

一种二维信号波达方向估计的改进多重信号分类算法

王旭东 仲倩* 闫贺 张迪

(南京航空航天大学电子信息工程学院 南京 211106)

摘要: 多重信号分类(MUSIC)算法是一种经典的空间谱估计算法。该文以L型阵列为例, 针对2D-MUSIC算法在接收信号信噪比较小时对多个目标中方位相近的目标无法进行准确估计的问题, 提出一种改进2D-MUSIC算法。该算法对经典2D-MUSIC算法所构成的协方差矩阵进行共轭重组, 并将重组后矩阵的平方与原协方差矩阵的平方进行相加求平均, 由此获得新的矩阵, 再对该矩阵对应的噪声子空间进行加权处理, 选取适当的加权系数构造新的噪声子空间, 最后通过谱峰搜索识别出目标位置。计算机仿真结果表明, 与2D-MUSIC算法相比, 改进后的算法在接收信号信噪比较小时对多个目标中方位相近的目标也能够进行信号波达方向(DOA)估计, 提高了L型阵列2维DOA估计的分辨率, 具有较好的工程应用价值。

关键词: 2维信号波达方向估计; L型阵列; 共轭重组; 加权

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2019)09-2137-06

DOI: 10.11999/JEIT181090

An Improved MUSIC Algorithm for Two Dimensional Direction Of Arrival Estimation

WANG Xudong ZHONG Qian YAN He ZHANG Di

(College of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China)

Abstract: The Multiple Signal Classification (MUSIC) algorithm is a classical spatial spectrum estimation algorithm. Taking L-shaped array as an example, an improved 2D-MUSIC algorithm is proposed for the problem that 2D-MUSIC algorithm often fails to estimate accurately targets in close proximity among multiple targets when the signal-to-noise ratio is low. The algorithm identifies the target location through spectrum peak search by first performing conjugate recombination on the covariance matrix generated by the classical 2D-MUSIC algorithm, then calculating the mean of sum of square of the recombined one and the original one as the new matrix, whose corresponding noise subspace then weighted by applying appropriate coefficients to obtain a new noise subspace. The computer simulation results show that compared with the 2D-MUSIC algorithm, the improved algorithm performs well on DOA estimation for the targets in close proximity among multiple targets when the received signal has low signal-to-noise ratio, which improves the resolution of 2D-DOA estimation with L-shaped array, with better engineering application value.

Key words: Two dimensional Direction Of Arrival (DOA) estimation; L-shaped array; Conjugate recombination; Weighting

1 引言

信号波达方向(Direction Of Arrival, DOA)估计是阵列信号处理研究中一个重要领域^[1], 其在无线通信、辐射源定位跟踪、安防及国防军工等领域都有所应用, 尤其在现代战争中为战场态势感知、

作战任务规划及雷达资源调度等提供有力支撑^[2-8]。与1维DOA估计相比, 2维(Two-Dimensional, 2D)DOA估计对空间的划分更为精细, 对目标位置的描述更为具体, 更加能够满足当今对信号波达角估计的高精确性、高分辨率及高稳定性的要求, 从而更具有工程应用价值^[9-11]。

经典多重信号分类(MUSIC)算法是基于接收信号协方差矩阵的特征值分解, 根据目标所对应的方向向量与噪声子空间相互正交的特性估算出DOA^[12-15]。将该算法运用到2维DOA估计中, 当接收信号处于

收稿日期: 2018-11-26; 改回日期: 2019-03-25; 网络出版: 2019-04-19

*通信作者: 仲倩 zhongqian1120@163.com

基金项目: 航空基金(20182007001)

Foundation Item: Aviation Fund (20182007001)

小信噪比时,方位相近信源的空间谱峰会发生混叠,导致DOA估计的分辨率大大下降,算法性能变差。针对上述问题,本文提出一种改进2D-MUSIC算法,并以L型阵列为例进行理论分析及仿真验证。本文算法利用前后向空间平滑理论的特殊情况对接收信号的协方差矩阵进行部分共轭重组,获得具有平均意义的新的矩阵;又对原协方差矩阵与新的矩阵的平方和求平均,得到最终矩阵并进行特征值分解,增大了信号对应特征值与噪声对应特征值的差距,等效于提高接收信号的信噪比;再对得到的噪声子空间进行重构,利用各噪声对应特征值对噪声子空间的列向量进行加权处理,通过选取适当的权系数从而达到降噪的目的,以实现在待估计目标方位接近且接收信号信噪比较小的情况下对多个目标方位进行准确估计,提高波达角估计的分辨率。

2 天线模型与算法原理

2.1 L型天线阵列结构与信号模型

L型天线阵在两个方向上都是均匀线阵,交界处为公共阵元,其结构简单,易于实现。其结构如图1所示,阵元在相互垂直的X轴方向和Y轴方向上均匀排布,阵线中相邻两个阵元的间距均为 d ,X轴方向和Y轴方向上的阵元数均为 N ,其中原点处为公共阵元,天线阵列的总阵元数为 $2N-1$ 。假设目标位置矢量 $\mathbf{S}_{rk}\mathbf{O}$ 与X轴、Y轴正方向的夹角分别为 α_X 和 α_Y , $\mathbf{S}_{rk}\mathbf{O}$ 与Z轴正方向的夹角为俯仰角 θ , $\mathbf{S}_{rk}\mathbf{O}$ 在XY轴平面的投影与X轴正方向的夹角为方向角 β ,则它们的关系满足

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha_X &= \sin \theta \cos \beta \\ \cos \alpha_Y &= \sin \theta \sin \beta \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

2.2 2D-MUSIC算法

假设到达阵列的信号均为平面波,空间中有

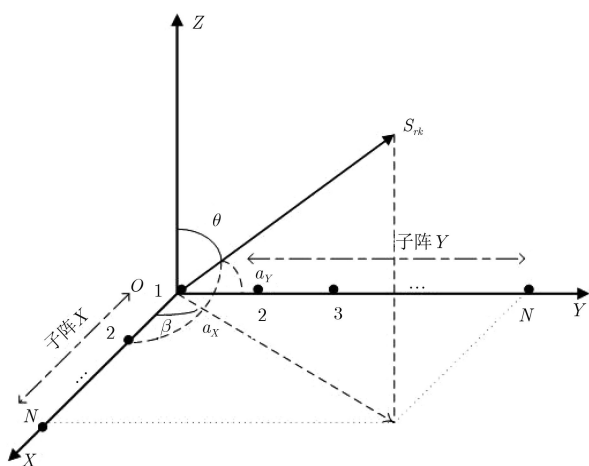


图1 L型天线阵列模型

K 个非相干的窄带信号($\mathbf{S}_{r1}(t), \mathbf{S}_{r2}(t), \dots, \mathbf{S}_{rK}(t)$)以俯仰角 $(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_K)$ 、方向角 $(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_K)$ 入射到此L型天线阵列上,波长为 λ ,接收到的噪声为均值为0方差为 σ^2 的高斯白噪声,且假设信号和噪声及各个阵元上的噪声互不相关。

X轴上传感器的个数为 N ,则X轴传感器的接收信号为 $\mathbf{X} = \mathbf{A}_x \mathbf{S} + \mathbf{N}_x$,其中 \mathbf{S} 为信源矩阵, \mathbf{N}_x 为X轴接收的噪声矩阵, \mathbf{A}_x 为X轴方向上的阵列流形,可表示为 $\mathbf{A}_x = [\mathbf{a}_x(\Phi_1), \mathbf{a}_x(\Phi_2), \dots, \mathbf{a}_x(\Phi_K)]$,其中 $\mathbf{a}_x(\Phi_i) = [1, e^{-j2\pi d \sin \theta_i \cos \beta_i / \lambda}, e^{-j2\pi d \cdot 2 \sin \theta_i \cos \beta_i / \lambda}, \dots, e^{-j2\pi d(N-1) \sin \theta_i \cos \beta_i / \lambda}]^T$, $(\bullet)^T$ 表示矩阵转置。

同理,Y轴上传感器的个数为 $N-1$,则Y轴传感器的接收信号为可表示为 $\mathbf{Y} = \mathbf{A}_y \mathbf{S} + \mathbf{N}_y$,其中 \mathbf{N}_y 为Y轴接收的噪声矩阵, \mathbf{A}_y 为Y轴方向的阵列流形, $\mathbf{A}_y = [\mathbf{a}_y(\Phi_1), \mathbf{a}_y(\Phi_2), \dots, \mathbf{a}_y(\Phi_K)]$,其中 $\mathbf{a}_y(\Phi_i) = [e^{-j2\pi d \sin \theta_i \sin \beta_i / \lambda}, e^{-j2\pi d \cdot 2 \sin \theta_i \sin \beta_i / \lambda}, \dots, e^{-j2\pi d(N-1) \sin \theta_i \sin \beta_i / \lambda}]^T$ 。

由以上分析得L型阵列的接收信号 \mathbf{S}_r 为

$$\mathbf{S}_r = \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{Y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_x \\ \mathbf{A}_y \end{bmatrix} \mathbf{S} + \begin{bmatrix} \mathbf{N}_x \\ \mathbf{N}_y \end{bmatrix} = \mathbf{A} \mathbf{S} + \mathbf{N} \quad (2)$$

L型阵列下2D-MUSIC算法进行DOA估计的步骤可归纳如下[16]:

步骤1 求协方差矩阵 $\mathbf{R} = \mathbf{E}[\mathbf{S}_r \mathbf{S}_r^H] = \mathbf{A} \mathbf{R}_s \mathbf{A}^H + \mathbf{R}_N$,其中 $(\bullet)^H$ 表示矩阵共轭转置, \mathbf{R}_s 为信号的协方差矩阵, $\mathbf{R}_N = \mathbf{E}[\mathbf{N} \mathbf{N}^H] = \sigma^2 \mathbf{I}$ 为噪声的协方差矩阵,假设 $M = 2N - 1$, \mathbf{I} 为 $M \times M$ 的单位矩阵;

步骤2 对协方差矩阵 \mathbf{R} 进行特征值分解,构造信号子空间 \mathbf{U}_s 及噪声子空间 \mathbf{U}_n ;

步骤3 根据推导出的目标所对应的方向向量 $\mathbf{a}(\theta_i, \beta_i)$ 与噪声子空间 \mathbf{U}_n 正交的关系给出2D-MUSIC算法的空间谱估计式

$$P_{\text{MUSIC}} = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta, \beta) \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \mathbf{a}(\theta, \beta)} \quad (3)$$

通过搜索2D-MUSIC算法空间谱的谱峰所对应的 (θ, β) 即为所估计目标的俯仰角与方向角。

2.3 改进的2D-MUSIC算法

在2D-MUSIC算法中对接收信号进行协方差矩阵的特征值分解,其中各个特征值对应的分别是信号或噪声的功率。当接收信号信噪比较大时,信号对应特征值与噪声对应特征值差距较大,在空间谱的估计中信号和噪声有明显的差别,容易识别DOA;但当接收信号信噪比较小时,信号对应特征值与噪声对应特征值相差很小,导致进行2D-MUSIC算法处理后信号的空间谱峰不明显,且当多个信号的

DOA接近时很可能会出现谱峰混叠的现象，使2D-MUSIC算法的分辨率大大降低。为使在小信噪比下协方差矩阵特征值分解的信号特征值与噪声特征值也有明显区别，即增大信号功率和噪声功率的差距、提高信噪比，考虑重新构建协方差矩阵和噪声子空间。

2.3.1 构造相关矩阵 R_{y1}

构造相关矩阵 $R_{y1} = RR^H$ 。由2.2节分析可知，协方差矩阵 R 为一个 $M \times M$ 的Hermite矩阵，可表示为 $R_{y1} = R^2$ 。由此可知，对 R_{y1} 进行特征值分解，所得到的特征值为原协方差矩阵 R 所对应特征值的平方，特征向量与 R 对应的特征向量相同，即 $\gamma_{y1i} = \gamma_i^2$ ， $\mathbf{v}_{y1i} = \mathbf{v}_i$ 。所以 R_{y1} 与 R 具有相同的信号子空间和噪声子空间，用 R_{y1} 作为协方差矩阵进行处理同样满足2D-MUSIC算法的测向原理。

由文献[17]给出的对应MUSIC算法信号子空间扰动的统计公式为

$$\bar{d}_{\text{MUSIC}}^2(\psi_K^M, \tilde{\psi}_K^M) \approx \frac{1}{N_x} \sum_{i=1}^K \sum_{j=K+1}^M \frac{\gamma_j/\gamma_i}{(1 - \gamma_j/\gamma_i)^2} \quad (4)$$

其中， γ_i 为信号对应的特征值， γ_j 为噪声对应的特征值。设 $\gamma = \gamma_j/\gamma_i$ ，($i = 1, 2, \dots, K; j = K+1, K+2, \dots, M$)，可以看出，在实际工程运用中 γ 满足 $0 < \gamma \leq 1$ 。

由式(4)可得，由于 R_{y1} 特征值分解得到的特征值是 R 所对应特征值的平方，且 $0 < \gamma \leq 1$ ，即由 R_{y1} 特征值分解得到的信号子空间扰动始终小于2D-MUSIC算法中 R 对应的信号子空间扰动。

2.3.2 构造相关矩阵 R_{y2}

经2.2节和2.3.1节分析可以看出，2D-MUSIC算法中的协方差矩阵 R 和相关矩阵 R_{y1} 都只是利用了接收的观测数据本身。在接收数据快拍数有限的情况下如果能同时利用采样数据与其共轭数据，可以增加被利用的数据长度，从而改善2D-MUSIC算法的估计性能。

由共轭倒序不变性可知，存在一个对角矩阵 D_x ，使得式 $\mathbf{J}_x \mathbf{A}_x^* = \mathbf{A}_x D_x^*$ 成立。其中 $(\bullet)^*$ 表示取复共轭， \mathbf{J}_x 为一个 $N \times N$ 的反对角矩阵，满足 $\mathbf{J}_x^2 = \mathbf{I}_N$ ； $D_x = \text{diag}(e^{-j2\pi d(N-1)\sin\theta_1 \cos\beta_1/\lambda}, e^{-j2\pi d(N-1)\sin\theta_2 \cos\beta_2/\lambda}, \dots, e^{-j2\pi d(N-1)\sin\theta_K \cos\beta_K/\lambda})$ ， $D_x^* \cdot D_x = \mathbf{I}_K$ 。

同理，存在一个对角矩阵 D_y ，使得式 $\mathbf{J}_y \mathbf{A}_y^* = \mathbf{A}_y D_y^*$ 成立。其中 \mathbf{J}_y 为一个 $(N-1) \times (N-1)$ 的反对角矩阵，满足 $\mathbf{J}_y^2 = \mathbf{I}_{N-1}$ ； $D_y = \text{diag}(e^{-j2\pi dN \sin\theta_1 \sin\beta_1/\lambda}, e^{-j2\pi dN \sin\theta_2 \sin\beta_2/\lambda}, \dots, e^{-j2\pi dN \sin\theta_K \sin\beta_K/\lambda})$ ， $D_y^* \cdot D_y = \mathbf{I}_K$ 。

由2.2节分析可知，L型天线阵列的阵列流形 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_x \\ \mathbf{A}_y \end{bmatrix}$ ，即无法找到一个对角矩阵 D ，能够

使得 $\mathbf{J} \mathbf{A}^* = \mathbf{A} D^*$ 成立，即无法对 R 直接进行共轭

倒序重排，而 $R = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_x R_s \mathbf{A}_x^H & \mathbf{A}_x R_s \mathbf{A}_y^H \\ \mathbf{A}_y R_s \mathbf{A}_x^H & \mathbf{A}_y R_s \mathbf{A}_y^H \end{bmatrix}$ ，可

对 R 中的 $\mathbf{A}_x R_s \mathbf{A}_x^H$ 和 $\mathbf{A}_y R_s \mathbf{A}_y^H$ 项进行共轭倒序重

排，得到 $R_J = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_x (\mathbf{A}_x R_s \mathbf{A}_x^H)^* \mathbf{J}_x & \mathbf{A}_x R_s \mathbf{A}_y^H \\ \mathbf{A}_y R_s \mathbf{A}_x^H & \mathbf{J}_y (\mathbf{A}_y R_s \mathbf{A}_y^H)^* \mathbf{J}_y \end{bmatrix}$ ，

R_J 也为 $M \times M$ 的Hermite矩阵。

可以看出，共轭倒序重排的本质就是前后向平滑技术中子阵阵元数等于总阵元数的特殊情况。利用矩阵的共轭性质及共轭倒序不变性可得，共轭重排后的矩阵 R_J 与协方差矩阵 R 相比，他们的特征值和张成的噪声子空间在空间谱上反映出的差距很小，但利用数据长度与原来相比得以增加。

构造另一新的矩阵 $R_{y2} = R_J R_J^H = R_J^2$ ，由2.3.1节分析可以看出，在特征向量不变的情况下， R_{y2} 对应特征值是 R_J 对应特征值的平方，即 R_{y2} 不仅增加了利用数据长度，还使得信号与噪声对应的特征值差距增大，等效于进一步提高了信噪比，减小了信号子空间的扰动情况。

2.3.3 构造矩阵 R_Y

将由原采样数据构造相关矩阵 R_{y1} 与该数据共轭重排后的矩阵 R_{y2} 进行相加求平均，得到最终矩阵 $R_Y = (R_{y1} + R_{y2})/2$ ， R_Y 将代替原协方差矩阵 R 进行特征值分解。

可以看出，2D-MUSIC算法与本文算法形式是完全相同的，仅是由于特征值分解的协方差数据不同而导致特征值发生变化。特征值对DOA估计的方差有直接影响，关系如式(5)所示

$$E \left\{ \left(\hat{\theta}_t - \theta_t \right)^2 \right\} = \frac{\sigma^2}{2N_t} \left[\frac{\sum_{m=1}^K \frac{\gamma_m}{(\sigma^2 - \gamma_m)^2} |\mathbf{a}^H(\theta_t) \mathbf{v}_m|^2}{\sum_{m=K+1}^M |\mathbf{d}^H(\theta_t) \mathbf{v}_m|^2} \right] \quad (5)$$

其中， $\mathbf{d}(\theta_t) = d\mathbf{a}(\theta_t)/d\theta_t$ ， $\mathbf{a}(\theta_t)$ 为阵列流形的列向量， σ^2, N_x, K, M 均如式2.1节所示， \mathbf{v}_m 为特征向量。

由式(5)可得，信号子空间特征向量所对应的特征值 γ_m ($m = 1, 2, \dots, K$) 越接近于噪声方差 σ^2 ，即越接近噪声对应的特征值，则DOA估计的方差越大，反之则越小。通过重构协方差矩阵使得信号

子空间对应的特征值与噪声子空间对应的特征值差距增大, 等效于提高了信噪比, 减小DOA估计的方差。此外也使得噪声特征值起伏更加明显、差距更大, 使得2.3.4节中加权处理的效果更好。

2.3.4 重构噪声子空间

由以上分析可知, 矩阵 \mathbf{R}_Y 与原协方差矩阵 \mathbf{R} 进行特征值分解后在空间谱上反映出的差距很小, 由于原协方差矩阵 \mathbf{R} 为Hermite矩阵, 故原空间功率谱中的 $\mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H$ 为一单位阵, 与噪声功率无关。为此可以对 \mathbf{R}_Y 对应的噪声子空间进行加权处理, 重新构造噪声子空间 $\mathbf{U}_{n\gamma}$ 如式(6)

$$\mathbf{U}_{n\gamma} = (\gamma_{K+1}^n \mathbf{u}_{K+1}, \gamma_{K+2}^n \mathbf{u}_{K+2}, \dots, \gamma_M^n \mathbf{u}_M) \quad (6)$$

其中, $\gamma_{K+1}, \gamma_{K+2}, \dots, \gamma_M$ 为 $M-K$ 较小的特征值, 且满足 $\gamma_{K+1} > \gamma_{K+2} > \dots > \gamma_M$, $\mathbf{u}_{K+1}, \mathbf{u}_{K+2}, \dots, \mathbf{u}_M$ 为 $M-K$ 个较小特征值所对应的特征向量, n 为加权系数, 则 $\mathbf{U}_{n\gamma} \mathbf{U}_{n\gamma}^H$ 可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{n\gamma} \mathbf{U}_{n\gamma}^H &= (\gamma_{K+1}^n \mathbf{u}_{K+1}, \dots, \gamma_M^n \mathbf{u}_M) \begin{pmatrix} \gamma_{K+1}^n \mathbf{u}_{K+1}^* \\ \gamma_{K+2}^n \mathbf{u}_{K+2}^* \\ \vdots \\ \gamma_M^n \mathbf{u}_M^* \end{pmatrix} \\ &= \sum_{i=K+1}^M \gamma_i^{2n} \mathbf{u}_i \mathbf{u}_i^* \end{aligned} \quad (7)$$

用噪声特征值对噪声对应的特征向量进行加权, 强化了不同噪声功率对应的特征向量对2D-MUSIC谱的不同作用。通过选择适当的加权系数 n 得到新的噪声子空间 $\mathbf{U}_{n\gamma}$, 将其代入2D-MUSIC算法空间谱的式(3)中, 通过谱峰搜索即可估计出信源的DOA。

3 复杂度分析

由2.2节和2.3节可知, 2D-MUSIC算法与本文算法都需要进行特征值分解与谱峰搜索, 且这两部分复杂度相同。两种算法复杂度差异主要体现在协方差矩阵构造部分。2D-MUSIC算法构造协方差矩阵的复杂度约为 $O(N_x M^2)$; 由于本文算法对协方

差矩阵与噪声子空间进行了重构, 这两部分复杂度约为 $O(N_x M^2 + N^3 + (N-1)^3 + M^3 + (M-K)M)$ 。由于快拍数 N_x 远大于阵元总数 M , 可知本文算法的复杂度仅略微大于2D-MUSIC算法的复杂度。

4 仿真实验

为了验证本文所提算法的有效性, 进行如下计算机仿真。假设接收信号的天线阵型为L型, 该阵型 X 轴和 Y 轴上的阵元个数均为8(包括公共阵元), 总阵元数为15, 阵元间距取0.5 λ 。

仿真 1 对信噪比较低时2D-MUSIC算法与本文算法DOA估计的空间谱进行对比。设信源数为3个, 信源a的入射角度(方向角 俯仰角)为(20° 20°), 信源b的入射角度为(15° 25°), 信源c的入射角度为(45° 30°); 接收信号信噪比为0 dB, 快拍数为512, 空间谱的扫描精度为0.25°, 加权系数取 $n=6$ 。分别采用2D-MUSIC算法与本文算法对信源a, b和c的波达角进行估计。

仿真结果如图2(a)和图2(b)所示。

图2(a)和图2(b)所示分别为2D-MUSIC算法和本文算法下DOA估计的空间谱图。由图2(a)可以看出, 当SNR = 0 dB时, 由于目标位置较近, 2D-MUSIC算法下信源a和信源b在空间谱上形成的谱峰完全混叠, 分辨率低; 而本文算法可以清晰地分辨出3个信源的谱峰, 且较为准确地估计出3个信源的DOA, 有效提高了2D-MUSIC算法的分辨率。

仿真 2 对2D-MUSIC算法与本文算法分辨成功概率进行比较。除信噪比外其他参数均如仿真1所示, 比较接收信号信噪比取-1~10 dB时两种算法的分辨成功概率情况。仿真结果如图3所示。

由图3可以看出, 当信噪比为-1 dB和0 dB时, 2D-MUSIC算法的分辨成功率约为67%, 目标不能被全部估计出, 而本文算法的分辨率始终为100%。该图说明在接收信号信噪比较低时, 本文算法与2D-MUSIC算法相比具有更高的分辨能力。

仿真 3 对构造的3种协方差矩阵进行性能比

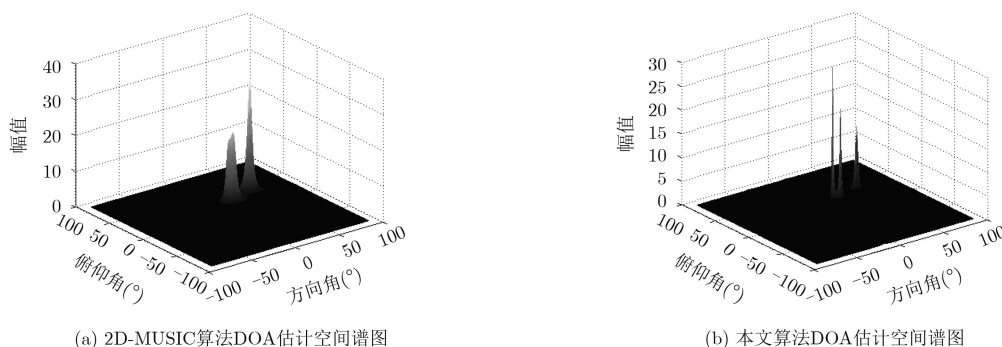


图2 SNR = 0 dB时DOA估计空间谱图

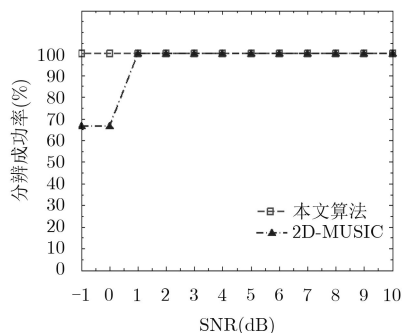


图3 两种算法的分辨成功率随信噪比的变化图

较。由2.3节分析可以看出，协方差矩阵的重新构造是提高2D-MUSIC算法分辨率的一个关键点，而协方差矩阵的信号子空间扰动情况可以直接反映出信号对应特征值与噪声对应特征值之间的差值情况，侧面反映出构造的矩阵对应信噪比的大小。根据式(4)，计算接收信号信噪比分别为取0~20 dB时矩阵 R , R_{η_1} 和 R_Y 的信号子空间扰动情况。比较结果如图4所示。

由图4可以看出，在小信噪比情况下，协方差矩阵 R 对应的信号子空间扰动最大， R_{η_1} 次之， R_Y 最小。同一信噪比下，信号子空间扰动越小则说明信号对应特征值与噪声对应特征值的差值越大，等同于处理后的矩阵对应的信噪比越大，则

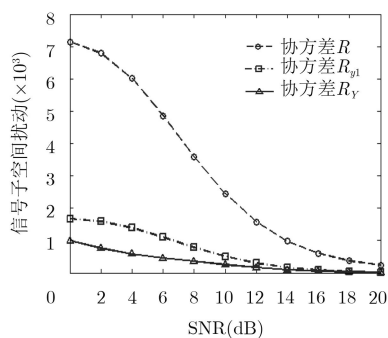
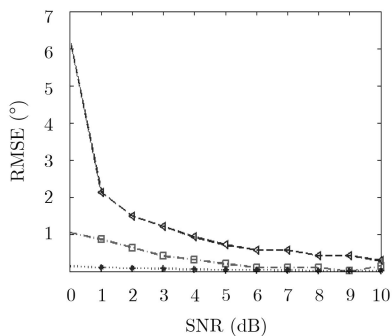


图4 协方差矩阵 R , R_{η_1} 和 R_Y 的信号子空间扰动情况随信噪比的变化图



(a) 两种算法对信源b的DOA估计的均方根误差随信噪比变化图

DOA估计的分辨率就越高。该图证明了本文算法通过重构协方差矩阵，降低了信号子空间的扰动，提高了DOA估计的分辨率。

仿真4 对两种算法DOA估计的均方根误差与克拉美罗限(Cramer-Rao Bound, CRB)进行比较。2D-MUSIC算法DOA估计的均方根误差定义为：

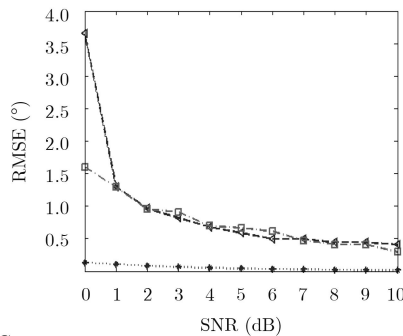
$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{M_t K} \sum_{m_t=1}^{M_t} \sum_{k=1}^K (\hat{\theta}_{k,m_t} - \theta_k)^2 + (\hat{\beta}_{k,m_t} - \beta_k)^2}$$

其中 M_t 为蒙特卡洛实验次数， K 为信源个数。取 $M_t = 300$ ，除信噪比外其他参数与仿真1相同，计算接收信号信噪比分别取0~10 dB时2D-MUSIC算法与本文算法分别对信源b的DOA估计的均方根误差及信源a, b与c的DOA估计总的均方根误差，由此观测两种算法在不同信噪比下的DOA估计性能。仿真结果如图5(a)和图5(b)所示。

由图5(a)可以看出，在小信噪比下，2D-MUSIC算法的分辨率差，信源b的DOA已不能被准确估计出，导致均方根误差很大；而本文算法对信源b的DOA估计的均方根误差始终保持很小的水平且一直低于2D-MUSIC算法。由图5(b)可以看出，在信噪比为0 dB时，2D-MUSIC算法对DOA估计的均方根误差较大，随着信噪比的增大均方根误差逐渐减小。而本文算法的DOA估计总的均方根误差一直处于较低水平，且随着信噪比的增大，本文算法与2D-MUSIC算法的总均方根误差保持相近的水平。该图说明在信噪比较小时本文算法的DOA估计性能优于2D-MUSIC算法，且在信噪比较大时也能保持与2D-MUSIC算法相近的估计性能。

5 结论

在充分研究分析经典2维MUSIC算法基础上，本文提出了一种在待估计目标位置相近且接收信号信噪比较小情况下，能有效保持分辨率的改进2维MUSIC算法，并以L型阵列为例进行了理论分析与



(b) 两种算法对3个信源DOA估计的总均方根误差随信噪比变化图

图5 DOA估计的均方根误差随信噪比的变化

仿真验证。该算法基于信号子空间扰动理论与前后向空间平滑理论的特殊情况,对2维MUSIC算法的协方差矩阵进行多次重构得到新的矩阵,降低了信号子空间的扰动,增大了信号对应特征值与噪声对应特征值之间的差距,等效于提高了信噪比。并通过使用噪声对应的特征值对噪声子空间列向量进行加权处理,加强不同功率噪声相应的特征向量对空间谱的作用,进一步改善2维MUSIC算法的性能,达到总体上抑制噪声功率、提高2维MUSIC算法分辨率的作用。仿真结果表明,在待估计目标的位置相近且信噪比较小的情况下,该改进的MUSIC算法能够有效地提高分辨率,且在信噪比较高的情况下,也能够保持与MUSIC算法相近的DOA估计性能。

参 考 文 献

- [1] GONG Shu, XIONG Hailiang, PENG Meixuan, *et al.* Joint DOD and DOA estimation for bistatic multiple-input multiple-output radar target discrimination based on improved unitary ESPRIT method[J]. *IET Communications*, 2018, 12(12): 1397–1405. doi: [10.1049/iet-com.2017.1086](https://doi.org/10.1049/iet-com.2017.1086).
- [2] LI Jianfeng, LI Dong, JIANG Defu, *et al.* Extended-aperture unitary root MUSIC-based DOA estimation for coprime array[J]. *IEEE Communications Letters*, 2018, 22(4): 752–755. doi: [10.1109/LCOMM.2018.2802491](https://doi.org/10.1109/LCOMM.2018.2802491).
- [3] ZHANG Dong, ZHANG Yongshun, ZHENG Guimei, *et al.* Improved DOA estimation algorithm for co-prime linear arrays using root-MUSIC algorithm[J]. *Electronics Letters*, 2017, 53(18): 1277–1279. doi: [10.1049/el.2017.2292](https://doi.org/10.1049/el.2017.2292).
- [4] MONZINGO R A, HAUPT R L, and MILLER T W. Optimum Array Processing[M]. Introduction to Adaptive Arrays. 2nd ed. Raleigh, NC, SciTech Publishing, 2011: 81–149. doi: [10.1049/SBEW046E_ch3](https://doi.org/10.1049/SBEW046E_ch3).
- [5] LIU Lutao and LIU Huan. Joint estimation of DOA and TDOA of multiple reflections in mobile communications[J]. *IEEE Access*, 2016, 4: 3815–3823. doi: [10.1109/ACCESS.2016.2584088](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2016.2584088).
- [6] WANG Xianpeng, WANG Luyun, LI Xiumei, *et al.* An efficient sparse representation algorithm for DOA estimation in MIMO radar system[C]. Proceedings of 2016 IEEE 17th International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications, Edinburgh, UK, 2016: 1–4. doi: [10.1109/SPAWC.2016.7536777](https://doi.org/10.1109/SPAWC.2016.7536777).
- [7] SCHMIDT R. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1986, 34(3): 276–280. doi: [10.1109/TAP.1986.1143830](https://doi.org/10.1109/TAP.1986.1143830).
- [8] HUANG Qinghua, ZHANG Lin, and FANG Yong. Improving decoupled spherical harmonics ESPRIT using structured least squares[J]. *IEEE Access*, 2018, 6: 37956–37964. doi: [10.1109/ACCESS.2018.2839260](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2018.2839260).
- [9] 宋虎, 蒋迺倜, 刘溶, 等. 基于稀疏采样阵列优化的APG-MUSIC算法[J]. 电子与信息学报, 2018, 40(6): 1390–1396. doi: [10.11999/JEIT170807](https://doi.org/10.11999/JEIT170807).
- [10] SONG Hu, JIANG Naiti, LIU Rong, *et al.* APG-MUSIC algorithm based on sparse sampling array optimization[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2018, 40(6): 1390–1396. doi: [10.11999/JEIT170807](https://doi.org/10.11999/JEIT170807).
- [10] CHINTAGUNTA S and PONNUSAM P. 2D-DOD and 2D-DOA estimation using the electromagnetic vector sensors[J]. *Signal Processing*, 2018, 147: 163–172. doi: [10.1016/j.sigpro.2018.01.025](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2018.01.025).
- [11] YAO Bobin, ZHANG Weile, and WU Qisheng. Weighted subspace fitting for two-dimension DOA estimation in massive MIMO systems[J]. *IEEE Access*, 2017, 5: 14020–14027. doi: [10.1109/ACCESS.2017.2731379](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2017.2731379).
- [12] DIAB W M G and ELKAMCHOUCI H M. A novel approach for 2D-DOA estimation using cross-shaped arrays[C]. Proceedings of 2008 IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium, San Diego, USA, 2008: 1–4. doi: [10.1109/APS.2008.4619295](https://doi.org/10.1109/APS.2008.4619295).
- [13] DZIELSKI J E, BURKHARDT R C, and KOTANCHEK M E. Comments on “modified MUSIC algorithm for estimating DOA of signals”[J]. *Signal Processing*, 1996, 55(2): 253–254. doi: [10.1016/S0165-1684\(96\)00179-X](https://doi.org/10.1016/S0165-1684(96)00179-X).
- [14] 方庆园, 韩勇, 金铭, 等. 基于噪声子空间特征值重构的DOA估计算法[J]. 电子与信息学报, 2014, 36(12): 2876–2881. doi: [10.3724/SP.J.1146.2013.02014](https://doi.org/10.3724/SP.J.1146.2013.02014).
- [14] FANG Qingyuan, HAN Yong, JIN Ming, *et al.* DOA estimation based on eigenvalue reconstruction of noise subspace[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2014, 36(12): 2876–2881. doi: [10.3724/SP.J.1146.2013.02014](https://doi.org/10.3724/SP.J.1146.2013.02014).
- [15] LI Jianfeng, ZHANG Xiaofei, and CHEN Han. Improved two-dimensional DOA estimation algorithm for two-parallel uniform linear arrays using propagator method[J]. *Signal Processing*, 2012, 92(12): 3032–3038. doi: [10.1016/j.sigpro.2012.06.010](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2012.06.010).
- [16] HUA Y, SARKAR T K, and WEINER D D. An L-shaped array for estimating 2-D directions of wave arrival[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1991, 39(2): 143–146. doi: [10.1109/8.68174](https://doi.org/10.1109/8.68174).
- [17] 路鸣, 保铮. 用低维子空间法分辨空间相干源的统计分析[J]. 电子学报, 1990, 18(1): 79–85.
- [17] LU Ming and BAO Zheng. Statistical analysis of low dimensional subspace techniques for the resolution of coherent sources[J]. *Acta Electronica Sinica*, 1990, 18(1): 79–85.

王旭东: 男, 1978年生, 博士, 副教授, 研究方向为信号检测、参数估计、FPGA设计应用。

仲倩: 女, 1995年生, 硕士生, 研究方向为雷达信号处理。

闫贺: 男, 1985年生, 博士, 副教授, 研究方向为合成孔径雷达系统设计及信号处理。

张迪: 女, 1994年生, 硕士生, 研究方向为雷达信号处理。