多传感器分布式融合 Kalman 预报器

邓自立 毛琳

(黑龙江大学 自动化系 哈尔滨 150080)

摘 要应用现代时间序列分析方法,基于 ARMA 新息模型,在线性最小方差最优信息融合准则下,对于输入 噪声与观测噪声相关且观测噪声相关的多传感器系统,分别提出了按矩阵加权、按标量加权和按对角阵加权的 3 种分布式融合稳态 Kalman 预报器。其中提出了基于 Lyapunov 方程的局部预报估值误差方差阵和协方差阵计算公式。它们被用于计算最优加权,与单传感器情形相比,可提高估值器的精度。一个跟踪系统的仿真例子说明了其 有效性,且说明了 3 种加权融合预报器的精度无显著差别。但标量加权融合预报器可显著减小计算负担,提供一种快速实时信息融合估计算法。

关键词 多传感器信息融合,线性最小方差融合准则,加权融合,Lyapunov方程,分布式融合 Kalman 预报器
 中图分类号: TP391
 文献识别码: A
 文章编号: 1009-5896(2006)09-1542-04

Multisensor Distributed Fusion Kalman Predictor

Deng Zi-li Mao Lin

(Department of Automation, Heilongjiang University, Harbin 150080, China)

Abstract By modern time series analysis method, based on ARMA innovation model, under the linear minimum variance optimal information fusion criterion, the distributed fusion steady-state optimal Kalman predictors weighted by matrices, scalars, and diagonal matrices are presented for multisensor systems with correlated input and observation noises, and with correlated observation noises, respectively. Based on the Lyapunov equations, the formulas of computing local predicting error variances and covariances are given, which are applied to compute optimal weights. Compared to the single sensor case, the accuracy of the fused predictor is improved. A simulation example for tracking systems shows its effectiveness, and shows that the accuracy distinction of the predictors weighted by three ways is not obvious, but the predictor weighted by scalars can obviously reduce the computational burden, and provides a fast real time information fusion estimation algorithm.

Key words Multisensor information fusion, Linear minimum variance fusion criterion, Weighted fusion, Lyapunov equation, Distributed fusion Kalman predictor

1 引言

随着高科技武器的出现和电子战争的要求,各种面向复杂应用背景的多传感器系统大量涌现,如何融合各局部传感器的信息,以提高目标跟踪或状态估计的精度,成为备受人们关注的热门课题。在这种应用背景下,多传感器信息融合作为一门新兴边缘学科应运而生^[1]。现有文献对信息融合作为一门新兴边缘学科应运而生^[1]。现有文献对信息融合Kalman滤波器,面对信息融合Kalman滤波器,而对信息融合Kalman预报器报道转多^[2,3],且通常局限于带不相关噪声系统的信息融合Kalman滤波器,而对信息融合Kalman预报器,可对信息融合Kalman预报器。新近文献[2,5-7]提出了多传感器系统按矩阵、对角阵和标量3种加权最优融合估计公式,文献[4]用经典Kalman滤波方法提出了按矩阵加权两传感器信息融合Kalman预报器。本文用不同于文献[4]的现代时间

序列分析方法,基于ARMA新息模型,提出带相关噪声的多 传感器系统的相应的3种分布式融合Kalman预报器。解决问 题的难点在于提出局部预报估计误差方差阵和协方差阵计 算公式,它们被用于计算最优加权。

2 问题阐述

考虑多传感器、完全可观、完全可控系统:

$$\boldsymbol{x}(t+1) = \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{w}(t) \tag{1}$$

$$\mathbf{y}_i(t) = \mathbf{H}_i \mathbf{x}(t) + \mathbf{v}_i(t), \quad i = 1, 2, \cdots, L$$
(2)

其中状态 $x(t) \in R^n$,第 i 传感器输出(观测) $y_i(t) \in R^{m_i}$,输入 噪声 $w(t) \in R^r$ 和观测噪声 $v_i(t) \in R^{m_i}$ 是零均值、方差阵各为 Q 和 R_i 、相关阵各为 S_i 及 R_{ii} 的白噪声:

$$\mathbf{E}\left\{\begin{bmatrix}\boldsymbol{w}(t)\\\boldsymbol{v}_{i}(t)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}(k) & \boldsymbol{v}_{i}^{\mathrm{T}}(k)\end{bmatrix}\right\} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{Q} & \boldsymbol{S}_{i}\\\boldsymbol{S}_{i}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{R}_{i}\end{bmatrix}\boldsymbol{\delta}_{tk}$$
(3)

$$\mathbf{E}\left\{\begin{bmatrix}\boldsymbol{v}_{i}(t)\\\boldsymbol{v}_{j}(t)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{v}_{i}^{\mathrm{T}}(k) & \boldsymbol{v}_{j}^{\mathrm{T}}(k)\end{bmatrix}\right\} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{R}_{i} & \boldsymbol{R}_{ij}\\\boldsymbol{R}_{ij}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{R}_{j}\end{bmatrix}\boldsymbol{\delta}_{tk}$$
(4)

其中 $i=1,\dots,L$, E 为均值号, T 为转置号, $\delta_{tt}=1$, $\delta_{tk}=0(t \neq k)$, $\mathbf{R}_{ii}^{T}=\mathbf{R}_{ii}$ 。问题是基于观测 ($\mathbf{y}_{i}(t)$,

²⁰⁰⁵⁻⁰¹⁻⁰⁶ 收到, 2005-06-16 改回

国家自然科学基金项目(60374026)和黑龙江大学自动控制重点实验 室资助课题

 $y_i(t-1), \dots$), 求状态 x(t+N) 的局部稳态最优 Kalman 预报 器 $\hat{x}_i(t+N|t)$ (N>0) 和它们的最优融合 Kalman 预报器 $\hat{\boldsymbol{x}}_0(t+N \mid t)$.

3 局部稳态最优 Kalman 预报器

先求第i传感器子系统的 ARMA 新息模型。把式(1)带 入式(2)中有

 $\mathbf{y}_i(t) = \mathbf{H}_i (\mathbf{I}_n - q^{-1} \mathbf{\Phi})^{-1} \mathbf{\Gamma} q^{-1} \mathbf{w}(t) + \mathbf{v}_i(t)$ (5) 其中 $i=1,2,\dots,L$, I_n 为 $n \times n$ 单位阵, q^{-1} 为单位滞后算子, $q^{-1}w(t) = w(t-1)$, 引入多项式矩阵左素分解:

$$H_{i}(I_{n} - q^{-1}\boldsymbol{\Phi})^{-1}\boldsymbol{\Gamma}q^{-1} = [A^{(i)}(q^{-1})]^{-1}\boldsymbol{B}^{(i)}(q^{-1})$$
(6)
将它带入式(5)引出子系统的 ARMA 新息模型为

$$\boldsymbol{A}^{(i)}(\boldsymbol{q}^{-1})\boldsymbol{y}_{i}(t) = \boldsymbol{D}^{(i)}(\boldsymbol{q}^{-1})\boldsymbol{\varepsilon}_{i}(t)$$
(7)

其中新息 $\boldsymbol{\varepsilon}_i(t) \in R^{m_i}$ 是零均值、方差阵为 $\boldsymbol{Q}_{\epsilon i}$ 的白噪声,且 有关系

 $\boldsymbol{D}^{(i)}(q^{-1}) = \boldsymbol{B}^{(i)}(q^{-1})\boldsymbol{w}(t) + \boldsymbol{A}^{(i)}(q^{-1})\boldsymbol{v}_i(t)$ (8)其中 $D^{(i)}(q^{-1})$, $A^{(i)}(q^{-1})$, $B^{(i)}(q^{-1})$ 为如下形式的多项式矩 阵:

$$\boldsymbol{X}^{(i)}(q^{-1}) = \boldsymbol{X}_0^{(i)} + \boldsymbol{X}_1^{(i)} q^{-1} + \dots + \boldsymbol{X}_{n_{x_i}}^{(i)} q^{-n_{x_i}}$$
(9)

其中规定 $X_i^{(i)} = 0(j > n_{xi})$ 并且有 $A_0^{(i)} = I_m$, $D_0^{(i)} = I_m$, $B_0^{(i)} = 0$, $D^{(i)}(q^{-1})$ 是稳定的, $D^{(i)}(q^{-1})$ 及 Q_{si} 可用 Gevers-Wouters^[6]算法求得。

引理^[6] 第*i* 传感器子系统有局部稳态最优 Kalman 预 报器

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{i}(t+1|t) = \boldsymbol{\Psi}_{pi}\hat{\boldsymbol{x}}_{i}(t|t-1) + \boldsymbol{K}_{pi}\boldsymbol{y}_{i}(t)$$
(10)
其中稳定矩阵 \boldsymbol{\Psi}_{pi} 与预报增益 \boldsymbol{K}_{pi} 定义为

$$\boldsymbol{\Psi}_{pi} = \boldsymbol{\Phi} - \boldsymbol{K}_{pi} \boldsymbol{H}_{i} \tag{11}$$

$$\boldsymbol{K}_{pi} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{H}_i \\ \boldsymbol{H}_i \boldsymbol{\varPhi} \\ \vdots \\ \boldsymbol{H}_i \boldsymbol{\varPhi}^{\beta_i - 1} \end{bmatrix}^{\#} \begin{bmatrix} \boldsymbol{M}_1^{(i)} \\ \boldsymbol{M}_2^{(i)} \\ \vdots \\ \boldsymbol{M}_{\beta_i}^{(i)} \end{bmatrix}$$
(12)

其中 $X^{\#}$ 表示矩阵 X 的伪逆 $X^{\#} = (X^{T}X)^{-1}X^{T}$, β_{i} 为 $(\boldsymbol{\Phi}, \boldsymbol{H}_i)$ 的可观性指数, $\boldsymbol{M}_i^{(i)}$ 由下式递推:

$$\boldsymbol{M}_{j}^{(i)} = -\boldsymbol{A}_{1}^{(i)} \boldsymbol{M}_{j-1}^{(i)} - \dots - \boldsymbol{A}_{\boldsymbol{n}_{ai}}^{(i)} \boldsymbol{M}_{j-\boldsymbol{n}_{ai}}^{(i)} + \boldsymbol{D}_{j}^{(i)}$$
(13)

$$\ddagger \psi \ j = 1, \dots, \beta_{i}, \quad \boldsymbol{M}_{j}^{(i)} = 0 \quad (j < 0) \ .$$

定理 1 稳态一步预报误差 *x*_i(t+1|t) = x(t+1) - $\hat{x}_i(t+1|t)$ 的方差阵 $\Sigma = E[\tilde{x}_i(t+1|t)\tilde{x}_i^T(t+1|t)]$ 满足如下 Lyapunov 方程:

$$\boldsymbol{\Sigma}_{l} = \boldsymbol{\Psi}_{pi} \boldsymbol{\Sigma}_{l} \boldsymbol{\Psi}_{pi}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{\varDelta}_{pi}, \quad i = 1, 2, \cdots, L$$
(14)

$$\boldsymbol{\varDelta}_{pi} = \boldsymbol{\varGamma} \boldsymbol{\varrho} \boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{K}_{pi} \boldsymbol{S}_{i}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{\varGamma} \boldsymbol{S}_{i} \boldsymbol{K}_{pi}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{K}_{pi} \boldsymbol{R}_{i} \boldsymbol{K}_{pi}^{\mathrm{T}}$$
(15)

其中 Σ_i 可用迭代法求解^[6]。预报误差互协方差阵 Σ_{ii} = $E\left[\tilde{x}_{i}(t+1|t)\tilde{x}_{i}^{T}(t+1|t)\right]$ 满足如下 Lyapunov 方程:

$$\boldsymbol{\Sigma}_{ij} = \boldsymbol{\Psi}_{pi} \boldsymbol{\Sigma}_{ij} \boldsymbol{\Psi}_{pj}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{\Delta}_{pij}, \quad i, j = 1, 2, \cdots, L, \ i \neq j$$
(16)

$$\boldsymbol{\Delta}_{pij} = \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{Q} \boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{K}_{pi} \boldsymbol{S}_{i}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{S}_{j} \boldsymbol{K}_{pj}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{K}_{pi} \boldsymbol{R}_{ij} \boldsymbol{K}_{pj}^{\mathrm{T}}$$
(17)

其中**Σ**;;可用迭代法求解。

证明 容易导出预报误差递推关系^[6]:

$$\tilde{x}_{i}(t+1|t) = \Psi_{pi}\tilde{x}_{i}(t|t-1) + \Gamma w(t) - K_{pi}v_{i}(t)$$
(18)
由此利用式(3)和式(4)引出式(14)-式(17)。 证毕

定理2 第*i*传感器子系统的N步预报器为

 $\hat{x}_{i}(t+N \mid t) = \boldsymbol{\Phi}^{N-1} \hat{x}_{i}(t+1 \mid t), \qquad N > 1$ (19)N步预报误差 $\tilde{x}_i(t+N|t) = x(t+N) - \hat{x}_i(t+N|t)$ 的稳态方 差阵 $\Sigma_i(N) = E \left[\tilde{x}_i(t+N|t) \tilde{x}_i^{T}(t+N|t) \right]$ 为

$$\boldsymbol{\Sigma}_{i}(N) = \boldsymbol{\Phi}^{N-1}\boldsymbol{\Sigma}_{i}\boldsymbol{\Phi}^{(N-1)\mathrm{T}} + \sum_{k=2}^{N}\boldsymbol{\Phi}^{N-k}\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}^{(N-k)\mathrm{T}}$$
(20)

预报误差 $\tilde{x}_i(t+N|t)$ 与 $\tilde{x}_i(t+N|t)$ 的稳态协方差阵 $\boldsymbol{\Sigma}_{i}(N) = \mathbb{E}\left[\tilde{\boldsymbol{x}}_{i}(t+N|t)\tilde{\boldsymbol{x}}_{i}^{\mathrm{T}}(t+N|t)\right] (i, j=1, \cdots, l, i \neq j)$

$$\boldsymbol{\Sigma}_{ij}(N) = \boldsymbol{\Phi}^{N-1} \boldsymbol{\Sigma}_{ij} \boldsymbol{\Phi}^{(N-1)\mathrm{T}} + \sum_{k=2}^{N} \boldsymbol{\Phi}^{N-k} \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{Q} \boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Phi}^{(N-k)\mathrm{T}}$$
(21)

证明 由式(1)迭代 N 步有

$$\boldsymbol{x}(t+N) = \boldsymbol{\varPhi}^{N-1} \boldsymbol{x}(t+1) + \sum_{k=2}^{N} \boldsymbol{\varPhi}^{N-k} \boldsymbol{\varGamma} \boldsymbol{w}(t+k-1)$$
(22)

将式(22)两边取射影可得式(19),且可得到

$$\tilde{x}_{i}(t+N|t) = \boldsymbol{\Phi}^{N-1}\tilde{x}_{i}(t+1|t) + \sum_{k=2}^{N} \boldsymbol{\Phi}^{N-k} \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{w}(t+k-1) \quad (23)$$

由式(23)可求出式(20)和式(21)。 证毕

分布式信息融合稳态 Kalman 预报器 4

对多传感器系统式(1)和式(2),应用按矩阵加权,按标 量加权和按对角阵加权3种线性最小方差最优融合公式[7], 可得相应的3种分布式融合稳态Kalman预报器。

4.1 按矩阵加权融合稳态 Kalman 预报器

按矩阵加权最优信息融合 Kalman 预报器 $\hat{x}_0(t+N|t)$ (N>0) 为

$$\hat{\mathbf{x}}_{0}(t+N \mid t) = \sum_{i=1}^{L} \mathbf{A}_{i}(N) \hat{\mathbf{x}}_{i}(t+N \mid t)$$
(24)

其中局部预报器 $\hat{x}_i(t+N|t)$ 由引理和定理1给出,且 $n \times n$ 最 优融合加权阵 $A_i(N)$, $i=1,2,\cdots,L$ 为

 $[\boldsymbol{A}_{1}(N),\cdots,\boldsymbol{A}_{L}(N)] = \left(\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(N)\boldsymbol{e}\right)^{-1}\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(N)$ (25)其中定义 $nL \times nL$ 矩阵 $\Sigma(N)$ 和 $nL \times n$ 矩阵 e 为

$$\boldsymbol{\Sigma}(N) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Sigma}_{11}(N), & \cdots, & \boldsymbol{\Sigma}_{1L}(N) \\ \vdots & & \vdots \\ \boldsymbol{\Sigma}_{1L}(N), & \cdots, & \boldsymbol{\Sigma}_{LL}(N) \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{e} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{I}_n \\ \vdots \\ \boldsymbol{I}_n \end{bmatrix}$$
(26)

且定义 $\Sigma_{ii}(N) = \Sigma_i(N)$, $\Sigma_{ii}(N)$ 由定理1计算。最优融合 误差 $\tilde{\mathbf{x}}_0(t+N|t) = \mathbf{x}(t+N) - \hat{\mathbf{x}}_0(t+N|t)$ 方差阵 $\boldsymbol{\Sigma}_0^m(N)$ 为

$$\boldsymbol{\Sigma}_{0}^{m}\left(N\right) = \left(\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\left((N)\boldsymbol{e}\right)\right)^{-1}$$
(27)

且有关系

$$\operatorname{tr}\boldsymbol{\Sigma}_{0}^{m}(N) \leq \operatorname{tr}\boldsymbol{\Sigma}_{i}(N), \quad i = 1, 2, \cdots, L$$
(28)

其中 tr 为矩阵的迹。

4.2 按标量加权融合稳态 Kalman 预报器

按标量加权最优信息融合 Kalman 预报器 $\hat{x}_0(t+N|t)$ (N>0)为

$$\hat{x}_{0}(t+N|t) = \sum_{i=1}^{L} \alpha_{i} \hat{x}_{i}(t+N|t)$$
(29)

其中融合系数 α_i (*i*=1,2,···,*L*)可由下式求得:

$$\left[\alpha_{1},\cdots,\alpha_{L}\right] = \frac{\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}^{-1}}{\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{e}}$$
(30)

其中 $L \times L$ 的矩阵 $A = (tr \Sigma_{ij}(N))_{L \times L}$, $i, j = 1, 2, \dots, L$, $e = [1, 1, \dots, 1]^{T}$ 。相应的最优融合预报误差方差阵 $\Sigma_{0}^{s}(N)$ 为

$$\boldsymbol{\Sigma}_{0}^{s}\left(N\right) = \sum_{i,j=1}^{2} \alpha_{i} \alpha_{j} \boldsymbol{\Sigma}_{ij}\left(N\right)$$
(31)

且有关系

$$\operatorname{tr}\boldsymbol{\Sigma}_{0}^{s}(N) \leq \operatorname{tr}\boldsymbol{\Sigma}_{i}(N), \quad i = 1, 2, \cdots, L \quad (32)$$

4.3 按对角阵加权(即分量标量加权)融合稳态 Kalman 预报 器

将状态 x(t), 局部估值 $\hat{x}_j(t+N|t)$ 和融合估值 $\hat{x}_0(t+N|t)$ 分别可表示为分量形式:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= [\mathbf{x}_{1}(t), \cdots, \mathbf{x}_{n}(t)]^{\mathrm{T}} \\ \hat{\mathbf{x}}_{j}(t+N|t) &= [\hat{\mathbf{x}}_{j1}(t+N|t), \cdots, \hat{\mathbf{x}}_{jn}(t+N|t)]^{\mathrm{T}} \\ \hat{\mathbf{x}}_{0}(t+N|t) &= [\hat{\mathbf{x}}_{01}(t+N|t), \cdots, \hat{\mathbf{x}}_{0n}(t+N|t)]^{\mathrm{T}} \end{aligned}$$
(33)

按分量标量加权(即按对角阵加权)的n个分量最优信息 融合 Kalman 预报器 $\hat{x}_{0i}(t+N|t)$ (N > 0)为

$$\hat{\mathbf{x}}_{0i}(t+N \,|\, t) = \sum_{j=1}^{L} \alpha_{ji} \hat{\mathbf{x}}_{ji}(t+N \,|\, t)$$
(34)

其中 *i* = 1, 2, …, *n* , 最优加权向量
$$\boldsymbol{a}_i = [\alpha_{1i}, \alpha_{2i}, \dots \alpha_{Li}]$$
 为
$$\boldsymbol{a}_i = \frac{\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{\Sigma}^{ii}(N))^{-1}}{\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{\Sigma}^{ii}(N))^{-1} \boldsymbol{e}}$$
(35)

其中

$$\boldsymbol{\Sigma}^{ii}(N) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Sigma}_{11}^{(ii)}(N) & \cdots & \boldsymbol{\Sigma}_{1L}^{(ii)}(N) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{\Sigma}_{L1}^{(ii)}(N) & \cdots & \boldsymbol{\Sigma}_{LL}^{(ii)}(N) \end{bmatrix}$$
(36)

其中 $\Sigma_{k_j}^{(ii)}(N)$ 为 $\Sigma_{k_j}(N)$ 的第 (*i*,*i*) 对角元素.各分量的最小融 合误差 $\tilde{x}_{0i}(t+N|t) = x_i(t+N) - \hat{x}_{0i}(t+N|t)$ 的方差 $\Sigma_{0i}(N)$ = E[$\tilde{x}_{0i}^2(t+N|t)$] 为

$$\boldsymbol{\Sigma}_{0i}(N) = \left[\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}} \left(\boldsymbol{\Sigma}^{ii}(N)^{-1} \boldsymbol{e}\right]^{-1}, \quad i = 1, 2, \cdots, n \quad (37)$$

且有关系:

$$\boldsymbol{\Sigma}_{0i}(N) < \boldsymbol{\Sigma}_{kk}^{ii}(N), \quad i = 1, 2, \cdots, n, \quad k = 1, 2, \cdots, L \quad (38)$$

相应的最优信息融合预报误差方差阵 *S*^c₀(N)的迹为

$$\operatorname{tr}\left(\boldsymbol{\Sigma}_{0}^{c}\left(N\right)\right) = \sum_{i=1}^{L} \boldsymbol{\Sigma}_{0i}\left(N\right)$$
(39)

且3种加权融合准则的精度关系为

$$\operatorname{tr}\boldsymbol{\Sigma}_{0}^{m}\left(N\right) \leq \operatorname{tr}\boldsymbol{\Sigma}_{0}^{c}\left(N\right) \leq \operatorname{tr}\boldsymbol{\Sigma}_{0}^{s}\left(N\right) \leq \operatorname{tr}\boldsymbol{\Sigma}_{i}\left(N\right) \tag{40}$$

5 仿真例子

考虑带有色观测噪声的3传感器目标跟踪系统:

$$\boldsymbol{x}(t+1) = \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{w}(t) \tag{41}$$

$$z_i(t) = H_i x(t) + \eta_i(t), \quad i = 1, 2, 3$$
 (42)

$$\eta_i(t+1) = c_i \eta_i(t) + \xi_i(t)$$
(43)

其中

$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} 1 & T_0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\Gamma} = \begin{bmatrix} 0.5T_0^2 \\ T_0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\overline{H}}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$
(44)

状态 $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t)]^T$, T_0 为采样周期, $x_1(t)$, $x_2(t)$ 和 w(t)分别为运动目标在采样时刻 tT_0 处的位置、速度和加速 度。 $z_i(t)$ 是第 i 传感器对位置的观测信号, $\eta_i(t)$ 是服从一阶 自回归模型式(43)的有色观测噪声,其中 c_i 为模型参数。假 设 w(t)和 $\xi_i(t)$ 是零均值、方差各为 σ_w^2 和 $\sigma_{\xi i}^2$ 的独立白噪声。 问题求状态 $\mathbf{x}(t)$ 的局部稳态最优 Kalman 预报器 $\hat{\mathbf{x}}_i(t+1|t)$ i=1,2,3和它们的最优融合预报器 $\hat{\mathbf{x}}_0(t+1|t)$ 。

引入新的观测过程

$$y_i(t) = z_i(t+1) - c_i z_i(t)$$
(45)

利用式(41)-式(43)可化为带白色观测噪声系统

$$\boldsymbol{x}(t+1) = \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{w}(t)$$
(46)

$$y_i(t) = H_i x(t) + v_i(t), \quad i = 1, 2, 3$$
 (47)

其中定义

 $H_{i} = \overline{H}_{i} \mathbf{\Phi} - c_{i} \overline{H}_{i}, \quad v_{i}(t) = \overline{H}_{i} \Gamma w(t) + \xi_{i}(t)$ (48) 于是有 $v_{i}(t)$ 是白噪声, 且 $w(t) = v_{i}(t)$ 和 $v_{i}(t) = v_{j}(t)$ ($i \neq j$) 均为相关噪声, 且有

$$Q_{w} = \sigma_{w}^{2}, \ \boldsymbol{R}_{i} = \sigma_{w}^{2} \boldsymbol{\bar{H}}_{i} \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\bar{H}}_{i}^{\mathrm{T}} + \sigma_{\xi_{i}}^{2}, \ \boldsymbol{S}_{i} = \sigma_{w}^{2} \boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\bar{H}}_{i}^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{R}_{ij} = \sigma_{w}^{2} \boldsymbol{\bar{H}}_{i} \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\bar{H}}_{j}^{\mathrm{T}}$$
(49)

注意由定义式(45)可知 ($y_i(t), y_i(t-1), \cdots$) 生成的线性流形等 价与由 ($z_i(t+1), z_i(t), \cdots$) 生成的线性流形。因而求原系统的 局部 Kalman 预报器 $\hat{x}_i(t+1|t)$ 问题化成了求系统式(46),式 (47)的两步局部 Kalman 预报器 $\hat{x}_i(t+2|t)$ 。

在仿真中取
$$T_0 = 0.1$$
, $\sigma_w^2 = 5$, $\sigma_{\xi 1}^2 = 1$, $\sigma_{\xi 2}^2 = 10$,
 $\sigma_{\xi 3}^2 = 16$, $c_1 = 0.1$, $c_2 = 0.3$, $c_3 = 0.4$ 。仿真得到
tr $\boldsymbol{\Sigma}_1(2) = 1.5846$, tr $\boldsymbol{\Sigma}_2(2) = 3.6152$, tr $\boldsymbol{\Sigma}_3(2) = 6.0629$ (50)

 $\operatorname{tr}\boldsymbol{\Sigma}_{0}^{m} = 0.8628, \ \operatorname{tr}\boldsymbol{\Sigma}_{0}^{s} = 1.1222, \ \operatorname{tr}\boldsymbol{\Sigma}_{0}^{c} = 1.0081$ (51)

$$\operatorname{tr}\boldsymbol{\Sigma}_{0}^{m}(2) < \operatorname{tr}\boldsymbol{\Sigma}_{0}^{c}(2) < \operatorname{tr}\boldsymbol{\Sigma}_{0}^{s}(2) < \operatorname{tr}\boldsymbol{\Sigma}_{i}(2), \quad i = 1, 2, 3$$
(52)

仿真结果如图 1-图 10。图 1-图 6 为 3 个局部传感器对 位置、速度预报真实值和估值的仿真图。图 7、图 8 为 3 个 局部传感器按矩阵加权方法信息融合最优预报器的仿真图。



预报器 $\hat{x}_{11}(t+2|t)$ 预报器 $\hat{x}_{12}(t+2|t)$ Fig.1 Position $x_1(t+2)$ and local predictor $\hat{x}_{11}(t+2|t)$ predictor $\hat{x}_{12}(t+2|t)$



图 1-图 8 中实线为真实值, 虚线为预报估值。图 9、图 10 为按 3 种加权方式进行信息融合累积误差平方的比较图。可 看到融合估计精度高于局部估计精度,并且可以看出 3 种加 权精度关系式(52)成立。由此看到信息融合估计精度高于局 部估计精度。还可看到 3 种加权融合估计精度无显著差异, 因此从工程实际角度,采用标量加权融合预报器,可以减小 计算负担,便于实时应用。

6 结束语

本文用现代时间序列分析方法,基于ARMA新息模型提 出了通用的分布式融合稳态Kalman预报器。它可处理超前 N步稳态预报,可处理带相关噪声系统预报,且可选择 3 种不同加权融合规则预报。解决了计算最优加权的关键技 术,即提出了计算局部预报误差方差和协方差公式。与集中 式融合Kalman预报器^[1]相比,这 3 种分布式加权Kalman预报 器是次优的,但它们是局部最优的,它们的精度高于每个局 部预报器精度。由于局部稳态Kalman预报器增益,最优加权 均可离线一次性计算,因而在线计算量很小,便于实时应用。 仿真结果表明, 3 种加权融合预报器精度无显著差异,因而 采用按标量加权以较小的精度损失提供一种实时快速信息 融合预报算法。

与文献[4]的经典 Kalman 滤波方法相比,文献[4]基于 Riccati 方程计算局部预报误差方差阵和协方差阵,计算负担 较大;而本文基于 Lyapunov 方程计算局部预报误差方差阵 和协方差阵,可明显减小计算负担。此外文献[4]仅给出两传 感器按矩阵加权融合 Kalman 预报器,具有较大局限性和特殊性。

参考文献

- [1] 何友,王国宏,陆大金,彭应宁.多传感器信息融合及其应用.
 北京:电子工业出版社,2000:1-133.
- [2] Sun Shu-Li, Deng Zi-Li. Multi-sensor information fusion optimal Kalman filter. *Automatica*, 2004, 40(6): 1017–1023.
- [3] Gan Q, Harris C J. Comparison of two measurement fusion methods for Kalman-filter-based multi-sensor data fusion. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 2001, 37(1): 273–280.
- [4] 邓自立,高媛.两传感器信息融合超前 k 步稳态 Kalman 预报器. 科学技术与工程, 2004, 4(5): 337-340.
- [5] Sun Shu-Li. Multi-sensor information fusion white noise filter weighted by scalars based Kalman predictor. *Automatica*, 2004, 40(8): 1447–1453.
- [6] 邓自立. 自校正滤波理论及其应用——现代时间序列分析方法. 哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社, 2003: 1-343.
- [7] 孙书利,邓自立.多传感器线形最小方差最优信息融合准则.
 科学技术与工程,2004,4(5):334-336.
- 邓自立: 男,1938年生,教授,研究方向为状态估计、信息融合、 最优滤波.
- 毛 琳: 女,1977年生,博士生,研究方向为信息融合、状态估 计.