

## GPS 接收机中晶振误差的模拟方法<sup>1</sup>

寇艳红 张其善

(北京航空航天大学电子信息工程学院 北京 100083)

**摘要:** GPS(Global Positioning System) 接收机中参考频率源的性能对接收机整体性能有着诸多影响。该文对在 GPS 接收机中使用最多的晶振的误差特性和性能影响进行了分析,在此基础上提出了一种模拟晶振频率误差的方法,即首先确定晶振在给定取样时间间隔上各主要随机误差成分的 Allan(阿仑)方差参数,由此反演产生相应的各项晶振频率误差模拟序列并进行叠加。文中给出了计算机数值模拟的方法,并对仿真实验结果进行了分析,从而为 GPS 接收机设计、性能评估和测试平台如 GPS 信号模拟器的研制提供有关的理论支持和设计方法。

**关键词:** GPS, 频率稳定度, 晶振, Monte Carlo 模拟, Allan 方差

**中图分类号:** TN966, TP391.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-5896(2004)08-1319-06

## A Method for Simulating the Crystal Oscillator Errors in GPS Receiver

Kou Yan-hong Zhang Qi-shan

(School of Electron. Eng., Beijing Univ. of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract** The frequency source in Global Positioning System (GPS) receiver has a great many influence on the whole performance of the receiver. Based on the analysis of error characteristics and performance effect of the mostly used crystal oscillator, a method to simulate the frequency error of crystal oscillator is proposed. The major idea is to determine the Allan variance parameter of each main stochastic error component at the given sampling interval at first, then to deduct a set of corresponding frequency error series and superpose them together. The computer numerical simulation approach and the experimental results are given. This research provides related both theoretical reference and practical design for the development of an integrated design, test and evaluation platform such as a GPS signal simulator.

**Key words** GPS, Frequency stability, Crystal oscillator, Monte Carlo simulation, Allan variance

### 1 引言

GPS(Global Positioning System) 系统的高精度导航、授时和测地功能是建立在对 GPS 卫星信号的传播时间的精密观测基础上的。GPS 接收机中参考频率源的好坏对整个接收机性能有着诸多影响。导航型 GPS 接收机中普遍采用短期频率稳定度在百万分之几量级的晶振,由其造成的等效观测量误差较之卫星和信号传播部分以及接收机热噪声引起的误差是不容忽视的<sup>[1]</sup>。在 GPS 系统实验研究中,在 GPS 信号模拟器,尤其是接收机中频信号模拟器研制过程中,对其进行深入研究,对频率和相位误差进行精确模拟是非常重要的。通过模拟各种不同噪声特性的晶振输出信号,可以为接收机设计和性能评估提供逼真的测试环境。

本文首先分析了晶振误差的影响、误差成分及其特性和表征,在此基础上提出了一种对影响 GPS 系统性能的晶振各项主要频率噪声进行完整的计算机数值模拟的方法,论述了其理论

<sup>1</sup> 2003-04-11 收到, 2003-09-18 改回

国家自然科学基金资助项目(批准号 60027001)

依据和实现步骤；最后给出了所模拟出的晶振 Allan 方差图、不同取样间隔下的频率误差曲线以及同一取样间隔下的各主要误差项的仿真结果，说明本文方法的可行性。

## 2 晶振误差对 GPS 接收机性能的影响分析

GPS 接收机利用测得的 3 颗以上卫星的观测信息建立导航方程组求得其天线相位中心处的位置、速度和时间 (PVT) 解，在信号接收过程中其参考频率源的误差产生的接收机钟差将直接叠加在伪距或载波相位观测量上。由于其值相对较大，且很难像其它误差项那样能找到足够精确的实时误差模型来消除其影响。一般在接收机导航定位计算的过程中将其作为未知项与三维 (或二维) 位置项一起代入导航方程组求解。这样需要增加一颗卫星的观测信息，从而影响到 GPS 接收机的定位能力。

晶振的功耗、体积和重量、可靠性等对 GPS 接收机的影响是显而易见的。晶振的起振预热时间将影响接收机的首次定位时间 (Time To First Fix, TTFF)，其 0.1 s~100 s 意义上的短期频率稳定性影响接收机的  $\Delta$  伪距测量精度、动态性能和抗干扰能力，约 15 min 意义上的短期频率稳定性影响其后续的定位时间，相位噪声 (即瞬时频率稳定性) 则影响码环和载波环的噪声容限、数据解调和跟踪性能。以 Zarlink 公司的 GP2010 或 GP2015 射频前端芯片及其推荐使用的 10 MHz 温度补偿晶振 (TCXO) 为例，晶振标称频率为  $f_{\text{OSC-nom}} = 10 \text{ MHz}$ ，其在不同情况下的频率误差，对应的 GPS L1 载波卫星信号经过三级下变频和欠采样后，形成的数字伪中频信号误差  $f_{\text{IFA-err}}$  (与晶振输出标称频率的大小成正比)，以及对接收机性能的影响如表 1 所示 [2-4]。

表 1 晶振误差对接收机性能的影响

晶振频率误差 $\frac{f_{\text{OSC-err}}}{f_{\text{OSC-nom}}}$	对应的中频误差 $f_{\text{IFA-err}}$	对接收机性能的影响
启动时的小频差 (> 0.3 ppm)	> 473 Hz	初始搜索错误的多普勒频移单元 (即使所存星历数据足够新)，使捕获时间和 TTFF 延长
大的频差 (> 50 ppm)	> 79000 Hz	下变频中引起大的频差，导致 $\pm 1.023 \text{ MHz}$ 的有用 GPS 信号成分被带通滤波器滤除
<< 0.1 ppm 的频率突变	<< 158 Hz	C/A 码失锁 (虽然频差小，但使瞬时采样点落在错误码元上)
加速敏感性 ( $\sim 5 \times 10^{-9} / \text{g}$ )	$\sim 7.884127 \text{ Hz/g}$	高动态环境下的多普勒频移误差
电源噪声引起的大范围的频率调制	N/A	增加带外噪声，使接收信号失真，信噪比降低

## 3 晶振的有关误差特性及其表征

晶振输出受时间、温度、加速度、冲击、振动、电源波动等各种条件的影响，误差特性非常复杂。幅度起伏的影响在 GPS 接收机中经过限幅滤波之后基本消除。晶振典型的输出频率变化的示意图见文献 [3]。因 GPS 时间信号本身具有良好的长期频率稳定度，实用中常用于晶振校准和频标传递，在 GPS 接收机中晶振的长期频率稳定性 (主要指老化特性) 的影响基本可以消除。这里着重考虑短期频率稳定性的影响。

晶振中的非确定性 (随机) 噪声类型主要包括频率随机游走 (由环境因素如机械冲击、振动和温度起伏引起的频率的随机漂移)、频率闪烁噪声 (主要为谐振腔噪声和 / 或有源器件噪声)、频率白噪声 (即相位随机游走)、相位闪烁噪声、相位白噪声 (主要由运放和元器件引起)，相应的噪声频域模型为 5 种幂率谱模型：

$$S_y(f) = h_2 f^2 + h_1 f + h_0 + h_{-1} f^{-1} + h_{-2} f^{-2}, \quad 0 < f < f_h \quad (1)$$

式中  $f_h$  为晶振输出的频率上限,  $S_y(f)$  为频率偏差的谱密度,  $h_2$  为相位白噪声项,  $h_1$  为相位闪烁项,  $h_0$  为频率白噪声项,  $h_{-1}$  为频率闪烁项,  $h_{-2}$  为频率随机游走项。

晶振频率的随机起伏并不呈平稳的正态分布, 因此常用阿仑 (Allan) 方差取代传统的标准方差来表征频率稳定度。Allan 方差基于时域描述相邻两次测量的频率差值的方差, 表征短期频率稳定度的无间歇 Allan 方差的表达式为 [3]

$$\sigma_y^2(\tau) = \langle (y_{i+1} - y_i)^2 \rangle = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2(n-1)} \sum_{i=1}^{n-1} (y_{i+1} - y_i)^2 \quad (2)$$

式中  $\langle \cdot \rangle$  表示时间平均,  $n$  为取样个数,  $\tau$  为取样间隔,  $y_i$  为第  $i$  次取样测得的频率。

Allan 方差也可以用时间或相位测量来表示:

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2\tau^2} \langle (x_{i+2} - 2x_{i+1} + x_i)^2 \rangle = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2(n-2)\tau^2} \sum_{i=1}^{n-2} (x_{i+2} - 2x_{i+1} + x_i)^2 \quad (3)$$

式中  $x_i$  为第  $i$  次取样测得的时间 / 相位误差。

Allan 方差可以覆盖振荡器所有的噪声过程, 可直接同功率谱密度相互转换, 易计算, 且用于噪声估计比快速傅里叶变换更快、更精确。晶振误差时域与频域表征的换算关系为

$$\sigma_y^2(\tau) = 2 \int_0^\infty S_y(f) \left[ \frac{\sin^2(\pi f \tau)}{\pi f \tau} \right]^2 df \quad (4)$$

## 4 晶振误差的计算机数值模拟方法

晶振误差成分较多, 误差特性复杂, 各项误差的产生机制尚有待于进一步探索。用人工的方法合成晶振频率噪声, 目前还没有很好的数学模型。本文的基本思路是由 Allan 方差反演晶振各主要噪声成分的频率误差序列, 然后叠加在一起。在确定了晶振输出各主要噪声成分在给定取样间隔上的 Allan 方差之后, 对于相位白噪声、频率白噪声和随机游走噪声, 根据其噪声特性可以推导出相应的正态分布随机序列的方差, 故而可以采用蒙特卡罗 (Monte Carlo) 模拟方法 [5], 即首先在计算机中产生模拟所需的正态分布随机数, 然后经过一定的递推产生相应噪声项的频率误差模拟序列; 对于闪烁噪声直接递推比较困难, 需要另寻它法。

由计算机很容易产生方差为 1 的标准正态分布随机数  $p_k$ , 则方差为  $\sigma_a^2$  的正态分布随机数为  $a_k = \sigma_a \cdot p_k$ 。以下记取样间隔为  $\tau$ , 模拟产生的频率数据为  $y_k$ , 相位数据为  $x_k$ , 则有

$$x_k = x_{k-1} + y_k \cdot \tau, \quad y_k = (x_k - x_{k-1}) / \tau \quad (5)$$

### 4.1 Allan 方差的分解和确定

为了模拟任意取样时间间隔上的频率噪声序列, 首先需要计算其相应的 Allan 方差值。由式 (1)、式 (4) 可以推出 [1]:

$$\begin{aligned} \sigma_y^2(\tau) = & h_{-2} \frac{(2\pi)^2}{6} |\tau| + h_{-1} 2 \ln 2 + h_0 \frac{1}{2|\tau|} \\ & + h_1 \frac{1}{(2\pi\tau)^2} \{3[2 + \ln(2\pi f_h |\tau|)] - \ln 2\} + h_2 \frac{3f_h}{(2\pi\tau)^2} \end{aligned} \quad (6)$$

在已知 5 个典型时间间隔  $\tau$  上的 Allan 方差值的条件下, 可以由式 (6) 组成的方程组解算出  $h_{-2}, h_{-1}, h_0, h_1, h_2$  的值; 在已知 5 个以上 Allan 方差值时可采用最小二乘法进行求解。由此可以进一步计算任意  $\tau$  所对应的 Allan 方差值。

由于随机游走、频率闪烁噪声、频率白噪声、相位闪烁噪声、相位白噪声是相互独立的随机过程, 其和之方差可以表示为各项方差之和:

$$\sigma_y^2(\tau) = \sigma_{-2}^2(\tau) + \sigma_{-1}^2(\tau) + \sigma_0^2(\tau) + \sigma_1^2(\tau) + \sigma_2^2(\tau) \quad (7)$$

这里  $\sigma_{-2}^2(\tau)$ ,  $\sigma_{-1}^2(\tau)$ ,  $\sigma_0^2(\tau)$ ,  $\sigma_1^2(\tau)$ ,  $\sigma_2^2(\tau)$  分别代表频率随机游走、频率闪烁噪声、频率白噪声、相位闪烁噪声、相位白噪声对 Allan 方差的贡献, 对应于式 (7) 中的各项。将这 5 项噪声分开之后可以利用其各自的特性进行误差序列的反演 (见以下各小节)。

#### 4.2 相位白噪声的模拟

将  $x_k = a_k$  代入式 (3), 可以推得相位白噪声  $x_k$  的方差为  $\sigma_x^2 = \sigma_a^2 = (\tau^2/3)\sigma_2^2(\tau)$ , 则模拟相位白噪声项的相位数据为  $x_k = \sigma_a \cdot p_k$ , 频率数据为  $y_k = (\sigma_a/\tau)(p_k - p_{k-1})$ 。

#### 4.3 频率白噪声的模拟

将  $y_k = a_k$  代入式 (2), 或将  $x_k = x_{k+1} + a_k\tau$  代入式 (3), 可以推得频率白噪声项的方差 (噪声功率) 为  $\sigma_y^2 = \sigma_a^2 = \sigma_0^2(\tau)$ , 则模拟频率白噪声项的频率数据为  $y_k = \sigma_a \cdot p_k$ , 相位数据为  $x_k = x_{k-1} + \sigma_a \cdot p_k \cdot \tau$ 。

#### 4.4 频率随机游走噪声的模拟

频率随机游走项的频率可以采用时间常数为无穷大的高斯-马尔可夫一阶延迟噪声模型来模拟。将  $y_k = y_{k-1} + a_k$  代入式 (2), 可以推得  $\sigma_a^2 = 2\sigma_{-2}^2(\tau)$ , 则模拟频率随机游走项的频率数据为  $y_k = y_{k-1} + \sigma_a \cdot p_k$ , 相位数据为  $x_k = 2x_{k-1} - x_{k-2} + \sigma_a \cdot p_k$ 。

#### 4.5 闪烁噪声的模拟

闪烁噪声 (即  $1/f$  噪声) 最显著的特征是功率谱呈幂函数, 具有分形结构和长程相关性或自相似性。其模拟方法有几何插值法、小波合成法、分形布朗运动函数模型法、混沌模型法等, 或者由白噪声源通过模拟闪烁噪声滤波器的差分方程近似产生<sup>[5-9]</sup>。本文首先采用文献 [6] 中对均匀分布的随机序列进行几何插值的方法合成闪烁特性的噪声序列, 然后通过以下方法对晶振频率闪烁和相位闪烁噪声进行模拟, 以达到给定的频率范围内较好的逼近效果:

设所合成的归一化  $1/f$  噪声序列为  $b_k$ , 由式 (2) 同样的方法可计算其双采样方差  $\sigma_b^2(\tau)$ , 则模拟频率闪烁噪声的频率数据可取为  $y_k = [\sigma_{-1}(\tau)/\sigma_b(\tau)] \cdot b_k$ , 相位数据由式 (5) 可得。

设  $c_k = b_k - b_{k-1}$  的双采样方差为  $\sigma_c^2(\tau)$ , 则模拟相位闪烁噪声的频率数据可取为  $y_k = [\sigma_2(\tau)/\sigma_c(\tau)] \cdot c_k$ , 相位数据由式 (5) 可得。

另外, 对于加电启动、大的冲击和振动、温度骤变等条件下的晶振误差, 由于晶振的频率稳定度的恶化反映在相应的 Allan 方差的增大上, 仍然可以采用以上的反演和叠加的方法来模拟。

### 5 模拟仿真结果与结论

表示晶振短期频率稳定度的 Allan 方差的测量区间一般在  $1\mu\text{s}$ — $1000\text{s}$ , 表现目前典型晶振产品的最好稳定度的时间间隔在  $0.1\text{s}$ — $10\text{s}$ , 晶振厂家通常给出的是时间间隔为  $\tau = 1$  左右的 Allan 方差平方根值 (以下记为  $\text{sqrt}(\text{AVAR})$ )。我们以典型的  $10\text{MHz}$  TCXO 为待模拟的晶振, 利用上述方法在计算机上编程实现了晶振 5 项主要噪声特性的模拟程序。选定的典型 Allan 方差平方根值及其时间间隔 (参照厂家给定的频率稳定度指标和理论分析值) 如表 2 所示。

表 2 给定的典型 Allan 方差平方根值及其时间间隔

测量间隔 (s)	0.001	0.01	0.1	1	10	100	1000
$\text{sqrt}(\text{AVAR})$ (0.001 ppm)	435.37	46.183	5.7287	2	4.728	14.743	46.565

利用式 (6) 由最小二乘法计算出的各项噪声系数值如表 3 所示。

表 3 计算出的 Allan 方差各项噪声系数

$h_{-2}$	$h_{-1}$	$h_0$	$h_1$	$h_2$
$3.2945 \times 10^{-10}$	$4.1247 \times 10^{-19}$	$2.0589 \times 10^{-18}$	$8.239 \times 10^{-20}$	$6.8384 \times 10^{-26}$

计算出的 Allan 方差平方根值随测量间隔时间  $\tau$  的变化曲线如图 1 所示。图 1 中表现各噪声项的 Allan 方差平方根值变化已标出。在图 2, 图 3 中分别给出了模拟产生的  $\tau = 1\text{s}$  时的相位白噪声、相位闪烁噪声、频率白噪声、频率闪烁噪声、频率随机游走噪声项各自单独的相对频率误差曲线。比较可见, 在以上给定的典型参数下频率误差中起支配作用的是频率随机游走项。分别选定  $\tau = 0.1\text{s}$ ,  $\tau = 1\text{s}$  和  $\tau = 10\text{s}$ , 所模拟晶振输出频率误差序列如图 4 所示, 500 个模拟样值序列的 Allan 方差平方根验证值分别为  $\sigma_y(0.1) = 5.25 \times 10^{-9}$ ,  $\sigma_y(1) = 2.0196 \times 10^{-9}$ ,  $\sigma_y(10) = 4.7968 \times 10^{-9}$ 。比较表 2 可见本文所采用的方法较好地模拟了晶振的频率稳定度特性。图 2~ 图 4 中纵坐标表示的都是相对频率误差  $\Delta f/f_0$ , 无量纲; 横坐标的样本数乘以  $\tau$  即为时间  $t$  ( $\Delta f/f_0$  曲线的  $f_0$  为晶振的标称频率)。

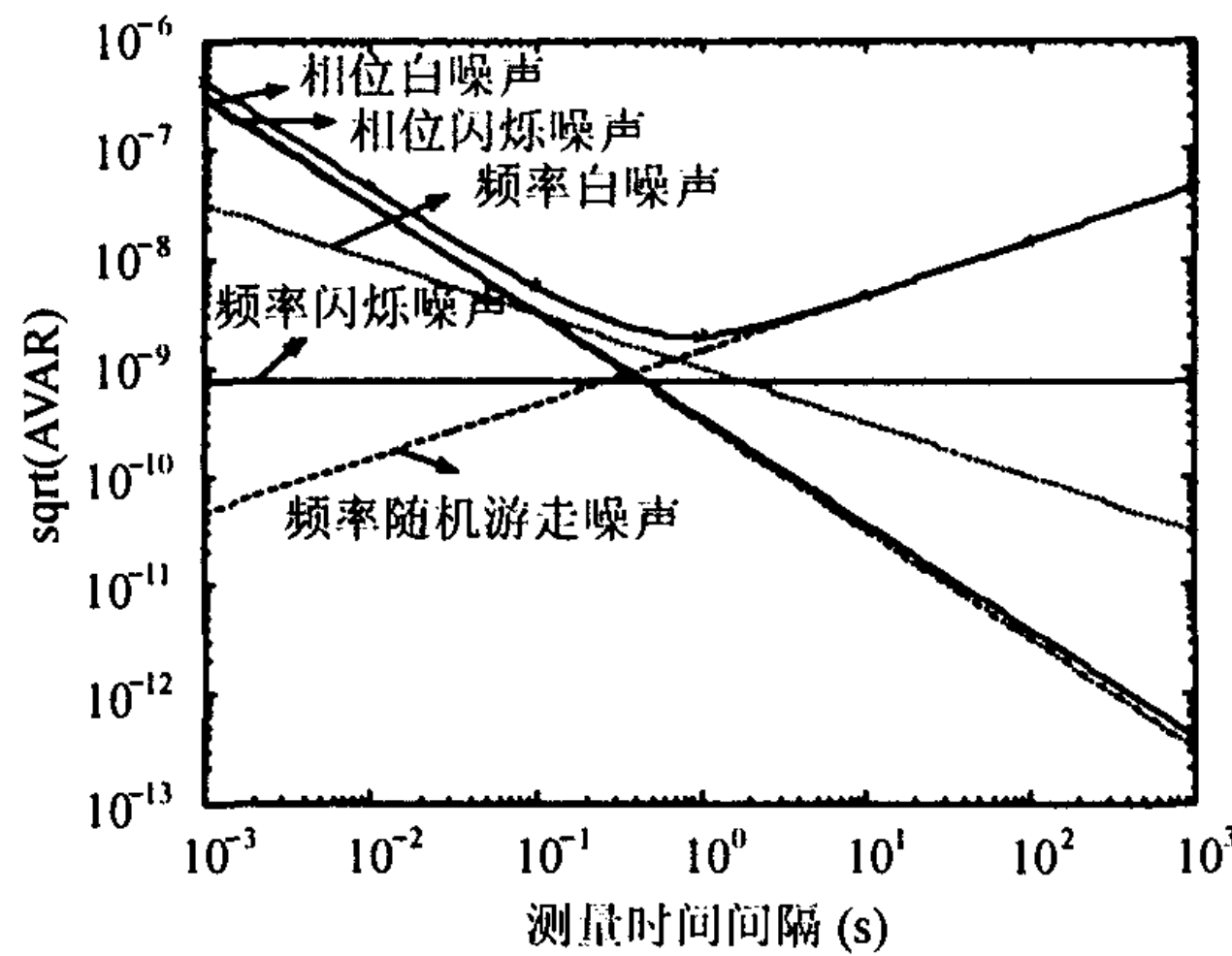


图 1 Allan 方差-时间曲线

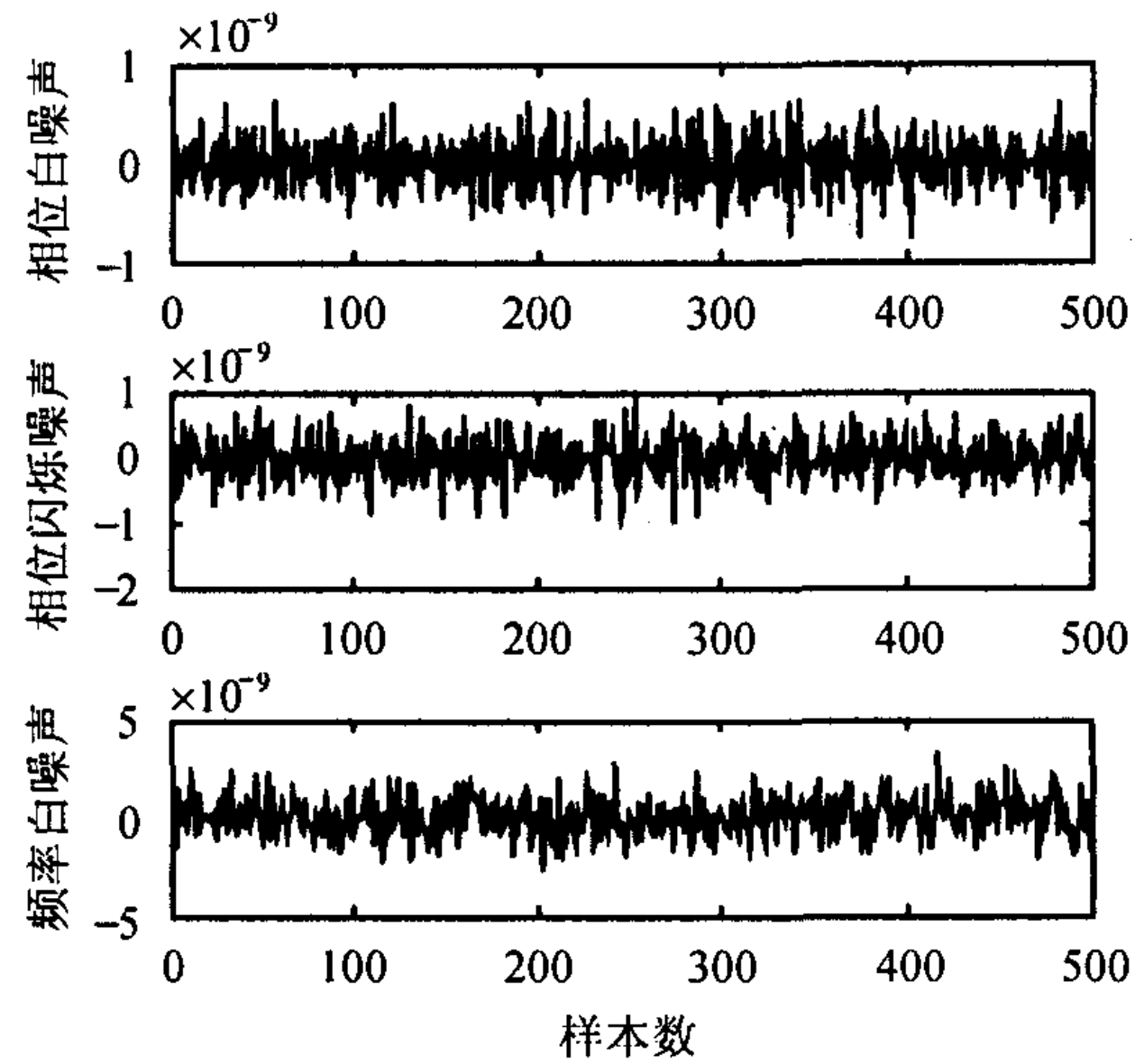


图 2  $\tau = 1\text{s}$  的相位白噪声、相位闪烁、频率白噪声项

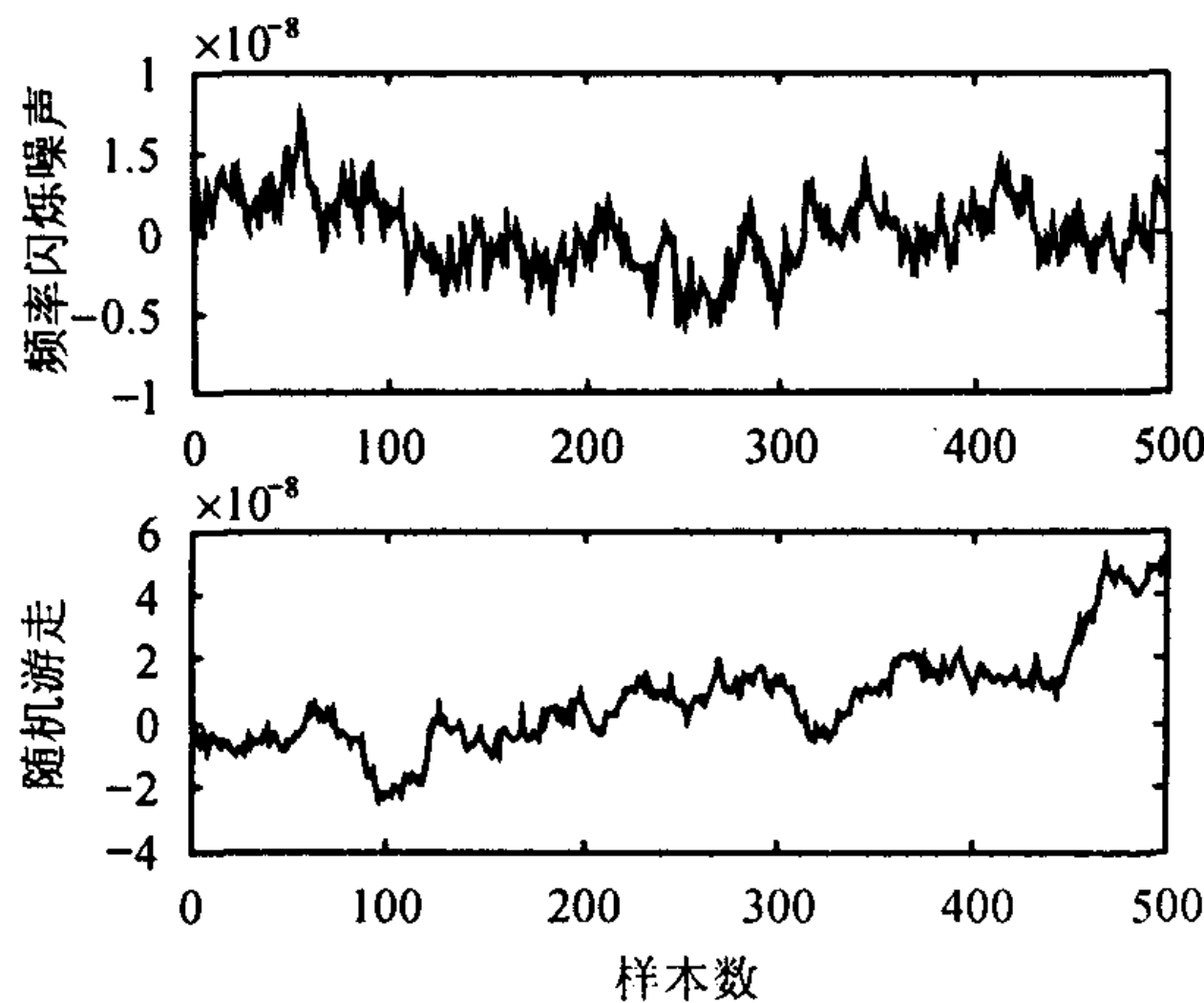


图 3  $\tau = 1\text{s}$  的频率闪烁、频率随机游走噪声项

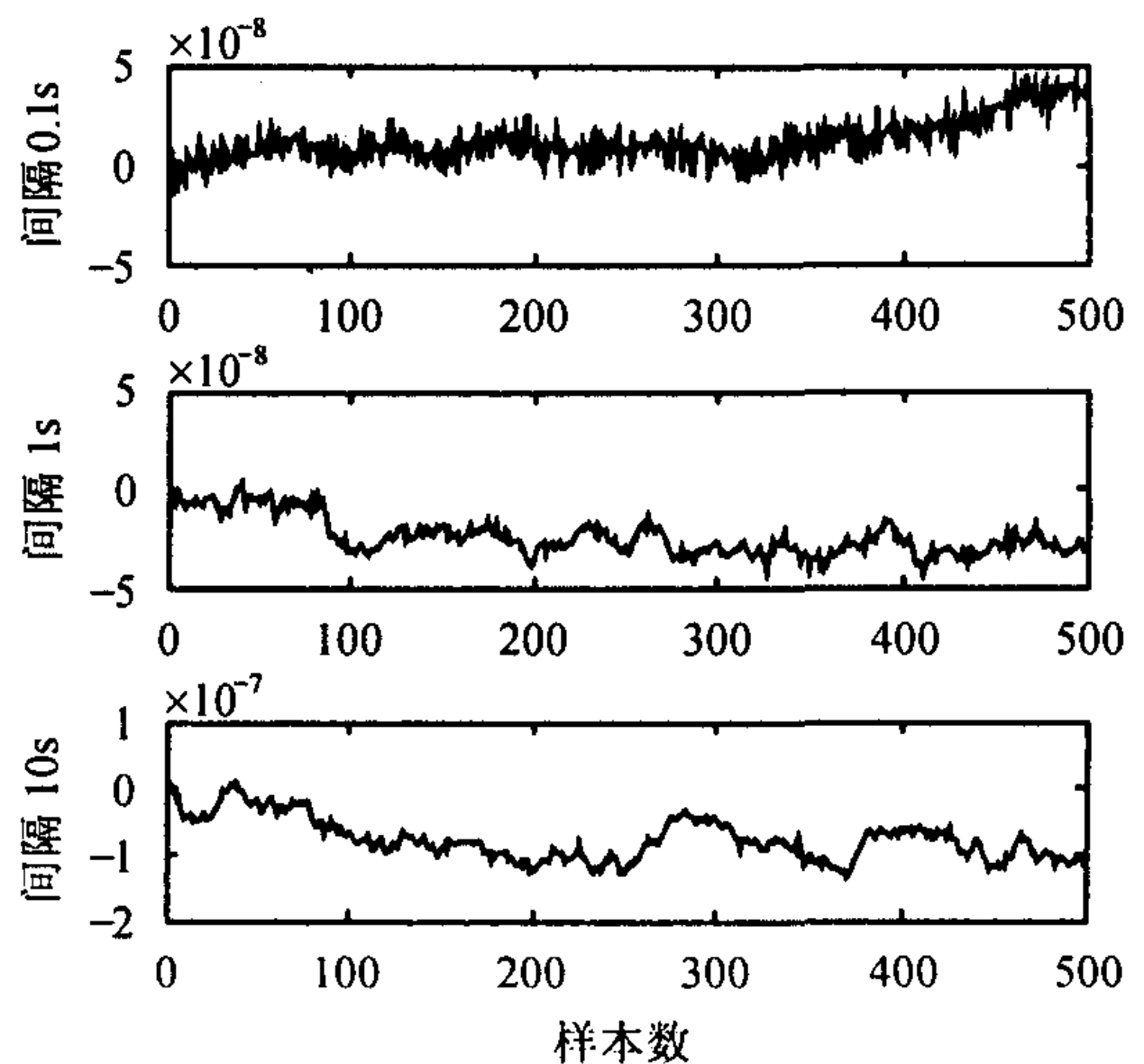


图 4 不同  $\tau$  下的  $\Delta f/f_0$  曲线

## 参 考 文 献

- [1] Parkinson B W, Spilker J J, Jr.. Global Positioning System: Theory and Applications (Volume I), Washington, AIAA, 1996, chapter 4, chapter 8.
- [2] Zarlink Semiconductor, GP2000 GPS receiver hardware design, Application Note AN4855 Issue 2.0 (Oct. 1999), <http://www.zarlink.com/appnotes/>, 2003, 1-54.
- [3] Vig J R. Quartz crystal resonators and oscillators for frequency control and timing applications—A tutorial, AD A328861 Rev. 8.4.2. U.S. Army Communications-Electronics Command (CECOM), Fort Monmouth, NJ 07703, USA, <http://www.ofc.com/catalog/vig/Vig-tutorial-files/>, Jan. 2000, chapter 4, chapter 8.
- [4] Corbell P M. Design and validation of an accurate GPS signal and receiver truth model for comparing advanced receiver processing techniques [MS thesis], AFIT, OH, March 2000, chapter 2.
- [5] 孙宏伟. 原子钟噪声的蒙特卡罗模拟方法. 陕西天文台台刊, 1996, 19(6): 33-37.
- [6] 冯爱明, 林敏. 利用几何插值法合成  $1/f$  噪声. 中国计量学院学报, 2002, 13(2): 109-112.
- [7] 林敏.  $1/f$  过程的小波合成. 电子测量与仪器学报, 2001, 15(2): 6-10.
- [8] 柯熙政. 原子钟噪声的多尺度分形特征. 电波科学学报, 1997, 12(4): 396-406.
- [9] 张强, 马润年.  $1/f$  过程的混沌模型. 信号处理, 2001, 17(5): 392-394.

寇艳红: 女, 1969 年生, 副教授, 在职博士生, 主要研究方向为卫星导航、智能交通、无线通信等.

张其善: 男, 1937 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为卫星导航、信息传输与处理、智能交通等.