

矩形波导中沿 E 面均匀的介质 柱散射特性分析*

范 鹏 樊德森

(中国科学技术大学无线电系, 合肥)

摘要 从关于介质极化电流的积分方程出发, 用矩量法数值分析了矩形波导中沿 E 面均匀的任意截面形状和数量的介质柱的散射特性. 将介质区域分割成许多矩形小子域, 使以矩形波导修正格林函数为核的积分方程能够分区地进行解析处理, 从而大大改善了计算精度和速度. 计算中考虑了高次模的影响, 既提高了计算精度, 又提供了所有波型的散射信息.

关键词 矩形波导; 均匀介质柱散射; 极化电流积分方程; 格林函数

1. 引言

在矩形波导中放入沿 E 面均匀的导体和介质障碍物, 是研制微波和毫米波器件的一种重要途径. 实现这类器件准确设计的前题是分析这些障碍物的散射特性. J. Schwinger 和 N. Marcuvitz 等对此进行了研究^[1,2], 由于受当时计算手段的限制, 所能解决的问题是十分有限的. 计算机数值技术的应用使准确分析波导中不连续问题得以较大的发展^[3-4]. 但至今, 波导中介质不连续问题一直没有引起足够的注意. 而由介质为主构成的器件往往具备某些全由金属构成的器件所没有的特点和优点, 因而在高介电系数、低损耗、高温稳定的材料商品化的今天, 研究这种结构的散射特性是很重要的.

近年来, N. Sahalos 用模式匹配法分析了矩形波导中沿 E 面均匀的圆柱介质的散射特性, 并给出适合工程应用的计算曲线和表达式. 但该方程只适用于圆柱, 且介质柱必须放在波导宽边中央, 有较大的局限性^[5]. G. Hsu 从关于极化电流分布的积分方程出发, 将格林函数分成静态格林函数和修正项分别加以处理, 亦获得满意的计算结果^[6]. 但文中仅给出圆柱的计算实例. 而在工程实践中, 要把高介电系数材料制作成尺寸精确的圆柱形是十分困难的.

本文也从极化电流的积分方程出发, 但将介质区域分割成许多矩形子域进行处理, 这样分割带来两个明显好处: (1)能够对以格林函数为核的积分方程分区进行解析积分. (2)避免了积分奇点附近无穷级数的发散和收敛缓慢的问题, 因此大大提高了计算速度和精度. 适当选取矩形子域的个数, 还可足够准确地处理任意截面形状和数量的介质柱的散射问题.

2. 理论

* 1987年6月29日收到, 1987年11月26日修改定稿.

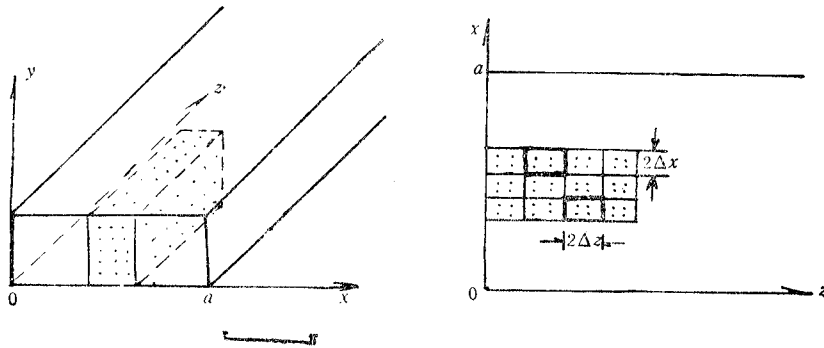


图 1

考虑理想矩形波导内,放置沿 y 方向均匀不变的介质柱,如图 1(a) 所示,假定波导满足 H_{10} 单模传输条件。介质在入射场作用下产生极化电流^[1]:

$$\mathbf{J}(x, z) = (\varepsilon - \varepsilon_0) \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial t} = -jk c \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1) \mathbf{E}(x, z) \quad (1)$$

式中波数 $k = \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$, $\mathbf{e} = E(x, z) e^{-j\omega t}$

上式中场强 \mathbf{E} 和极化电流密度 \mathbf{J} 都只是 x 和 z 的二维函数。这是因为波导中填充沿 \mathbf{E} 面均匀介质柱,在入射场为 H_{10} 时,只能激励起 H_{m0} 的组合波型,所建立的场是沿 y 方向不变的。这样本文以后所涉及的矢量场都可写成沿 y 方向的标量形式。可得散射场:

$$E_y^s = -jk c \mu \iint_S J_y(\mathbf{r}_s) G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s) dS \quad (2)$$

式中 $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s)$ 为波导相应的格林函数, $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s)$ 是 $G(x, z; x_s, z_s)$ 的简写。

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s) = \sum_{m=1}^{\infty} A \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a} x_s\right) e^{-\Gamma_m |x-z_s|} \quad (3)$$

其中 \mathbf{r} 和 \mathbf{r}_s 分别代表场点和源点, $A = -j \frac{120\pi k}{a \Gamma_m}$, 传播常数 $\Gamma_m = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - k^2}$ 。考虑场在介质区域的连续性:

$$E_y^{in} + E_y^s = E_y \quad (4)$$

H_{10} 波入射时, $E_y^{in} = \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) e^{-\Gamma_1 z}$, 可得关于极化电流的积分方程:

$$-jk c \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1) \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) e^{-\Gamma_1 z} = J_y(\mathbf{r}) + k^2 c^2 \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1) \mu \iint_S J_y(\mathbf{r}_s) G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s) dS \quad (5)$$

将介质区域等分成 P 个小矩形子域,即

$$J_y(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^P I_n f_n(\mathbf{r}) \quad (6)$$

其中 I_n 为待定系数,

$$f_n(r) = \begin{cases} 1, & r \text{ 在 } \Delta S_n \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

取点匹配加权函数:

$$W_q(\mathbf{r}) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_q), \quad q = 1, 2, \dots, P$$

将(6)式代入(5)式再加权得一组方程,写成矩阵形式

$$[I_n][Q_n^q] = [V^q], \quad q = 1, 2, \dots, P \quad (7)$$

其中 $V^q = -jk_c \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1) E_y^{i_n}(\mathbf{r}_q)$

$$Q_n^q = \delta_n^q + k^2 c^2 \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1) \mu \iint_S G(\mathbf{r}_q, \mathbf{r}_s) dS$$

$[Q_n^q]$ 为 $P \times P$ 阶系数矩阵

$$\delta_n^q = \begin{cases} 1, & n = q \\ 0, & n \neq q \end{cases}$$

从(7)式可明显看出: 用常规矩量法求解该积分方程是异常困难的。因为该积分方程的核 G 是一收敛极为缓慢的无穷级数, 而每个矩阵元素的获得又是这无穷级数的面积分。因此, 问题的可解性、求解效率和精度, 主要取决于能否找到一种办法改善无穷级数的收敛性, 以及消除当场点和源点位置重合时方程出现的奇异点。本文研究了解决上述问题的分区解析积分的方法, 积分的处理过程是直接的但较为繁琐, 这里仅给出推导后的最终表达式。对应符号参见图 1(b)。

1. 矩形子域对本身的积分贡献

$$\begin{aligned} \iint_S G(\mathbf{r}_q, \mathbf{r}_s) dS &= \sum_{m=1}^{\infty} B \int_{-\Delta x}^{\Delta x} \int_{-\Delta z}^{\Delta z} \frac{1}{\Gamma_m} \sin\left(\frac{m\pi}{a} x_q\right) \\ &\quad \times \sin\left(\frac{m\pi}{a} x_s\right) e^{-\Gamma_m |z_q - z_s|} d(z_s - z_q) d(x_s - x_q) \\ &= \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4Ba}{m\pi\Gamma_m^2} \sin^2\left(\frac{m\pi}{a} x_q\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a} \Delta x\right) (1 - e^{-\Gamma_m \Delta z}) \end{aligned} \quad (8)$$

2. 矩形子域相互间的积分贡献

$$\begin{aligned} \iint_S G(\mathbf{r}_q, \mathbf{r}_s) dS &= \sum_{m=1}^{\infty} B \int_{x_S - \Delta x}^{x_S + \Delta x} \int_{z_S - \Delta z}^{z_S + \Delta z} \frac{1}{\Gamma_m} \sin\left(\frac{m\pi}{a} x_q\right) \\ &\quad \times \sin\left(\frac{m\pi}{a} x_0\right) e^{-\Gamma_m |z_q - z_0|} dx_0 dz_0 \\ &= \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2Ba}{m\pi\Gamma_m^2} \sin\left(\frac{m\pi}{a} x_q\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a} x_S\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a} \Delta x\right) \\ &\quad \cdot (e^{\Gamma_m \Delta z} - e^{-\Gamma_m \Delta z}) e^{-\Gamma_m |z_q - z_S|} \end{aligned} \quad (9)$$

式中 $B = \frac{120\pi c \mu k^2}{a}$ 。从(8)和(9)式可知, 解析积分后的无穷级数, 收敛速率正比于 $\frac{1}{m\Gamma_m^2}$, 而原修正格林函数的收敛速率仅正比于 $\frac{1}{\Gamma_m}$, 可见解析处理的结果大大改善了数值计算的收敛性。

综合(6),(7),(8),(9)四式,可获得极化电流的分布函数,进而可求得相应的散射参数。

T_1 和 T_2 为对称于介质柱的两个参考面,满足以下关系:

$$\begin{aligned} Z_{T1} &\ll \min(Z_i, i = 1, 2, \dots, P) \\ Z_{T2} &\gg \max(Z_i, i = 1, 2, \dots, P) \end{aligned} \tag{10}$$

则在离开填充介质足够远处,高次模可以认为已衰减到足够小,波导中只有主模传播。不失一般性,进一步取 Z_{T1} 和 Z_{T2} 为波导波长的整数倍,则:

$$e^{\pm \Gamma_1 Z_{T1}} = e^{\pm \Gamma_1 Z_{T2}} = 1 \tag{11}$$

$$\left. \begin{aligned} S_{11} &= \frac{E_y^s|_{T_1}}{E_y^{in}|_{T_1}} = -jk c \mu A \sum_{n=1}^P I_n \sin\left(\frac{\pi}{a} x_n\right) e^{-\Gamma_1 z_n} \\ S_{21} &= \frac{(E_y^{in} + E_y^s)|_{T_2}}{E_y^{in}|_{T_1}} = 1 - jk c \mu A \sum_{n=1}^P I_n \sin\left(\frac{\pi}{a} x_n\right) e^{\Gamma_1 z_n} \end{aligned} \right\} \tag{12}$$

3. 计算实例

为了验证本文提出的计算方法,我们对矩形波导中E面均匀介质柱散射参数进行了计算,这里给出几种典型结构的结果。

我们先计算了波导中介质全填满情形,因为这种结构有严格的解析值可供比较,结果列于表1中。对于图2(a)所示的圆形截面介质柱,我们利用等效概念,当介质区域分割的足够细时,适当取舍边界的子域,以多边形逼近圆形。在示例中,方形介质区域分割成

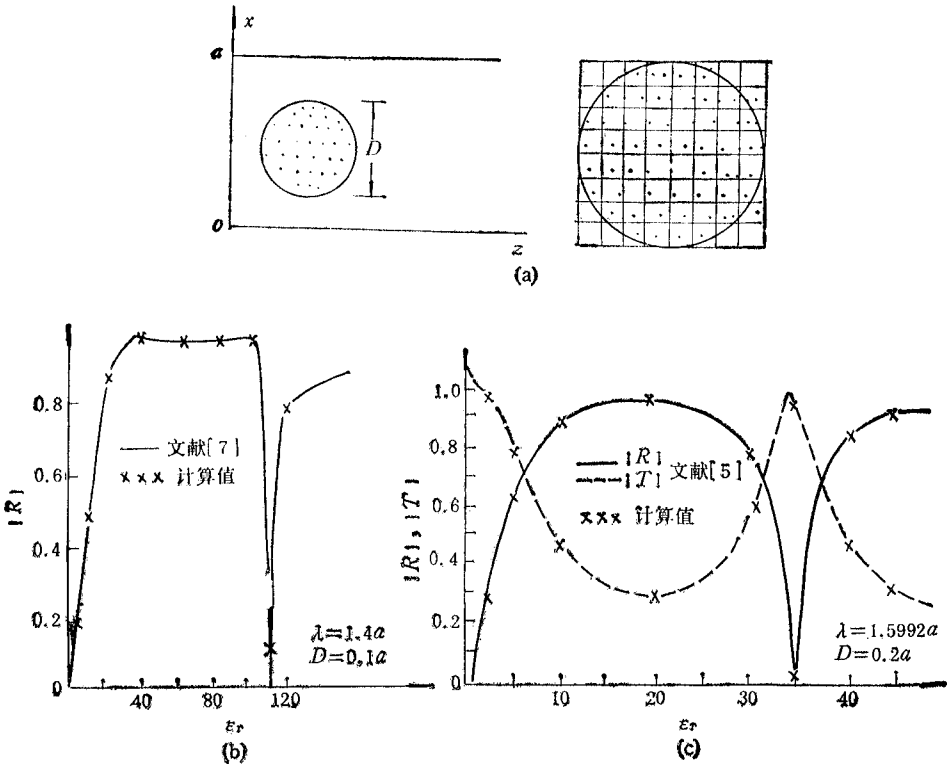
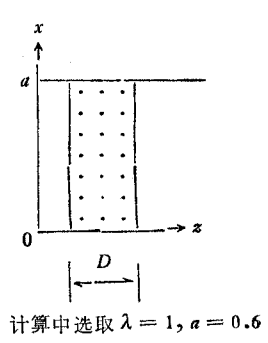


图 2

表 1

ϵ_r	D	数值解		解析解	
		$ R $	$ T $	$ R $	$ T $
2.56	0.05	0.394	0.918	0.395	0.919
	0.15	0.708	0.707	0.704	0.716
	0.25	0.662	0.940	0.655	0.756
	0.35	0.165	0.986	0.142	0.990
9.00	0.05	0.897	0.442	0.892	0.452
	0.15	0.737	0.676	0.720	0.694
	0.25	0.934	0.358	0.927	0.376
	0.35	0.113	0.994	0.135	0.991



计算中选取 $\lambda = 1, a = 0.6$

10×10 个子域, 舍去四角的 24 个子域进行计算。所得数据与文献值比较, 结果是令人满意的, 如图 2(b), 图 2(c) 所示。

然后计算了矩形截面介质柱的散射参数。为了既能说明问题又易于实际测量, 我们选择了便于加工的聚苯乙烯介质 ($\epsilon_r = 2.55$), 填充在 BT-100 型矩形波导进行测量。理论值与实测值亦吻合得很好, 如图 3 所示。不难发现, 矩形波导中放入沿 E 面均匀介质柱, 在一定频率范围内, 呈现出良好的滤波特性, 适当选取介质柱的形状、尺寸、数量和位置, 可望实现结构紧凑的波导型介质带通和带阻滤波器。关于器件的结构设计, 性能优化和有关问题, 我们正在进一步的研究中。

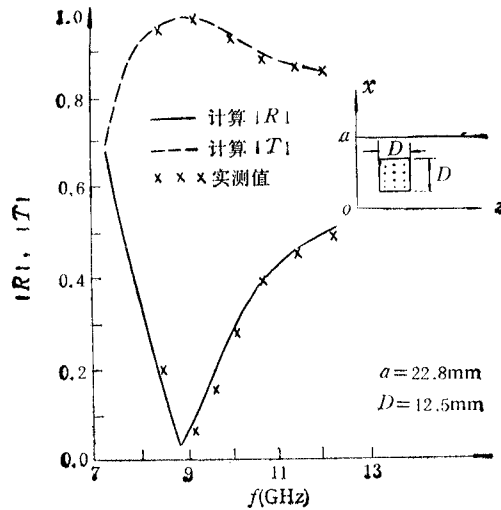


图 3

4. 结束语

用大量计算验证了本文提出的关于极化电流积分方程的求解方法。该方法可以分析矩形波导中沿 E 面均匀的任意截面形状和数量的介质柱的散射特性。

参 考 文 献

- [1] J. Schwinger, *Discontinuities in Waveguide-Notes on Lecture*, New York, Gordon and Breach, 1969.
- [2] N. Marcuvitz, *Waveguide Handbook*, New York, McGraw-Hill, 1951.
- [3] Y. Levitan, P. G. Li, A. T. Perini, *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-31**(1983), 806—812.
- [4] H. Auda, R. F. Harrington, *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-32**(1984), 606—613.
- [5] J. N. Sahalos, E. Vafidis, *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-33**(1985), 1165—1171.
- [6] G. Hsu, A. Auda, *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-34**(1986), 883—891.
- [7] C. Araneta, *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-32**(1984), 1328—1335.

SCATTERING ANALYSIS OF E-PLANE UNIFORM DIELECTRIC POSTS IN RECTANGULAR WAVEGUIDES

Fang Pong Fan Desen

(*University of Science and Technology of China, Hefei*)

Abstract Based on the polarization current integral equation with the modified Green's function as kernel, the scattering properties of the E-plane uniform dielectric posts in rectangular waveguides are numerically analyzed by moment method. These posts are of arbitrary in cross-section and post-number. The calculation accuracy and speed are remarkably improved by segmentating the dielectric region into many small rectangular cells and applying local analytic integration. The higher-order modes are considered in calculation. It improves the computation accuracy and can provide the scattering information of all excited modes.

Key words Rectangular waveguide; Dielectric post scattering; polarization current integral equation; Green's function