

一种新的机动目标跟踪滤波的 模型方法*

安凌凌 顾怀瑾 徐振来

(南京电子技术研究所, 南京)

摘要 本文提出了一种新的机动目标跟踪滤波的模型方法。它将目标的机动加速度作为一种状态变量引入模型而直接进行估计, 并通过卡尔曼滤波器的残差来检测目标机动与否。一旦检测出目标机动, 马上重新启动卡尔曼滤波器以适应机动加速度的跳变。新的自适应滤波方法在这种情况下实现了最佳滤波。计算机仿真结果表明, 在计算量远少于 Moose 方法计算量的情况下, 本文方法的滤波精度与 Moose 方法的滤波精度相当。

关键词 滤波器; 目标跟踪滤波; 自适应滤波

一、引言

所谓机动目标是指进行随机运动的目标。其动态微分方程可写成:

$$\dot{x}(t) = -\alpha x(t) + u(t) + n(t).$$

这里, α 是空气阻尼系数, $n(t)$ 是环境干扰引起的随机扰动, $u(t)$ 是驾驶员控制的随机加速度。通常, $u(t)$ 的统计知识很难获得, 它不仅是未知的, 而且常发生跃变。因此, 直接用要求具有已知参数动态结构的卡尔曼滤波来实现机动目标的跟踪滤波遇到了困难, 对 $u(t)$ 的处理成了解决机动目标跟踪滤波问题的关键。近二十年来, 人们就应用卡尔曼滤波理论来实现机动目标的跟踪滤波进行了大量的研究并出现了许多方法, 其中比较有代表性的是 Singer^[1] Moose^[2,3] 和 Chan^[4,5] 等人提出的方法。

Singer 将目标的机动看成平稳的相关随机过程, 用确定参数模型来进行滤波。Moose 则将 $u(t)$ 的离散化序列视为取 N 个离散值的半马尔柯夫过程, 通过对 N 个确知加速度 u_i 下的卡尔曼滤波器的输出进行加权来实现对目标机动的自适应。Chan 把 $u(t)$ 看成未知常数 u , 通过二阶卡尔曼滤波器的输出残差用最小二乘法估计出这个机动量 u , 再用估计值 \hat{u} 去修正卡尔曼滤波器的输出。在本文方法中, 将 $u(t)$ 作为一种状态变量引入状态方程而直接进行递推估计, 避免了由于 Moose 模型中取 N 个离散值 u_i 而造成的滤波系统复杂和 Chan 方法中用残差单独估计机动量造成的较大的机动估计误差, 实现了模型中含有未知参数的最佳状态估计。对于 $u(t)$ 的跃变, 用一机动检测器来检测。一旦检测出目

* 1987年1月17日收到, 1987年9月7日修改定稿。

标机动,马上重新启动三阶卡尔曼滤波器以进行新的滤波过程,从而对机动目标完成自适应跟踪滤波. 为保证滤波器的一致渐近稳定,我们还求出了滤波器增益分量 $K_3(t)$ 的稳态值 K_3^* 的范围.

二、状态方程及卡尔曼滤波

考虑到通常目标的机动总满足: $T_u \gg T_R$ (T_u 为 $u(t)$ 取某个状态的持续时间, T_R 为卡尔曼滤波器的过渡时间), 认为 $u(t)$ 处于某一状态不变, 直至某一瞬间状态发生跃变而达到一个新的状态, 此后一直停留于这个状态, 直到发生新的跃变. 其数学表达式可写成: $u(t) = u + \Delta u H(t - \tau)$. 这里 $u, \Delta u, \tau$ 为随机量, 分别代表机动加速度、机动幅度、机动时刻. $H(t)$ 是单位阶跃函数. 故机动目标的微分方程及 $u(t)$ 的导数为:

$$\begin{aligned} \ddot{x}(t) &= -\alpha \dot{x}(t) + u(t) + n(t) \\ &= -\alpha \dot{x}(t) + u + \Delta u H(t - \tau) + n(t) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\dot{u}(t) = \Delta u \delta(t - \tau) \quad (2)$$

其中 $n(t)$ 为零均值白高斯噪声, $\delta(t)$ 是冲激函数. 由(1), (2)式可得状态方程及测量方程:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\dot{x}}(t) \\ \dot{u}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\alpha & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \\ u(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \Delta u \delta(t - \tau) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} n(t) \quad (3)$$

$$y(t) = x(t) + n_1(t) = [1 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \\ u(t) \end{bmatrix} + n_1(t) \quad (4)$$

令

$$\begin{aligned} E\{n(t) \cdot n(s)\} &= \sigma_n^2 \delta(t - s) = Q \delta(t - s) \\ E\{n_1(t) \cdot n_1(s)\} &= \sigma_{n_1}^2 \delta(t - s) = R \delta(t - s) \\ E\{n(t)\} &= E\{n_1(t)\} = 0, \\ E\{n(t) \cdot \mathbf{X}(0)\} &= E\{n_1(t) \cdot \mathbf{X}(0)\} = 0 \end{aligned}$$

将(3), (4)式写成矩阵形式有:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}'(t) &= \mathbf{A}\mathbf{X}(t) + \mathbf{B}\Delta u \delta(t - \tau) + \mathbf{C}n(t) \\ y(t) &= \mathbf{H}\mathbf{X}(t) + n_1(t) \end{aligned} \quad (5)$$

在目标没有发生机动的情况下, $\Delta u = 0$. 此时方程(5)变为:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}'(t) &= \mathbf{A}\mathbf{X}(t) + \mathbf{C}n(t) \\ y(t) &= \mathbf{H}\mathbf{X}(t) + n_1(t) \end{aligned} \quad (6)$$

对(6)式我们有卡尔曼滤波方程:

$$\begin{aligned} d\hat{\mathbf{X}}(t)/dt &= \mathbf{A}\hat{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{K}(t)(y(t) - \mathbf{H}\hat{\mathbf{X}}(t)) \\ \mathbf{K}(t) &= \mathbf{P}(t)\mathbf{R}^{-1} \end{aligned} \quad (7)$$

$$d\mathbf{P}(t)/dt = \mathbf{A}\mathbf{P}(t) + \mathbf{P}(t)\mathbf{A}^T - \mathbf{P}(t)\mathbf{H}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{H}\mathbf{P}(t) + \mathbf{C}\mathbf{Q}\mathbf{C}^T$$

式中: $\hat{\mathbf{X}}(t)$ 是状态 $\mathbf{X}(t)$ 的估计, $\mathbf{K}(t)$ 是滤波增益, $\mathbf{P}(t)$ 是估计误差协方差, \mathbf{Q} 和 \mathbf{R} 分别

是 $n(t)$ 及 $n_1(t)$ 的方差。

用(7)式进行滤波有一个一致渐近稳定问题。我们知道,最佳滤波并非就是稳定滤波。而只有稳定的最佳滤波才有实际意义。这里,由于滤波器的稳态增益为:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{K}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{P}(t) \mathbf{R}^{-1} = \bar{\mathbf{P}} \mathbf{R}^{-1} = \bar{\mathbf{K}} = (\mathbf{K}_1 \mathbf{K}_2 \mathbf{K}_3)^T = (\mathbf{K}_1 \mathbf{K}_2 \mathbf{0})^T$$

故其稳态时的特征方程:

$$|\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A} + \bar{\mathbf{K}} \mathbf{H}| = \lambda(\lambda^2 + (\alpha + \mathbf{K}_1)\lambda + \alpha \mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2) + \mathbf{K}_3 = 0$$

由于这里 $\mathbf{K}_3 = 0$, $\alpha + \mathbf{K}_1 > 0$, $\alpha \mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2 > 0$, 以上特征方程有两个左半平面的根和一个零根,不能保证按(7)式设计的滤波器一定是一致渐近稳定^[6,7]。更由于稳态增益分量 $\mathbf{K}_3 = 0$, 在模型不准时,有可能造成滤波发散^[8]。

在实际滤波中我们可这样来处理,即设在 $t_0 (> 0)$ 时刻,滤波器达到稳态。我们使

$$t > t_0 \Rightarrow \mathbf{K}_3(t) = \mathbf{K}_3(t_0) = \mathbf{K}_3^* > 0$$

则滤波器稳态增益变为:

$$\bar{\mathbf{K}}^* = (\mathbf{K}_1 \mathbf{K}_2 \mathbf{K}_3^*)^T$$

对应的滤波器稳态时的特征方程为:

$$|\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A} + \bar{\mathbf{K}}^* \mathbf{H}| = \lambda^3 + (\alpha + \mathbf{K}_1)\lambda^2 + (\alpha \mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2)\lambda + \mathbf{K}_3^* = 0$$

由霍尔维茨判断准则可知,若要使以上特征方程的所有特征根在左半平面,则必须该特征方程的霍尔维茨矩阵的各主子行列式 D_1, D_2, D_3 为正。即必须满足:

$$\begin{aligned} D_1 &= \alpha + \mathbf{K}_1 = \sqrt{\alpha^2 + 2\sqrt{Q/R}} > 0 \\ D_2 &= \begin{vmatrix} \alpha + \mathbf{K}_1 & \mathbf{K}_3^* \\ 1 & \alpha \mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2 \end{vmatrix} = \sqrt{Q/R} \cdot D_1 - \mathbf{K}_3^* > 0 \\ D_3 &= \mathbf{K}_3^* \cdot D_2 > 0 \end{aligned}$$

由以上条件可得 \mathbf{K}_3^* 的选择范围是: $\sqrt{Q/R} \cdot \sqrt{\alpha^2 + 2\sqrt{Q/R}} > \mathbf{K}_3^* > 0$ 。通常 $\mathbf{K}_1 = \mathbf{K}_1(\alpha, Q/R)$, $\mathbf{K}_2 = \mathbf{K}_2(\alpha, Q/R)$, 只要我们选择 \mathbf{K}_3^* 满足上述约束条件,就可保证所设计的滤波器一致渐近稳定。

三、自适应滤波系统

目标发生机动时, $\Delta u \neq 0$ 。若仍用(7)式设计的滤波器进行连续跟踪滤波,则此时滤波器的输出残差将不再是零均值独立高斯过程。

令: $\mathbf{X}^{0l}(t)$ 为 $\mathbf{X}(t)$ 的零输入分量, $\mathbf{X}^{0s}(t)$ 为 $\mathbf{X}(t)$ 的零状态分量, $p = d/dt$ 。由(5)式有:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}^{0s}(t) &= (p\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{C}n(t) + (p\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}\Delta u\delta(t - \tau) = \mathbf{X}^n(t) + \mathbf{X}^\Delta(t) \\ \mathbf{X}(t) &= \mathbf{X}^{0l}(t) + \mathbf{X}^{0s}(t) = \mathbf{X}^{0l}(t) + \mathbf{X}^n(t) + \mathbf{X}^\Delta(t) \\ &= \mathbf{X}^{n0}(t) + \mathbf{X}^\Delta(t) \end{aligned}$$

由(7)式有:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{X}}^{0s}(t) &= (p\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{K}(t)\mathbf{H})^{-1}\mathbf{K}(t)\gamma(t) \\ &= (p\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{K}(t)\mathbf{H})^{-1}\mathbf{K}(t)(\mathbf{H}\mathbf{X}^{n0}(t) + n_1(t)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + (pI - A + K(t)H)^{-1}K(t)HX^\Delta(t) \\
 & = \hat{X}^n(t) + \hat{X}^\Delta(t) \\
 \hat{X}(t) & = \hat{X}^{0l}(t) + \hat{X}^{0s}(t) = \hat{X}^{0l}(t) + \hat{X}^n(t) + \hat{X}^\Delta(t) \\
 & = \hat{X}^{n0}(t) + \hat{X}^\Delta(t)
 \end{aligned}$$

设 $t = \tau$ 时刻, 滤波器已进入稳态, $K(\tau)$ 很小, $\hat{X}^\Delta(t) \ll X^\Delta(t)$. 故滤波残差为:

$$\begin{aligned}
 \tilde{y}(t) & = y(t) - H\hat{X}(t) \\
 & = HX(t) + n_1(t) - H\hat{X}(t) \\
 & = H(X^\Delta(t) - \hat{X}^\Delta(t)) + H(X^{n0}(t) - \hat{X}^{n0}(t)) + n_1(t) \\
 & = H(X^\Delta(t) - \hat{X}^\Delta(t)) + V(t) \\
 & \approx HX^\Delta(t) + V(t) \\
 & = \Delta u \cdot \left(\frac{1}{\alpha} \left((t - \tau) - \frac{1}{\alpha} \right) + \frac{1}{\alpha^2} e^{-\alpha(t-\tau)} \right) \cdot H(t - \tau) + V(t) \\
 & = \tilde{y}^\Delta(t) + V(t) \tag{8}
 \end{aligned}$$

由卡尔曼滤波理论知道, 上式中的 $V(t)$ 为零均值独立高斯过程. 由上式可见, 由于 $\Delta u \delta(t - \tau)$ 的出现, 使所设计的滤波器的输出残差将不再仅仅为 $V(t)$, 而出现了含有随机参量 $\Delta u, \tau$ 的线性增长信号 $\tilde{y}^\Delta(t)$. 实际滤波中表现为, 随着时间的推移, 机动引起的滤波偏差增大, 最后可导致滤波发散. 这是由于出现机动时, $K(t) (t \geq \tau)$ 很小, 对状态机动分量的估计 $\hat{X}^\Delta(t)$ 不能跟上状态机动分量 $X^\Delta(t)$ 的变化. 从物理上来看, 当输入信号中出现“高频”分量时, 若滤波器也能同时自动地增大“频带宽度”(即提高增益), 就能使滤波器有良好的“高频”响应, 保持跟踪滤波. 基于以上分析, 我们对所设计的滤波器的输出残差设计一机动信号检测器, 一旦检测出有机动 ($\tilde{y}^\Delta(t)$) 出现, 马上重新启动滤波器, 进行新的滤波过程, 完成对机动目标的自适应滤波.

自适应滤波系统框图如图 1 所示.

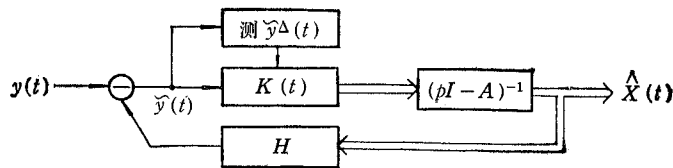


图 1 自适应滤波系统框图

四、离散滤波系统

1. 离散滤波方程

由方程(5)参考文献[1]进行离散化推导可得离散状态方程及测量方程如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(K+1) &= \mathbf{F}\mathbf{X}(K) + \mathbf{\Gamma}\Delta u\delta(K-K_r) + \mathbf{W}(K) \\ y(K) &= \mathbf{H}\mathbf{X}(K) + n_1(K) \end{aligned} \quad (9)$$

其中

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & (1 - e^{-\alpha T})/\alpha & (T\alpha - 1 + e^{-\alpha T})/\alpha^2 \\ & e^{-\alpha T} & (1 - e^{-\alpha T})/\alpha \\ & & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha^2} (\alpha(K - K_r)T + \alpha T - 1 + e^{-\alpha(K-K_r)T}e^{-\alpha T}) \\ \frac{1}{\alpha} (1 - e^{-\alpha(K-K_r)T}e^{-\alpha T}) \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\delta(K - K_r) = \begin{cases} 1, & K = K_r \\ 0, & K \neq K_r \end{cases}$$

K_r 为随机变量,且 $K_r T \leq \tau \leq (K_r + 1)T$.

$$\mathbf{W}(K) = \int_{K_r T}^{K+1 T} \begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha} (1 - e^{-\alpha(K+1)T}e^{\alpha s}) \\ e^{-\alpha(K+1)T}e^{\alpha s} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot n(s) d(s)$$

由(9)式可实现迭代滤波。当 $\Delta u = 0$ 时,我们有离散卡尔曼滤波方程:

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{X}}(K/K) &= \hat{\mathbf{X}}(K/K-1) + \mathbf{K}(K)(y(K) - \mathbf{H}\hat{\mathbf{X}}(K/K-1)) \\ \hat{\mathbf{X}}(K+1/K) &= \mathbf{F}\hat{\mathbf{X}}(K/K) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{K}(K) &= \mathbf{P}(K/K-1)\mathbf{H}^T[\mathbf{H}\mathbf{P}(K/K-1)\mathbf{H}^T + \mathbf{R}]^{-1} \\ \mathbf{P}(K/K) &= [\mathbf{I} - \mathbf{K}(K)\mathbf{H}]\mathbf{P}(K/K-1) \\ \mathbf{P}(K+1/K) &= \mathbf{F}\mathbf{P}(K/K)\mathbf{F}^T + \mathbf{Q}(K) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

其中

$$\mathbf{Q}(K) = E\{\mathbf{W}(K) \cdot \mathbf{W}^T(K)\}$$

2. 机动检测器

为使整个滤波系统简便,这里我们采用 x^2 分布检测。用(10),(11)式进行迭代滤波,在 $\Delta u \approx 0$ 的情况下输出残差应为:

$$\tilde{y}(K) = \tilde{y}^{\Delta}(K) + V(K)$$

故有:

$$H_1: \tilde{y}(K) = \tilde{y}^{\Delta}(K) + V(K)$$

$$H_0: \tilde{y}(K) = V(K)$$

由于 $V(K)$ 是零均值独立高斯序列,故随机量 $\Lambda_V(K) = \sum_{L=K-m}^K V^2(L)W^{-1}(L)$ 是服从 M 个

自由度的 x^2 分布随机变量。其中

$$\omega(K) = \mathbf{H}\mathbf{P}(K/K-1)\mathbf{H}^T + \mathbf{R}$$

设检测的有效长度为 M ，则机动检验统计量为：

$$\Lambda_L(K) = \sum_{L=K-M}^K \tilde{y}^2(L) \omega^{-1}(L) \stackrel{H_1}{\underset{H_0}{\geq}} TH \quad (12)$$

这里 TH 是门限值。机动检测器检测出机动(即 $\Lambda_L(K) > TH$) 后,按(10),(11)式设计的滤波器重新启动。重新启动时的滤波初始预测协方差根据使计算协方差与实际协方差相一致的原则来取。即：

$$P^*(K_r + M + 1/K_r + M) = E\{(\mathbf{X}(K_r + M + 1) - \hat{\mathbf{X}}(K_r + M + 1/K_r + M))(\mathbf{X}(K_r + M + 1) - \hat{\mathbf{X}}(K_r + M + 1/K_r + M))^T\}$$

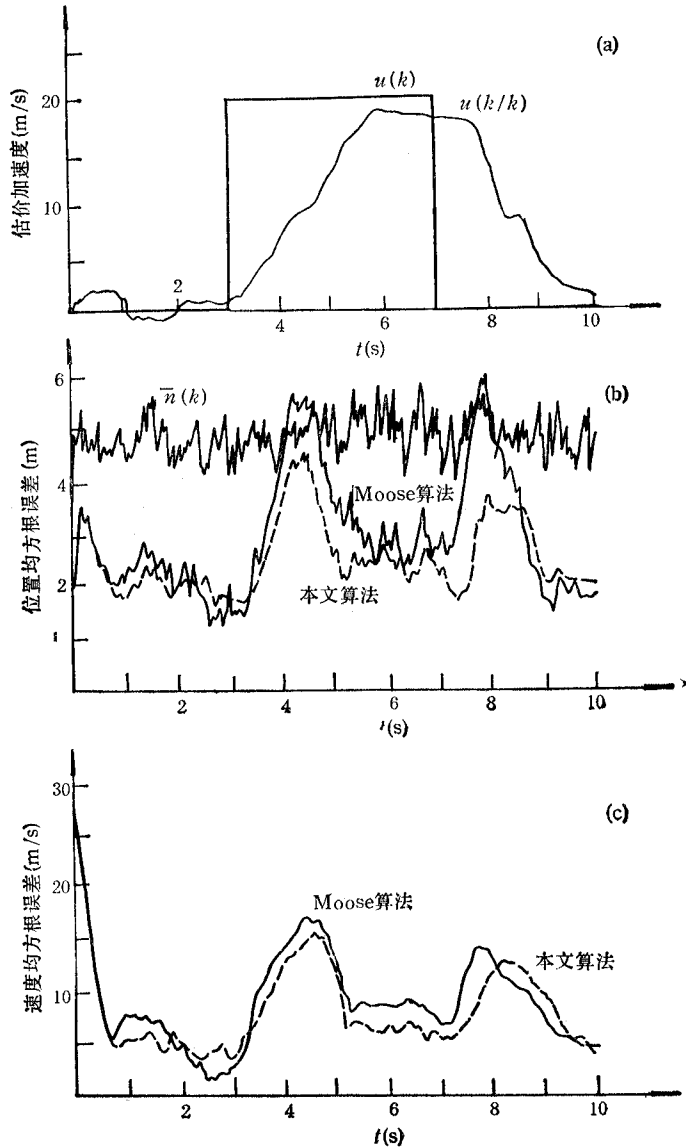


图2 -----本文算法均方误差 —— Moose 算法均方误差

$$\begin{aligned}
 & - \hat{X}(K_r + M + 1/K_r + M)^T \} \\
 & = P(K_r + M + 1/K_r + M) \\
 & + (M - D)\Gamma E\{(\Delta u)^2\}\Gamma^T(M - D)^T
 \end{aligned}$$

其中

$$M = F^M, D = \{(F(I - \bar{K}^*H))^{M-1}F\bar{K}^*H + \dots + F\bar{K}^*HF^{M-1}\}$$

五、计算机仿真结果

我们选用两种典型的目标运动规律进行了模拟仿真实验,并与 Moose 算法的仿真结果进行了比较. 第一个例子中目标进行间段突然加速飞行, 第二个例子中目标进行转弯飞行. 每个例子运算 50 次,总的跟踪时间为 10s, 取样间隔为 0.01s. 计算出了两种算法的估计均方根误差和估计算术均值. 绘成曲线如图 2 和图 3 所示.

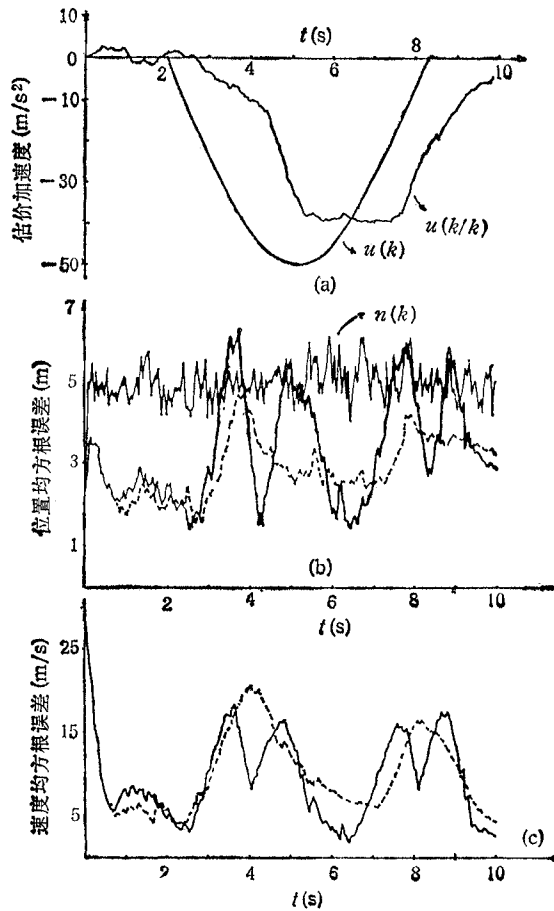


图 3 -----本文算法均方误差 ————Moose 算法均方误差

六、结 论

本文提出的模型方法实现了模型中含有未知参量的最佳状态估计。应用该方法能较好地实现机动目标的跟踪滤波,且在目标突然发生大机动的情况下仍能保持良好的跟踪。该方法实现简单,其计算量远小于 Moose 方法的计算量。计算机仿真结果表明,该方法的估计精度与 Moose 方法的估计精度相当。

参 考 文 献

- [1] R. A. Singer, *IEEE Trans. on AES*, **AES-6**(1970), 478—483.
- [2] R. L. Moose, *IEEE Trans. on AES*, **AES-13**(1977), 310—317.
- [3] R. L. Moose, *IEEE Trans. on AES*, **AES-15**(1979), 448—456.
- [4] Y. T. Chan, *IEEE Trans. on AES*, **AES-15**(1979), 237—243.
- [5] Y. T. Chan, *IEEE Trans. on AES*, **AES-18**(1982), 235—241.
- [6] 贾沛璋,朱征北编著,最佳估计及其应用,科学出版社,1984年。
- [7] B. D. O. 安德森, J. B. 摩尔著,卢伯英译,最佳滤波,国防工业出版社,1983年。
- [8] 孙仲康编著,雷达数据数字处理,国防工业出版社,1983年。

A NEW MODELING FILTERING METHOD FOR TRACKING MANOEUVRING TARGETS

An Lingling Gu Huaijin Xu Zhenglai

(*Nanjing Research Institute of Electronic Technology, Nanjing*)

ABSTRACT A new modeling filtering method for tracking manoeuvring targets is presented. The manoeuvring acceleration of target is treated as a state variable in the model and then estimated directly. The occurrences of target manoeuvres are detected by the residue of the Kalman filter. As soon as the manoeuvres found, the algorithm of Kalman filter is restarted so as to adapt the filter to the jumps of manoeuvring acceleration. The new adaptive filtering method may be thought of optimum in the case. The computing time is much less than that of Moose's method while the filtering accuracy in both cases is nearly the same as shown in the computer simulation.

KEY WORDS Filter; Filtering for tracking target; Adaptive filtering