

## 无背景噪声下的光 PPM 信道容量分析<sup>1</sup>

邹传云 敖发良 黄香馥\*

(桂林电子工业学院信息与通信工程系 桂林 541004)

\*(电子科技大学电子工程学院 成都 610054)

**摘要** 通过对无背景噪声下光脉冲位置调制 (PPM) 信道容量的分析, 证明: 光 PPM 信道容量除受系统时间分辨率 (带宽) 限制外, 还受信道脉冲功率的限制, 实际上对功率受限信道, 无限减小时隙宽度反而使光 PPM 信道容量趋于零, 有一个最佳的时隙宽度使功率受限的 PPM 信道容量最大。存在最佳的 PPM 符号数 (传信时隙数) 使信道传输率和信道容量能量效率 (比特 / 光子) 最大, 这些结论为光 PPM 系统参数的优化设计提供了依据。

**关键词** 光 PPM 通信, 信道容量, 优化设计

**中图分类号** TN929.1, O224

### 1 引言

光脉冲位置调制 (PPM) 格式采用断续的周期性光脉冲作为载波, 载波受到调制信号的控制, 脉冲时间位置随之发生变化而传递信息。该传信方式的脉冲功率与平均功率之比可以做得特别高, 它特别适合于要求低平均功率传输信息的场合, 在深空通信<sup>[1]</sup>、对潜通信<sup>[2]</sup>、室内计算机红外无线通信<sup>[3]</sup>、光孤子通信<sup>[4]</sup>和光纤通信<sup>[5]</sup>中都有良好的应用前景, 因而光 PPM 通信方式受到人们重视。文献 [6] 推导了无背景噪声下的无保护时段的光 PPM 信道容量。而本文推导了有保护时段的光 PPM 信道容量, 文献 [6] 的结果是本文保护时段等于零时的特殊情况。通过对信道容量的分析, 证明 PPM 符号时间 (脉冲周期) 固定而 PPM 符号数无限增大 (时隙宽度趋于零) 时, 在脉冲光子数 (光脉冲能量) 不变的条件下, 信道容量趋于无穷大; 但在光子平均每秒计数率 (光脉冲功率恒定) 不变的条件下, 信道容量趋于零。存在最佳的 PPM 符号数 (传信时隙数) 使信道传输率和信道容量能量效率 (比特 / 光子) 最大, 这些结论扩展了文献 [6] 的结果, 为光 PPM 系统参数的优化设计提供了理论依据。

### 2 光 PPM 信号和信道模型

图 1 表示了一个光 PPM 信号的帧结构。一个信号时间  $T$  分成  $M$  个时隙, 每个时隙宽度为  $\tau(T/M)$ (s), 其中前  $D$  个时隙不传信息称为保护时段  $T_D$ , 这由大功率  $Q$  开关脉冲激光器的最小重复周期决定, 它是每次激光脉冲发射后重建粒子数反转需要的最小时间, 对半导体光源可不设该时段。后  $Q$  个时隙称为传信时段  $T_S$ ,  $T_S$  的时隙位置对应  $Q$  个符号, 在发端激光源每隔时间  $T_D$  在其传信时段  $T_S$  中的一个时隙打开 (其余时隙关闭), 发送出一个符号。接收机对传信时段的每个时隙中的光子计数得  $Q$  个数字  $\{n_i\}(i=1, \dots, Q)$ 。然后选择具有最大光子数的时隙判决为接收的符号。判决准则为

$$n_j \geq n_i, \quad j \neq i, \quad j, i = 1, \dots, Q,$$

<sup>1</sup> 1998-11-23 收到, 1999-09-09 定稿

国家自然科学基金 (69982004), 广西科技攻关项目 (项目编号: 9817061)

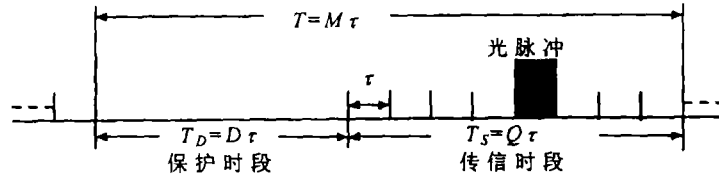


图 1 PPM 信号结构

即具有最大光子数的时隙  $j$  就被判为符号  $j$ 。对无噪信道 (无背景噪声但有光子计数的量子噪声)，激光关闭的  $Q - 1$  个时隙中检测到无光子的概率为 1。激光打开的时隙中，光子计数  $n_i$  服从泊松分布，如果光子平均计数速率为  $S$ ，则接收机检测到无光子的概率为

$$q = e^{-S\tau}. \tag{1}$$

光子计数速率  $S$  与接收机入射信号功率  $P$  的关系为

$$S = [\eta/(hf)]p, \tag{2}$$

$\eta$  是光电检测器的量子效率， $hf$  是工作频率为  $f$  的光子能量。

上述信道，当接收端检测到所有时隙都无光子时，就会发生判决错误。如果将所有时隙都无光子判决为一个特殊的擦除 (erasure) 符号  $Q + 1$ ，其信道模型表示为图 2 所示的  $Q$  元擦除信道 [6]。

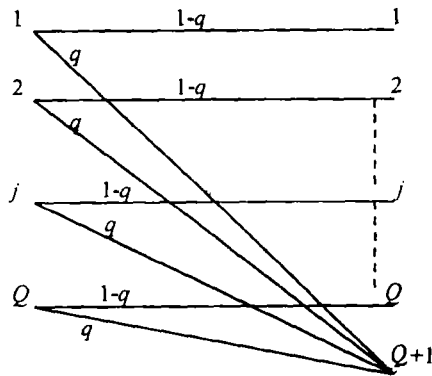


图 2  $Q$  元擦除信道模型

### 3 容量分析

对一般  $Q$ -元信道，每信道应用 (每符号) 的容量 (capacity per channel use) 定义为

$$C = I(X;Y) = H(Y) - H(Y/X) \quad (\text{bit/channel use}). \tag{3}$$

上式中  $X$  和  $Y$  分别表示发送和接收的符号集， $I(X;Y)$  是互信息函数， $H(Y)$  是接收符号集的熵， $H(Y/X)$  是发送和接收符号间的条件熵函数。在  $Q$  个符号源是独立等概 ( $= 1/Q$ ) 的条件下，图 2 的  $Q$  元擦除信道容量可求得为

$$C = (1 - q) \log_2 Q = (1 - e^{-S\tau}) \log_2 Q = (1 - e^{-ST_S/Q}) \log_2 Q \quad (\text{bit/channel use}). \quad (4)$$

因每信道使用需要  $T = M\tau$ (s), 因此每秒信道容量  $C_t$  为

$$C_t = \frac{C}{T} = \frac{C}{M\tau} = \frac{(1 - e^{-S\tau}) \log_2 Q}{T_D + Q\tau} \quad (\text{bit/s}). \quad (5)$$

每信道使用接收的平均光子数为  $S\tau$ , 因此每接收一光子的信道容量 (容量能量效率)  $C_p$  为

$$C_p = C/(S\tau) = MC_t/S \quad (\text{bit/photon}). \quad (6)$$

由 (5) 式解出  $S$  作为  $C_t$  和  $Q$  的函数, 代入上式得

$$C_p = (T_D + Q\tau) C_t / \left[ \ln \left( 1 - \frac{(T_D + Q\tau) C_t}{\log_2 Q} \right) \right] \quad (\text{bit/photon}). \quad (7)$$

由 (4) 式我们可分析得到下面的一些结论: 文献 [6,7] 得出的 PPM 信道容量  $C$  随符号数  $Q$  无限增大而无穷提高的结论是有条件的, 这只有在脉冲光子数  $S\tau$  (光脉冲能量) 不变的条件下才成立. 但在符号时间  $T_S$  和光子平均每秒计数率  $S$  (光脉冲的功率恒定) 不变的条件下, 信道容量  $C$  趋于零. 在脉冲功率恒定的信道中, 符号时间  $T_S$  不变的条件下,  $C$  随  $Q$  的变化如图 3 所示, 存在一个最佳的符号数  $Q_S$  或时隙宽度  $\tau_S (= T_S/Q_S)$  使信道符号容量  $C$  和时间传输容量  $C_t$  最大. 图 3 中的两条曲线是在  $T_S = 100\mu\text{s}$  的条件下以光子平均每秒计数率  $S$  (光脉冲功率) 为参数由 (4) 式计算得到的结果. 当  $S = 10^7$  时最佳符号数  $Q_S = 347$  相应的最大容量为 8bit; 当  $S = 10^6$  时最佳符号数  $Q_S = 44$  相应的最大容量为 4.9bit. 由此我们可得出: 光脉冲功率越大,  $Q_S$  越大而  $\tau_S$  越小, 对应的信道容量越大.

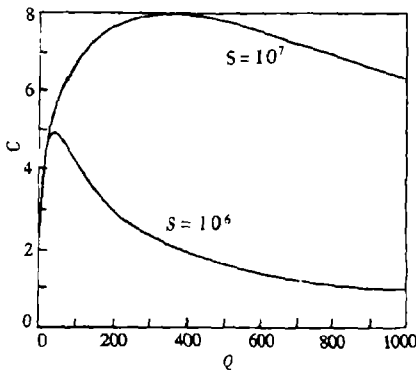


图 3 符号时间  $T_S$  和光子平均每秒计数率  $S$  不变时信道容量  $C$  随符号数  $Q$  的变化 ( $T_S = 100\mu\text{s}$ )

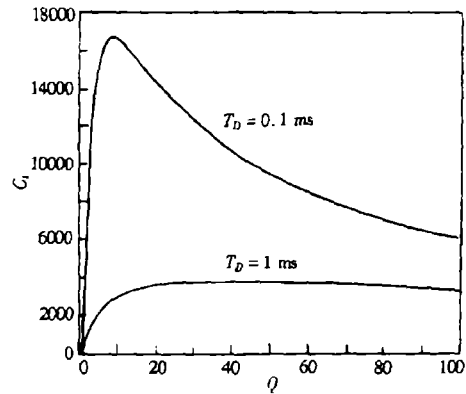


图 4 在光子平均每秒计数速率  $S$  和时隙宽度  $\tau$  不变时单位时间信道传输容量  $C_t$  随符号数  $Q$  的变化 ( $S = 10^6, \tau = 10\mu\text{s}$ )

由 (5) 式我们可分析得到: 在光子平均每秒计数速率  $S$  (光脉冲功率恒定) 和时隙宽度  $\tau$  (系统带宽) 不变的条件下,  $C_t$  随  $Q$  的变化如图 4 所示, 有一个使单位时间传输容量  $C_t$  最大的最佳符号数  $Q_T$ . 图 4 中的两条曲线是在  $S = 10^6$  和  $\tau = 10\mu\text{s}$  下由式 (5) 计算得到

的结果, 当  $T_D=0.1\text{ms}$  时最佳符号数  $Q_T=9$  对应的最大信道每秒传输容量为  $16.7\text{Kbit/s}$ ; 当  $T_D=1\text{ms}$  时最佳符号数  $Q_T=38$  对应的最大信道每秒传输容量为  $3.8\text{Kbit/s}$ , 由此我们可得出: 保护时段  $T_D$  越小, 最佳符号数  $Q_T$  也越小, 而相应的信道传输速率  $C_T$  越大, 没有保护时段 ( $D=0$ ) 时,  $Q_T=3$ .

由 (7) 式我们可分析得到: 在  $C_t$  (信道传输速率) 和时隙宽度  $\tau$  (系统带宽) 不变的条件下,  $C_p$  随  $Q$  和  $S$  的变化如图 5 所示, 有一个使信道容量能量效率  $C_p$  最大的最佳符号数  $Q_P$  或光子每秒平均计数速率  $S_P$ . 图 5 中的两条曲线是在  $\tau=10\text{ns}$  和  $T_D=5\mu\text{s}$  的条件下以  $C_t$  为参数由 (7) 式计算得到的结果, 当  $C_t=100\text{Kbit/s}$  时最佳符号数  $Q_P$  为 2608 相应最大的每光子容量为  $9.7\text{bit}$ ; 当  $C_t=200\text{Kbit/s}$  时最佳符号数  $Q_P$  为 1267 相应最大的每光子容量为  $8.4\text{bit}$ . 由此我们可得出: 信道传输速率越大, 最佳容量能量效率的符号数  $Q_P$  越小, 相应的每光子信道容量也越小. 这个优化可使系统设计师在不破坏系统带宽约束的条件下使达到期望信息传输率要求的信号能量最小. 但值得指出的是 (7) 式要有意义 ( $C_p > 0$ ) 必须满足下面的条件:

$$\log_2 Q/Q > C_t T_D/Q + \tau C_t. \quad (8)$$

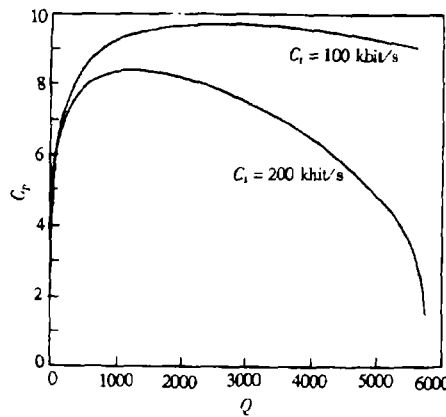


图 5 在  $C_t$  和时隙宽度  $\tau$  不变时信道容量能量效率  $C_p$  随符号数  $Q$  的变化 ( $\tau=10\text{ns}$ ,  $T_D=10\mu\text{s}$ )

上面不等式的左式在  $Q=3$  取得最大值, 当  $Q$  大于 3 后随  $Q$  的增大而减小, 因此如果选系统的传输速率为

$$C_t > \log_2 3 / (T_D + 3\tau), \quad (9)$$

则 (7) 式无意义.  $Q$  的最大值  $Q_{\max}$  由 (8) 式取等号的解所确定.  $Q_P$  的范围为  $3 < Q_P < Q_{\max}$ . 同时还应指出在  $C_t$ ,  $T_D$ ,  $\tau$  和  $Q_P$  确定的条件下, 由 (5) 式也就确定了  $S$ , 我们称该值为  $S_P$ , PPM 系统只有同时工作在参数:  $C_t$ ,  $T_D$ ,  $\tau$ ,  $Q_P$  和  $S_P$  下, 才能取得最佳的能量效率.

#### 4 结 论

许多文献<sup>[6,7]</sup>认为光 PPM 信道容量只受系统的时间分辨率(或带宽)限制,如果可以无限制地减小时隙宽度  $\tau$  增大符号数  $Q$ , 则光 PPM 信道容量可以无限大。但本文的分析指出光 PPM 信道容量还受信道脉冲功率的限制,实际上对功率受限信道,无限减小时隙宽度  $\tau$  反而使光 PPM 信道容量趋于零,有一个最佳的时隙宽度使功率受限的 PPM 信道容量最大。

从 PPM 系统能达到的最大传输速率和能量效率来看,大传输速率下的能量效率小于小传输速率下的能量效率,因此提高系统的传输速率和提高系统的能量效率是一对矛盾。提高系统的能量效率是以牺牲传输速率为代价的。这些结论和上节分析的结果对光 PPM 通信系统的优化设计是非常有用的。

#### 参 考 文 献

- [1] Srinivasan M, Vilmrotter V. Symbol-error probabilities for pulse-position modulation signaling with an avalanche photodiode receiver and Gaussian thermal noise. The telecommunications and mission operations progress report, 1998, 42-134.
- [2] Stotts B. Design consideration of submarine laser communication system. National telesystems conference, Washington dc, USA: 1992, ntc-92: 13-25.
- [3] Kahn J M, Barry J R. Wireless infrared communications. Proc. IEEE, 1997, 85(2): 265-298.
- [4] Arnold J M. Soliton pulse-position modulation. IEE Proc. -J. 1993, 140(6): 359-366.
- [5] Elmirghani J M H. Performance and optimal presynchronization filtering for direct-detection optical fiber PPM. IEE Proc. -J. 1995, 142(6): 259-270.
- [6] Stanley A B, Joseph K, James R L. Bandwidth limitations on noiseless optical channel capacity. IEEE Trans. on Commun. , 1982, 30(5): 1262-1264.
- [7] Pierce J R. Optical channels: Practical limits with photon counting. IEEE Trans. on Commun., 1978, 26(12): 1819-1821.

### ANALYSIS OF OPTICAL PPM CHANNEL CAPACITY WITHOUT BACKGROUND NOISE

Zou Chuanyun    Ao Faliang    Huang Xiangfu\*

(Guilin Institute of Electronic Technology, Guilin 541004)

\*(University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054)

**Abstract** The capacity of the optical pulse-position modulation (PPM) channel without background noise is examined. It is shown that the channel capacity is limited not only by the available time resolution (bandwidth) but also by the available pulse power. In fact, as the PPM slot width decreases infinitely, the channel capacity will approach to zero in the power limited channel. There exist the PPM slot width that optimizes the channel capacity and the PPM alphabet sizes that maximize the efficiencies of throughput and energy. These results provide the basis for designing optimum PPM system parameters.

**Key words** Optical PPM communication, Channel capacity, Optimization scheme

邹传云: 男, 1960年生, 教授, 主要从事通信电子系统和数字信号处理方向的研究和教学工作。

敖发良: 男, 1944年生, 教授, 主要从事通信电子系统学科的科研和教学工作。

黄香馥: 男, 1929年生, 教授, 长期从事微波毫米波电路与系统、现代网络理论等方面的研究。