

多任务协同优化学习高分辨SAR稀疏自聚焦成像算法

杨磊^{*①} 张苏^① 黄博^② 盖明慧^① 李埔丞^①

^①(中国民航大学天津市智能信号与图像处理重点实验室 天津 300300)

^②(中国工程物理研究院电子工程研究所 绵阳 621999)

摘要: 针对传统高分辨合成孔径雷达(SAR)稀疏自聚焦成像算法难以有效平衡稀疏与聚焦特征的问题, 该文提出一种基于交替方向多乘子方法(ADMM)的多任务协同优化学习稀疏自聚焦(MtL-SA)算法。该算法通过引入熵范数表征SAR成像结果聚焦特征, 在ADMM优化框架下, 利用近端算法求解聚焦特征解析解。针对原熵范数正则优化目标函数的非凸问题, 该文合理设计代价函数, 从而保证熵范数近端算子的闭合解析解。同时, 应用 ℓ_1 范数表征成像结果稀疏特征, 并建立面向复数SAR成像数据的复数软阈值近端算子。该文所提MtL-SA成像算法可实现对目标场景后向散射场对应稀疏特征和聚焦特征的解析求解, 并有效提升自聚焦算法的可靠性和稳健性。两种特征增强处理相互调和, 保证了算法运行过程中有效降低误差传播, 进而保证联合特征增强精度。仿真及实测机载SAR成像数据实验, 验证了算法的有效性和实用性, 同时应用相变分析方法分别定量和定性地分析了该文所提算法相比其他传统算法的优越性。

关键词: 合成孔径雷达; 多任务学习; 多特征增强; 熵范数; 近端算子

中图分类号: TN957.52

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2021)09-2711-09

DOI: [10.11999/JEIT200300](https://doi.org/10.11999/JEIT200300)

Multi-task Learning of Sparse Autofocusing for High-Resolution SAR Imagery

YANG Lei^① ZHANG Su^① HUANG Bo^② GAI Minghui^① LI Pucheng^①

^①(*Tianjin Key Laboratory for Advanced Signal Processing, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China*)

^②(*Institute of Electronic Engineering, Chinese Academy of Engineering Physics, Mianyang 621999, China*)

Abstract: As it is difficult to balance the sparse and focusing features for conventional sparse autofocusing algorithm of Synthetic Aperture Radar (SAR), a Multi-task Learning Sparse Autofocusing (MtL-SA) algorithm is proposed under a novel Alternating Direction Method of Multipliers (ADMM) in this paper. The image entropy norm is introduced to model the focusing feature of the SAR imagery, and it is minimized in a regularized manner using the proximal algorithm. To overcome the non-convexity of the original objective function, a surrogate function under the ADMM framework is designed and optimized accordingly. This ensures closed-form solution of the errors and the focusing feature. Besides, the ℓ_1 -norm is applied to denote the intended sparse feature of the SAR imagery, and a complex-valued proximity operator is derived for the range-compressed SAR data. Due to the cooperative framework, both the features can be solved and achieved with high robustness and acceptable accuracy. Compared with conventions, the computational efficiency improved twice orders in terms of CPU time. The proposed MtL-SA algorithm can realize the analytical solutions of the sparse and focusing features, so as to improve the robustness of the joint enhancement. Experiments using airborne simulated and raw SAR data are performed to verify the effectiveness of the proposed algorithm. Phase transition analysis is applied to examine the superiority of the proposed algorithm compared with the conventions in terms of both quantitative and qualitative.

收稿日期: 2020-04-24; 改回日期: 2021-02-28; 网络出版: 2021-03-22

*通信作者: 杨磊 yanglei840626@163.com

基金项目: 国家自然科学基金(61601470), 天津市自然科学基金(16JCYBJC41200), 预研基金(61406190101)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China(61601470), The Natural Science Foundation of Tianjin, China (16JCYBJC41200), The Equipment Pre-research Fund(61406190101)

Key words: Synthetic Aperture Radar (SAR); Multi-task learning; Multi-feature enhancement; Entropy norm; Proximity operator

1 引言

合成孔径雷达(Synthetic Aperture Radar, SAR)是一种全天时、全天候的微波成像雷达,其特点是可利用有限孔径天线实现对目标场景的远距离高分辨成像探测^[1,2]。在SAR成像过程中,有效的目标特征增强可以显著提升SAR目标识别准确性。2006年,Donoho^[3]提出压缩感知理论,在压缩感知技术框架下获取的稀疏成像结果可有效增强相关特显点的稀疏特征,从而为有效表征目标特性提供便利^[4,5]。发展至今,稀疏特征增强算法可以分为贪婪类、贝叶斯类以及凸优化类^[6,7],这些方法或易受非系统性误差影响,实用精度较低,或涉及高维矩阵求逆,运算效率不高,从而导致实际应用稀疏特征增强算法难以实现精度和效率的有效平衡。实际机载SAR成像过程中,载机平台易受到大气湍流等影响,产生位置偏差。这种偏差以方位向相位误差的形式体现在SAR回波数据中,使得成像结果出现方位向散焦^[8]。为了保证稀疏特征增强在实测机载SAR高分辨成像中的应用,要求机载运动误差的影响可以有效补偿或稀疏特征增强算法具有自聚焦能力。因此如果能在增强SAR图像稀疏特征的同时考虑到相位误差的补偿,则可以协同提升SAR成像性能,具有较强的现实意义。

为了保证高分辨SAR成像的分辨率,必须完成对SAR成像回波运动误差影响的有效补偿。在很多没有可用惯导或导航数据的情况下,或者可用导航数据精度较低时^[9],可以借助回波数据驱动的运动误差自适应估计和补偿方法,即SAR成像自聚焦。常用的SAR成像自聚焦算法包括子孔径相关(Map Dirft, MD)^[10]算法,相位梯度自聚焦(Phase Gradient Autofocus, PGA)^[11]算法和最小熵自聚焦(Minimum Entropy Autofocus, MEA)^[12]算法。其中,MD算法通过子孔径偏移过程和两重积分可获得相位误差,该算法受到误差形式的限制,误差估计精度有限。PGA算法通过提取特显点的相位梯度信息获得相位误差,该算法严重依赖特显点的存在,在回波信噪比较低的情况下性能下降明显。MEA算法基于图像熵值优化,通过最小化图像熵不断优化求解相位误差,精度较高,且在低信噪比下性能良好。

然而,单独地自聚焦或稀疏特征增强易造成目标特征提取过程的“误差传播”,难以实现稀疏特征和聚焦特征的有效平衡。虽有一些研究者在自聚

焦算法与稀疏特征增强处理联合使用上进行了一定的探索性尝试,但在多特征协同优化方面仍存在灵活度不足等问题。例如,文献^[13]采用自聚焦算法结合回波模拟算子的方式进行联合稀疏聚焦特征增强,算法效率高,但误差估计精度有限。文献^[5]和文献^[14]分别尝试在稀疏贝叶斯框架和凸优化框架下进行稀疏特征和聚焦特征的协同增强,但是算法计算量较大,难以适应SAR数据处理需求。文献^[15]指出交替方向多乘子方法(Alternating Direction Method of Multipliers, ADMM)适用于求解分布式优化问题,适合多任务处理。文献^[16,17]尝试在ADMM框架下进行误差校正,计算效率相比贝叶斯算法得到明显提升,但对大误差的估计和补偿能力有限。

本文针对SAR回波数据稀疏自聚焦成像问题,提出基于ADMM优化框架的MtL-SA算法。算法分别针对聚焦特征和稀疏特征引入分裂变量和对偶变量,构建基于ADMM的多变量多任务学习框架,并结合近端算法计算相应特征的闭合解析解。分别引入熵范数及 l_1 范数表征待优化的聚焦特征和稀疏特征,并依据紧致优化准则设计代价函数,实现非凸函数的凸优化计算,保证特征解的闭合解析性。设计“分解-调和”的多任务协同优化过程,将每个特征的局部最优解整合至全局变量,完成多特征的协同增强。多特征增强过程相互调和,有效降低了算法运行过程的误差传播。此外,通过多任务学习框架中多分裂变量和多乘子的引入,保证了算法的收敛速度和稳健性。最后,本文应用仿真数据及机载SAR实测数据验证所提多任务协同优化稀疏自聚焦算法的有效性,并结合相变分析法对比传统算法验证所提方法的稳健性及运算效率。

2 回波信号模型

如图1所示为机载SAR成像几何模型,其中XYZ-O为空间3维坐标系。假设机载SAR以恒定速度 v 沿预定航线匀速直线飞行,如图1中虚线箭头所示。设目标场景第 i 个散射点位置矢量为 $\mathbf{r}_i(t) = \mathbf{R}_0 + \mathbf{r}_{i0}$,其中 \mathbf{R}_0 表示SAR到目标场景中心的参考距离矢量, \mathbf{r}_{i0} 表示目标场景中心到第 i 个目标散射点位置的偏移矢量。考虑到实际机载SAR飞行过程中可能受到空中气流和导航误差的影响,飞行航迹偏离预定航线,如图1中实曲线所示,设 $\Delta\mathbf{r}(t)$ 为机载平台的运动偏差矢量,再设 \mathbf{q}_0 为天线相位中心,此时地面第 i 个目标散射点到机载SAR天线相位中心的距离可以表示为

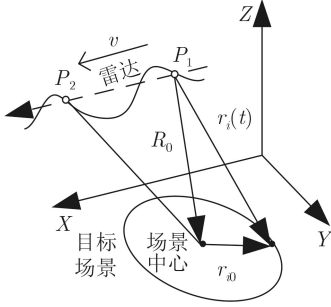


图1 SAR几何模型示意图

$$\tilde{R}_i(t) = |\mathbf{r}(t) - \mathbf{q}_0(t) - \Delta\mathbf{r}(t)| \approx R_i(t) - \Delta r(t) \quad (1)$$

其中, t 表示方位时间变量, $R_i(t) = |\mathbf{r}_i(t) - \mathbf{q}_0(t)|$ 表示目标到天线中心位置的距离, $\Delta r(t)$ 为 $\Delta\mathbf{r}(t)$ 在雷达波束视线方向的投影, 接收到的散射点回波可以表示为

$$S_0(k, t) = P(k) \sum_i \eta_i \exp[-jkR_i(t)] \cdot \exp[jk\Delta r(t)] + n(k, t) \quad (2)$$

其中, $k = 4\pi f/c$ 表示距离波数变量, f 为发射频率, c 是光速, $P(k)$ 是发射脉冲调制波形函数, η_i 是第 i 个地面目标的后向散射强度, $n(k, t)$ 为加性噪声。将 $R_i(t)$ 进一步在 $|\mathbf{R}_i(t) - \mathbf{q}_0(t)|$ 处泰勒展开得到

$$R_i(t) = |\mathbf{R}_0 + \mathbf{r}_{i0} - \mathbf{q}_0(t)| = |\mathbf{R}_0 - \mathbf{q}_0(t)| + \mathbf{r}_{i0} \frac{\mathbf{R}_0 - \mathbf{q}_0(t)}{|\mathbf{R}_0 - \mathbf{q}_0(t)|} + O(t) \quad (3)$$

其中, $O(t)$ 表示泰勒展开式中的2阶及以上展开项, 其在远场假设条件下, 可以忽略^[5]。令 \mathbf{r} 和 \mathbf{x} 分别表示距离向和方位向单位矢量, 则 $\mathbf{r}_i = (x_i, y_i)$ 表示任意第 i 个静止目标散射点在方位向和距离向的矢量, $\mathbf{R}_0 = R_0\mathbf{r}$, $\mathbf{q}_0(t) = u\mathbf{x}$, 其中 $u = vt$, 静止目标场景SAR回波可以表示为

$$S_0(k, t) = P(k) \sum_i \exp \left\{ -jk \left(\sqrt{R_0^2 + u^2} + \frac{R_0 y_i - u x_i}{\sqrt{R_0^2 + u^2}} \right) \right\} \exp [j\phi(k, t)] + n(k, t) \quad (4)$$

其中, $\phi(k, t)$ 是相位误差。在SAR成像过程中, 由于机载雷达与目标散射点之间的斜距随时间变化, 同一散射点的回波信号在距离向分布于不同的距离单元内, 造成距离徙动, 进而导致直接成像结果无法满足分辨率要求^[18], 极坐标插值算法^[5] (Polar Formation Algorithm, PFA)可以有效实现距离徙动校正, 根据其处理机制, 令 $k_r = R_0 k / \sqrt{R_0^2 + u^2}$, $k_x = uk / \sqrt{R_0^2 + u^2}$, 可以得到回波2维波数域表达式为

$$S_0(k_r, k_x) = \sum_i \exp(-jk_x x_i - jk_r y_i) \cdot \exp[-j\phi(k_r, k_x)] + n(k_r, k_x) \quad (5)$$

其中, $k_x = -vt' k_0 / R_0$ ^[5], t' 表示经过PFA插值处理后的方位时域变量。此时, 距离压缩域数据可表示为

$$S_0(\bar{r}, t') = \sum_i \text{sinc}(\bar{r} - y_i) \exp \left(j2\pi \frac{2vx_i}{\lambda R_0} t' \right) \cdot \exp[-j\phi(t')] + n(\bar{r}, t') \quad (6)$$

其中, \bar{r} 表示距离向位置变量, 上式的回波信号可以用矩阵形式表示为

$$\mathbf{Y} = \mathbf{E}\mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{N} \quad (7)$$

其中, $\mathbf{Y} \in \mathbb{C}^{N \times M}$ 表示回波复数据矩阵, N 和 M 分别表示距离向分辨单元数和数据方位向采样点数, $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{N \times M}$ 为待求解恢复的目标图像矩阵, $\mathbf{E} \in \mathbb{C}^{N \times N}$ 是乘性相位误差矩阵, $\mathbf{N} \in \mathbb{C}^{N \times M}$ 为加性的噪声、杂波和干扰等, $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{N \times N}$ 为方位向傅里叶字典, 在SAR成像模式下, 可以表示为

$$\mathbf{A} = \left[\mathbf{a}(f_d(1)) \quad \mathbf{a}(f_d(2)) \quad \cdots \quad \mathbf{a}(f_d(n)) \right] \quad (8)$$

$$\mathbf{a}(f_d(n)) = \left[e^{-j2\pi f_d(n)t_1} \quad e^{-j2\pi f_d(n)t_2} \quad \cdots \quad e^{-j2\pi f_d(n)t_n} \right]^T$$

其中, f_d 为目标运动造成的方位多普勒频率, $[\cdot]^T$ 表示矩阵转置操作符。

3 基于ADMM的多任务学习框架

本文充分挖掘ADMM方法的分布式处理思想和多乘子优化框架, 提高算法收敛效率, 获得多任务学习在精度和效率上的有效平衡。多任务学习问题可以表示成如下的约束式优化问题如

$$\arg \min_{\mathbf{X}} \sum_G \lambda_g \Theta_g(\mathbf{X}), \quad \text{s.t.} \quad \|\mathbf{Y} - \mathbf{E}\mathbf{A}\mathbf{X}\|_F^2 \leq \varepsilon \quad (9)$$

其中, $\Theta_g(\mathbf{X})$ 表示第 g 个子任务的优化目标函数, λ_g 表示权重系数, ε 为收敛条件。针对多个目标特征, 根据ADMM对偶分解方法, 引入分解变量 \mathbf{Z} , 可将式(9)等效为

$$\min_{\mathbf{X}, \mathbf{Z}} f(\mathbf{X}) + g(\mathbf{Z}), \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{K}\mathbf{X} - \mathbf{P}\mathbf{Z} = \mathbf{S} \quad (10)$$

其中, $f(\mathbf{X}) = (1/2) \|\mathbf{E}\mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{Y}\|_F^2$ 为保真项, $g(\mathbf{Z}) = \sum_G \lambda_g \Theta_g(\mathbf{Z}_g)$ 为多特征联合优化目标函数, $\mathbf{Z} = [\mathbf{Z}_1 \quad \mathbf{Z}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{Z}_G]^T$ 表示 G 个分裂的变量。为了实现多特征联合增强, 取 $\mathbf{K} = [\mathbf{I} \quad \mathbf{I} \quad \cdots \quad \mathbf{I}]_{1 \times G}^T$, $\mathbf{P} = \mathbf{I}$, $\mathbf{S} = \mathbf{0}$, 得 $\mathbf{X} = \mathbf{Z}_1 = \cdots = \mathbf{Z}_G$, 其中, \mathbf{Z}_g 表示对应的特征变量。由式(10)进一步建立增广拉格朗日优化方程为

$$L_p(\mathbf{X}, \mathbf{Z}, \mathbf{U}) = f(\mathbf{X}) + g(\mathbf{Z}) + \mathbf{U}^H (\mathbf{X} - \mathbf{Z}) + (\rho/2) \|\mathbf{X} - \mathbf{Z}\|_F^2 \quad (11)$$

其中, $[\cdot]^H$ 表示矩阵共轭转置, ρ 为拉格朗日乘子系数, $\|\cdot\|_F^2$ 表示Fibonacci范数。此时, 根据坐标下降运算规则, 多特征协同增强运算可表示为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{X}^{k+1} &= \arg \min_{\mathbf{X}} \left\{ f(\mathbf{X}) + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{Z}^k - \mathbf{D}^k\|_F^2 \right\} \\ \text{for } g &= 1 : G \\ \mathbf{Z}_g^{k+1} &= \arg \min_{\mathbf{Z}_g} \left\{ \lambda_g \Theta_g(\mathbf{Z}_g) + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{X}^{k+1} - \mathbf{Z}_g - \mathbf{D}_g^k\|_F^2 \right\}, \quad \mathbf{D}_g^{k+1} = \mathbf{D}_g^k - \mathbf{X}^{k+1} + \mathbf{Z}_g^{k+1} \\ \text{end} \\ \mathbf{Z}^{k+1} &= [\mathbf{Z}_1^{k+1} \mathbf{Z}_2^{k+1} \dots \mathbf{Z}_G^{k+1}], \mathbf{D}^{k+1} = [\mathbf{D}_1^{k+1} \mathbf{D}_2^{k+1} \dots \mathbf{D}_G^{k+1}] \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

其中, \mathbf{D}_g 为 \mathbf{Z}_g 的对偶变量, 表示第 g 个任务从首次到最终迭代的残差累积量, 上标 k 表示算法的迭代次数。

4 多任务协同优化学习SAR稀疏自聚焦成像算法

本文所提基于ADMM的多任务协同优化学习SAR稀疏自聚焦算法, 针对稀疏特征增强和自聚焦两个任务, 分别引入 \mathbf{Z}_1 和 \mathbf{Z}_2 两个分裂变量, 以及 \mathbf{D}_1 和 \mathbf{D}_2 两个对偶变量, 结合“分解-调和”思想建立局部优化和全局优化相结合的运算流程, 实现针对稀疏和聚焦特征的联合协同优化处理。

4.1 全局优化: 岭回归

根据上述多任务学习框架计算流程, 首先针对目标变量 \mathbf{X} 进行更新, 该步骤可视为一个全局优化过程。将 $f(\mathbf{X})=(1/2)\|\mathbf{EAX} - \mathbf{Y}\|_F^2$ 代入式(12)中的 \mathbf{X} 更新公式, 变量 \mathbf{X} 的优化问题可表示为岭回归求解问题如

$$\mathbf{X}^{k+1} = \arg \min_{\mathbf{X}} \left\{ \frac{1}{2} \|\mathbf{EAX} - \mathbf{Y}\|_F^2 + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{Z}^k - \mathbf{D}^k\|_F^2 \right\} \quad (13)$$

观察式(13)可见, 待优化的目标函数为凸函数, 对其求导并令导数为零, 可得到 \mathbf{X} 最优值的表达式为

$$\mathbf{X}^{k+1} = [\mathbf{A}^H \mathbf{E}^H \mathbf{Y} + \rho_1 (\mathbf{Z}_1^k + \mathbf{D}_1^k) + \rho_2 (\mathbf{Z}_2^k + \mathbf{D}_2^k)] \cdot (\mathbf{A}^H \mathbf{A} + \rho \mathbf{G} \mathbf{I})^{-1} \quad (14)$$

其中, ρ_1 和 ρ_2 分别表示调节聚焦特征和稀疏特征的权重系数。

4.2 局部优化1: 聚焦特征求解

接下来, 针对聚焦特征 \mathbf{Z}_1 的求解, 引入熵范数表征目标成像结果聚焦特征如

$$\Theta_1(\mathbf{Z}_1) = -\frac{1}{E_{\mathbf{Z}_1}} \sum_{m,n} |\mathbf{Z}_1(n,m)|^2 \ln |\mathbf{Z}_1(n,m)|^2 + \ln E_{\mathbf{Z}_1} \quad (15)$$

其中, \mathbf{Z}_1 表示聚焦特征变量, 即经过相位误差补偿

后的目标成像结果, $E_{\mathbf{Z}_1} = \sum_{m,n} |\mathbf{Z}_1(m,n)|^2$ 为成像结果总能量。设时变的运动误差引起的相位误差为 $\phi = [\phi_1 \phi_2 \dots \phi_i \phi_{i+1} \dots \phi_N]$, 则 \mathbf{Z}_1 的第 (n,m) 位置处元素 $\mathbf{Z}_1(n,m)$ 为

$$\mathbf{Z}_1(n,m) = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} \exp\left(j2\pi \frac{ln}{N}\right) \exp(j\phi_l) \tilde{\mathbf{Y}}_{lm} \quad (16)$$

其中, $\tilde{\mathbf{Y}}_{lm}$ 表示SAR回波距离压缩域数据。应用熵范数表征聚焦特征, 利用向量范数不等式, 得到自聚焦优化问题的上界函数 $\Phi(\mathbf{Z}_1)$ 为

$$\begin{aligned} \Phi(\mathbf{Z}_1) &= -\frac{\lambda_1}{E_{\mathbf{Z}_1}} \sum_{m,n} |\mathbf{Z}_1(n,m)|^2 \ln |\mathbf{Z}_1(n,m)|^2 \\ &\quad + \lambda_1 \ln E_{\mathbf{Z}_1} + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{Z}_1\|_F^2 + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{X}^{k+1} - \mathbf{D}_1^k\|_F^2 \end{aligned} \quad (17)$$

可见, 函数 $\Phi(\mathbf{Z}_1)$ 是非凸的, 由此将导致优化求解过程复杂度较高, 无法保证获取闭合解析解。为此, 本文通过设计凸的代价函数替代原目标函数, 从而提高算法运算效率。具体地, 设 Θ 为 $\Phi(\mathbf{Z}_1)$ 的代价函数。为了保证代价函数的合理性, 要求代价函数 Θ 满足如下条件^[12]

$$\begin{aligned} \Phi(\mathbf{Z}_1(\phi)) - \Phi(\mathbf{Z}_1(\phi^k)) &\leq \Theta(\mathbf{Z}_1(\phi); \mathbf{Z}_1(\phi^k)) \\ -\Theta(\mathbf{Z}_1(\phi^k); \mathbf{Z}_1(\phi^k)) &\leq 0, \forall \phi \end{aligned} \quad (18)$$

其中, ϕ^k 表示方位向相位误差 ϕ 第 k 次的迭代值。式(18)所示条件保证两个函数在 ϕ^k 处取值和斜率相同, 且代价函数的最小值不会小于原函数的最小值。针对式(17)中对数运算部分造成的非凸问题, 设 $f(p)=p \ln p$, 将 $f(p)$ 在 $p=q$ 处进行1阶泰勒级数展开可得对应的代价函数 $g(p;q)$ 。设 $h(p)=f(p)-g(p;q)$, 经计算得 $h(p)$ 的值始终小于等于零, 即 $f(p)$ 的值始终小于等于 $g(p;q)$ 的值, $h(p)$ 的性质证明 $g(p;q)$ 满足作为 $f(p)$ 代价函数的条件。类似地, 式(17)函数 $\Phi(\mathbf{Z}_1(\phi))$ 中非凸部分的形式与 $f(p)$ 相同, 对其非凸部分进行1阶泰勒级数展开得到代价函数 $\Theta(\mathbf{Z}_1(\phi); \mathbf{Z}_1(\phi^k))$ 为

$$\begin{aligned} \Theta(\mathbf{Z}_1(\phi); \mathbf{Z}_1(\phi^k)) = & -\frac{\lambda_1}{E_{\mathbf{Z}_1}} \sum_{m,n} |\mathbf{Z}_1(n,m)|^2 \ln |\mathbf{Z}_1^k(n,m)|^2 + \lambda_1 \ln E_{\mathbf{Z}_1} \\ & + \left(\frac{\rho}{2} - \frac{\lambda_1}{E_{\mathbf{Z}_1}} \right) \sum_{m,n} |\mathbf{Z}_1(n,m)|^2 + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{Z}_1^k(n,m)\|_{\text{F}}^2 + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{X}^{k+1} - \mathbf{D}_1^k\|_{\text{F}}^2 \end{aligned} \quad (19)$$

其中, $\mathbf{Z}_1^k(n,m)$ 表示第 k 次迭代计算结果。获得代价函数后, 可优化求解方位向相位误差 ϕ 。为了保证迭代求解的单调收敛性, 采用坐标下降方法^[12], 对 ϕ 的第 l 个元素进行估计, 可得到自变量为 ϕ_l 的代价函数, 表示为 $\Theta(\mathbf{Z}_1(\phi_l); \mathbf{Z}_1(\phi_l^k))$, 其中 $\phi = [\phi_1^{k+1} \phi_2^{k+1} \dots \phi_{l-1}^{k+1} \phi_l \phi_{l+1}^k \dots \phi_N^k]$, 对函数 Θ 进行1阶、2阶和3阶求导可发现 $\theta' = \theta''''$ 。由该3阶常系数齐次线性微分方程可得通解如 $\Theta(\phi_l) = A_l \cos(\phi_l - \phi_l^k) + B_l \sin(\phi_l - \phi_l^k) + C_l$, 通过建立函数 $\Theta(\phi_l)$ 的1阶、2阶以及3阶导数方程组可以得到函数 $\Theta(\phi_l)$ 的余弦项系数, 解得 $A_l = -\theta''(\phi_l^k)$, $B_l = \theta'(\phi_l^k)$ 以及 $C_l = \Theta(\phi_l^k) + \theta''(\phi_l^k)$ 。将得到的系数代入函数 $\Theta(\phi_l)$ 可以得到方位向相位误差的解析表达式, 即 $\phi_l^{k+1} = \phi_l^k + \arctan(B_l/A_l)$ 。随后可更新相位误差矩阵 \mathbf{E} 的对角线元素, 进而完成聚焦特征解 \mathbf{Z}_1 的更新和对偶变量 \mathbf{D}_1 的更新, 公式为

$$\mathbf{Z}_2^{k+1} = \arg \min_{\mathbf{Z}_2} \left\{ \lambda_2 \Theta_2(\mathbf{Z}_2) + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{X}^{k+1} - \mathbf{Z}_2 - \mathbf{D}_2^k\|_{\text{F}}^2 \right\} = \arg \min_{\mathbf{Z}_2} \left\{ \lambda_2 \|\text{vec}(\mathbf{Z}_2)\|_1 + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{X}^{k+1} - \mathbf{Z}_2 - \mathbf{D}_2^k\|_{\text{F}}^2 \right\} \quad (21)$$

观察式(21)可见, 针对稀疏先验 ℓ_1 范数正则项的优化可以表示成 ℓ_1 范数函数的近端算子问题, 该问题可通过软阈值^[19](soft thresholding)计算。常规的软阈值是针对实数域数据进行处理, 针对SAR回波数据复数数据特性, 本文引入复数软阈值算子, 经过复数软阈值处理后数据的幅角不变。本文为了避免多任务优化过程中的误差传播, 保证聚焦特征与稀疏特征优化求解的有效协同, 在聚焦特征优化后, 应用获取的误差字典 \mathbf{E} 建立更新变量 $\mathbf{W}^{k+1} = \mathbf{A}^H (\mathbf{E}^{k+1})^H \mathbf{A} (\mathbf{X}^{k+1} - \mathbf{D}_2^k)$ 。由复数软阈值可以完成稀疏特征解 \mathbf{Z}_2 的更新, 进而完成对偶变量 \mathbf{D}_2 的更新, 更新公式为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{Z}_2^{k+1} &= \text{prox}_{\lambda_2/\rho} [\mathbf{W}^{k+1}] \\ &= \frac{\max[(|\mathbf{W}^{k+1}| - \lambda_2/\rho), 0]}{\max[(|\mathbf{W}^{k+1}| - \lambda_2/\rho), 0] + \lambda_2/\rho} (\mathbf{W}^{k+1}) \\ \mathbf{D}_2^{k+1} &= -\mathbf{W}^{k+1} + \mathbf{Z}_2^{k+1} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

其中, prox表示软阈值算子。在更新稀疏特征解 \mathbf{Z}_2 的过程中, 由于 \mathbf{W} 是经过当前迭代中熵范数求出的相位误差矩阵 \mathbf{E}^{k+1} 补偿聚焦后的数据, 因此稀疏特征和聚焦特征的增强处理可实现相互协调。

5 算法流程

综上所述, 本文所提基于ADMM多任务协同

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{Z}_1^{k+1} &= (\mathbf{E}^{k+1})^H \mathbf{A}^H \mathbf{Y} \\ \mathbf{D}_1^{k+1} &= \mathbf{D}_1^k - \mathbf{X}^{k+1} + \mathbf{Z}_1^{k+1} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

由上述聚焦特征求解推导过程可见, 通过代价函数近似, 坐标下降方法获取的相位误差估计值可以保证迭代求解过程的单调收敛性, 然而运算效率将受到限制。在本文实际实验中, 采用了同步更新法^[12]。同步更新法的实施基础是函数 Θ 的导数方程中存在明显的离散傅里叶变换形式, 均可用快速傅里叶变换(FFT)计算, 因此可以提升计算效率。

4.3 局部优化2: 稀疏特征求解

最后, 针对目标稀疏特征 \mathbf{Z}_2 , 引入 ℓ_1 范数表征对应的稀疏正则先验, ℓ_1 范数正则化相比其他范数正则化更容易获得稀疏解。将 ℓ_1 范数作为稀疏特征的正则项代入稀疏特征解 \mathbf{Z}_2 的更新公式, 可得优化问题为

优化的MtL-SA算法在迭代运算过程中可总结出“分解-调和”式算法流程, 具体流程步骤如表1所示。

6 实验结果

本节分别利用仿真数据实验和实测数据实验验证本文所提MtL-SA算法在高分辨SAR成像处理应用中的有效性。同时, 对比其他传统自聚焦算法, 检验本文算法在稀疏特征增强处理上的优越性。最后, 应用相变分析法定量分析算法成像性能, 并对比贝叶斯学习自聚焦方法^[7](AutoFocus Sparse Bayesian Learning, AFSBL)以体现本文算法在成像稳健性和效率上的优势。

6.1 仿真数据实验

本节采用点目标仿真数据进行实验验证, 仿真目标相对背景呈稀疏性。图2(a)为截取的仿真数据结果图, 图2(b)为引入相位误差和噪声的成像结果, 在原仿真数据的方位向上模拟30 rad的均匀分布随机相位误差, 并加入高斯白噪声, 信噪比设置为0。图2(c)和图2(d)分别为AFSBL算法和本文提出的MtL-SA算法处理后的图像, 可见MtL-SA算法成像结果对比度更高, 点目标聚焦性能更好, 背景噪声抑制效果更好。此外, 为定量分析MtL-SA算法在精度上的优越性, 计算了两种算法估计的相

表1 MtL-SA算法流程

步骤1 设定初值 $\mathbf{X}^0 = \mathbf{Z}^0 = \mathbf{D}^0 = \mathbf{0}$, $k = 0$, $G = 2$, 设定迭代停止准则, 开始循环。

步骤2 全局优化: \mathbf{X} 更新运算 $\mathbf{X}^{k+1} = [\mathbf{A}^H \mathbf{E}^H \mathbf{Y} + \rho_1 (\mathbf{Z}_1^k + \mathbf{D}_1^k) + \rho_2 (\mathbf{Z}_2^k + \mathbf{D}_2^k)] \cdot (\mathbf{A}^H \mathbf{A} + \rho \mathbf{G} \mathbf{I})^{-1}$

步骤3 局部优化: $\mathbf{Z}_1, \mathbf{D}_1, \mathbf{Z}_2$ 和 \mathbf{D}_2 顺次更新运算

for $g = G$

$\mathbf{Z}_1^{k+1} = (\mathbf{E}^{k+1})^H \mathbf{A}^H \mathbf{Y}$, $\mathbf{D}_1^{k+1} = \mathbf{D}_1^k - \mathbf{X}^{k+1} + \mathbf{Z}_1^{k+1}$

$\mathbf{Z}_2^{k+1} = \text{prox}_{\lambda_2/\rho} [\mathbf{W}^{k+1}]$, $\mathbf{D}_2^{k+1} = \mathbf{D}_2^k - \mathbf{X}^{k+1} + \mathbf{Z}_2^{k+1}$

end

$\mathbf{Z}^{k+1} = [\mathbf{Z}_1^{k+1} \ \mathbf{Z}_2^{k+1}]$, $\mathbf{D}^{k+1} = [\mathbf{D}_1^{k+1} \ \mathbf{D}_2^{k+1}]$, $k = k + 1$

步骤4 当残差小于加性噪声方差时, 跳至步骤5, 迭代结束。否则, 跳至步骤2。

步骤5 输出联合稀疏聚焦特征增强后的图像数据 \mathbf{X} 。

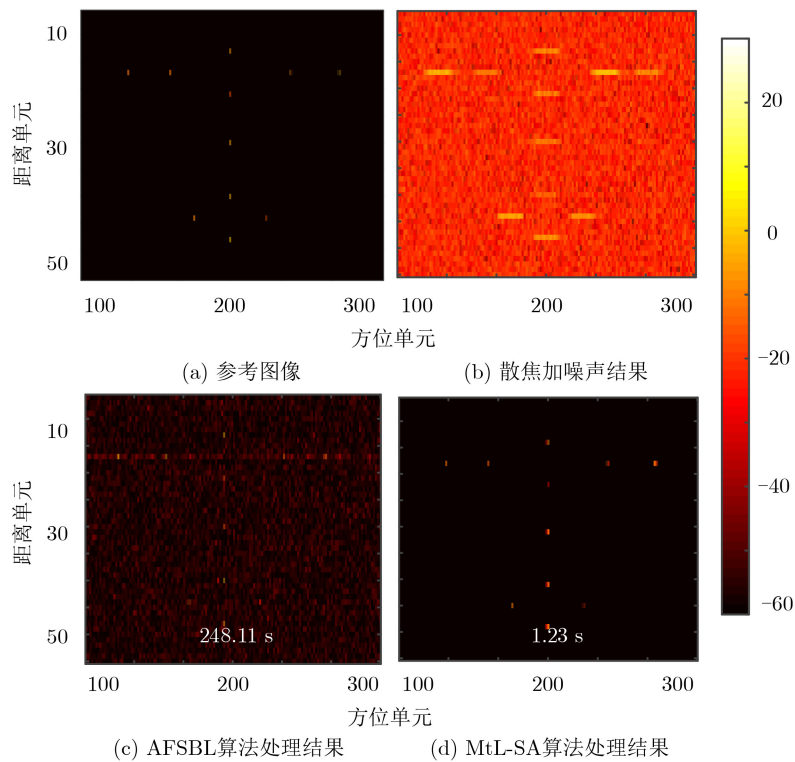


图2 仿真实验结果

位误差与模拟相位误差之间的均方误差, AFSBL算法对应均方误差为24.13, MtL-SA算法对应均方误差为0.14。为了定量分析MtL-SA算法在精度上的优越性, 比较了两种算法处理的CPU, AFSBL算法的CPU时间为248.11 s, MtL-SA算法的CPU时间为1.23 s, MtL-SA算法比AFSBL算法快约两个数量级。

6.2 实测数据实验

接下来, 应用实测机载SAR数据进行实验验证。实验数据应用由Ka波段雷达获取, 成像最高分辨率可达0.3 m, 且无同步惯导数据。图3(a)为直接应用极坐标算法的SAR成像结果, 由于未对运动误差进行补偿, 成像结果散焦严重, 无法辨别场

景信息。图3(b)为经过本文提出的MtL-SA算法处理的数据成像结果, 可以明显看出经过MtL-SA算法处理后得到的数据所成图像的强散射点被增强, 同时基本实现图像聚焦, 背景噪声得到有效抑制。相比较AFSBL算法运算效率低, 难以应用于大场景数据处理, 本文所提MtL-SA算法仅需242 s便可实现如图3(b)所示的成像结果。此外, 为验证所提MtL-SA算法在联合增强机载SAR数据稀疏特征和聚焦特征的优越性能, 本文进行了MtL-SA算法和MEA算法的对比试验。图3(c)和图3(d)分别表示图3(b)中A部分经过MEA算法增强聚焦特征处理结果和经过MtL-SA算法联合增强聚焦特征和稀疏特征处理结果。明显地, 经过MtL-SA算法处理后所

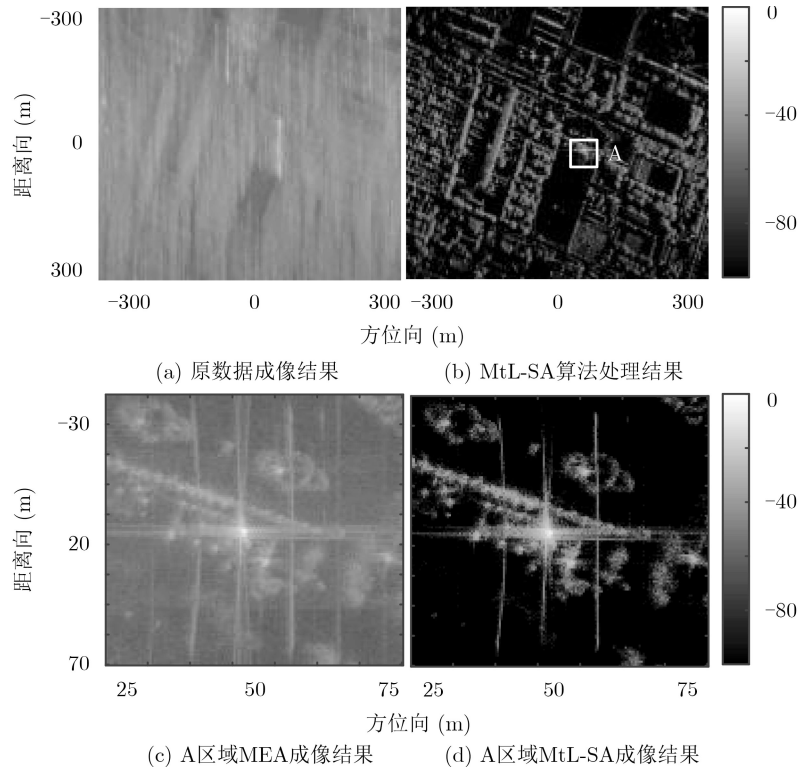


图3 实测数据实验结果

得结果对比度明显提升, 目标场景中的特显点聚焦性能更好。

为进一步评估本文所提MtL-SA算法的性能, 进行了与传统PGA算法和MEA算法的对比实验。3种算法分别处理图3(a)数据, 并画出图3(b)中特显点A的2维等高线。图4(a)是MtL-SA算法对应结果, 相比图4(b)的MEA算法结果和图4(c)的PGA算法结果, 本文所提算法的聚焦性能最好, 距离向和方位向的误差校正效果均优于其他两种算法。此外, 为进行定量对比, 计算方位向上3种算法的主瓣宽度(MLW)、峰值旁瓣比(PSLR)和积分旁瓣比(ISLR)。MtL-SA算法的MLW为2.65 m, PSLR为-25.1 dB, ISLR为-17.5 dB。PGA算法的MLW为3.58 m, PSLR为-19.8 dB, ISLR为-14.9 dB。MEA算法的MLW为5.34 m, PSLR为-12.5 dB, IS-

LR为-14.3 dB。相对比其他两种算法, MtL-SA算法方位角主瓣最窄且旁瓣最低, 计算得到的MLW, PSLR和ISLR均最小, 定量地证明MtL-SA算法的聚焦性能和成像效果是较好的。

6.3 相变分析实验

为验证所提算法的稳健性, 本文采用相变分析法^[20]针对所提算法和传统方法进行对比实验。相变分析法是评估稀疏恢复算法性能的常用分析方法, 其主要依靠蒙特卡罗方法进行多次独立同分布实验, 通过计算恢复结果与参考图像之间的相关度来定量评估恢复算法的精度。本文分别应用所提MtL-SA算法和AFSBL算法进行实验。实验固定了方位向的相位误差为30 rad, 为了比较在不同程度噪声背景下两种算法的性能, 设定纵坐标为信噪比, 变化范围为[-14, 15], 变化步长为1; 设定横坐标为降采样率 $\delta =$

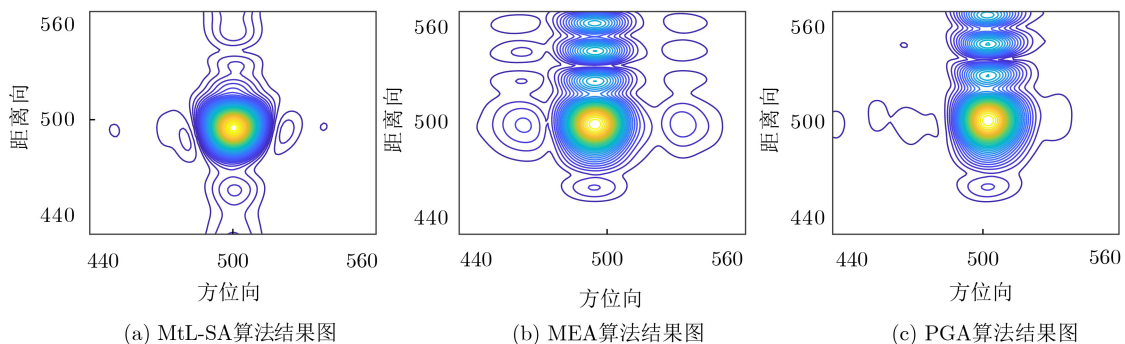


图4 2维等高线对比图

N'/N , 其中 N' 等同于式(7)雷达回波观测模型中 \mathbf{Y} 的维度, N 对应 \mathbf{X} 的维度, 其变化范围为 $[1/30, 1]$, 变化步长为 $1/30$ 。实验结果如图5所示, 可以看出, 在高信噪比和低降采样率的条件下, 相比AFSBL算

法, MtL-SA算法能够恢复的相变热力图有效面积更大, 表明其稳健性更强。另外由于MtL-SA算法中熵范数对信噪比不敏感, 使得MtL-SA算法所得恢复区域形状不同于对信噪比敏感的AFSBL算法。

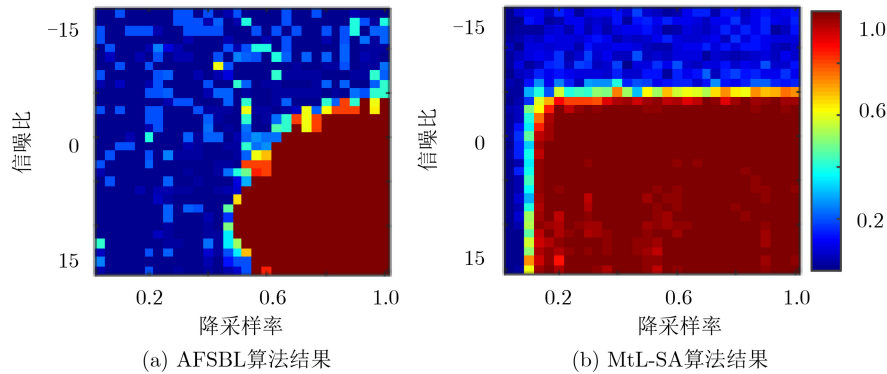


图5 信噪比-降采样率相变热力图

7 结束语

本文充分考虑了由于SAR平台未知运动和信号延时等情况造成的相位误差, 针对现有稀疏自聚焦成像算法难以有效平衡稀疏与聚焦特征的问题, 提出了一种基于ADMM的多任务协同优化算法。该算法利用“分解-调和”思想, 分别引入熵范数和 ℓ_1 范数表征聚焦和稀疏特征, 设计代价函数解决非凸函数的凸优化问题, 保证特征解的闭合解析性, 实现了聚焦和稀疏特征的协同增强。线性算子有效地保证了算法的保相性, 避免了误差传递。最后进行了仿真数据实验、实测数据实验和评估实验, 验证了本文所提的MtL-SA算法恢复SAR目标稀疏和聚焦效果明显, 基于ADMM的多任务学习框架不局限于聚焦特征和稀疏特征的增强, 可迎合今后实际应用需求, 处理实现更多特征的联合协同增强。

参考文献

- [1] 闫贺, 王珏, 黄佳, 等. 基于二维速度搜索的星载SAR运动目标聚焦算法研究[J]. 电子与信息学报, 2019, 41(6): 1287–1293. doi: [10.11999/JEIT180663](https://doi.org/10.11999/JEIT180663).
YAN He, WANG Jue, HUANG Jia, et al. A moving-targets detection algorithm for spaceborne SAR system based on two-dimensional velocity search method[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2019, 41(6): 1287–1293. doi: [10.11999/JEIT180663](https://doi.org/10.11999/JEIT180663).
- [2] 李煜, 陈杰, 张渊智. 合成孔径雷达海面溢油探测研究进展[J]. 电子与信息学报, 2019, 41(3): 751–762. doi: [10.11999/JEIT180468](https://doi.org/10.11999/JEIT180468).
LI Yu, CHEN Jie, and ZAHNG Yuanzhi. Progress in research on marine oil spills detection using synthetic aperture radar[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2019, 41(3): 751–762. doi: [10.11999/JEIT180468](https://doi.org/10.11999/JEIT180468).
- [3] DONOHO D L. Compressed sensing[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289–1306. doi: [10.1109/TIT.2006.871582](https://doi.org/10.1109/TIT.2006.871582).
- [4] 田鹤, 于海锋, 朱宇, 等. 基于频域稀疏压缩感知的星载SAR稀疏重航过3维成像[J]. 电子与信息学报, 2020, 42(8): 2021–2028. doi: [10.11999/JEJT190638](https://doi.org/10.11999/JEJT190638).
TIAN He, YU Haifeng, ZHU Yu, et al. Sparse flight 3-D imaging of spaceborne SAR based on frequency domain sparse compressed sensing[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2020, 42(8): 2021–2028. doi: [10.11999/JEJT190638](https://doi.org/10.11999/JEJT190638).
- [5] YANG Lei, ZHAO Lifan, BI Guoan, et al. SAR ground moving target imaging algorithm based on parametric and dynamic sparse Bayesian learning[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2016, 54(4): 2254–2267. doi: [10.1109/TGRS.2015.2498158](https://doi.org/10.1109/TGRS.2015.2498158).
- [6] ALONSO M T, LOPEZ-DEKKER P, and MALLORQUI J J. A novel strategy for radar imaging based on compressive sensing[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2010, 48(12): 4285–4295. doi: [10.1109/TGRS.2010.2051231](https://doi.org/10.1109/TGRS.2010.2051231).
- [7] ZHAO Lifan, WANG Lu, BI Guoan, et al. An autofocus technique for high-resolution inverse synthetic aperture radar imagery[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2014, 52(10): 6392–6403. doi: [10.1109/TGRS.2013.2296497](https://doi.org/10.1109/TGRS.2013.2296497).
- [8] 张群英, 江兆凤, 李超, 等. 太赫兹合成孔径雷达成像运动补偿算法[J]. 电子与信息学报, 2017, 39(1): 129–137. doi: [10.11999/JEIT160201](https://doi.org/10.11999/JEIT160201).
ZHANG Qunying, JIANG Zhaofeng, LI Chao, et al. Motion

- compensation imaging algorithm of terahertz synthetic aperture radar[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2017, 39(1): 129–137. doi: [10.11999/JEIT160201](https://doi.org/10.11999/JEIT160201).
- [9] ZHOU Song, YANG Lei, ZHAO Lifan, *et al.* Quasi-polar-based FFBP algorithm for miniature UAV SAR imaging without navigational data[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2017, 55(12): 7053–7065. doi: [10.1109/TGRS.2017.2739133](https://doi.org/10.1109/TGRS.2017.2739133).
- [10] LINNEHAN R, MILLER J, and ASADI A. Map-drift autofocus and scene stabilization for video-SAR[C]. 2018 IEEE Radar Conference, Oklahoma City, USA, 2018: 1401–1405. doi: [10.1109/RADAR.2018.8378769](https://doi.org/10.1109/RADAR.2018.8378769).
- [11] MAO Xinhua, HE Xueli, and LI Danqi. Knowledge-aided 2-D autofocus for spotlight SAR range migration algorithm imagery[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2018, 56(9): 5458–5470. doi: [10.1109/TGRS.2018.2817507](https://doi.org/10.1109/TGRS.2018.2817507).
- [12] KRAGH T J and KHARBOUCH A A. Monotonic iterative algorithms for SAR image restoration[C]. 2006 IEEE International Conference on Image Processing (ICIP), Atlanta, USA, 2006: 645–648. doi: [10.1109/ICIP.2006.312463](https://doi.org/10.1109/ICIP.2006.312463).
- [13] 张柘, 张冰尘, 洪文, 等. 结合MD自聚焦算法与回波模拟算子的快速稀疏微波成像误差补偿算法[J]. *雷达学报*, 2016, 5(1): 25–34. doi: [10.12000/JR15055](https://doi.org/10.12000/JR15055).
ZHANG Zhe, ZHANG Bingchen, HONG Wen, *et al.* Accelerated sparse microwave imaging phase error compensation algorithm based on combination of SAR raw data simulator and Map-drift autofocus algorithm[J]. *Journal of Radars*, 2016, 5(1): 25–34. doi: [10.12000/JR15055](https://doi.org/10.12000/JR15055).
- [14] GÜNGÖR A, ÇETIN M, and GÜVEN H E. Autofocused compressive SAR imaging based on the alternating direction method of multipliers[C]. 2017 IEEE Radar Conference (RadarConf), Seattle, USA, 2017: 1573–1576. doi: [10.1109/RADAR.2017.7944458](https://doi.org/10.1109/RADAR.2017.7944458).
- [15] BOYD S, PARIKH N, CHU E, *et al.* Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers[J]. *Foundations and Trends® in Machine Learning*, 2011, 3(1): 1–122. doi: [10.1561/22000000016](https://doi.org/10.1561/22000000016).
- [16] GÜVEN H E, GÜNGÖR A, and ÇETIN M. An augmented Lagrangian method for complex-valued compressed SAR imaging[J]. *IEEE Transactions on Computational Imaging*, 2016, 2(3): 235–250. doi: [10.1109/TCI.2016.2580498](https://doi.org/10.1109/TCI.2016.2580498).
- [17] ÖNHON N Ö and ÇETIN M. A sparsity-driven approach for SAR image formation and space-variant focusing[C]. 2011 IEEE 19th Signal Processing and Communications Applications Conference (SIU), Antalya, Turkey, 2011: 614–617. doi: [10.1109/SIU.2011.5929725](https://doi.org/10.1109/SIU.2011.5929725).
- [18] 刘碧丹, 王岩飞, 韩松. 距离徙动校正和斜地变换的实时算法研究[J]. *电子与信息学报*, 2009, 31(5): 1099–1102. doi: [10.3724/SP.J.1146.2008.00192](https://doi.org/10.3724/SP.J.1146.2008.00192).
LIU Bidan, WANG Yanfei, and HAN Song. A real-time associative algorithm of RCMC and SRGR[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2009, 31(5): 1099–1102. doi: [10.3724/SP.J.1146.2008.00192](https://doi.org/10.3724/SP.J.1146.2008.00192).
- [19] MALEKI A, ANITORI L, YANG Z, *et al.* Asymptotic analysis of complex LASSO via Complex Approximate Message Passing (CAMP)[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2013, 59(7): 4290–4308. doi: [10.1109/TIT.2013.2252232](https://doi.org/10.1109/TIT.2013.2252232).
- [20] DONOHO D L, MALEKI A, and MONTANARI A. The noise-sensitivity phase transition in compressed sensing[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2011, 57(10): 6920–6941. doi: [10.1109/TIT.2011.2165823](https://doi.org/10.1109/TIT.2011.2165823).
- 杨磊: 男, 1984年生, 副教授, 研究方向为高分辨SAR成像及机器学习理论应用.
- 张苏: 女, 1996年生, 硕士生, 研究方向为高分辨SAR成像及优化学习理论.
- 黄博: 男, 1986年生, 博士生, 研究方向为雷达高度表系统及信号处理.
- 盖明慧: 女, 1997年生, 硕士生, 研究方向为高分辨SAR成像及优化学习理论.
- 李埔丞: 男, 1992年生, 博士生, 研究方向为高分辨SAR成像及优化学习理论.

责任编辑: 马秀强