基于最小均方误差准则的盲多用户检测新算法 [1]

熊尚坤　陈芳炯　韦岗
(华南理工大学电子与信息学院　广州　510640)

摘　要：　码分多址信号在无线多径衰落信道条件下的盲多用户检测具有很大的理论和实际意义。该文提出了一种直接基于最小均方误差 (MMSE) 准则的盲多用户检测算法。为保证算法收敛到目标用户，提出了一种基于 MMSE 准则的新的线性约束方法。该方法能保证检测器收敛到最优 MMSE 解。此外，该文还设计了一种形式简单、快速收敛的迭代算法。对比现有的最小输出能量 (MOE) 算法，仿真结果表明本文算法具有较好的性能。

关键词：　最小均方误差，线性约束，盲多用户检测
中图分类号：　TN911.23　　**文献标识码**：　A　　**文章编号**：　1009-5896(2004)08-1218-06

A New MMSE Approach to Blind Multiuser Detection

Xiong Shang-kun　Chen Fang-jiong　Wei Gang
(*College of Electron. & Info. Eng., South China Univ. of Tech., Guangzhou* 510640, *China*)

Abstract　Blind multiuser detection in multipath fading channel is an interesting topic in code division multiple access systems. In this paper a blind adaptive multiuser detector based on Minimum Mean Square Error (MMSE) criterion is proposed. In order to guarantee that the algorithm converges to the desired user, a new linear constraint technique that limits the searching space is developed. The new constraint can guarantee that the algorithm converges to the global MMSE optimal solution. Besides, an efficient iterative implementation that provides very fast convergence is proposed. Simulation results show the efficiency of the proposed algorithm.

Key words　MMSE, Linear constraint, Blind multiuser detection

1 引言

在码分多址 (CDMA) 系统中，由于用户扩频码的不完全正交引起的多址干扰 (Multiple Access Interference, MAI) 成为限制系统容量的一个主要因素；同时在高速 CDMA 系统中，多径衰落信道条件下引起的码间串扰 (Inter-Symbol Interference, ISI) 也成为一个突出的问题 [1]．多用户检测就是研究在 MAI 和 ISI 同时存在的情况下，如何有效恢复出用户信号．

目前的研究集中在无需训练序列的盲多用户检测上．基于最小均方误差 (Minimum Mean Square Error, MMSE) 的检测算法是其中最重要的一类． MMSE 检测器可以分为两类，一类是采用子空间方法来估计信道参数进而实现 MMSE 算法 [2]．另一类是直接构造基于 MMSE 的代价函数，并设计一个约束条件限制解的搜索空间 [3]．在这类约束最优化方法中，影响接收机性能最关键因素是约束条件的选取，文献 [3] 提出一个基于最小输出能量 (Minimum Output Energy, MOE) 的代价函数，并设计了一个约束条件，无信道衰落时在该约束条件下的 MOE 等价于 MMSE．但该约束条件在多径衰落信道条件下不能保证最优 MMSE 解能落在约束的解空

[1] 2003-03-10 收到， 2003-09-08 改回
国家自然科学基金 (No.60072048)，国家教育部博士点基金 (No.20010561007) 资助课题

间中．因此，文献 [3] 提出的算法不能在理论上达到最优 MMSE 解，这在文献 [4] 中有详细分析．

我们注意到文献 [3] 中的约束条件只涉及到目标用户的扩频码．实际上用户的信道参数也会影响最优解的位置，约束条件应包含信道信息．本文在约束条件中引入信道输出的自相关 (其中包含信道信息)，提出一个基于 MMSE 准则的约束条件．基于 MMSE 准则，我们还设计了一个新颖的迭代算法．由于迭代算法和约束条件都是基于 MMSE 准则，本文算法能在理论上达到最优 MMSE 解．计算机仿真结果显示了本文算法的有效性．

2 信号模型

考虑一个具有 K 个用户和多径时延信道的离散基带 DS-CDMA 模型如图 1 所示．第 k 个用户传送独立同分布的符号 $b_k(n)$，用长度为 L 的扩频码 $\{c_k(l)\}_{l=0}^{L-1}$ 对符号进行扩展．第 k 个用户的等效信道响应为 $g_k(i)$，它考虑了匹配滤波器响应、传播路径响应、用户时延等因素 [5]．

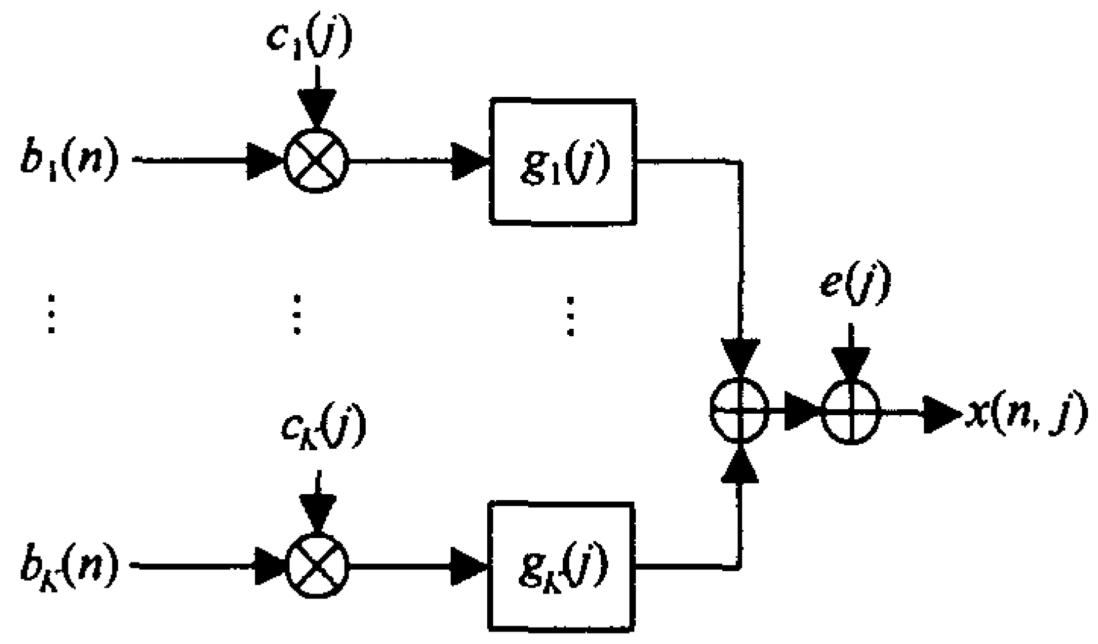

图 1 多径条件下 DS-CDMA 系统的基带离散时间等效模型

假设所有用户等效的信道响应最大阶数为 P．用 $d_k(i)=c_k(i)*g_k(i)=\sum_{p=0}^{p-1} g_i(p)c_i(k-p)$ 表示经过信道衰落后的扩频码，长度为 $(L+P-1)$．本文中符号 * 表示卷积．接收到的基带信号在第 n 个符号周期的第 j 个采样可表示为 [5]:

$$x(n,j)=x(nL+j)=\sum_{k=1}^{K}\sum_{r=0}^{m-1} d_k(r,j)b_k(n-r)+e(n,j), \qquad j=0,\cdots,L-1 \tag{1}$$

其中 $m=\lceil (L+P-1)/L\rceil$ 表示用户符号相互干扰长度，$d_k(r,j)=d_k(rL+j)$, $e(n,j)=e(nL+j)$ 是加性高斯白噪声 (AWGN) 序列的第 j 个分量．采用矢量表示，式 (1) 中的第 n 个符号周期的 L 个采样可表示为 $L\times 1$ 的矢量：

$$\boldsymbol{x}(n)=\sum_{k=1}^{K}\sum_{r=0}^{m-1}\boldsymbol{d}_k(r)b_k(n-r)+\boldsymbol{\varepsilon}(n)=\sum_{k=1}^{K}\boldsymbol{D}_k\boldsymbol{b}_k(n)+\boldsymbol{\varepsilon}(n) \tag{2}$$

其中

$$\begin{aligned}
&\boldsymbol{x}(n)=[x(n,0),\cdots,x(n,L-1)]^{\mathrm{T}},\\
&\boldsymbol{d}_k(r)=[d_k(r,0),\cdots,d_k(r,L-1)]^{\mathrm{T}},\\
&\boldsymbol{D}_k=[\boldsymbol{d}_i(0),\cdots,\boldsymbol{d}_i(m-1)],\\
&\boldsymbol{b}_k(n)=[b_k(n),\cdots,b_k(n-m+1)]^{\mathrm{T}},\\
&\boldsymbol{\varepsilon}(n)=[e(n,0),,\cdots,e(n,L-1)]^{\mathrm{T}},\quad E[\boldsymbol{\varepsilon}(n)\boldsymbol{\varepsilon}(n)^{\mathrm{H}}]=\sigma_e^2\boldsymbol{I}_L
\end{aligned}$$

线性多用户检测器可由一个有限冲击响应滤波器 $\boldsymbol{w}=[\omega_1,\cdots,\omega_L]^{\mathrm{T}}$ 构成，对应第 n 个符号的软判决可表示为

$$y(n)=\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}(n) \tag{3}$$

3 最小均方误差检测器

在本节，我们依据 MMSE 准则导出 MMSE 检测器．假设用户 1 为目标用户， MMSE 准则可表示为

$$[\boldsymbol{w}_*,A_*]=\arg\min_{\boldsymbol{w},A}\{E_{\boldsymbol{x}(n)}[|\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}(n)-Ab_1(n)|^2]\} \tag{4}$$

其中 $\boldsymbol{w}_*$ 是理想的 MMSE 检测器， A 是引入的与信道和 $\boldsymbol{w}_*$ 有关的待确定幅度， $b_1(n)$ 是目标用户符号．我们用一组长度为 N 的传送符号的时间平均来代替式 (4) 中的统计平均：

$$[\hat{\boldsymbol{w}},\hat{A}]=\arg\min_{\boldsymbol{w},A}\{\xi(\boldsymbol{w},A)\} \tag{5}$$

其中 $\xi(\boldsymbol{w},A)=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}(|\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}(n)-Ab_1(n)|^2)$ 就是代价函数．由式 (5) 有

$$\hat{\boldsymbol{w}}=\left[\sum_{n=0}^{N-1}\boldsymbol{x}(n)\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}(n)\right]^{-1}A\left[\sum_{n=0}^{N-1}b_1(n)\boldsymbol{x}(n)\right] \tag{6}$$

$$\hat{A}=\left[\sum_{n=0}^{N-1}b_1^2(n)\right]^{-1}\left[\sum_{n=0}^{N-1}\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}(n)b_1(n)\right] \tag{7}$$

但是， $\xi(\boldsymbol{w},A)$ 并不具有唯一的全局最优解，每一个用户都对应一个最优解，除此之外，零显然也是式 (6) 的最优解，所以最小化 $\xi(\boldsymbol{w},A)$ 并不能保证得到的是目标用户的检测器．最小化 $\xi(\boldsymbol{w},A)$ 需要对 $\boldsymbol{w}$ 的解空间加以约束以保证算法收敛到目标用户．约束最优化的一般做法是对检测器系数作如下的线性约束 [3,5]

$$\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{F}=\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}} \tag{8}$$

其中 $\boldsymbol{F}$ 是与目标用户扩频码、信道参数等相关联的满列秩矩阵， $\boldsymbol{u}$ 是一个待选择的列矢量．式 (8) 的约束条件可以转化为 [5]

$$\boldsymbol{w}=\boldsymbol{w}_q-\boldsymbol{B}\boldsymbol{w}_u \tag{9}$$

其中 $\boldsymbol{w}_q$ 是式 (8) 的解空间中的任意选定的一个固定解，满足 $\boldsymbol{w}_q^{\mathrm{H}}\boldsymbol{F}=\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}$ ． $\boldsymbol{B}$ 的列向量张成的子空间为 $\boldsymbol{F}$ 列向量张成子空间的零空间，即 $\boldsymbol{B}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{F}=0$ ． $\boldsymbol{w}_u$ 是 $\boldsymbol{w}$ 中不受约束的分量．这样我们将求解矢量 $\boldsymbol{w}$ 的问题转化成为求解 $\boldsymbol{w}_u$ ．

本文的 MMSE 算法采用的约束条件形式上同式 (8) ，具体的构造方法将在下一节专门描述，下面我们先讨论在这种约束形式下的迭代求解方法．

因为 $\boldsymbol{w}$, A 和 $b_1(n)$ 都是未知的，所以在式 (8) 的约束下不能求得式 (5) 的闭式解，一般是通过迭代求解 [3,5] ．我们构造一种如图 2 所示的迭代求解算法．具体的流程描述如下：

(1) 设初值 $\hat{\boldsymbol{w}}_{u(0)}$, $\hat{A}_0$, $i=0$ ；

(2) 计算 $\hat{\boldsymbol{w}}_i=\boldsymbol{w}_q-\boldsymbol{B}\hat{\boldsymbol{w}}_{u(i)}$ ；

(3) 符号估计， $\hat{b}_1(n)=\mathrm{sgn}\{(\hat{\boldsymbol{w}}_i)^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}(n)\}$, $\quad n=0,\cdots N-1$ ；

(4) $\hat{A}_{i+1}=\{\sum_{n=0}^{N-1}[(\hat{b}_1(n))^2]\}^{-1}\{\sum_{n=0}^{N-1}\hat{\boldsymbol{w}}_i^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}(n)\hat{b}_1(n)]\}$ ；

(5) $\hat{\boldsymbol{w}}_{u(i+1)}=(\boldsymbol{B}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{B})^{-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{H}}\{\boldsymbol{w}_q-[\sum_{n=0}^{N-1}\boldsymbol{x}(n)\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}(n)]^{-1}\hat{A}_{i+1}[\sum_{n=0}^{N-1}b_1(n)\boldsymbol{x}(n)]\}$ ；

(6) 判断是否已收敛？是则转到 (7), 否则 $i=i+1$ ，转到 (2)；

(7) 得到目标用户检测器 $\boldsymbol{w}_*$ 和 A_* .

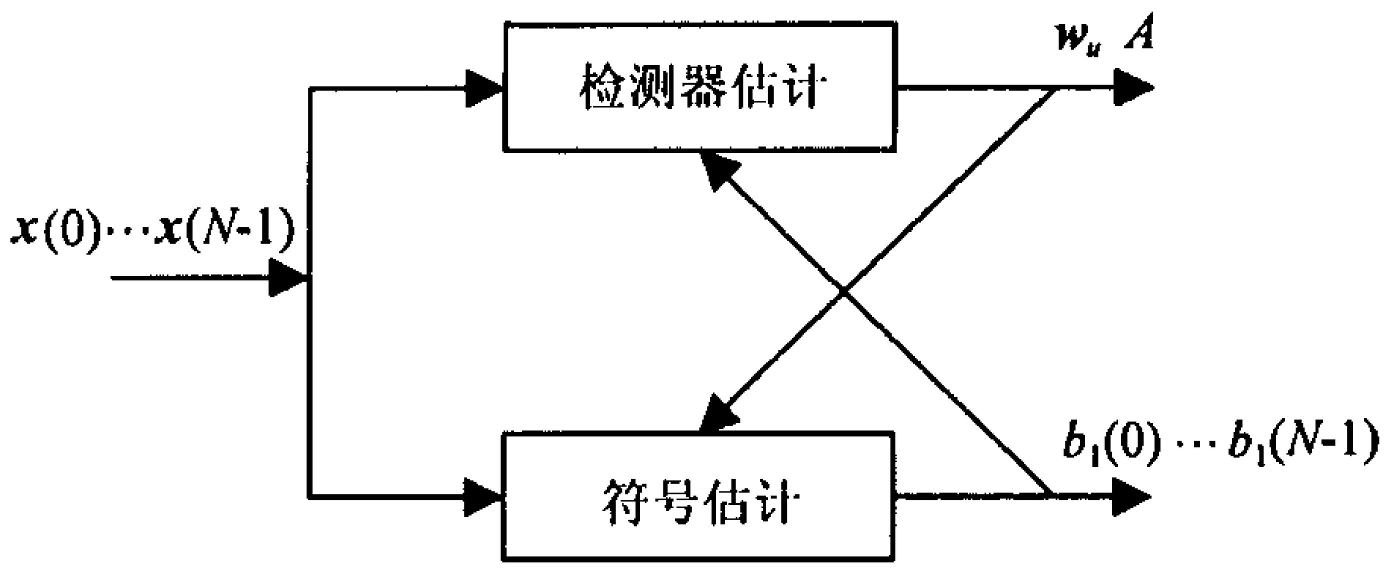

图 2 一种新的迭代求解算法

4 最小均方误差准则下的新约束方法

本节我们将详细导出上节中用到的形如式 (8) 的线性约束条件 $\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{F}=\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}$. 具体的工作就是要确定 $\boldsymbol{F}$ 和 $\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}$. 本节导出的线性约束条件适用于上节中提出的 MMSE 检测器.

因为均方误差代价函数式 (5) 存在多个最小解, 为了使算法收敛到目标用户, 必须限制解的搜索空间. 一个好的约束方法必须把干扰用户的最优解排除在搜索空间之外, 同时保证目标用户的最优解落在搜索空间中. 在线性约束最小方差 (Linearly Constrained Minimum Variance, LCMV) 算法中一个常用的约束条件为

$$\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{C}_1(0)=\boldsymbol{u}_d^{\mathrm{T}} \tag{10}$$

其中 $\boldsymbol{C}_1(0)$ 由目标用户扩频码决定, 在后面的式 (15) 中详细地定义了 $\boldsymbol{C}_1(0)$ ，而 $\boldsymbol{u}_d$ 被限制为 $\boldsymbol{u}_d=[0\cdots0\ \ 1\ \ 0\cdots0]^{\mathrm{T}}$. 除第 d 个矩阵元为 1 外, 其余为 0 .

实际上, 上式中其他分量不一定为 0 . 这种约束方式将 $\boldsymbol{u}_d$ 的其他分量强制为 0 . 因此, 这种约束方式不能保证最优解会落在限制的解空间中. 文献 [4] 详细分析了约束条件式 (10) 所引起的次优性能. 基于 MMSE 准则, 在下文我们介绍一种新的约束条件.

假设各个用户序列互不相关. 目标用户序列是 $b_1(n)$ ，则期望的 MMSE 解 $\boldsymbol{w}_*$ 应满足下面的经典等式

$$\boldsymbol{R}\boldsymbol{w}_*=A_*\boldsymbol{p} \tag{11}$$

其中 $\boldsymbol{R}=E(\boldsymbol{x}(n)\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}(n))$ 为协方差矩阵, $\boldsymbol{p}=E(\boldsymbol{x}(n)b_1(n))$ 为互相关矩阵. 在各用户的符号均为零均值独立同分布条件下, 由式 (2) 有

$$\begin{aligned}\boldsymbol{p}=E[\boldsymbol{x}(n)b_1(n)]&=E\left\{\sum_{k=1}^{K}[\boldsymbol{D}_k\boldsymbol{b}_k(n)]b_1(n)+\varepsilon(n)b_1(n)\right\}\\&=E\left\{\sum_{k=1}^{K}\sum_{r=0}^{m-1}[\boldsymbol{d}_k(r)b_k(n-r)]b_1(n)+\varepsilon(n)b_1(n)\right\}=\boldsymbol{d}_1(0)=\boldsymbol{C}_1(0)\boldsymbol{g}_1\end{aligned} \tag{12}$$

其中

$$\boldsymbol{d}_k(r)=\begin{bmatrix} d_k(r,0) \\ \vdots \\ d_k(r,L-1) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} d_k(rL) \\ \vdots \\ d_k(rL+L-1) \end{bmatrix}=\boldsymbol{C}_k(r)\boldsymbol{g}_k \tag{13}$$

$$\boldsymbol{g}_k=[g_k(0),\cdots,g_k(P-1)]^{\mathrm{T}} \tag{14}$$

$$\boldsymbol{C}_k(r)=\begin{bmatrix} c_k(rL) & \cdots & c_k(rL-P+1) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ c_k((r+1)L-1) & \cdots & c_k((r+1)L-P) \end{bmatrix}, \qquad k=1,\cdots,K \tag{15}$$

我们得到

$$\boldsymbol{R}\boldsymbol{w}_*=A_*\boldsymbol{C}_1(0)\boldsymbol{g}_1 \tag{16}$$

令 $L\times(L-P)$ 的矩阵 $\boldsymbol{D}$ 为 $\boldsymbol{C}_1(0)$ 列子空间的零空间矩阵，即有 $\boldsymbol{D}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{C}_1(0)=0$ ，构造矩阵 $\boldsymbol{E}$，使 $\boldsymbol{E}^{\mathrm{H}}=\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ & \boldsymbol{D}^{\mathrm{H}} & & \end{bmatrix}$ ，用 $\boldsymbol{E}^{\mathrm{H}}$ 左乘等式 (16) 两边得到

$$\boldsymbol{E}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}\boldsymbol{w}_*=\boldsymbol{E}^{\mathrm{H}}A_*\boldsymbol{C}_1(0)\boldsymbol{g}_1=A_*[c_1(0)g_1(0)\ \ 0\ \ \cdots\ \ 0]^{\mathrm{T}} \tag{17}$$

取 $A_*=(c_1(0)g_1(0))^{-1}$ 得

$$\boldsymbol{E}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}\boldsymbol{w}_*=[1\ \ 0\ \ \cdots\ \ 0]^{\mathrm{T}} \tag{18}$$

在上式中我们必须肯定 $|g_1(0)|\neq 0$ ，即目标用户信道冲击响应的第一个参数不能为 0，通过估计目标用户的时延可以满足这一要求，因此本文算法需要预先知道目标用户的时延．令 $\boldsymbol{F}^{\mathrm{H}}=\boldsymbol{E}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}$ ，得到和式 (10) 相同形式的约束条件

$$\boldsymbol{w}_*^{\mathrm{H}}\boldsymbol{F}=[1\ \ 0\ \ \cdots\ \ 0] \tag{19}$$

式 (19) 由最小均方误差准则的经典结论经过线性变换得到，故式 (19) 所决定的解空间必然包括了目标用户的最优 MMSE 解．我们还可以看到式 (10) 的约束条件只考虑到目标用户的扩频码，而式 (19) 中的 $\boldsymbol{F}$ 包含了接收信号的协方差矩阵，因此也包含了目标用户信道的信息，能更真实反映实际环境对检测器的约束条件．

5 仿真结果

在这里我们给出计算仿真结果来验证方法的有效性．考虑一个异步 DS-CDMA 通信系统传送 BPSK 符号，用户数为 K ，用长度为 L=16 的二进制随机扩频码扩频．离散等效信道的响应长度为 P=4 ，其信道参数 $h_k(p)(k=1,\cdots,K,p=0,\cdots,P-1)$ 由均值为 0 ，方差为 $\sigma_h=0.3$ 的高斯过程产生．为了估计误码率，我们随机产生 100 个不同的信道，每个信道用 10000 组长度为 N=300 的数据块来仿真．在迭代算法中， $\hat{\boldsymbol{w}}_{u(0)}=[1/P,\cdots,1/P]$ 为初始化的检测器参数，$\hat{A}_0=1$ 为初始化的增益．

我们将本文的算法 (线性约束 MMSE 检测器，LC-MMSE) 和约束条件形如式 (10) 的 MOE 算法 (即 LCMV) 做仿真比较．图 3, 图 4 给出了比较结果．图 3 是用户数 $K=7$ 时不同信噪比下的误码率比较，图 4 是信噪比为 12 dB 时不同用户数下的误码率比较．从图可以看出在不同条件下本文算法均明显优于文献 [3] 的算法．其中的区别主要有两点，一是本文算法直接最小化 MSE, 二是因为本文用到的约束条件考虑了目标用户信道的情况．本文提出的约束条件保证了最优 MMSE 解落在搜索空间中，因此在理论上能达到最优解．

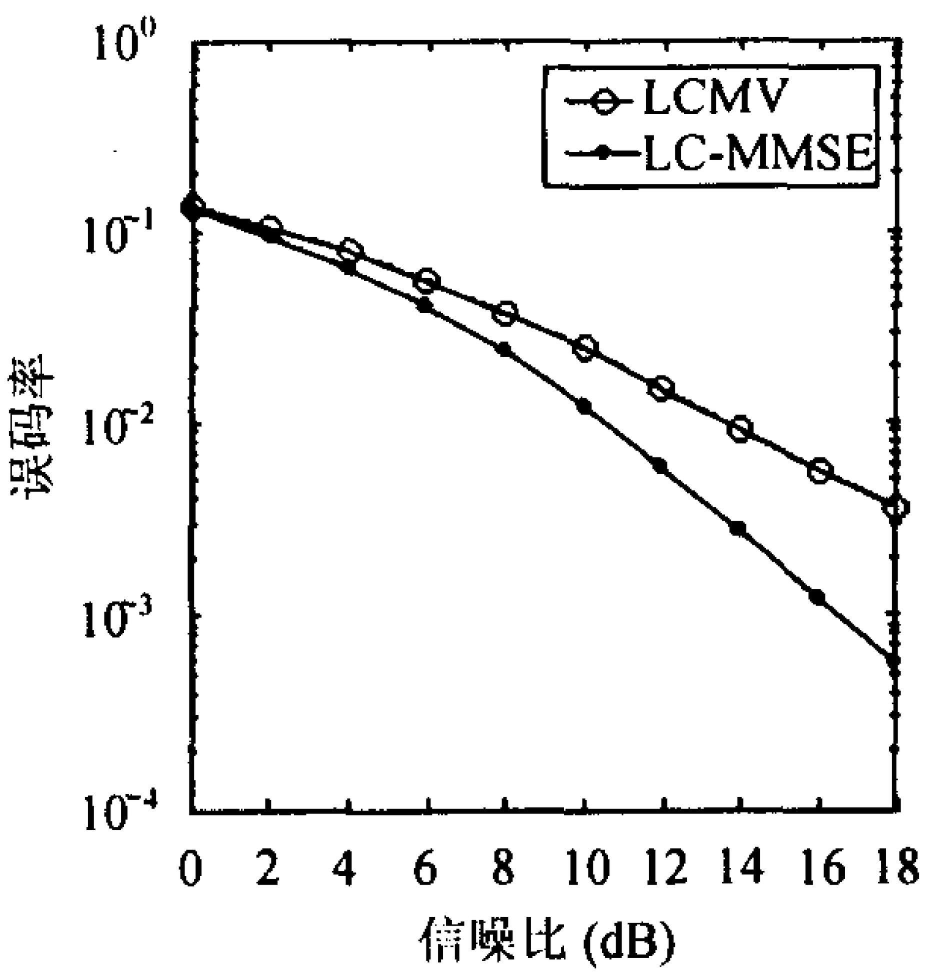

图 3　误码率随信噪比变化的比较曲线

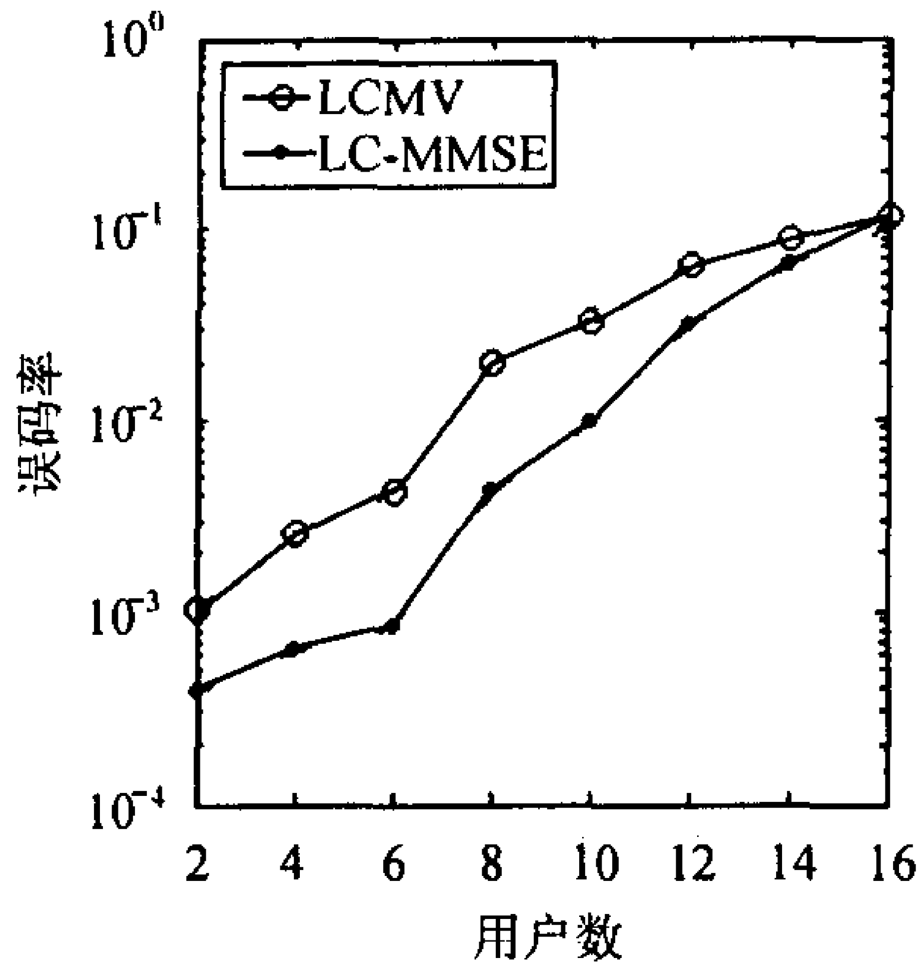

图 4　误码率随用户数增加的比较曲线

图 5 给出了检测器输出和用户序列之间均方误差随迭代次数变化的曲线，可以看出，本文算法有很快的收敛速度，因此有较好的实用价值.

6 结论

本文提出了一种基于 MMSE 准则的多用户检测算法．本算法需预先知道目标用户的扩频码和时延．本算法利用目标用户的扩频码特性和接收信号协方差来构造线性约束条件，同时该约束条件能防止检测器收敛到 0 解．因为约束条件和代价函数都是基于 MMSE 准则，因此该算法能得到最优 MMSE 解．仿真结果表明提出的算法误码率和系统容量均优于现有的线性约束输出最小方差 (LCMV) 算法 [3]．

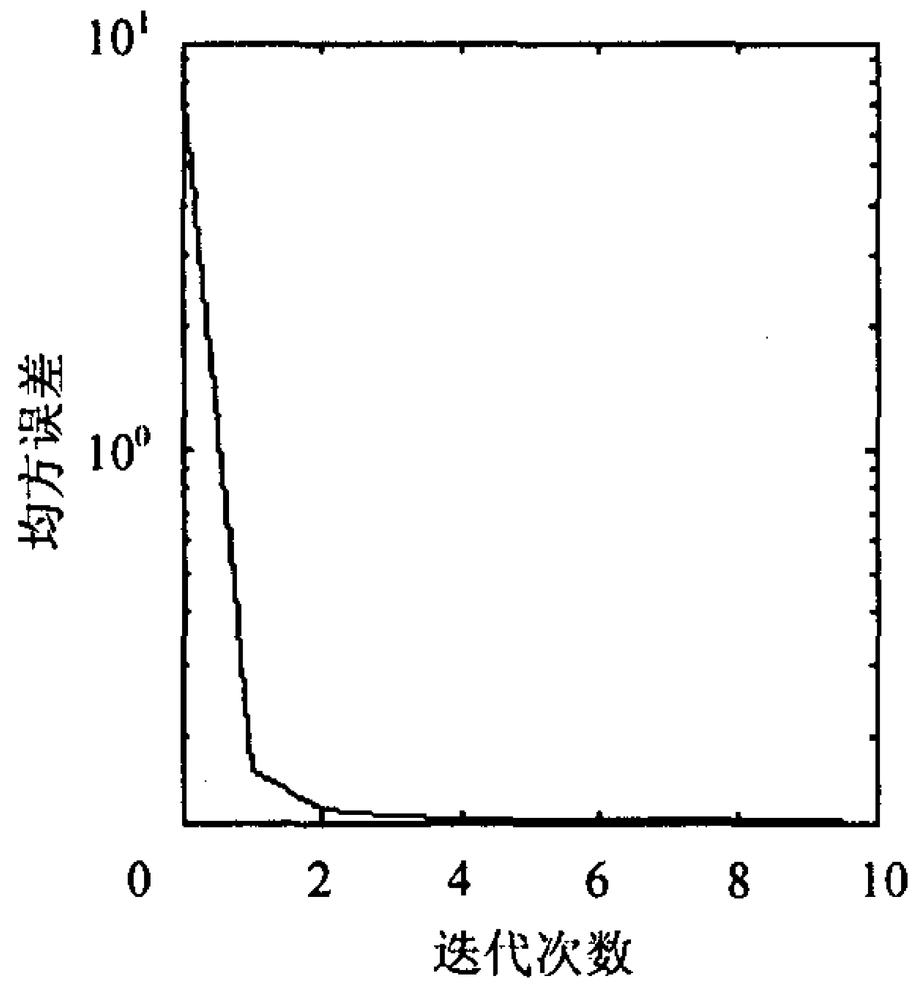

图 5　均方误差的收敛曲线

参　考　文　献

[1] Verdu S. Multiuser Detection[M]. Cambridge, U. K.: Cambridge Univ. Press, 1998: 19–66.

[2] Wang X, Poor H V. Blind multiuser detection: A subspace approach. *IEEE Trans. on IT*, 1998, 44(2): 677–690.

[3] Tsatsanis M K. Inverse filtering criteria for CDMA systems. *IEEE Trans. on SP*, 1997, 45(1): 102–122.

[4] Tsatsanis M K, Xu Z. Performance analysis of minimum variance CDMA receivers. *IEEE Trans. on SP*, 1998, 46(11): 3014–3022.

[5] Bugallo F B, Miguez J, Castedo L. A maximum likelihood approach to blind multiuser interference cancellation. *IEEE Trans. on SP*, 2001, 49(6): 1228–1239.

熊尚坤：　男，1977 年生，博士生，研究方向为移动通信和信号处理等.

陈芳炯：　男，1975 年生，讲师，　研究方向为通信和信号处理等.

韦　岗：　男，1963 年生，博士生导师，主要研究方向为通信和信号处理、神经网络等.