

发射阵列互耦校正¹

王 炎 徐善驾

(中国科技大学电子工程与信息科学系 合肥 230027)

摘 要: 该文给出了发射阵列的误差模型和相应的预失真校正方法。根据发射阵列的特点,提出了基于单元方向图法和合成波束法来计算发射互耦矩阵。仿真结果验证了这两种方法的有效性,在有发射噪声时第二种方法的性能要比第一种的好。

关键词: 数字阵列天线, 发射模式, 互耦校正

中图分类号: TN823 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-5896(2004)06-0979-05

Mutual Coupling Calibration for Transmitting Array

Wang Yan Xu Shan-jia

(Dept of EEIS, University of Sci. & Tech. of China, Hefei 230027, China)

Abstract Error model and its corresponding pre-distortion calibration method for transmitting array are presented in this paper. According to the characteristics of transmitting array, element-pattern-based and synthesized-beam-based methods are proposed to calculate mutual coupling matrix in transmitting mode. Simulation results verify the effectiveness of present methods. The second method shows better performances than the first one for the case where the transmitting noises exist in the channels.

Key words Digital array antennas, Transmitting mode, Mutual coupling calibration

1 引言

众所周知,天线互耦现象普遍存在于阵列天线中,它严重恶化了阵列天线的性能。因此许多研究人员提出了基于傅里叶变换法^[1]、截断傅里叶法^[2]和最小二乘法^[3-5]来求解阵列的互耦矩阵,并用它来校正天线之间的互耦,以提高阵列性能。需要指出的是所有这些都是用来校正接收阵列互耦误差的。因为技术的进步,上世纪 90 年代中期以来,基于直接数字合成器件和线性功率放大器件的发射数字阵列开始出现在雷达、通信等领域^[6-9],它具有发射通道的幅相连续可控等优点,因此有着广阔的应用前景。由于发射阵列同样存在互耦问题,而且在实际系统中收发组件的匹配不可能完全一致,所以用测量得出的接收互耦矩阵来补偿发射阵列的方法不可行。为了获得高性能的发射阵列,以适应发射数字阵列技术应用的需要,我们根据发射数字阵列的特点,提出两种发射阵列互耦矩阵的计算方法,并用仿真结果证明了这两种方法的正确性。

2 发射阵列误差模型

假设有一个 N 单元的均匀线阵,各个天线单元是方向图特性相似单元,且相邻天线单元的间距为 d ,天线工作的波长为 λ ,列矢量 x 是阵列 N 个输入端口的输入激励, y 为阵列 N 个单元的口径幅相。那么发射阵列输出矢量 y 可以表示为

$$y = C\Gamma x + v \quad (1)$$

¹ 2003-03-22 收到, 2003-07-14 改回

国家自然科学基金资助课题 (No.60371010, No.60171019)

这里 C 是 $N \times N$ 发射互耦矩阵, 它中间的变量 c_{mn} 表示从天线单元 n 到 m 的互耦系数. 对于单模信号而言, 互耦矩阵是一个常数矩阵, 它不随发射波束的指向变化而变化. v 是发射噪声矢量, Γ 是发射通道的幅相误差矩阵, 它是对角阵,

$$\Gamma = \text{diag}(\Gamma_1, \dots, \Gamma_N)$$

这里符号 diag 表示 Γ 的主对角元素由各个发射通道的幅相误差组成, 非对角元素为零. 在实际发射阵列系统中, 发射组件是有源器件, 它们的幅相特性随环境的温度、时间等参数变化. 因此, 在设计发射阵列过程中要求阵列系统有这样的校正系统, 它能实时跟踪发射通道的变化^[7]. 而互耦矩阵 C 是由无源天线阵列激励的幅相特性决定的, 它的特性比较稳定, 不需要实时校正. 这就是我们将互耦矩阵和通道误差矩阵分开的原因, 虽然数学表达上它们可以合为同一矩阵. 通道幅相误差校正的方法不同, 导致互耦矩阵不同. 本文中, 我们采用远场校正方法, 即在发射阵列法线方向校正发射通道误差. 假设当前只有第 i 路发射通道发射信号, 其它发射通道的信号输入设置为零, 那么在阵列法线方向用远场校正信号测量出的该通道幅相误差 $\tilde{\Gamma}_i$ 为

$$\tilde{\Gamma}_i = \mathbf{a}(\theta)^T \cdot (C\Gamma e_i + v) \approx \Gamma_i \sum_{n=1}^N c_{ni} \quad (2)$$

这里 $\mathbf{a}(\theta) = [1 e^{j2\pi d \sin(\theta)/\lambda} \dots e^{j(N-1)2\pi d \sin(\theta)/\lambda}]^T$, e_i 是单位矩阵的第 i 列矢量, 上标 T 表示转置运算, 以下的上标 H 和 $*$ 分别表示共轭转置和共轭运算. 当发射信噪比足够大, 测量的积累时间较长时, 噪声影响可以忽略, 因此发射通道误差矩阵变为

$$\tilde{\Gamma} = \text{diag} \left\{ \Gamma \left[\sum_{n=1}^N c_{n1} \quad \dots \quad \sum_{n=1}^N c_{nN} \right]^T \right\} = \Gamma_c \Gamma \quad (3)$$

这里 diag 表示对角元素由向量元素构成的对角矩阵, 将 $\tilde{\Gamma}$ 代替 Γ 代入式 (1), 我们可以看出求出的新互耦矩阵 \tilde{C} 将变为

$$\tilde{C} = C\Gamma_c^{-1} \quad (4)$$

发射阵列校正的过程是预失真校正过程, 我们将理想的天线激励矢量 w 预失真作为输入, 即

$$\mathbf{x} = \tilde{\Gamma}^{-1} \tilde{C}^{-1} w = \Gamma^{-1} C^{-1} w \quad (5)$$

那么阵列天线的输出为

$$\mathbf{y} = C\Gamma \mathbf{x} + v = w + v \quad (6)$$

从式 (6) 可以看出, 天线阵面上的激励就是我们期望的激励. 根据发射阵列的特点, 下面我们给出两种发射互耦矩阵计算方法, 并分析其特点.

3 发射互耦系数计算

这里我们设发射通道的幅相误差经过了远场校正.

3.1 单元方向图法

这种方法中每次只有一个发射组件发射, 其它发射通道的信号输入设置为零, 该发射天线单元的信号耦合到其它天线单元, 远场天线接收的信号是以单个天线发射为主、耦合天线发射为辅的阵列发射合成方向图. 假设测量范围从 θ_1 到 θ_M , 依次测量各个发射天线单元的方向图得到方向图矢量 f_1 到 f_M . 我们知道:

$$\mathbf{f}_m = \alpha_m \tilde{C}^T \mathbf{a}_m + v_1 \quad (7)$$

其中 α_m 是待估计的单个天线方向图调制系数, v_1 是噪声矢量, a_m 是理想的导向矢量. $f_m = [f_1(\theta_m) f_2(\theta_m) \cdots f_N(\theta_m)]$, $a_m = a(\theta_m)$, 这里 $f_n(\theta_m)$ 表示在 θ_m 方向接收的第 n 通道发射的天线合成信号, 那么求解互耦矩阵可以归结为如下的最小二乘拟合:

$$\min_{\tilde{C}, \alpha_m} \sum_{m=1}^M \|f_m - \alpha_m \tilde{C}^T a_m\|^2 \tag{8}$$

这里 $\|\cdot\|$ 是 Euclid 范数, 用迭代法求解式 (8), 则第 i 次迭代可按下列步骤进行:

第 1 步 固定 \tilde{C}_{i-1} , 求 α_m , $\{m = 1, \dots, M\}$.

$$\alpha_m = (a_m^H \tilde{C}_{i-1}^* f_m) / (a_m^H \tilde{C}_{i-1}^* \tilde{C}_{i-1}^T a_m) \tag{9}$$

第 2 步 固定 α_m , 求 \tilde{C}_i .

$$\tilde{C}_i^T = \left[\sum_{m=1}^M \alpha_m^* f_m a_m^H \right] \left[\sum_{m=1}^M |\alpha_m|^2 a_m a_m^H \right]^{-1} \tag{10}$$

3.2 合成波束法

这种方法是所有的发射组件都发射信号, 远场天线接收的信号是发射阵列合成方向图. 假设第 k 次测量时发射波束指向 γ_k 方向, 此时我们测量出从 θ_1 到 θ_M 方向的合成发射方向图样本为 $g_k(\theta_1)$ 到 $g_k(\theta_M)$. 调整发射波束指向, 重复测量 K 次合成发射方向图. 则

$$g_m = \alpha_m W \tilde{C}^T a_m + v_2 \tag{11}$$

其中 $g_m = [g_1(\theta_m) \cdots g_K(\theta_m)]^T$, $W = [w_1 \cdots w_K]^T$.

求解互耦矩阵同样可以归结为如下的最小二乘拟合,

$$\min_{\tilde{C}, \beta_m} \sum_{m=1}^M \|\beta_m g_m - W \tilde{C}^T a_m\|^2 \tag{12}$$

这里我们将测量的合成发射方向图乘以待估计的归一化因子 β_m 以消除天线方向图调整的影响. 同样用迭代法求解式 (12):

第 1 步 固定 \tilde{C}_{i-1} , 求 β_m , $\{m = 1, \dots, M\}$.

$$\beta_m = (g_m^H W \tilde{C}_{i-1}^T a_m) / (g_m^H g_m) \tag{13}$$

第 2 步 固定 β_m , 求 \tilde{C}_i .

为了方便求解关于 \tilde{C}_i 的最小化, 将式 (12) 表示为如下等式:

$$\min_{\tilde{C}_i} \sum_{m=1}^M \|\beta_m g_m - W \tilde{C}_i^T a_m\|^2 = \min_{\tilde{C}_i} \|G \Lambda - W \tilde{C}_i^T A\|_F^2 \tag{14}$$

其中 $G = [g_1 \cdots g_M]$, $\Lambda = \text{diag}(\alpha_1 \cdots \alpha_M)$, $A = [a_1 \cdots a_M]$, $\|\cdot\|_F$ 是 Frobenius 范数. 这样式 (14) 归结为求解下面的线性方程组:

$$W \tilde{C}_i^T A = G \Lambda \tag{15}$$

$$\tilde{C}_i^T = (W^H W)^{-1} W^H G \Lambda A^H (A A^H)^{-1} \tag{16}$$

为了保证式 (16) 的计算成立, 应取 $K \geq N$ 。相继迭代式 (13), (16), 直到连续两次计算互耦矩阵差的范数小于设定的一个很小的值, 停止迭代。

4 仿真结果分析

下面我们分析一个 12 单元的均匀线阵的发射互耦情况, 相邻天线单元的间距是 8 cm, 天线工作频率是 2.0425 GHz。为了使仿真结果接近实际发射工作状态, 仿真用的耦合矩阵是接收状态下实测的耦合矩阵, 由于发射与接收状态下收发组件的匹配稍有差异, 所以接收耦合系数与发射系数也有所不同, 但是它们在同样的数量级。单元天线方向图是在无互耦接收状态下实际测量的 12 单元平均天线方向图, 我们知道收发组件的匹配不同不影响单元天线方向图的形状, 这里为了比较几种方法的细微差异, 单元天线方向图是各向同性的。单元天线方向图范围是 $-55.9^\circ \sim 54.1^\circ$, 角度步长是 0.1° 。

用这些参数合成以下两种情况的发射方向图, 第 1 种情况用的数据是单个通道发射的耦合方向图; 第 2 种情况用的数据是所有通道发射合成 19 组发射合成波束方向图, 波束指向从 $-45^\circ \sim 45^\circ$, 角度间隔 5° 。用这两种方法恢复的互耦矩阵来校正发射阵列误差, 则形成的校正后合成发射方向图公式如下:

$$\left. \begin{aligned} f_a(\theta) &= \alpha(\theta)(C\tilde{\Gamma}^{-1}w)^T a(\theta) \\ f_s(\theta) &= \alpha(\theta)(C\tilde{\Gamma}^{-1}C_s^{-1}w)^T a(\theta) \\ f_B(\theta) &= \alpha(\theta)(C\tilde{\Gamma}^{-1}C_B^{-1}w)^T a(\theta) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$\alpha(\theta)$ 是单个天线方向图调制, C_s, C_B 分别是第 1,2 种方法计算出的互耦矩阵, $f_a(\theta), f_s(\theta)$ 和 $f_B(\theta)$ 分别表示无互耦校正、第 1 种方法互耦校正和第 2 种方法互耦校正后的合成发射方向图。为了比较几种方法的细微差异, 在计算合成发射方向图时我们没有引入噪声, 但是在计算发射互耦矩阵时我们考虑了发射噪声的影响。

图 1 是不考虑发射噪声时经过互耦校正的发射方向图, 图中点划线、虚线和实线分别表示未进行互耦校正及用方法 1 和方法 2 去耦的发射合成方向图。图 1(a), 1(b) 的发射波束指向为 $0^\circ, 40^\circ$ 。从图 1 可以看出, 在没有发射噪声的情况下, 两种方法的互耦补偿效果非常好。

当考虑发射噪声的情况下, 信号与噪声一起放大时, 信号对噪声有抑制作用。因此没有发射信号时噪声要大于有信号时的噪声。方法 1 中虽然只有一个通道发射, 但是其它通道的噪声也被发射出去并被远场天线接收。而方法 2 中所有通道均发射信号, 所以该方法测量的信噪比要高于方法 1 的测量结果。假设有信号时单个发射通道最大增益方向的信噪比为 43 dB, 没有信号时噪声增大 3 dB。我们分别用前面方法计算发射互耦矩阵, 并用计算出的互耦矩阵进行预失真校正, 得到发射波束指向 $0^\circ, 40^\circ$ 时的发射方向图如图 2(a), 2(b) 所示。从图 2 可以看出, 基于合成波束法的互耦校正效果比基于单个天线发射法的要稍好。只要发射信噪比足够高, 这两种方法的校正效果都比较令人满意。

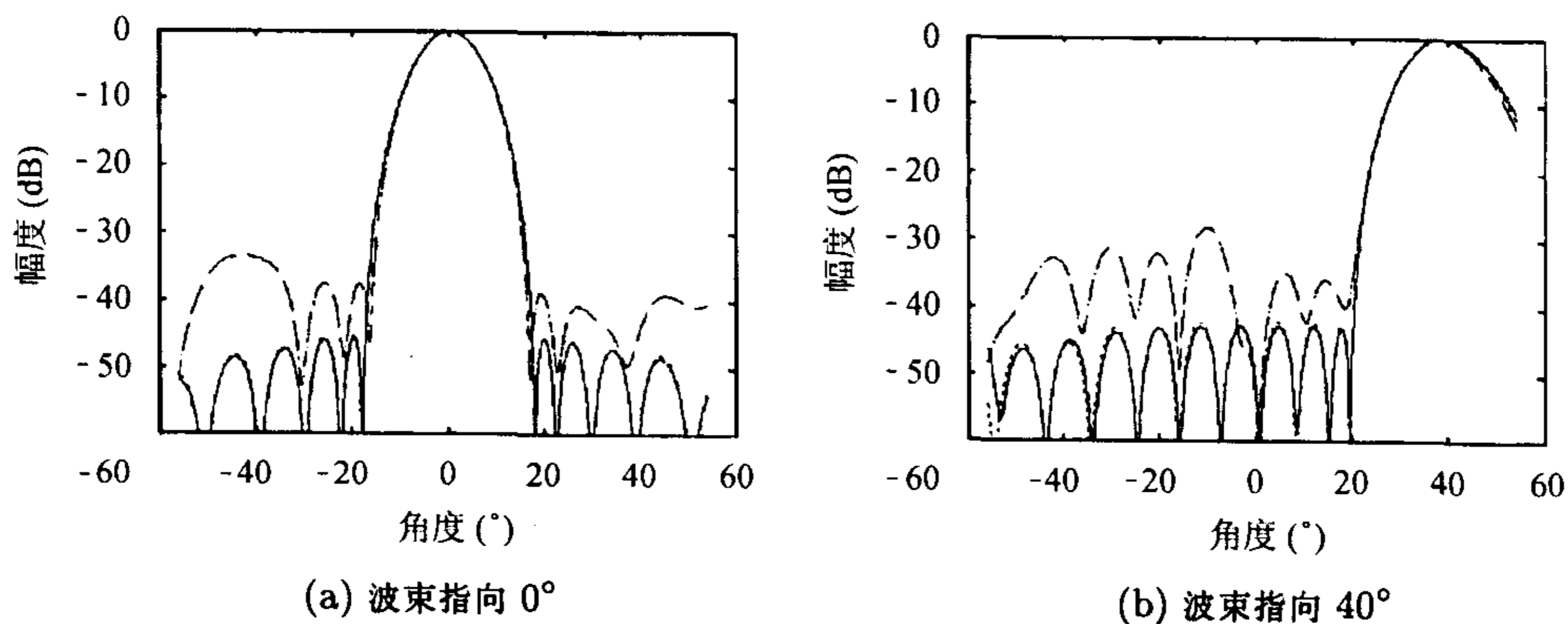


图 1 不考虑发射噪声时发射方向图

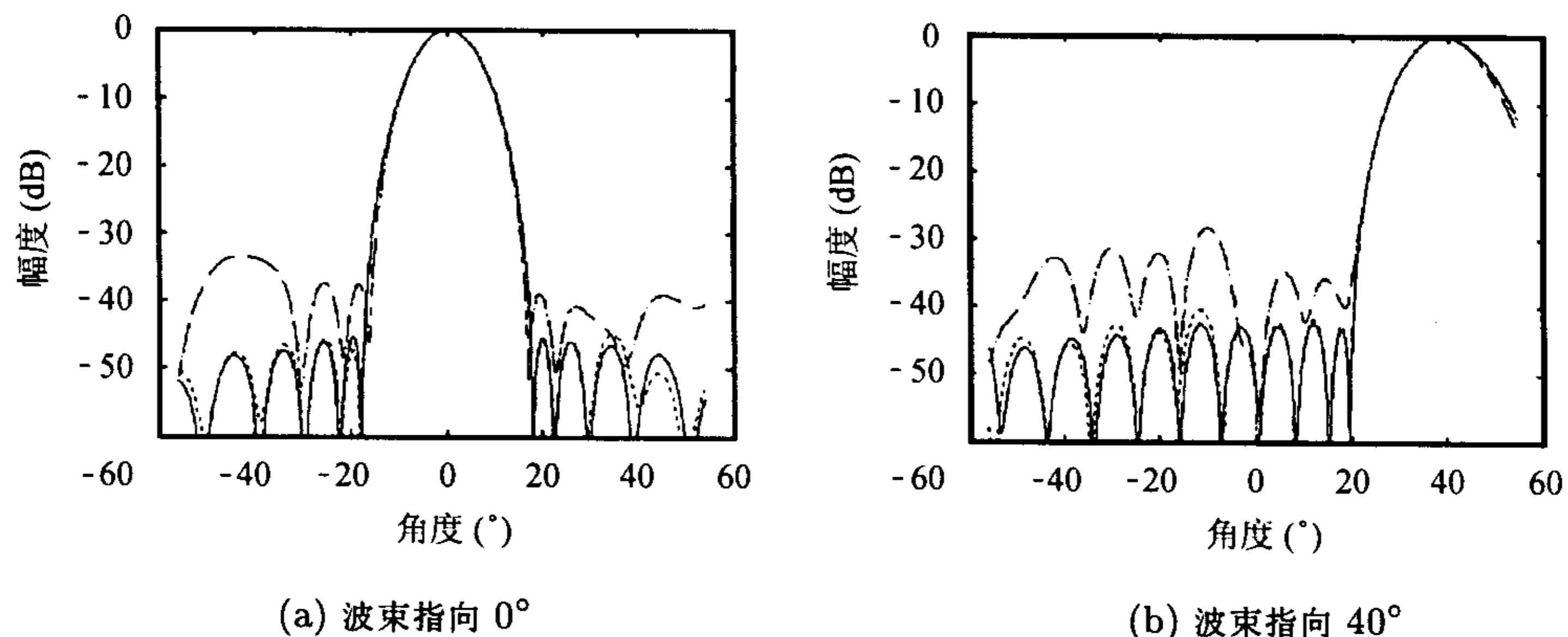


图2 考虑发射噪声时发射方向图

5 结论

本文首先建立发射通道误差模型, 然后给出发射数字阵列的预失真校正方法。由于在大多数情况下, 阵列天线的发射和接收不可能完全匹配, 以往的互耦系数计算应用于接收阵列, 我们提出了两种针对发射数字阵列的互耦矩阵计算的方法。仿真结果证明了这两种方法的有效性, 尤其在考虑发射噪声的影响时, 基于合成发射波束的互耦矩阵计算方法更加准确。

参 考 文 献

- [1] Steyskal H, Herd J S. Mutual coupling compensation in small array antennas. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1990, 38(12): 1971-1975.
- [2] Koerber M A, Fuhrman D R. Array calibration by Fourier series parameterization: stochastic maximum likelihood solution. Conf. Proceedings. IEEE 6th SP Workshop on Statistical Signal and Array Processing, 1992, USA, Oct. 1992: 304-307.
- [3] Friedlander B, Weiss A J. Direction finding in the presence of mutual coupling. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1991, 39(3): 273-284.
- [4] See C M S. Sensor array calibration in the presence of mutual coupling and unknown sensor gains and phases. *Electronics Letters*, 1994, 30(5): 373-374.
- [5] See C M S, Poh B K. Parametric sensor array calibration using measured steering vectors of uncertain locations. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1999, 47(4): 1133-1137.
- [6] Garrod A. Digital modules for phased array radar. 1996 IEEE Int. Symposium on Phased Array Syst. and Tech., Boston, MA, Oct. 1996: 81-86.
- [7] Wang Yan, et al.. The development of DBF phased array radar system. 2001 CIE Int. Radar Conf., Beijing, China, Oct. 2001: 61-64.
- [8] Derek Gerlach, Paulraj A. Adaptive transmitting antenna arrays with feedback. *IEEE Signal Processing Letters*, 1994, 1(10): 150-152.
- [9] Hochwald B M, Marzetta T L. Adapting a downlink array from uplink measurements. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2001, 49(3): 642-653.

王炎: 男, 1969年生, 博士生, 研究方向为阵列系统设计、阵列信号处理及智能天线。

徐善驾: 男, 1939年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为新型漏波天线及电磁场数值分析。