

非理想条件下基于矢量水听器阵列的一种快速方位估计算法

王彪^① 陈宇*^① 徐千驰^① 高世杰^① 张岑^②

^①(江苏科技大学 镇江 212002)

^②(南京中海达海洋信息技术有限公司 南京 211800)

摘要: 为了实现少快拍、低信噪比(SNR)条件下的水下目标快速方位估计, 该文建立矢量水听器阵列方位估计稀疏表示模型。利用实值转化技术将复数方向矩阵转化到实数域, 以便利用平滑L0算法对稀疏信号矩阵进行重构从而得到方位估计结果。该文改进平滑L0算法, 利用收敛性更好的复合反比例函数(CIPF)函数作为平滑函数以及提出促稀疏加权的方法, 该方法通过加权的方式修正噪声条件下L2范数作为迭代初始值偏离稀疏解较远的问题来促进算法快速收敛于稀疏解。通过仿真验证了该文提出的基于实值转换的促稀疏加权平滑L0算法在少快拍、低信噪比的条件下可以实现优于传统子空间类算法的性能, 并且在保证性能的同时, 显著提高方位估计的速度。

关键词: 矢量水听器; DOA估计; 稀疏分解

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2021)03-0745-07

DOI: 10.11999/JEIT200541

A Fast Direction Estimation Algorithm Based on Vector Hydrophone Array under Non-ideal Conditions

WANG Biao^① CHEN Yu^① XU Qianchi^① GAO Shijie^① ZHANG Cen^②

^①(Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang 212002, China)

^②(Jiangsu Zhonghaida Ocean Information Technology Co., Ltd., Nanjing 211800, China)

Abstract: In order to realize the fast direction estimation of underwater targets under the conditions of less snapshot and low SNR, a sparse decomposition model of vector hydrophone array direction estimation is established. The real value conversion technique is used to convert the complex direction matrix into the real number field, so as to reconstruct the sparse signal matrix using the SL0 algorithm to obtain the orientation estimation result. The SL0 algorithm is improved, the Compound Inverse Proportional Function (CIPF) with better convergence is used as a smoothing function, and a weighted method is proposed which can promote sparsity, the weighted method is used to correct the problem that the norm as the initial iteration value deviates far from the sparse solution to increase the speed of azimuth estimation. The simulation verifies that the proposed algorithm can achieve better performance than the traditional subspace algorithm under the conditions of low snapshot and low SNR, and improve the speed of bearing estimation while ensuring performance.

Key words: Vector hydrophone; DOA estimate; Sparse decomposition

1 引言

矢量水听器可以空间共点同步拾取声场的声压和振速信息, 获得比标量水听器更好的水下探测性能而成为声呐技术的一个新的发展方向^[1]。在矢量阵列信号处理领域, 目前以多重信号分类^[2](MUSIC)

Signal Classification, MUSIC)为代表的子空间类方位估计算法在高信噪比条件下可以获得较高的估计性能, 但是由于矢量水听器声压通道与振速通道接收噪声功率不一致的问题^[3], 随着信噪比的降低, 划分的噪声子空间与信号子空间不再满足正交关系, 算法性能急剧下降, 此外, MUSIC算法需要大量的快拍采样保证自相关矩阵的准确度, 同时子空间的划分需要先验信源数的信息。而随着人类海洋活动的加剧, 海洋噪声水平上升, 以及随着科技的发展, 潜艇及水面舰艇制造工艺的提升, 潜艇及水面舰艇的噪声级越来越小, 如何在低信噪比,

收稿日期: 2020-07-02; 改回日期: 2020-12-14; 网络出版: 2020-12-31

*通信作者: 陈宇 182010043@stu.just.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(52071164)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (52071164)

少快拍的条件下进行快速的方位估计是声呐阵列信号处理中急需解决的问题,为了解决该问题,信号稀疏分解重构理论被运用到阵列方位估计问题上^[4-6],将稀疏分解理论运用于矢量水听器阵列方位估计有以下两个方面的优势:一是基于空间稀疏的矢量水听器阵列方位估计算法不需要构建自相关矩阵,可以避免通道功率不一致与快拍数不足带来的性能下降的问题,同时可实现单快拍方位估计;二是相较于传统标量水听器均匀线阵,矢量水听器阵列不存在左右舷模糊问题,所以可以实现全空间无模糊方位定位,即在同等来波数下,矢量水听器阵列方位估计稀疏表示模型是更加稀疏的,提高了稀疏信号重构的成功率。平滑L0算法通过一组近似L0范数的平滑函数将求解L0范数最小化问题松弛为求解平滑函数最小化问题,由于平滑函数为连续可导函数,所以易通过约束优化类算法求解,计算量较小,但是在含噪条件下性能较差。文献^[7]提出了正则化平滑L0算法显著提高了低信噪比条件下的稀疏信号重构性能。文献^[8]提出了一种形式更为简洁、更加接近L0范数的复合反比例函数(Compound Inverse Proportional Function, CIPF)提高算法速度。

2 声矢量阵列模型与稀疏表示

2.1 声矢量阵列模型

考虑2维矢量水听器模型^[9],在远场条件下,该模型包括一个声压通道和两个振速通道,其中声压通道接收声场中的声压信息 p ,两个振速通道分别接收声场中相互正交的两个振速分量 v_x 和 v_y ,假设声压与振速之间系数为1,在忽略波阻抗的条件下有

$$\left. \begin{aligned} p(t) &= x(t) \\ v_x(t) &= \cos\theta x(t) \\ v_y(t) &= \sin\theta x(t) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中, $x(t)$ 为声压波形, θ 为声波传播的水平方位角,假设远场中有 K 个窄带信号入射到矢量水听器阵列上,该阵列为由 M 个阵元构成均匀线阵,阵元之间距离为 d ,则信号的方位角为 θ_k , $k=0, 1, \dots, K-1$,则第 m 个阵元的输出可以表示为

$$\mathbf{x}_m(t) = \sum_{k=0}^{K-1} a_k \begin{bmatrix} 1 & \cos\theta_k & \sin\theta_k \end{bmatrix}^T s_k(t) + \mathbf{n}_m(t) \quad (2)$$

声矢量阵列接收信号为

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}(\theta) \mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t) \quad (3)$$

式中, $\mathbf{A}(\theta)$ 为 $3M \times K$ 的方向矩阵, $\mathbf{S}(t)$ 为 $K \times 1$ 维信号矩阵, $\mathbf{N}(t)$ 为 $K \times 1$ 维的阵列接收噪声矩阵,

则 $\mathbf{X}(t)$ 为 $3M \times 1$ 维接收矩阵。以矢量阵列的第1个阵元为参考阵元,则方向向量为 $\mathbf{a}(\theta) = [e^{-j\omega d \cos\theta/c} \dots e^{-j\omega(M-1)d \cos\theta/c}]^T$,其中 c 为水下声速, d 为两个阵元之间的距离。

2.2 矢量阵列方位估计的稀疏表示

真实信号的方位角度在空间域中是稀疏的,这是矢量阵列方位估计稀疏表示的理论基础。与标量水听器水平均匀线阵的左右舷模糊问题相比^[8],由于矢量水听器具有与频率无关的指向性,所以可以实现全空间无模糊定位,即矢量阵列方位估计模型在空间域中是更加稀疏的,则利用矢量阵列的稀疏性进行方位估计成功率更高。

基于空间域稀疏表示的条件下,进行 L 次快拍采样,矢量阵列方位估计模型可根据式(3)设计为

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}(\tilde{\theta}) \tilde{\mathbf{S}} + \mathbf{N} \quad (4)$$

式中, $\mathbf{A}(\tilde{\theta})$ 为过完备原子库, $\tilde{\theta}$ 为稀疏矩阵 $\tilde{\mathbf{S}}$ 的行向量所对应的可能存在的真实方位角度的集合。在基于网格的稀疏DOA估计中, $\tilde{\theta}$ 一般表示为

$$\tilde{\theta} = [\tilde{\theta}_0 \quad \tilde{\theta}_0 + \Delta\gamma \quad \dots \quad \tilde{\theta}_0 + (P-1)\Delta\gamma] \quad (5)$$

式中, $P \gg K$,以保证搜索的网格数远多于真实的待估计方位目标; $\Delta\gamma$ 为瑞利限,为了实现超分辨DOA估计,网格步长应当小于 $\Delta\gamma$,本文中设计网格步长设置为0.1。在某一次快拍时 $\tilde{\mathbf{S}}_L$ 为 $P \times 1$ 维列向量,其中只有与真实方位角度对应的位置为非零元素,其余位置全部为0。 L 次快拍采样时 $\tilde{\mathbf{S}}$ 为 $P \times L$ 维稀疏矩阵,通过确定 $\tilde{\mathbf{S}}$ 中较大的元素所在的行,便可进行DOA估计。基于稀疏表示的矢量阵列方位估计问题可被描述为

$$\arg \min \|\tilde{\mathbf{S}}\|_0, \quad \text{s.t. } \mathbf{X} = \mathbf{A}(\tilde{\theta})\tilde{\mathbf{S}} + \mathbf{N} \quad (6)$$

式中, $\|\tilde{\mathbf{S}}\|_0$ 表示稀疏矩阵 $\tilde{\mathbf{S}}$ 的L0范数,其中矢量水听器的输出 \mathbf{X} 与扩展的方向向量 $\mathbf{A}(\tilde{\theta})$ 是已知的,则通过在可行域上求取 $\tilde{\mathbf{S}}$ 的稀疏解即可得到方位估计结果。

3 基于快速方位估计的改进算法

3.1 平滑L0算法与改进

针对少快拍,低信噪比条件下矢量水听器阵列快速方位估计问题进行如下几个方面的改进。

3.1.1 基于矢量水听器阵列方位估计的平滑L0算法

平滑L0算法由于对信号稀疏性的充分描述以及较少的算法运行时间从而适合应用于快速DOA估计问题。本文算法通过一个带参数的可微的平滑函数逐步逼近L0范数,该函数一般为高斯函数簇,其形式为

$$f_{\sigma}(x) = 1 - \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \quad (7)$$

式中, σ 为调节函数逼近L0范数程度的参数, 在实际使用中, 一般采取一组逐渐递减的 σ 值以避免在寻找最稀疏解的过程中陷入局部最优从而找到全局最优。

为了减少算法计算量, 加快平滑函数收敛于最稀疏解的速度, 本文选择CIPF函数为平滑函数, 函数形式为

$$f_{\sigma}(x) = -\frac{\sigma^2}{10x^2 + \sigma^2} \quad (8)$$

CIPF函数与高斯函数簇相比没有对数指数运算, 所以形式简单, 且函数主瓣宽度较窄, 收敛性强, 所以计算复杂度要低于高斯函数簇。

3.1.2 平滑L0算法初始值加权方法

平滑L0算法在迭代求解之前一般采用最小L2范数解作为迭代初始值^[10,11], 在信噪比较低的情况下采用该初始值会导致算法收敛性变差, 如图1所示, 该图为信噪比SNR = 5 dB条件下L2范数与L0范数的对比, 其中图例为蓝色三角的线条为L0范数; 图例为绿色圆圈的线条为无噪情况下的L2范数, 该范数的值随着 x 绝对值的减小而减小, 可反映L0范数变化的一般规律; 而图例为红色圆点的线条为信噪比为5 dB时的L2范数, 此时范数值波动较大, 即在存在噪声的环境下, L2不能准确反映L0范数的特点, 从而导致迭代初始值距离稀疏解较远, 则会增加算法的迭代次数从使得算法速度下降。

为了加快算法收敛速度, 可通过加权的方式对初始值进行修正。对于水下安静型目标的方位估计而言, 一般情况下, 每次快拍估计的目标方位角固定, 根据这一特点可以利用上次方位估计结果对本次迭代初始值进行修正, 用该具有正反馈特性的加权方式加快目标函数收敛于稀疏解的速度, 则根据上述原理, 促稀疏权重表达式为

$$W = W' - \lambda(W' - S') \quad (9)$$

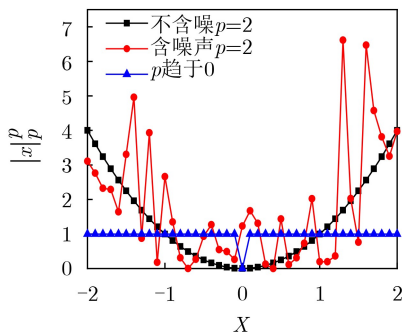


图1 低信噪比情况下L2范数对L0范数的近似效果

式中, W' 为上一次迭代的权重, S' 为上一次快拍的方位结果, λ 为正则化参数, 取值范围为 $[0, 1]$, 该正则化参数表示对上一个快拍方位估计值的接受程度, 一般说来在高信噪比时取较大值, 低信噪比时取较小值。

3.2 基于实值转化的矢量阵列信号处理模型

考虑一般情况, 阵列的方向向量和阵列输出向量均为复数, 而文献[7]在对平滑函数的特征总结中指出: 平滑函数应为实解析函数, 但并未对平滑函数是否是更为严格的复解析函数进一步说明, 附录A给出了证明。

由证明可知平滑函数在复数域上不解析, 所以梯度理论失效, 则复数矩阵无法直接通过基于梯度的最速上升法进行迭代寻优, 而在矢量水听器阵列方位估计问题中, 算法迭代所求的初始值为复数矩阵, 则无法进行后续的迭代, 为了解决该问题, 可采用实值(RV)转换技术对方向向量进行处理^[12,13]。

将阵列的几何中心点作为参考阵元, 则将方向矩阵 $\mathbf{A}(\theta)$ 中的阵列响应向量 $\mathbf{a}(\theta)$ 可以改写为 $\bar{\mathbf{a}}(\theta)$, 以阵元数 M 为奇数为例, 其形式为

$$\bar{\mathbf{a}}(\theta) = \left[e^{-j\omega \frac{M-1}{2} d \cos\theta/c} \dots 1 \dots e^{j\omega \frac{M-1}{2} d \cos\theta/c} \right] \quad (10)$$

则阵列的输出可以写为

$$\mathbf{X} = \bar{\mathbf{A}}(\hat{\theta}) \tilde{\mathbf{S}} + \mathbf{N} \quad (11)$$

式中, $\bar{\mathbf{A}}(\theta) = [\bar{\mathbf{a}}(\theta_0) \otimes \mathbf{u}(\theta_0) \dots \bar{\mathbf{a}}(\theta_{K-1}) \otimes \mathbf{u}(\theta_{K-1})]^T$ 为改写后的方向矩阵。则通过左乘酉变换矩阵的方式可实现方向矩阵的实值转换, 该酉变换矩阵的形式为

$$U_N = U_{2K+1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_K & 0 & j\mathbf{I}_K \\ \mathbf{0}^T & \sqrt{2} & \mathbf{0}^T \\ \prod_K & 0 & -j\prod_K \end{bmatrix} \quad (12)$$

式中, $2K + 1$ 应与阵列的阵元数相等, \mathbf{I}_K 为 K 阶单位矩阵, \prod_K 为 K 阶逆对角线为1其余元素为0的矩阵。将式(12)中的酉变换矩阵的共轭转置左乘于方向矩阵 $\bar{\mathbf{A}}(\theta)$, 即

$$\bar{\mathbf{A}}RV(\theta) = U_N^H \bar{\mathbf{A}}(\theta) \quad (13)$$

可得到实值方向矩阵 $\bar{\mathbf{A}}RV(\theta)$, 而在应用于2维矢量水听器阵列时, 由式(1)可知, 每个矢量水听器有3个通道输出, 所以需要对该酉变换矩阵进行扩展, 扩展酉变换矩阵的形式为

$$\tilde{U}_N = U_N \otimes \mathbf{I}_3 \quad (14)$$

在后续平滑L0算法中涉及方向向量的求逆, 根据非奇异矩阵的性质, 该扩展后的酉变换矩阵应为

非奇异矩阵, 综上, 以阵元数 $M=3$ 为例, 附录B证明了扩展酉变换矩阵的非奇异性。

利用该扩展酉变换矩阵, 式(11)可改写为

$$\tilde{\mathbf{X}} = \tilde{\mathbf{U}}_N \mathbf{X} = \tilde{\mathbf{U}}_N \bar{\mathbf{A}}(\tilde{\boldsymbol{\theta}}) \tilde{\mathbf{S}} + \tilde{\mathbf{U}}_N \mathbf{N} \quad (15)$$

由于将方向矩阵进行了实值转换, 即 $\tilde{\mathbf{U}}_N \bar{\mathbf{A}}(\tilde{\boldsymbol{\theta}})$ 为实数矩阵, 则通过提取实部与虚部, 将式(15)改写为

$$\mathbf{X}_{\text{RV}} = \tilde{\mathbf{U}}_N \bar{\mathbf{A}}(\tilde{\boldsymbol{\theta}}) \tilde{\mathbf{S}}_{\text{RV}} + \mathbf{N}_{\text{RV}} \quad (16)$$

式中, $\mathbf{X}_{\text{RV}} = [\mathbf{Re}\{\tilde{\mathbf{X}}\}, \mathbf{Im}\{\tilde{\mathbf{X}}\}]$, $\tilde{\mathbf{S}}_{\text{RV}} = [\mathbf{Re}\{\tilde{\mathbf{S}}\}, \mathbf{Im}\{\tilde{\mathbf{S}}\}]$, $\mathbf{N}_{\text{RV}} = [\mathbf{Re}\{\tilde{\mathbf{U}}_N \mathbf{N}\}, \mathbf{Im}\{\tilde{\mathbf{U}}_N \mathbf{N}\}]$, 通过实值转化技术, 不仅解决了在实数域进行方位估计的问题, 也对快拍数进行了扩充, 当快拍数为 L 时, 实际可处理的数据量为 $2L$, 在快拍数匮乏的应用环境下这是多有裨益的。

4 对于算法的说明

4.1 算法描述

基于第3节对于平滑L0算法的改进, 本节将描述基于实值转换的促稀疏加权平滑L0算法步骤, 如表1所示。

4.2 算法复杂度

本文提出的基于实值转换的促稀疏加权平滑L0算法的计算量主要为两个方面, 一是如式(9)所示的促稀疏权重向量的建立, 该处的计算量为 $O[2LP]$, 二是利用平滑L0算法重构方位估计信号矩阵的稀疏解, 假设平滑函数采用高斯函数, 该处的计算量为 $O[2LPNH]$, CIPF函数作为平滑函数计算量为高斯函数的3/5, 采用促稀疏加权方法对迭代初始值进行修正可以使 σ_1 减小从而使平均迭代次数下降为原来的2/5, 综上所述, 本文提出的基于实值转换的促稀疏加权平滑L0算法的复杂度为 $O[2LP+12/25 \times LPNH]$, 快速性较原始平滑L0算法有所提升, 具体效果可参考5.5节内容。

5 数值仿真与分析

为了验证本文提出的基于实值转换的促稀疏加权平滑L0算法的性能进行以下仿真, 考虑水量水听器应用于浮标探测系统以及矢量的补盲节点, 仿真选择3个矢量水听器组成的均匀线阵, 阵元间距为半波长, 搜索范围为 $[-180^\circ, 180^\circ]$, 其余参数在各个具体仿真中给出。

表1 基于实值转换的促稀疏加权平滑L0算法步骤

-
- (1) 进行 L 次快拍采样, 得到矢量阵列输出 \mathbf{X} ;
- (2) 建立过完备原子库 $\mathbf{A}(\tilde{\boldsymbol{\theta}})$, 利用实值变换酉矩阵将定义在复数域的 $\mathbf{A}(\tilde{\boldsymbol{\theta}})$ 转换成实数矩阵 $\bar{\mathbf{A}}_{\text{RV}}(\tilde{\boldsymbol{\theta}})$ 并且通过分离实部与虚部, 获得扩展的 $2L$ 次快拍的 \mathbf{X}_{RV} ;
- (3) 按照如下步骤进行基于实值转换的促稀疏加权平滑L0算法从而实现矢量阵列DOA估计:
- 初始化: 设置权重 \mathbf{W}^0 为全1向量; 令 $\tilde{\mathbf{S}}_{\text{RV}}^0$ 为最小L2范数解。
- For $k=1: 2L$;
- (a) 当 $k \geq 2$ 时, 令 $\mathbf{W}^k = \mathbf{W}^{k-1} - \lambda (\mathbf{W}^{k-1} - \tilde{\mathbf{S}}_{\text{RV}}^{k-1})$, 则 $\tilde{\mathbf{S}}_{\text{RV}}^k = \mathbf{W}^k \tilde{\mathbf{S}}_{\text{RV}}^{k-1}$, 选择一组下降的 $\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \dots \quad \sigma_n]$, 其中 $\sigma_1 = 4 \max |\tilde{\mathbf{S}}_{\text{RV}}^k|$, $\sigma_i = 0.6 \sigma_{i-1}$;
- For $i=1: N$;
- (b) 令 $\sigma = \sigma_i$;
- (c) 通过最速下降法进行迭代, 通过以下步骤循环迭代 H 次, 找到平滑函数的最值。
- ① 设置 $\tilde{\mathbf{S}}_{\text{RV}}^k = \tilde{\mathbf{S}}_{\text{RV}}^k$;
- ② For $h=1: H$;
- (i) 计算 $\Delta \tilde{\mathbf{S}}_{\text{RV}}^k = \begin{bmatrix} \frac{20\sigma_i \tilde{\mathbf{S}}_{\text{RV}1}^k}{\left[10(\tilde{\mathbf{S}}_{\text{RV}1}^k)^2 + \sigma_i^2\right]^2} & \frac{20\sigma_i \tilde{\mathbf{S}}_{\text{RV}2}^k}{\left[10(\tilde{\mathbf{S}}_{\text{RV}2}^k)^2 + \sigma_i^2\right]^2} & \dots & \frac{20\sigma_h \tilde{\mathbf{S}}_{\text{RV}P}^k}{\left[10(\tilde{\mathbf{S}}_{\text{RV}P}^k)^2 + \sigma_h^2\right]^2} \end{bmatrix}$;
- (ii) 计算 $\tilde{\mathbf{S}}_{\text{RV}}^k \leftarrow \tilde{\mathbf{S}}_{\text{RV}}^k - \Delta \tilde{\mathbf{S}}_{\text{RV}}^k$;
- (iii) 将 $\tilde{\mathbf{S}}_{\text{RV}}^k$ 投影到可行域, 即 $\tilde{\mathbf{S}}_{\text{RV}}^k \leftarrow \tilde{\mathbf{S}}_{\text{RV}}^k - \bar{\mathbf{A}}^T (\bar{\mathbf{A}} \bar{\mathbf{A}}^T + \lambda^{-1} \mathbf{I}_n)^{-1} (\bar{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{S}}_{\text{RV}}^k - \mathbf{X}_{\text{RV}})$ 。
- End
- ③ 设置 $\tilde{\mathbf{S}}_{\text{RV}(i)}^k = \tilde{\mathbf{S}}_{\text{RV}}^k$ 。
- End
- 本次快拍的方位估计结果为 $\tilde{\mathbf{S}}_{\text{RV}}^k = \tilde{\mathbf{S}}_{\text{RV}(N)}^k$ 。
- End
- (4) 处理完 $2L$ 快拍数据后, 最终可得到方位估计结果。
-

5.1 基于实值转换的促稀疏加权平滑L0算法方位估计方式

在信噪比10 dB, 来波方向为 $-50^\circ, 0^\circ, 50^\circ$ 的仿真条件下, 本文所提基于实值转换的促稀疏加权平滑L0算法多快拍方位估计与单快拍方位估计结果如图2所示, 图2(a)为多快拍方位估计结果, 主瓣宽度较窄, 旁瓣接近于0, 估计结果为 $-50.3^\circ, 0^\circ, 49.5^\circ$, 由于每次迭代幅值与偏差略有不同, 所以结果稍有波动, 但准确度较高。图2(b)为单快拍方位估计结果, 主瓣宽度极窄, 旁瓣几乎为0, 估计结果为 $-48.6^\circ, 1.1^\circ, 50.1^\circ$, 可以看出单快拍方位估计算法由于受噪声影响在准确度方面不及多快拍方位估计, 可在高信噪比环境下使用, 可对运动型目标进行快速定位。

5.2 少快拍条件下算法性能对比

在快速信号处理的要求下, 针对少快拍情况下的矢量阵列方位估计对常规波束形成, MUSIC, MVDR^[13]和本文提出的基于实值转换的促稀疏加权平滑L0算法的性能进行比较, 设置信噪比为10 dB, 快拍数为5, 来波方向为 $0^\circ, 90^\circ, 150^\circ$, 图3描绘了各个算法的方位估计谱图, 可以看出, 在少快拍条件下, 由于自相关矩阵构造误差较大, 子空间类算法性能下降较大, 常规波束形成算法正确分辨出了位于 0° 的来波方向, 但是其余两个方向没有形成独立的谱峰, MVDR算法形成了与来波方向数量一

致的谱峰, 但是估计误差较大, MUSIC算法性能相较前两个算法有所提升, 精确估计出了位于 0° 的来波方向, 其余两个方向形成独立谱峰, 误差较MVDR小, 但是谱峰较宽且幅值明显低于 0° 处的谱峰, 而本文提出的基于实值转换的促稀疏加权平滑L0算法在3个来波方向均形成了较为尖锐的谱峰, 性能优于其余3个算法, 本文提出的基于实值转换的促稀疏加权平滑L0算法可以应用于少快拍条件下矢量阵列方位估计。

5.3 信噪比对算法精度的影响

为了验证低信噪比条件下本文提出的基于实值转换的促稀疏加权平滑L0算法与其他算法的均方根误差, 设置来波方向为 0° , 快拍数为10, 由100次Monte Carlo试验可得如图4所示结果, 可以看出, 本文所提基于实值转换的促稀疏加权平滑L0算法与正则化平滑L0算法性能较为相近, 在信噪比低于 -5 dB时, 由于正则化参数的引入, 两个算法的RMSE明显低于其他算法, 即在低信噪比条件下, 本文提出的基于实值转换的促稀疏加权平滑L0算法优于传统方位估计算法, 当信噪比高于0后, 传统方位估计算法RMSE下降较快, 性能略优于稀疏分解类方位估计算法。

5.4 来波个数对算法成功率的影响

对于稀疏分解类算法, 进行如下定义: 如果信号 \mathbf{X} 只是由 N 个基中 K 个基向量的线性组合, 则称

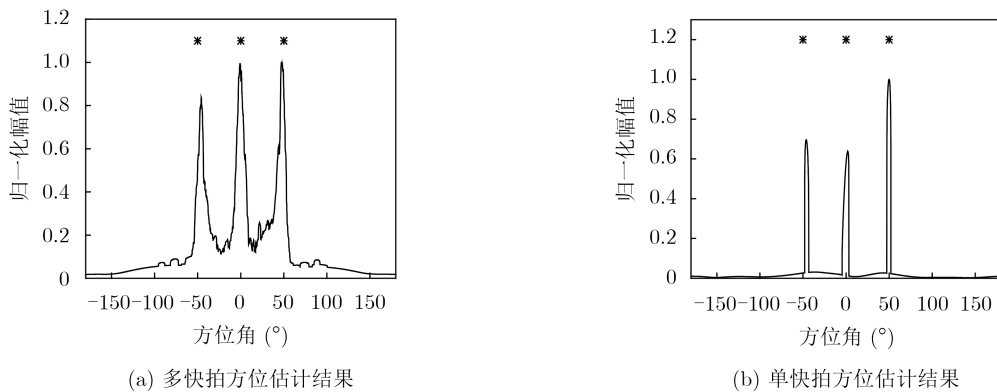


图2 两种快拍方位估计结果

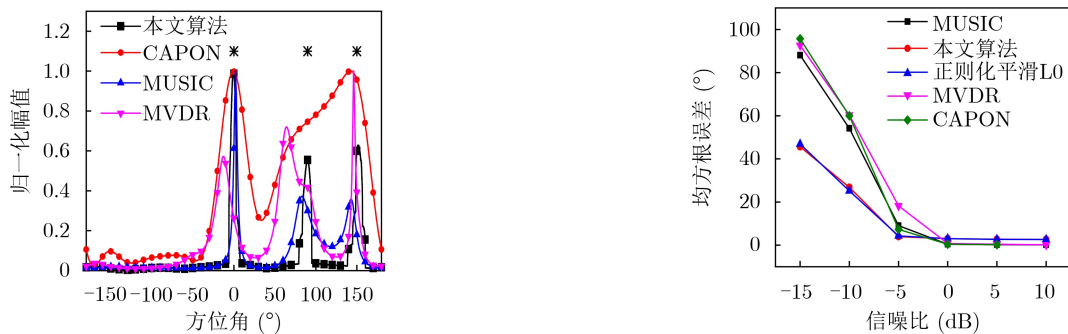


图3 少快拍条件下各算法方位估计谱图

图4 方位估计均方根误差与信噪比关系图

信号 \mathbf{X} 是 K 阶稀疏的。一般说来, 越稀疏的信号越容易恢复重构, 信号的稀疏度直接影响信号恢复的成功率。由于矢量水听器振速通道的引入, 在同等水听器数量组成的阵列中, 传统矢量阵列方位估计算法能够分辨的来波个数为标量阵列的两倍, 在多数条件下, 稀疏分解类算法性能会无法避免地下降; 而对于传统的子空间类算法, 在噪声的条件下, 来波个数的增加会给信号子空间和噪声子空间的划分带来压力, 性能也会下降。为了验证来波个数对不同算法成功率的影响, 设置信噪比为 10 dB, 快拍数为 10, 设置来波方向为 $-150^\circ, -100^\circ, -50^\circ, 0^\circ, 100^\circ, 150^\circ$, 逐渐减少来波个数, 每次进行 100 次 Monte Carlo 试验, 最终结果如图 5 所示, 可以看出, 在多个来波个数情况下, 稀疏分解类算法成功率明显高于 MUSIC 算法, 并且随着来波个数的减少成功率逐渐逼近 100%。

5.5 各算法计算时间比较

为了验证本文提出的基于实值转换的促稀疏加权平滑 L0 算法对于方位估计快速性的改善情况, 将不同的算法参数设置相同, 在信噪比为 10 dB, 快拍数为 10, 来波数为 3 个的环境下分别独立运行 100 次, 求取平均时间, 具体结果如表 2 所示, 结果与算法复杂度的理论分析基本吻合, 其中平滑 L0 与正则化平滑 L0 运行时间基本一致, 在采用促稀疏权重改善迭代初始值之后, 算法运行时间大幅下降, 最终采用 CIPF 函数作为平滑函数的本文提出的基于实值转换的促稀疏加权平滑 L0 算法运行时间仅为正则化平滑 L0 算法运行时间的 54%。

6 结束语

本文以矢量水听器阵列方位估计为应用背景,

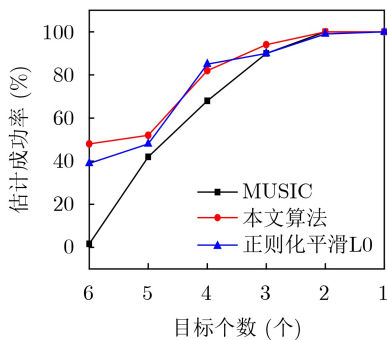


图 5 来波个数与算法成功率关系图

表 2 不同算法运行时间比较

算法名称	平滑函数	运行时间(s)
平滑 L0	Gauss	0.4311
正则化平滑 L0	Gauss	0.4560
本文算法	Gauss	0.2967
本文算法	CIPF	0.2501

针对低信噪比少快拍的水声环境下快速方位估计问题与传统子空间类算法在应用于矢量阵列出现的问题, 结合矢量阵列自身的特点寻求利用稀疏分解理论进行解决思路, 并通过实值转换技术成功应用稀疏分解理论中的平滑 L0 算法, 引入正则化参数优化低信噪比条件下的方位估计性能; 并通过寻找更加快速的平滑函数和提出促稀疏加权方法进一步提升平滑 L0 算法的运行速度, 最终通过仿真验证, 证实了少快拍、低信噪比条件下, 稀疏分解类算法在矢量阵列方位估计中相较于其他算法拥有不错的性能, 本文所提基于实值转换的促稀疏加权平滑 L0 算法在保证性能的情况下可以有效地减少平滑 L0 算法的运行时间, 但是, 在高信噪比条件下, 传统子空间类算法方位估计均方根误差小于本文提出的基于实值转换的促稀疏加权平滑 L0 算法, 如何进一步提升本文提出的基于实值转换的促稀疏加权平滑 L0 算法的估计精度是笔者下一步的工作重心。

附录

附录 A

命题: 平滑函数不是复解析函数。

证明: 平滑函数的作用是逼近 L0 范数, 而根据 L0 范数的定义, 该范数值一定为实数, 其含义为向量中元素不为 0 的个数, 故平滑函数的函数值也应当为实数, 假设某一作用于复数域的平滑函数为 $F(z)$, 其中 $z = x + jy$, 则复变函数 $F(z)$ 的一般形式为: $F(z) = u(x, y) + jv(x, y)$, 由上述论断可知 $v(x, y) = 0$, 而因为平滑函数为实解析函数, 故 $u(x, y)$ 可导, 根据平滑函数的作用可知, 至少存在一点, 使得 $\frac{\partial u(x, y)}{\partial x} \neq 0 \neq \frac{\partial v(x, y)}{\partial y}$, 则在该点处, 函数不满足柯西-黎曼定理, 也即函数在该点处不可导, 综上, $F(z)$ 在定义域上不是复解析函数。

证毕

附录 B

命题: 扩展酉变换矩阵的非奇异性。

证明: 当 $M=3$, 即 $2K+1=3$, 则 $K=1$, 此时 U_N 为 3×3 的方阵, 即

$$U_N = \begin{bmatrix} 1 & 0 & j \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 1 & 0 & -j \end{bmatrix}, N=3$$

且 $|U_N| = -2.8284j$, 所以 U_N 为非奇异矩阵。 I_3 显然为非奇异矩阵, 则有

$$\begin{aligned} & (U_N \otimes I_3) (U_N^{-1} \otimes I_3^{-1}) \\ &= U_N U_N^{-1} \otimes I_3 I_3^{-1} \\ &= I_N \otimes I_3 = I_{3N} \end{aligned}$$

可知, $\tilde{U}_N = U_N \otimes I_3$ 为非奇异矩阵。 证毕

参 考 文 献

- [1] 杨德森, 朱中锐, 田迎泽. 矢量声呐技术理论基础及应用发展趋势[J]. 水下无人系统学报, 2018, 26(3): 185–192. doi: [10.11993/j.issn.2096-3920.2018.03.001](https://doi.org/10.11993/j.issn.2096-3920.2018.03.001).
YANG Desen, ZHU Zhongrui, and TIAN Yingze. Theoretical bases and application development trend of vector sonar technology[J]. *Journal of Unmanned Undersea Systems*, 2018, 26(3): 185–192. doi: [10.11993/j.issn.2096-3920.2018.03.001](https://doi.org/10.11993/j.issn.2096-3920.2018.03.001).
- [2] SCHMIDT R. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1986, 34(3): 276–280. doi: [10.1109/TAP.1986.1143830](https://doi.org/10.1109/TAP.1986.1143830).
- [3] 柳艾飞, 杨德森, 时胜国, 等. 各向同性噪声场中单矢量传感器虚源消除MUSIC测向方法[J]. 声学学报, 2019, 44(4): 698–706. doi: [10.15949/j.cnki.0371-0025.2019.04.030](https://doi.org/10.15949/j.cnki.0371-0025.2019.04.030).
LIU Aifei, YANG Desen, SHI Shengguo, *et al.* MUSIC direction of arrival estimation method with virtual source elimination for single vector sensor under isotropic ambient noise background[J]. *Acta Acustica*, 2019, 44(4): 698–706. doi: [10.15949/j.cnki.0371-0025.2019.04.030](https://doi.org/10.15949/j.cnki.0371-0025.2019.04.030).
- [4] 王钢, 周若飞, 邹映琨. 基于压缩感知理论的图像优化技术[J]. 电子与信息学报, 2020, 42(1): 222–233. doi: [10.11999/JEIT190669](https://doi.org/10.11999/JEIT190669).
WANG Gang, ZHOU Ruofei, and ZOU Yikun. Research on image optimization technology based on compressed sensing[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2020, 42(1): 222–233. doi: [10.11999/JEIT190669](https://doi.org/10.11999/JEIT190669).
- [5] HE Zhenqing, SHI Zhiping, and HUANG Lei. Covariance sparsity-aware DOA estimation for nonuniform noise[J]. *Digital Signal Processing*, 2014, 28: 75–81. doi: [10.1016/j.dsp.2014.02.013](https://doi.org/10.1016/j.dsp.2014.02.013).
- [6] 蒋莹, 王冰切, 韩俊, 等. 基于分布式压缩感知的宽带欠定信号DOA估计[J]. 电子与信息学报, 2019, 41(7): 1690–1697. doi: [10.11999/JEIT180723](https://doi.org/10.11999/JEIT180723).
JIANG Ying, WANG Bingqie, HAN Jun, *et al.* Underdetermined wideband DOA estimation based on distributed compressive sensing[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2019, 41(7): 1690–1697. doi: [10.11999/JEIT180723](https://doi.org/10.11999/JEIT180723).
- [7] BU Hongxia, TAO Ran, BAI Xia, *et al.* Regularized smoothed ℓ^0 norm algorithm and its application to CS-based radar imaging[J]. *Signal Processing*, 2016, 122: 115–122. doi: [10.1016/j.sigpro.2015.11.024](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2015.11.024).
- [8] WANG Linyu, YIN Xiangjun, YUE Huihui, *et al.* A regularized weighted smoothed L_0 norm minimization method for underdetermined blind source separation[J]. *Sensors*, 2018, 18(12): 4260. doi: [10.3390/s18124260](https://doi.org/10.3390/s18124260).
- [9] 张小飞, 汪飞, 徐大专. 阵列信号处理的理论和应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2010: 45–80.
ZHANG Xiaofei, WANG Fei, and XU Dazhuan. Theory and Application of Array Signal Processing[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2010: 45–80.
- [10] 王峰, 向新, 易克初, 等. L_0 范数平滑逼近的稳健求解算法[J]. 电子与信息学报, 2015, 37(10): 2377–2382. doi: [10.11999/JEIT141590](https://doi.org/10.11999/JEIT141590).
WANG Feng, XIANG Xin, YI Kechu, *et al.* Robust computational methods for smoothed L_0 approximation[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2015, 37(10): 2377–2382. doi: [10.11999/JEIT141590](https://doi.org/10.11999/JEIT141590).
- [11] ZHANG Chunjie, HAO Dongbin, HOU Changbo, *et al.* A new approach for sparse signal recovery in compressed sensing based on minimizing composite trigonometric function[J]. *IEEE Access*, 2018, 6: 44894–44904. doi: [10.1109/ACCESS.2018.2855958](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2018.2855958).
- [12] DAI Jisheng, XU Xin, and ZHAO Dean. Direction-of-arrival estimation via real-valued sparse representation[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2013, 12: 376–379. doi: [10.1109/LAWP.2013.2252415](https://doi.org/10.1109/LAWP.2013.2252415).
- [13] 刘婧. 非理想条件下DOA估计算法研究[D]. [博士论文], 哈尔滨工程大学, 2018: 16–17.
LIU Jing. Research on DOA estimation algorithm for non-ideal conditions[D]. [Ph. D. dissertation], Harbin Engineering University, 2018: 16–17.

王 彪: 男, 1980年生, 教授, 研究方向为水声通信.

陈 宇: 男, 1995年生, 硕士生, 研究方向为水下目标定位.

徐千驰: 男, 1996年生, 硕士生, 研究方向为水声目标识别.

高世杰: 男, 1996年生, 硕士生, 研究方向为水声通信.

张 岑: 男, 1994年生, 硕士生, 研究方向为水声通信.

责任编辑: 马秀强