $Q=20$  次。成像区域到雷达的参考距离为10 km, 成像区域大小为  $X$  维  $-40 \sim 40$  m,  $Y$  维  $-40 \sim 40$  m,  $Z$  维  $-40 \sim 40$  m, 在各维划分的网格大小为5 m, 成像区域内设定随机由5个散射强度为1的强散射点构成, 且在区域内的坐标分别为  $(-20, 0, 30)$ ,  $(10, 10, 20)$ ,  $(30, -20, 10)$ ,  $(20, 30, -30)$  和  $(0, 0, -10)$ , 区域中的网格失配偏差量的初始值设定为  $0 \sim 5$  m 内的

均匀分布。

图2, 图3和图4是信噪比SNR=20 dB时, 利用所提算法对网格失配优化前后的仿真结果对比, 从3维图像以及在  $XY$ ,  $XZ$ ,  $YZ$  3个平面的投影分别比较了二者的成像结果。从结果的比较中可以看出, 由于网格失配的影响, 区域内出现了大量伪影点, 并且真实目标点的散射强度也发生变化, 使得难以检测到真实目标点的位置。而经过所提自适应Off-grid校正算法处理后, 抑制了伪影的出现, 可以很精确地估计散射点的位置和幅值, 有很高的恢复概率。

图5展示了本文算法的估计结果与迭代次数的关系, 其中各个实验参数设定与上述实验参数相同。实验从成像误差(真实散射点分布与估计散射点分布经迭代后仍存在的误差, 即  $\|\sigma_{\text{优化}} - \sigma_{\text{原始}}\|_2^2 / \|\sigma_{\text{原始}}\|_2^2$ ) 随迭代次数的变化关系分析算法的收敛性, 迭代次数指的是偏差向量从整个算法运行到终止所经历的迭代次数, 从中可以看出, 算法在迭代20次左右开始收敛, 并将一直收敛, 说明本文算法有较好的收敛特性。

图6是描述成像误差与SNR之间关系的曲线图, 在SNR从  $0 \sim 25$  dB 的范围内, 对本文方法与

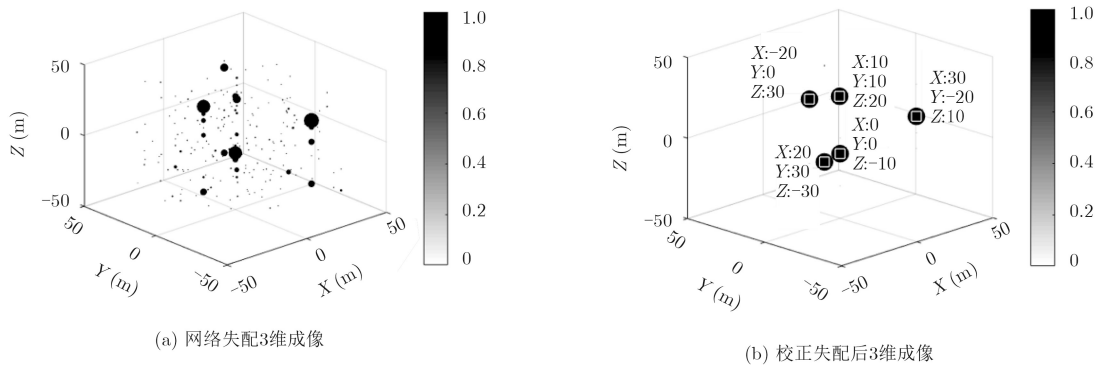


图2 网格失配优化前后3维成像结果对比

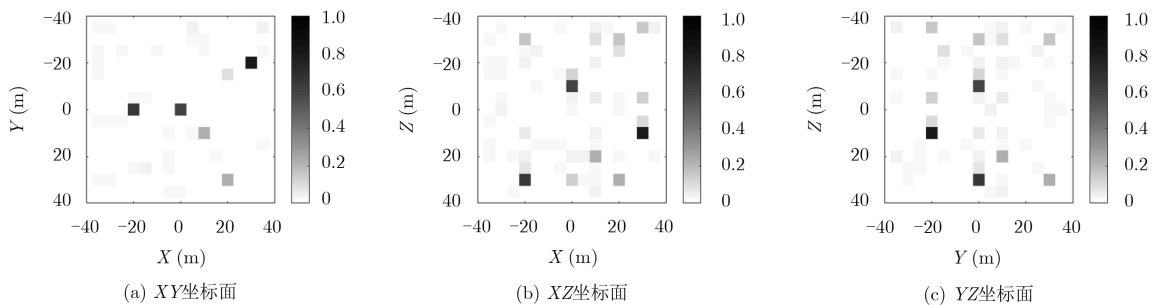


图3 网格失配成像在3个坐标面的投影

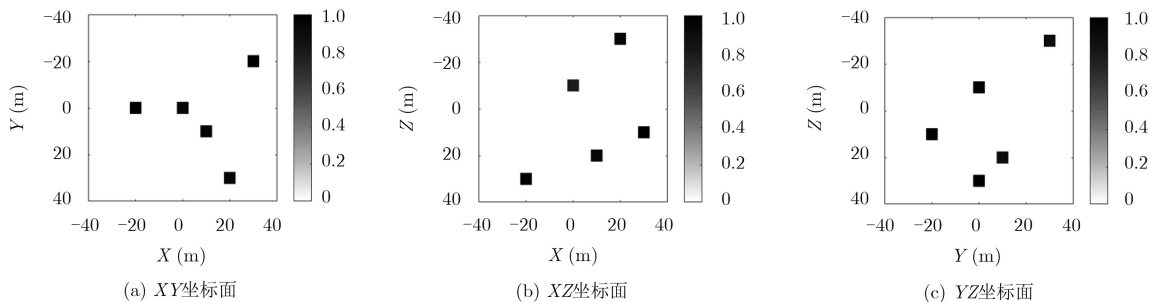


图4 校正失配成像在3个坐标面的成像投影

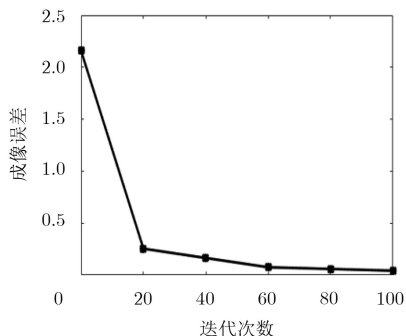


图5 成像误差与迭代次数关系

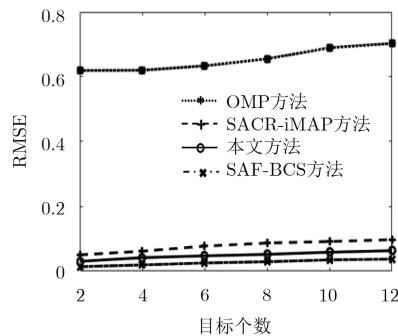


图7 成像误差随稀疏度变化

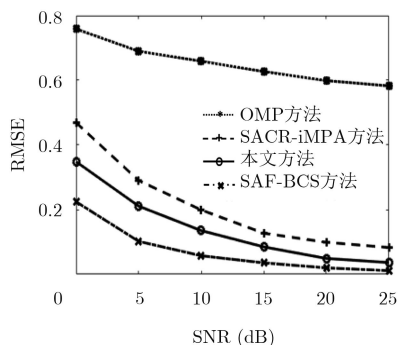


图6 成像误差随SNR变化

2维OMP方法<sup>[19]</sup>、SACR-iMAP方法<sup>[14]</sup>(Sparse Adaptive Calibration Recovery via Iterative Maximum A Posteriori, 即基于MAP的稀疏自适应校正恢复算法)、SAF-BCS方法(基于贝叶斯压缩感知的稀疏自聚焦成像方法, 文献<sup>[16]</sup>中提出的基于多层共轭先验分布贝叶斯模型的Off-grid处理方法)处理网格失配的性能做了比较。可以看出本文方法的精度较高, 明显优于OMP方法与SACR-iMAP方法, 尤其在低信噪比下误差比较小, 这一方面得益于贝叶斯类算法有高成像精度与强抗噪性, 另一方面是算法本身对偏差量的自适应迭代校正过程在很大程度上也提高了成像的精确度。

图7是在SNR=20 dB下描述4种方法成像误差随目标区域稀疏度变化关系的曲线图, 可以看出误差会随稀疏度增大而增大, 说明随着目标个数的增加, 这些方法的估计精度都会有所下降, 这符合实

际情况, 但相比之下本文算法成像效果良好, 能满足实际应用的需要。

本文在对运算量或复杂度的分析中主要考虑算法中对其影响最大的部分。对本文方法而言, 运算量分两部分, 第1部分是对 $\sigma$ 和 $\eta$ 的迭代更新, 第2部分是对偏差向量 $\mathbf{v}_x, \mathbf{v}_y, \mathbf{v}_z$ 的优化校正处理, 由于对偏差向量的每次校正都是迭代至收敛的过程, 即第2部分的复杂度明显远高于第1部分, 因此对文中式(23)分析可得, 经过1次迭代后的运算量约为 $6M^2N^2QU+3U^3$ , 则经过整个算法的运行后的运算复杂度约为 $O((I_1-I_0) \times I_2(6M^2N^2QU+3U^3))$ , 其中 $I_1$ 为外循环迭代次数, 即 $\sigma$ 和 $\eta$ 的迭代更新次数,  $I_2$ 为每次外循环时 $\mathbf{v}_x, \mathbf{v}_y, \mathbf{v}_z$ 的优化迭代次数,  $I_0$ 为 $I_1$ 中不满足判定条件 $\|\sigma_{t+1} - \sigma_t\|_2 / \|\sigma_t\|_2 < \delta$ 的次数。基于此, 本文选择OMP方法、SACR-iMAP方法及SAF-BCS方法与本文方法的计算复杂度及迭代优化次数作比较, 表1所示为几种方法的复杂度及迭代次数比较结果。

本文方法的复杂度稍高, 主要是由于在经过 $\sigma$ 和 $\eta$ 的每次迭代更新后都需要将偏差向量 $\mathbf{v}_x, \mathbf{v}_y, \mathbf{v}_z$ 优化处理至完全收敛, 因此本文算法在运算量、运行时间等方面的性能略低于OMP和SACR-iMAP方法, 但在稍大的运算机制下可以得到更精确的成像结果, 具体可见文中图6对几种算法RMSE性能的比较结果。相比于SAF-BCS方法, 所提算法的迭代收敛总次数与SAF-BCS算法比较接近, 但每次

表1 计算复杂度对比

方法	计算复杂度	迭代终止次数
OMP方法	$O(I_{\text{OMP}} \times M^2 N^2 QU)$	$I_{\text{OMP}} = 16$
SACR-iMAP方法	$O(I_{\text{SACR-iMAP}} \times (3M^2 N^2 QU + 2U^3))$	$I_{\text{SACR-iMAP}} = 15$
本文方法	$O((I_1 - I_0) \times I_2 (6M^2 N^2 QU + 3U^3))$	$I_1 = 9, I_0 = 3, I_2 = 7$
SAF-BCS方法	$O(I_{\text{SAF-BCS}} \times (15M^2 N^2 QU + 4U^3))$	$I_{\text{SAF-BCS}} = 38$

迭代的复杂度远没有SAF-BCS算法高，因此可以看出本文算法复杂度比较低，主要是由于MAP的概率模型比多层共轭模型更为简单，提高了相应的算法收敛速度。

## 5 结论

本文针对MIMO雷达3维压缩感知成像中存在的网格失配问题，提出了一种自适应的网格失配校正方法。建立3维的网格失配模型，通过用扰动矩阵对失配参数的等效处理将网格失配问题转换为稀疏重构中的模型误差优化问题，并用恢复精度比较高的MAP方法反演稀疏目标，可以得到精确的成像结果。仿真验证了该方法可以有效地实现对网格失配的优化，具有精确稳定的成像性能，并且在抗噪性能方面也有一定的优势。

## 参考文献

- [1] 保铮, 邢孟道, 王彤. 雷达成像技术[M]. 北京: 电子工业出版社, 2010: 24–30.
- [2] FISHLER E, HAIMOVICH A, BLUM R, *et al.* MIMO radar: An idea whose time has come[C]. Proceedings of 2004 IEEE Radar Conference, Philadelphia, USA, 2004: 71–78.
- [3] DUARTE M F and ELDAR Y C. Structured compressed sensing: From theory to applications[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(9): 4053–4085. doi: [10.1109/TSP.2011.2161982](https://doi.org/10.1109/TSP.2011.2161982).
- [4] 谢晓春. 压缩感知理论在雷达成像中的应用研究[D]. [博士学位论文], 中国科学院空间科学与应用研究中心, 2010.  
XIE Xiaochun. Study on the application of compressive sensing in radar imaging[D]. [Ph.D. dissertation], The Center for Space Science and Applied Research, Chinese Academy of Sciences, 2010.
- [5] ZHU Yutao and SU Yi. A type of M2-transmitter N2-receiver MIMO radar array and 3D imaging theory[J]. *Science China Information Sciences*, 2011, 54(10): 2147–2157. doi: [10.1007/s11432-011-4400-y](https://doi.org/10.1007/s11432-011-4400-y).
- [6] HU Xiaowei, TONG Ningning, WANG Jianye, *et al.* Matrix completion-based MIMO radar imaging with sparse planar array[J]. *Signal Processing*, 2017, 131: 49–57. doi: [10.1016/j.sigpro.2016.07.034](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2016.07.034).
- [7] HU Xiaowei, TONG Ningning, ZHANG Yongshun, *et al.* Multiple-input–multiple-output radar super-resolution three-dimensional imaging based on a dimension-reduction compressive sensing[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2016, 10(4): 757–764. doi: [10.1049/iet-rsn.2015.0345](https://doi.org/10.1049/iet-rsn.2015.0345).
- [8] DING Shanshan, TONG Ningning, ZHANG Yongshun, *et al.* Super-resolution 3D imaging in MIMO radar using spectrum estimation theory[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2017, 11(2): 304–312. doi: [10.1049/iet-rsn.2016.0233](https://doi.org/10.1049/iet-rsn.2016.0233).
- [9] HU Xiaowei, TONG Ningning, SONG Baojun, *et al.* Joint sparsity-driven three-dimensional imaging method for multiple-input multiple-output radar with sparse antenna array[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2017, 11(5): 709–720. doi: [10.1049/iet-rsn.2016.0108](https://doi.org/10.1049/iet-rsn.2016.0108).
- [10] CANDÈS E and ROMBERG J. Sparsity and incoherence in compressive sampling[J]. *Inverse Problems*, 2007, 23(3): 969–985. doi: [10.1088/0266-5611/23/3/008](https://doi.org/10.1088/0266-5611/23/3/008).
- [11] BAO Qian, HONG Wen, HAN Kuoye, *et al.* Off-grid effect free imaging method based on improved OMP approach for DLLA 3D SAR[C]. Proceedings of 2015 IET International Radar Conference, Hangzhou, 2015: 1–4.
- [12] BAO Qian, HAN Kuoye, PENG Xueming, *et al.* DLSLA 3-D SAR imaging algorithm for off-grid targets based on pseudo-polar formatting and atomic norm minimization[J]. *Science China Information Sciences*, 2016, 59(6): 062310. doi: [10.1007/s11432-015-5477-5](https://doi.org/10.1007/s11432-015-5477-5).
- [13] LIU Changchang, DING Li, and CHEN Weidong. A correction and generalization to the sparse learning via iterative minimization method for target off the grid in MIMO radar imaging[C]. Proceedings of 2012 Conference Record of the Forty Sixth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, Pacific Grove, USA, 2012: 895–899.
- [14] HE Xuezhi, LIU Changchang, LIU Bo, *et al.* Sparse frequency diverse MIMO radar imaging for off-grid target based on adaptive iterative MAP[J]. *Remote Sensing*, 2013, 5(2): 631–647. doi: [10.3390/rs5020631](https://doi.org/10.3390/rs5020631).
- [15] 丁丽. MIMO雷达稀疏成像的失配问题研究[D]. [博士学位论文], 中国科学技术大学, 2014.  
DING Li. Research on observation matrix mismatch for MIMO radar sparse imaging[D]. [Ph.D. dissertation], University of Science and Technology of China, 2014.
- [16] 王天云, 陆新飞, 丁丽, 等. 基于贝叶斯压缩感知的FD-

- MIMO雷达Off-Grid目标稀疏成像[J]. 电子学报, 2016, 44(6): 1314–1321. doi: [10.3969/j.issn.0372-2112.2016.06.008](https://doi.org/10.3969/j.issn.0372-2112.2016.06.008).
- WANG Tianyun, LU Xinfei, DING Li, *et al.* Bayesian compressive sensing-based sparse imaging for Off-Grid target in frequency diverse MIMO radar[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2016, 44(6): 1314–1321. doi: [10.3969/j.issn.0372-2112.2016.06.008](https://doi.org/10.3969/j.issn.0372-2112.2016.06.008).
- [17] 王超宇, 贺亚鹏, 胡恒, 等. 基于贝叶斯压缩感知的噪声MIMO雷达目标成像[J]. 南京理工大学学报, 2013, 37(2): 262–268. doi: [10.3969/j.issn.1005-9830.2013.02.011](https://doi.org/10.3969/j.issn.1005-9830.2013.02.011).
- WANG Chaoyu, HE Yapeng, HU Heng, *et al.* Noise MIMO radar target imaging based on Bayesian compressive sensing[J]. *Journal of Nanjing University of Science and Technology*, 2013, 37(2): 262–268. doi: [10.3969/j.issn.1005-9830.2013.02.011](https://doi.org/10.3969/j.issn.1005-9830.2013.02.011).
- [18] JI Shihao, XUE Ya, and CARIN L. Bayesian compressive sensing[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(6): 2346–2356. doi: [10.1109/TSP.2007.914345](https://doi.org/10.1109/TSP.2007.914345).
- [19] 王伟, 张斌, 李欣. 基于混合匹配追踪算法的MIMO雷达稀疏成像方法[J]. 电子与信息学报, 2016, 38(10): 2415–2422. doi: [10.11999/JEIT151453](https://doi.org/10.11999/JEIT151453).
- WANG Wei, ZHANG Bin, and LI Xin. An imaging method for MIMO radar based on hybrid matching pursuit[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2016, 38(10): 2415–2422. doi: [10.11999/JEIT151453](https://doi.org/10.11999/JEIT151453).
- 王 伟: 男, 1979年生, 教授, 研究方向为MIMO雷达信号处理、组合导航系统和无线电导航.
- 胡子英: 男, 1994年生, 博士生, 研究方向为MIMO雷达信号处理及稀疏成像技术.
- 龚琳舒: 女, 1993年生, 硕士生, 研究方向为MIMO雷达信号处理及角度估计算法.