

三带自适应提升双正交滤波器组¹

徐小平^{***} 水鹏朗^{*} 王峰^{***}

^{*}(西安电子科技大学理学院数学系 西安 710071)

^{**}(西安理工大学理学院数学系 西安 710048)

^{***}(西安交通大学理学院数学系 西安 710049)

摘要: 该文研究了利用三带提升方法设计三带自适应双正交的滤波器组。在设计中,用子带编码增益作为设计准则,从任意一个滤波器组(标准正交或双正交)开始,通过有序自适应提升方法来设计三带双正交滤波器组。最后,给出例子说明,当选择一个合适初始滤波器组时,子带码增益可以得到较大提高。

关键词: 双正交滤波器组,子带码增益,自适应提升

中图分类号: TN713 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-5896(2004)11-1758-08

Three-band Adaptive Biorthogonal Filterbanks via Lifting

Xu Xiao-ping^{**} Shui Peng-lang^{*} Wang Feng^{***}

^{*}(Dept of Mathematics, School of Science, Xidian University, Xi'an 710071, China)

^{**}(Dept of Mathematics, School of Science, Xi'an Univ. of Tech., Xi'an 710048, China)

^{***}(Dept of Mathematics, School of Science, Xi'an Jiaotong Univ., Xi'an 710049, China)

Abstract Three-channel adaptive biorthogonal filterbanks via lifting scheme are investigated. Using the subband coding gain as the criterion in design, starting from an arbitrary filterbank (orthonormal or biorthogonal), three-channel biorthogonal filterbanks are designed by the sequential adaptive lifting scheme. Finally, experimental results show that the subband coding gains can be improved when an appropriate initial filterbank is chosen.

Key words Biorthogonal filterbank, Subband coding gain, Adaptive lifting

1 引言

近年来,信号自适应滤波器组的设计受到越来越多的关注,如主分量滤波器组(PCFB)^[1]和信号自适应 FIR 正交滤波器组^[2-4]。由于匹配于输入信号统计特性,这类滤波器组或子带编码器可以大大改善编码增益。而子带码增益表示在相同比特率情况下子带编码与 PCM 的均方失真之比,是衡量滤波器组编码效率的重要指标。无阶数限制时,最优的正交和双正交滤波器组的设计问题已解决^[1,5],具有最大子带码增益的均匀滤波器组是 PCFB,这些滤波器组中所有滤波器在频域都是相互不重叠的。对 FIR 情形,滤波器在频域重叠不可避免,因此,对大多数实信号 FIR 滤波器组不能达到通道间完全解相关。现考虑如图 1 所示的一个三通道子带编码器, $\{h_0, h_1, h_2, g_0, g_1, g_2\}$ 构成双正交滤波器组, Q 表示量化器,算子 $\downarrow 3$ 和 $\uparrow 3$ 表示下 3 采样和上 3 采样。一般假定输入 $x(n)$ 是一个零均值,实值高斯广义平稳过程或满足某些条件的确定性信号,用均方误差作为标准,在高比特率和最优比特分配情况下,子带码增益 (G_{SBC})^[4,6]

¹ 2003-05-25 收到, 2004-01-16 改回

国家自然科学基金(60272058)和国家优秀博士学位论文作者专项基金(200139)资助课题

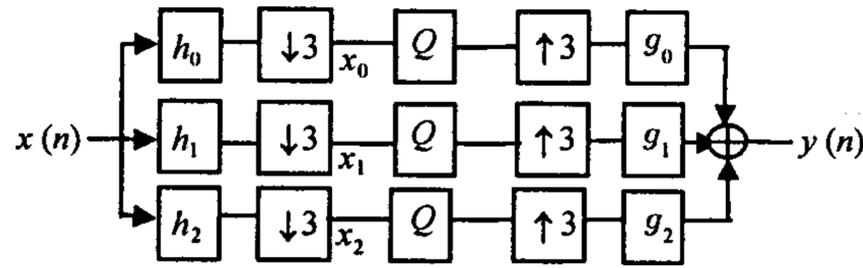


图 1 三通道双正交子带编码器

表示为

$$G_{\text{SBC}} = \sigma_x^2 / (\sigma_0^2 \sigma_1^2 \sigma_2^2 \|g_0\|_2^2 \|g_1\|_2^2 \|g_2\|_2^2)^{1/3} \tag{1}$$

式中 $\sigma_x^2, \sigma_0^2, \sigma_1^2$ 和 σ_2^2 分别表示 x, x_0, x_1 和 x_2 的方差, $\|g_0\|_2, \|g_1\|_2$ 和 $\|g_2\|_2$ 分别表示综合滤波器 g_0, g_1 和 g_2 的二范数. 在给定滤波器约束情况下, 我们期望得到达到最大子带编码增益的滤波器组. 正交 FIR 滤波器组虽然可以得到 [2], 但双正交滤波器组常常能达到更大的编码增益. 本文利用三带提升建立滤波器的参数结构, 然后通过依次优化三对提升滤波器去提高子带编码增益. 设计结果表明, 这种设计方法能够达到满意的效果.

2 三带双正交滤波器组和提升方法

如图 1 所示, 设 $\{h_0, h_1, h_2, g_0, g_1, g_2\}$ 构成一个三通道双正交 FIR 滤波器组, 其中所有滤波器为实的. 假设输入 $x(n)$ 为具有零均值和相关系数为 $r(n)$ 的实值高斯广义平稳序列. 按标准分解算法, 得到 3 个子带信号 x_0, x_1 和 x_2 为 $x_i(n) = \sum_k h_i(3n - k)x(k), i = 0, 1, 2$. 显然 $x_0(n), x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ 仍是 3 个零均值的高斯广义平稳序列, 且自相关和互相关系数为

$$r_{ij}(n) = E\{x_i(0)x_j(n)\} = \sum_k r(k) \left\{ \sum_l h_i(l)h_j(3n + k + l) \right\}, i, j = 0, 1, 2 \tag{2}$$

其中 E 表示数学期望. 易得 $r_{ij}(n) = r_{ji}(-n), i, j = 0, 1, 2$. 式 (2) 描述了 3 个子带信号间的相关结构. 若 $r_{10}(n) = r_{20}(n) = r_{12}(n) = 0$, 则通道间的分解系数是不相关的, 这一性质称作完全解相关性 [4]. 对 FIR 滤波器组和除线谱外的输入信号, $r_{10}(n) = r_{20}(n) = r_{12}(n) \neq 0$, 换句话说, 这时通道间是有冗余的. 直觉上, 通道间冗余的降低有利于提高编码效率.

在两带提升方法中, 每步利用一个子带系数来修正另一个子带分解系数, 两步构成一个完整的提升过程, 这已被用到构造两带双正交滤波器组 [6]. 此提升方法易推广到 $M(M \geq 3)$ 带和多维情形 [7]. 与两带提升方法不同的是: $M(M \geq 3)$ 带提升方法有多种方式. 这里我们仅考虑如图 2 所示的提升模式. 如图 2 所示三带提升方法分三步, 每步利用另两通道来修正一个通道. 这样提供了一个在不影响双正交性时选择三对提升滤波器来构建三带双正交滤波器组的有效方法.

定义 1 设一组初始 FIR 双正交滤波器为 $\{h_0^{\text{old}}, h_1^{\text{old}}, h_2^{\text{old}}, g_0^{\text{old}}, g_1^{\text{old}}, g_2^{\text{old}}\}$, 则可得出的一组新的 FIR 双正交滤波器 $\{h_0^{\text{new}}, h_1^{\text{old}}, h_2^{\text{old}}, g_0^{\text{old}}, g_1, g_2\}$, 利用 z 变换可写为

$$H_0^{\text{new}}(z) = H_0^{\text{old}}(z) + T_{01}(z^3)H_1^{\text{old}}(z) + T_{02}(z^3)H_2^{\text{old}}(z) \tag{3}$$

$$G_1(z) = G_1^{\text{old}}(z) - T_{01}(z^{-3})G_0^{\text{old}}(z) \tag{3}$$

$$G_2(z) = G_2^{\text{old}}(z) - T_{02}(z^{-3})G_0^{\text{old}}(z) \tag{4}$$

这一过程称为第一步提升, 此过程通过后面两子带来修正第一个子带.

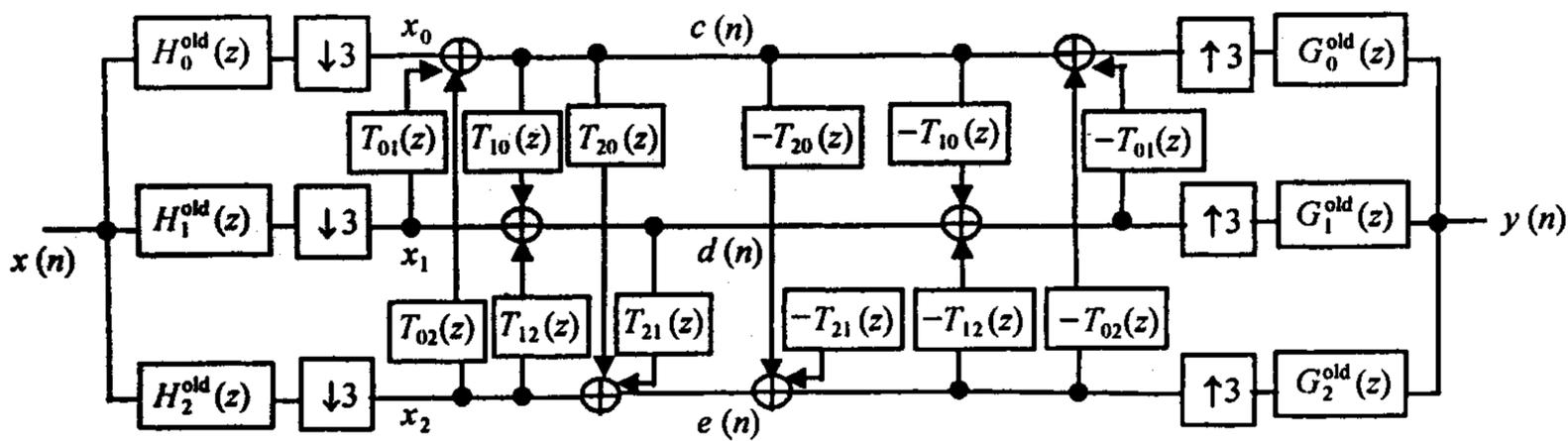


图 2 三带提升流程图

类似地，第二步提升过程通过两边子带输出 $c(n)$ 和 $x_2(n)$ 来修正中间子带输出 $x_1(n)$ 。此提升过程利用 z 变换可写为

$$H_1^{new}(z) = T_{10}(z^3)H_0^{new}(z) + H_1^{old}(z) + T_{12}(z^3)H_2^{old}(z);$$

$$G_3(z) = G_0^{old}(z) - T_{10}(z^{-3})G_1(z); G_2^{new}(z) = G_2(z) - T_{12}(z^{-3})G_1(z).$$

类似地，第三步提升过程通过上面两边的子带输出 $c(n)$ 和 $d(n)$ 来修正最下面的子带输出 $x_2(n)$ 。此提升过程利用 z 变换可写为 $H_2^{new}(z) = T_{20}(z^3)H_0^{new}(z) + T_{21}(z^3)H_1^{new}(z) + H_2^{old}(z)$;
 $G_0^{new}(z) = G_3(z) - T_{20}(z^{-3})G_2^{new}(z); G_1^{new}(z) = G_1(z) - T_{21}(z^{-3})G_2^{new}(z)$ 。下面我们分析提升过程中子带信号相关结构的演变情况，这对后面的自适应设计至关重要。

命题 1 设子带输出为 $x_0(n)$, $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ ，且它们的相关系数分别为 r_0, r_1 和 r_2 。又知 $T_{01}(z) = \sum_k t_{01}(k)z^{-k}$, $T_{02}(z) = \sum_k t_{02}(k)z^{-k}$ ，则通过第一步提升，子带输出的 $c(n)$ 和 $\|g_1\|_2^2, \|g_2\|_2^2$ 分别满足

$$r_c(n) = r_0(n) + \sum_k \{t_{01}(k)[r_{01}(n-k) + r_{10}(n+k)] + t_{02}(k)[r_{02}(n-k) + r_{20}(n+k)]\}$$

$$+ \sum_k \sum_l \{t_{01}(k)t_{01}(l)r_1(n+k-l) + t_{02}(k)t_{02}(l)r_2(n+k-l)\}$$

$$+ \sum_k \sum_l \{t_{01}(k)t_{02}(l)r_{12}(n+k-l) + t_{02}(k)t_{01}(l)r_{21}(n+k-l)\} \tag{5}$$

$$\|g_1\|_2^2 = \|g_1^{old}\|_2^2 - 2 \sum_k t_{01}(k) \left[\sum_n g_1^{old}(n)g_0^{old}(n+3k) \right]$$

$$+ \sum_k \sum_l t_{01}(k)t_{01}(l) \left[\sum_n g_0^{old}(n+3k)g_0^{old}(n+3l) \right] \tag{6}$$

$$\|g_2\|_2^2 = \|g_2^{old}\|_2^2 - 2 \sum_k t_{02}(k) \left[\sum_n g_2^{old}(n)g_0^{old}(n+3k) \right]$$

$$+ \sum_k \sum_l t_{02}(k)t_{02}(l) \left[\sum_n g_0^{old}(n+3k)g_0^{old}(n+3l) \right] \tag{7}$$

证明 从第一步提升过程知： $c(n) = x_0(n) + \sum_k t_{01}(k)x_1(n-k) + \sum_k t_{02}(k)x_2(n-k)$ ，

所以有

$$\begin{aligned}
 r_c(n) &= E \left\{ \left[x_0(0) + \sum_k t_{01}(k)x_1(-k) + \sum_k t_{02}(k)x_2(-k) \right] \right. \\
 &\quad \times \left. \left[x_0(n) + \sum_l t_{01}(l)x_1(n-l) + \sum_l t_{02}(l)x_2(n-l) \right] \right\} \\
 &= r_0(n) + \sum_k \{t_{01}(k)[r_{01}(n-k) + r_{10}(n+k)] + t_{02}(k)[r_{02}(n-k) + r_{20}(n+k)]\} \\
 &\quad + \sum_k \sum_l \{t_{01}(k)t_{01}(l)r_1(n+k-l) + t_{02}(k)t_{02}(l)r_2(n+k-l)\} \\
 &\quad + \sum_k \sum_l \{t_{01}(k)t_{02}(l)r_{12}(n+k-l) + t_{02}(k)t_{01}(l)r_{21}(n+k-l)\}
 \end{aligned}$$

而且, 从式 (3) 可得

$$\begin{aligned}
 G_1(z) &= \sum_n g_1^{\text{old}}(n)z^{-n} - \left(\sum_k t_{01}(k)z^{3k} \sum_l g_0^{\text{old}}(l)z^{-l} \right) \\
 &= \sum_n \left[g_1^{\text{old}}(n) - \sum_k t_{01}(k)g_0^{\text{old}}(n+3k) \right] z^{-n}
 \end{aligned}$$

所以

$$\begin{aligned}
 \|g_1\|_2^2 &= \sum_n \left[g_1^{\text{old}}(n) - \sum_k t_{01}(k)g_0^{\text{old}}(n+3k) \right]^2 \\
 &= \|g_1^{\text{old}}\|_2^2 - 2 \sum_k t_{01}(k) \left[\sum_n g_1^{\text{old}}(n)g_0^{\text{old}}(n+3k) \right] \\
 &\quad + \sum_k \sum_l t_{01}(k)t_{01}(l) \left[\sum_n g_0^{\text{old}}(n+3k)g_0^{\text{old}}(n+3l) \right]
 \end{aligned}$$

同理由式 (4) 可得式 (7) .

证毕

类似命题 1 的证明方法可得到命题 2 和命题 3 .

命题 2 按照第二步提升过程, 子带输出的 $d(n)$ 和 $\|g_3\|_2^2, \|g_2^{\text{new}}\|_2^2$ 分别满足

$$\begin{aligned}
 r_d(n) &= r_1(n) + \sum_k \{t_{10}(k)[r_{c1}(k-n) + r_{c1}(n+k)] + t_{12}(k)[r_{12}(n-k) + r_{21}(n+k)]\} \\
 &\quad + \sum_k \sum_l \{t_{10}(k)t_{10}(l)r_c(n+k-l) + t_{12}(k)t_{12}(l)r_2(n+k-l)\} \\
 &\quad + \sum_k \sum_l \{t_{10}(k)t_{12}(l)r_{c2}(n+k-l) + t_{12}(k)t_{10}(l)r_{c2}(l-n-k)\}
 \end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}
 \|g_3\|_2^2 &= \|g_0^{\text{old}}\|_2^2 - 2 \sum_k t_{10}(k) \left[\sum_n g_0^{\text{old}}(n)g_1(n+3k) \right] \\
 &\quad + \sum_k \sum_l t_{10}(k)t_{10}(l) \left[\sum_n g_1(n+3k)g_1(n+3l) \right]
 \end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned} \|g_2^{\text{new}}\|_2^2 &= \|g_2\|_2^2 - 2 \sum_k t_{12}(k) \left[\sum_n g_2(n) g_1(n+3k) \right] \\ &\quad + \sum_k \sum_l t_{12}(k) t_{12}(l) \left[\sum_n g_1(n+3k) g_1(n+3l) \right] \end{aligned} \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} r_{c1}(n) &= r_{01}(n) + \sum_k [t_{01}(k)r_1(n-k) + t_{02}(k)r_{21}(n-k)] \\ r_{c2}(n) &= r_{02}(n) + \sum_k [t_{01}(k)r_{12}(n-k) + t_{02}(k)r_2(n-k)] \end{aligned}$$

命题 3 按照第三步提升过程, 子带输出的 $e(n)$ 和 $\|g_0^{\text{new}}\|_2^2$, $\|g_1^{\text{new}}\|_2^2$ 分别满足

$$\begin{aligned} r_e(n) &= r_2(n) + \sum_k \{t_{20}(k)[r_{c2}(k-n) + r_{c2}(n+k)] + t_{21}(k)[r_{d2}(k-n) + r_{d2}(n+k)]\} \\ &\quad + \sum_k \sum_l \{t_{20}(k)t_{20}(l)r_c(n+k-l) + t_{21}(k)t_{21}(l)r_d(n+k-l)\} \\ &\quad + \sum_k \sum_l \{t_{20}(k)t_{21}(l)r_{cd}(n+k-l) + t_{21}(k)t_{20}(l)r_{cd}(l-n-k)\} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \|g_0^{\text{new}}\|_2^2 &= \|g_3\|_2^2 - 2 \sum_k t_{20}(k) \left[\sum_n g_3(n) g_2^{\text{new}}(n+3k) \right] \\ &\quad + \sum_k \sum_l t_{20}(k)t_{20}(l) \left[\sum_n g_2^{\text{new}}(n+3k) g_2^{\text{new}}(n+3l) \right] \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \|g_1^{\text{new}}\|_2^2 &= \|g_1\|_2^2 - 2 \sum_k t_{21}(k) \left[\sum_n g_1(n) g_2^{\text{new}}(n+3k) \right] \\ &\quad + \sum_k \sum_l t_{21}(k)t_{21}(l) \left[\sum_n g_2^{\text{new}}(n+3k) g_2^{\text{new}}(n+3l) \right] \end{aligned} \quad (13)$$

其中

$$r_{d2}(n) = r_{12}(n) + \sum_k [t_{10}(k)r_{c2}(n+k) + t_{12}(k)r_2(n+k)]$$

$$\begin{aligned} r_{cd}(n) &= r_{01}(n) + \sum_k [t_{10}(k)r_{0c}(n-k) + t_{12}(k)r_{02}(n-k)] + t_{01}(k)r_1(n+k) \\ &\quad + \sum_k t_{02}(k)r_{21}(n+k) + \sum_k \sum_l [t_{01}(k)t_{10}(l)r_{c1}(l-n-k)] \\ &\quad + \sum_k \sum_l [t_{01}(k)t_{12}(l)r_{12}(n+k-l) + t_{02}(k)t_{10}(l)r_{c2}(l-n-k)] \\ &\quad + t_{02}(k)t_{12}(l)r_2(n+k-l) \end{aligned}$$

$$r_{0c}(n) = r_0(n) + \sum_k [t_{01}(k)r_{01}(n-k) + t_{02}(k)r_{02}(n-k)]$$

3 三带自适应提升双正交滤波器组

当对滤波器的长度没有约束时, 对标准正交滤波器组分析非常简单. 主分量滤波器组是最优滤波器组的简单形式. 但对双正交情形, 尤其对 FIR 情况, 由于目标函数和约束条件均非线性, 致使优化问题遇到困难. 在文献 [8] 中, 从简单的标准正交滤波器组开始, 设计了信号自适应双正交插值滤波器组. 在本节我们将该方法推广到更一般情形. 从任意一个三带标准正交或双正交滤波器组出发, 使用三步自适应提升来设计信号自适应双正交滤波器组. 这里, 我们仅考虑当给出初始滤波器组时的设计问题.

从一标准正交或双正交滤波器组开始, 首先利用提升滤波器 $t_{01}(n)$ 和 $t_{02}(n)$ 最小化 $r_c(0)\|g_1\|_2^2\|g_2\|_2^2$, 接着利用 $t_{10}(n)$ 和 $t_{12}(n)$ 最小化 $r_d(0)\|g_3\|_2^2\|g_2^{new}\|_2^2$, 最后利用 $t_{20}(n)$ 和 $t_{21}(n)$ 最小化 $r_e(0)\|g_0^{new}\|_2^2\|g_1^{new}\|_2^2$, 我们称这方法为有序自适应提升 [6].

第一步自适应提升 因为在第一步提升中仅改变第一个通道的输出和后两个通道综合滤波器的范数, 即在第一步提升中 $r_1(0), r_2(0)$ 和 $\|g_0^{old}\|_2^2$ 不变, 所以子带编码增益的最大化等价于 $r_c(0)\|g_1\|_2^2\|g_2\|_2^2$ 的最小化. 这样我们选择第一步提升滤波器 $t_{01}(n)$ 和 $t_{02}(n)$ 使 $r_c(0)\|g_1\|_2^2\|g_2\|_2^2$ 最小. 假设第一步提升滤波器 $t_{01}(n)$ 和 $t_{02}(n)$ 的支撑集分别为 $\{-M_1, -M_1 + 1, \dots, N_1\}$ 和 $\{-M_2, -M_2 + 1, \dots, N_2\}$ 的 FIR 滤波器. 设

$$t_{01} = \begin{bmatrix} t_{01}(-M_1) \\ t_{01}(-M_1 + 1) \\ \vdots \\ t_{01}(N_1) \end{bmatrix}, t_{02} = \begin{bmatrix} t_{02}(-M_2) \\ t_{02}(-M_2 + 1) \\ \vdots \\ t_{02}(N_2) \end{bmatrix}, a_{t_{01}} = \begin{bmatrix} r_{10}(-M_1) \\ r_{10}(-M_1 + 1) \\ \vdots \\ r_{10}(N_1) \end{bmatrix},$$

$$b_{t_{02}} = \begin{bmatrix} r_{20}(-M_2) \\ r_{20}(-M_2 + 1) \\ \vdots \\ r_{20}(N_2) \end{bmatrix}, c_{t_{01}} = \begin{bmatrix} \alpha_1(-M_1) \\ \alpha_1(-M_1 + 1) \\ \vdots \\ \alpha_1(N_1) \end{bmatrix}, d_{t_{02}} = \begin{bmatrix} \alpha_2(-M_2) \\ \alpha_2(-M_2 + 1) \\ \vdots \\ \alpha_2(N_2) \end{bmatrix},$$

$$B_{t_{02}} = \text{Toeplitz}\{[r_2(0), r_2(1), \dots, r_2(N_2 + M_2)]\},$$

$$A_{t_{01}} = \text{Toeplitz}\{[r_1(0), r_1(1), \dots, r_1(N_1 + M_1)]\},$$

$$C_{t_{01}, t_{02}} = \text{Toeplitz}\{[r_{12}(0), r_{12}(1), \dots, r_{12}(N_1 + M_1)]\},$$

$$D_{t_{01}, t_{02}} = \text{Toeplitz}\{[r_{21}(0), r_{21}(1), \dots, r_{21}(N_2 + M_2)]\}, \alpha_1(n) = \sum_k g_1^{old}(k)g_0^{old}(k + 3n),$$

$$E_{t_{01}} = \text{Toeplitz}\{[\beta_1(0), \beta_1(1), \dots, \beta_1(N_1 + M_1)]\}, \alpha_2(n) = \sum_k g_2^{old}(k)g_0^{old}(k + 3n),$$

$$F_{t_{02}} = \text{Toeplitz}\{[\beta_1(0), \beta_1(1), \dots, \beta_1(N_2 + M_2)]\}, \beta_1(n) = \sum_k g_0^{old}(k)g_0^{old}(k - 3n),$$

其中 $t_{01}, a_{t_{01}}$ 和 $c_{t_{01}}$ 均为 $M_1 + N_1 + 1$ 维列向量, $t_{02}, b_{t_{02}}$ 和 $d_{t_{02}}$ 均为 $M_2 + N_2 + 1$ 维列向量, $A_{t_{01}}, B_{t_{02}}, C_{t_{01}, t_{02}}, D_{t_{01}, t_{02}}, E_{t_{01}}$ 和 $F_{t_{02}}$ 均为对称的 Toeplitz 矩阵, 这样, 第一步自适应提升可通过如下无约束双二次规划得到:

$$\begin{aligned} \min_{t_{01}, t_{02}} \{f_1(t_{01}, t_{02}) = & \left(r_0(0) + 2t_{01}^T a_{t_{01}} + 2t_{02}^T b_{t_{02}} + t_{01}^T A_{t_{01}} t_{01} + t_{02}^T B_{t_{02}} t_{02} + t_{01}^T C_{t_{01}, t_{02}} t_{02} \right. \\ & \left. + t_{02}^T D_{t_{01}, t_{02}} t_{01} \right) (\|g_1^{old}\|_2^2 - 2t_{01}^T c_{t_{01}} + t_{01}^T E_{t_{01}} t_{01}) \\ & \times (\|g_2^{old}\|_2^2 - 2t_{02}^T d_{t_{02}} + t_{02}^T F_{t_{02}} t_{02}) \} \end{aligned} \quad (14)$$

第二步自适应提升 通过解双二次规划式 (14) 得到第一步提升滤波器 $t_{01}(n)$ 和 $t_{02}(n)$. 接着利用类似于第一步自适应提升建立无约束双二次规划, 选出第二步提升的一对提升滤波器 $t_{10}(n)$ 和 $t_{12}(n)$. 第三步自适应提升: 最后利用类似于第一、二步自适应提升建立无约束双二次规划, 选出第三步提升的一对提升滤波器 $t_{20}(n)$ 和 $t_{21}(n)$.

4 实验结果

下面输入信号用一个典型的广义平稳随机序列: 一阶自回归 (或简记为 AR(1)) 过程, 相关系数 $r_n = \rho^n, \rho = 0.95$. 把典型的三带 “Lazy” 小波做为初始滤波器组, 即 $\begin{bmatrix} H_0^{old}(z) \\ H_1^{old}(z) \\ H_2^{old}(z) \end{bmatrix} =$

$$\begin{bmatrix} G_0^{old}(z) \\ G_1^{old}(z) \\ G_2^{old}(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ z^{-1} \\ z^{-2} \end{bmatrix} .$$

三对提升滤波器的长度参数取为 $M_1 = M_3 = M_5 = N_2 = N_4 = N_6 = 5,$

$N_1 = N_3 = N_5 = M_2 = M_4 = M_6 = 4$. 利用该文提出的有序自适应提升法计算出的最终子带编码增益为 5.8965 . 相应的三带自适应提升双正交滤波器组的分析滤波器和综合滤波器的幅频响应分别如图 3 和图 4 所示. 图 3 中圆圈标识的, 三角标识的和星号标识的曲线分别是 $H_0^{new}(z), H_1^{new}(z)$ 和 $H_2^{new}(z)$ 的幅频响应, 图 4 中圆圈标识的, 三角标识的和星号标识的曲线分别是 $G_0^{new}(z), G_1^{new}(z)$ 和 $G_2^{new}(z)$ 的幅频响应.

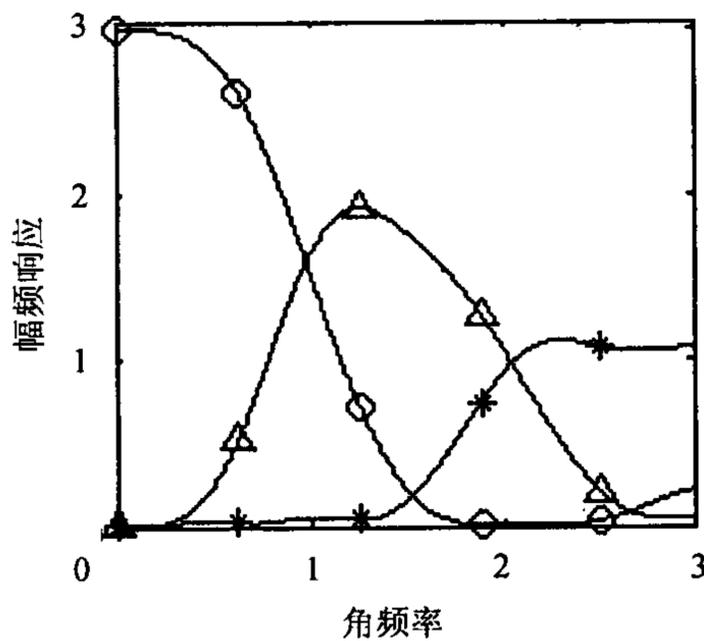


图 3 分析滤波器的幅频响应

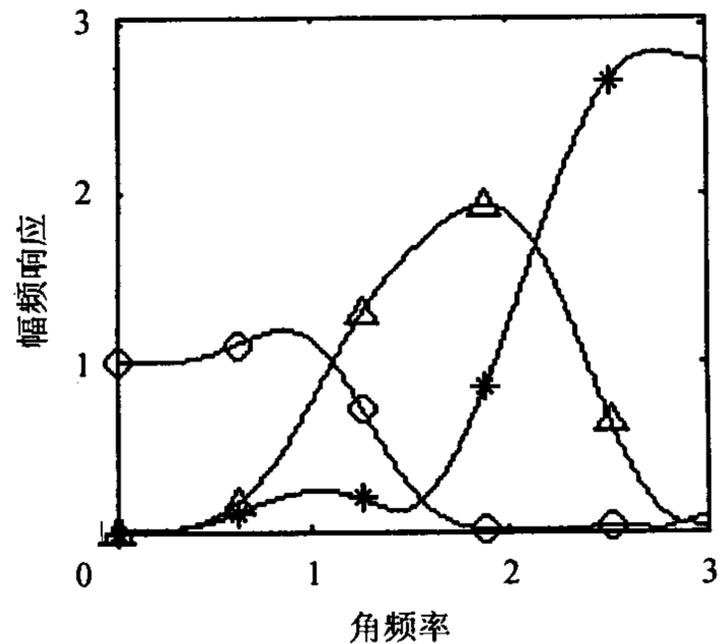


图 4 综合滤波器的幅频响应

而对一阶自回归 (或简记为 AR(1)) 过程, 主分量滤波器组 [1,3,4] 子带编码增益为 5.7473 . 与主分量滤波器组相比, 利用有序自适应提升法得到的滤波器组的子带编码增益提高了 0.1492 , 达到了满意的效果.

5 结论

本文提出了用有序自适应提升法设计三带双正交滤波器组的方法. 结果表明: 只要使用该方法, 不管是用标准正交还是双正交滤波器组都可作为初始滤波器组. 对大多数情况, 有序自适应提升可以提高子带编码增益. 当然, 我们的方法可以推广到 M 带情况. 对大多数情形, 一个初始 M 个通道的滤波器组在频域非相邻通道几乎不相关 (除过开始和最后通道), 并且这样的结构已应用到自适应滤波 [5] . 因此, 对 M 个通道有序自适应提升, 有效的策略是有序自适应提升仅在相邻子带间进行. 这样, 随着 M 的增加, 计算复杂度将不会急剧增大.

参 考 文 献

- [1] Tsatsanis M K, Giannakis G B. Principal component filterbanks for optimal multiresolution analysis. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1995, SP-43(8): 1766–1777.
- [2] Daubechies I. Ten Lectures on Wavelets. Montpelier Vermont, Capital City Press, 1992: 174–191.
- [3] Kirac A, Vaidyanathan P P. Theory and design of optimum FIR compaction filters. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1998, SP-46(4): 903–919.
- [4] Moulin P, Mihcak M K. Theory and design of signal-adapted FIR paraunitary filter banks. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1998, SP-46(4): 920–929.
- [5] Vaidyanathan P P, Kirac A. Result on optimal biorthogonal filter banks. *IEEE Trans. on Circuits & Systems II*, 1998, CAS-II-45(8): 932–947.
- [6] Shui P, Bao Z, Zhang X, Tang Y. Two-channel adaptive biorthogonal filterbanks via lifting. *Signal Processing*, 2002, 82: 881–893.
- [7] Kovaväević J, Sweldens W. Wavelet families of increasing order in arbitrary dimensions. *IEEE Trans. on Image Processing*, 2001, IP-9(2): 480–496.
- [8] Topiwala(Ed.) P N. Wavelet Image and Video Compression. Dordrecht, MA, Kluwer Academic Publishers, 1998: 187–203.

徐小平: 男, 1973 年生, 讲师, 主要研究兴趣包括小波分析、信号处理.

水鹏朗: 男, 1967 年生, 教授, 博士生导师, 主要从事数据压缩、子波理论及其应用、超宽带雷达信号处理等方面的研究.

王 峰: 女, 1972 年生, 讲师, 主要研究小波分析、金融数学.