

复数 FIR DF 设计的神经网络优化方法¹

赵 辉 虞厥邦*

(烟台东方电子集团中心研究所 山东烟台 264001)

*(电子科技大学电子技术系 成都 610054)

摘 要 本文基于人工神经网络 (ANN) 能量函数优化理论, 提出了一种 FIR 数字滤波器 (DF) 神经网络优化设计 (NNO) 方法的理论框架。该理论将实数与复数 FIR DF 设计工作统一起来。表征设计质量的加权均方误差被当作 ANN 能量函数, 由此导出 FIR-NNO 的 Lyapunov 方程。文中说明了算法实现的基本原则, 并给出了两个实数线性相位和一个复数非线性相位 FIR DF 设计实例。通过与其它几种方法的比较证明了该方法的有效性。

关键词 FIR 数字滤波器, 神经网络优化方法, 能量函数

中图分类号 TN713.7, TN-052

1 引 言

一维有限长冲激响应 (FIR) 数字滤波器 (DF) 可分为实数 (线性相位) 和复数 (非线性相位) FIR 两大类。尽管前者的计算机辅助设计 (CAD) 方法的研究已达到相当成熟的水平, 但近来仍不断有新的设计算法出现, 最近 DeXiang J.Xu 和 Michael L.Daley 就报告了将遗传算法 (GA) 用于 FIR DF 设计的研究结果^[1]。在近十年来 DF 的应用中, 复数 FIR DF 得到了特别的重视, 其原因主要基于以下三点: (1) 实数 FIR DF 本质上是实数的单边逼近, 因此它具有较小的过渡带易导致较大的幅频波纹和相位误差的缺点; (2) 通常在阻带内对 DF 的相位特性并不提出什么要求, 而实数 FIR DF 不可能对此有所权衡; (3) 在不少应用场合中, 已经提出了具有任意幅频任意相频特性的 FIR DF 的要求, 比如均衡器, 波束发生器, 地震迁移检测器等^[2,3], 而这种要求是实数 FIR DF 不能提供的。原来适用于实数 FIR DF 设计的诸多方法, 如 Chebyshev 最佳一致逼近法, Remez 算法, 梯度下降法, 频率抽样法等已被成功地移植到复数 FIR DF 设计中^[2,3]。

近十年来得到飞速发展的人工神经网络 (ANN)^[4,5] 理论被广泛地应用于各种优化设计中。在本文写作之前, 作者没有见到将神经网络优化方法 (NNO) 理论用于复数 FIR DF 设计的报道^[6], 因此本文将就此作一些探索, 希望这会有助于开辟数字滤波器新的设计途径。

2 FIR-NNO 的 Lyapunov 方程

设一个 DF 的理想频率响应为

¹ 1996-11-22 收到, 1997-07-18 定稿
国家教委博士点基金资助课题

$$H(j\omega) = H(\omega)e^{j\varphi(\omega)}, \quad \omega \in [-\pi, \pi]. \quad (1)$$

式中 $H(\omega) \leq 0$ 。考虑用一个 N 阶复数 FIR DF 来逼近它, 设其单位冲激响应为

$$h(i) = h_R(i) + jh_I(i), \quad i = 0, 1, \dots, N-1. \quad (2)$$

其频率响应表示为

$$H_F(j\omega) = \sum_{i=0}^{N-1} h(i)e^{-j\omega i}, \quad \omega \in [-\pi, \pi]. \quad (3)$$

由 (1)、(3) 式得

$$H(j\omega) = H(\omega) \cos \varphi(\omega) + jH(\omega) \sin \varphi(\omega), \quad (4)$$

$$H_F(j\omega) = \sum_{i=0}^{N-1} [h_R(i) \cos i\omega + h_I(i) \sin i\omega] + j \sum_{i=0}^{N-1} [h_I(i) \cos i\omega - h_R(i) \sin i\omega]. \quad (5)$$

在 $[-\pi, \pi]$ 上取 Q 个频率采样点 $\omega_q (q = 0, 1, \dots, Q-1)$, 并且为每一个 ω_q 设置一个权重系数 $a_q \geq 0 (q = 0, 1, \dots, Q-1)$ 。那么描述用 $H_F(j\omega)$ 逼近 $H(j\omega)$ 的加权均方误差可写成

$$e^2 = \frac{1}{A} \sum_{q=0}^{Q-1} a_q \left\{ \sum_{i=0}^{N-1} [h_R(i) \cos i\omega_q + h_I(i) \sin i\omega_q] - H(\omega_q) \cos \varphi(\omega_q) \right\}^2 + \frac{1}{A} \sum_{q=0}^{Q-1} a_q \left\{ \sum_{i=0}^{N-1} [h_I(i) \cos i\omega_q - h_R(i) \sin i\omega_q] - H(\omega_q) \sin \varphi(\omega_q) \right\}^2 \geq 0, \quad (6a)$$

$$A = \sum_{q=0}^{Q-1} a_q. \quad (6b)$$

显然, 如果 e^2 为 0, 那么设计出的 FIR DF 的频率响应在 $\omega_q (q = 0, 1, \dots, Q-1)$ 点上幅频响应和相频响应两方面都严格地等于 $H(j\omega_q)$ 。由于 N 有限, e^2 通常不可能为 0, 因此我们的任务在于寻找一种有效的算法使 e^2 尽量地小。由 (6) 式知, a_q 取值的大小表达了对其对应的 ω_q 点的重视程度, a_q 取值越大则要求在 ω_q 附近频域内 $H_F(j\omega)$ 越严格地逼近 $H(j\omega)$ 。

为解决使 e^2 最小的问题, 构造具有 $2N$ 个神经元的 Tank-Hopfield 网络。神经元的状态为 $h_R(j), h_I(j) (j = 0, 1, \dots, N-1)$, 网络的 Lyapunov 方程为

$$\frac{dh_R(j)}{dt} = \sum_{i=0}^{N-1} W(i, j)h_R(i) + \sum_{i=0}^{N-1} T(i, j)h_I(i) + I_R(j), \quad (7a)$$

$$\frac{dh_I(j)}{dt} = \sum_{i=0}^{N-1} W(i, j)h_I(i) + \sum_{i=0}^{N-1} T(j, i)h_R(i) + I_I(j), \quad (7b)$$

网络的连接权和输入表示为

$$W(i, j) = -\frac{2}{A} \sum_{q=0}^{Q-1} a_q \cos(i-j)\omega_q, \quad (7c)$$

$$T(i, j) = -\frac{2}{A} \sum_{q=0}^{Q-1} a_q \sin(i-j)\omega_q, \quad (7d)$$

$$I_R(j) = \frac{2}{A} \sum_{q=0}^{Q-1} a_q H(\omega_q) \cos[j\omega_q + \varphi(\omega_q)], \quad (7e)$$

$$I_I(j) = \frac{2}{A} \sum_{q=0}^{Q-1} a_q H(\omega_q) \sin[j\omega_q + \varphi(\omega_q)]. \quad (7f)$$

定理 以 (6) 式为能量函数的神经网络 (7) 式稳定收敛。

证明 首先求能量函数 e^2 对神经元状态 $h_R(j)$, $h_I(j)$ 的偏微分:

$$\begin{aligned} \frac{\partial e^2}{\partial h_R(j)} &= \frac{2}{A} \sum_{q=0}^{Q-1} a_q \left\{ \sum_{i=0}^{N-1} [h_R(i) \cos i\omega_q \cos j\omega_q + h_I(i) \sin i\omega_q \cos j\omega_q] - H(\omega_q) \cos \varphi(\omega_q) \cos j\omega_q \right\} \\ &\quad + \frac{2}{A} \sum_{q=0}^{Q-1} a_q \left\{ \sum_{i=0}^{N-1} [-h_I(i) \cos i\omega_q \sin j\omega_q + h_R(i) \sin i\omega_q \sin j\omega_q] + H(\omega_q) \sin \varphi(\omega_q) \sin j\omega_q \right\} \\ &= -\sum_{i=0}^{N-1} W(i, j) h_R(i) - \sum_{i=0}^{N-1} T(i, j) h_I(i) - I_R(j). \end{aligned} \quad (8)$$

同理

$$\frac{\partial e^2}{\partial h_I(j)} = -\sum_{i=0}^{N-1} W(i, j) h_I(i) - \sum_{i=0}^{N-1} T(i, j) h_R(i) - I_I(j). \quad (9)$$

观察 (7a),(7b) 式和 (8), (9) 式, 有

$$\frac{\partial e^2}{\partial h_R(j)} = -\frac{dh_R(j)}{dt}, \quad \frac{\partial e^2}{\partial h_I(j)} = -\frac{dh_I(j)}{dt}. \quad (10)$$

如此有

$$\begin{aligned} \frac{de^2}{dt} &= \sum_{j=0}^{N-1} \left[\frac{\partial e^2}{\partial h_R(j)} \cdot \frac{dh_R(j)}{dt} + \frac{\partial e^2}{\partial h_I(j)} \cdot \frac{dh_I(j)}{dt} \right] \\ &= -\sum_{j=0}^{N-1} \left\{ \left[\frac{dh_R(j)}{dt} \right]^2 + \left[\frac{dh_I(j)}{dt} \right]^2 \right\} \leq 0. \end{aligned} \quad (11)$$

若

$$de^2/dt = 0, \quad (12)$$

则导致

$$dh_I(j)/dt = dh_I(j)/dt = 0. \quad (13)$$

由上可知, 定理成立。

证毕

稳定收敛的 ANN (7) 式的稳定点可能是全局极小或局部极小, 关于 Tank-Hopfield 网络的全局和局部极小的问题本文暂不作讨论。由上面的推导得知, 网络稳定点对应于能量函数 e^2 , 即 $H_F(j\omega)$ 逼近 $H(j\omega)$ 加权均方误差的极小点, 此时各神经元的状态值为我们的设计结果 (2) 式。

对于 N 阶实数 FIR-NNO 方法的推导这里忽略, 对应于 (6)、(7) 式的表达式只需将 $H_I(\cdot)$ 、 $I_I(\cdot)$ 两项取为 0 即可。注意, 对于实数因果 FIR DF, 通常取 $\omega_q \in [0, \pi)$ 。

3 算法实现

关于 Tank-Hopfield 网络计算机算法, 在各类文献中不乏报道^[4]。为说明 FIR-NNO 方法的有效性, 作者采用了经典的 Runge-Kutta 法对 Lyapunov 方程 (7) 式进行迭代。以下是实际应用中的指导原则。

迭代步长和网络初值 迭代步长取 0.55, 网络初值取 $(-10, 10)$ 中的随机数。

频率采样点 频率采样点 $\omega_q (q = 0, 1, \dots, Q-1)$ 为均匀采样点, 对于复数 FIR DF,

$$\omega_q = (q - 180)\pi/180, \quad q = 0, 1, \dots, Q-1; \quad Q = 360. \quad (14)$$

对于实数 FIR DF,

$$\omega_q = (q/180) \cdot \pi, \quad q = 0, 1, \dots, Q-1; \quad Q = 180. \quad (15)$$

权重系数 权重系数 $\{a_q\}$ 的取值遵循以下原则:

$$a_q = \begin{cases} = 0, & \text{当 } \omega_1 \text{ 处于过渡带;} \\ = 1, & \text{当 } \omega_q \text{ 处于通带;} \\ \geq 1, & \text{当 } \omega_q \text{ 处于阻带.} \end{cases} \quad (16)$$

应用结果表明, 采用以上原则是简明有效的。网络对初值随机性的反应并不敏感, 对同一设计目标的多次重复运算能够得到同一结果。

4 实例和比较

这里给出三个 FIR-NNO 方法的设计实例, 以及与其它方法的比较结果。

例 1 实数线性相位高通 FIR DF

要求逼近的理想频率和响应为

$$H(j\omega) = \begin{cases} e^{-j20\omega}, & \omega \in [0.4\pi, \pi); \\ 0, & \omega \in [0, 0.3\pi]. \end{cases} \quad (17)$$

设计的 FIR DF 为 41 阶, 以满足 (17) 式给出的线性相位条件。图 1 给出了当 $\{a_{sq} = 2\}$ (ω_q 处于阻带时的 a_q 取值) 时的幅频响应设计结果。

例 2 实数线性相位带通 FIR DF

要求逼近的理想频率响应为

$$H(j\omega) = \begin{cases} e^{-j26\omega}, & \omega \in [0.25\pi, 0.65\pi]; \\ 0, & \omega \in [0, 0.2\pi] \cup [0.7\pi, \pi]. \end{cases} \quad (18)$$

设计的 FIR DF 为 53 阶, 图 2 为幅频响应设计结果, 当 $\{a_{sq} = 2\}$ 。

事实上, (17)、(18) 式取自于文献 [7] 之例 1, 表 1 给出的比较数据对应于文献 [7] 表 II。由表可知, NNO 方法的性能可与比 Parks-McClellan 算法 [6] 相比。若对本文所提的实现算法进行优化, 可望获得更好的结果。

表 1 FIR-NNO 方法与两种其它方法设计实数线性相位 FIR DF 的最佳设计结果比较

类型	长度	$\omega_{p1}(\pi)$	$\omega_{p2}(\pi)$	$\omega_{s1}(\pi)$	$\omega_{s2}(\pi)$	方法	$\delta_p(\text{dB})$	$\delta_{s1}(\text{dB})$	$\delta_{s2}(\text{dB})$	设计时间 (s)**
高通	41	0.3994	N/A	0.3017	N/A	①	0.0976	38.94	N/A	10.45
						②	0.0985	37.99	N/A	0.97
						NNO*	0.0981	38.13	N/A	1.1
带通	53	0.2490	0.6503	0.2012	0.6985	①	0.3357	28.09	28.09	15.53
						②	0.3465	28.05	27.68	1.05
						NNO*	0.3216	28.03	28.02	1.7

① 修正频率采样法, ② Parks-McClellan 变换法; * $\{a_{sq} = 2\}$, ** 工作平台 SUN SPARC2 工作站。

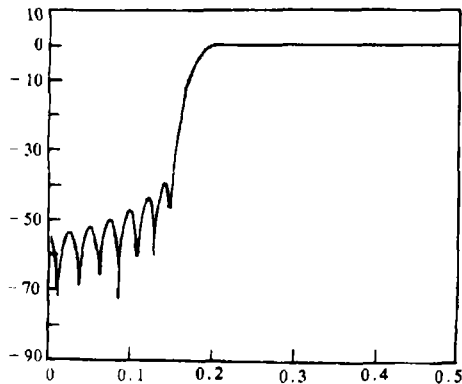


图 1

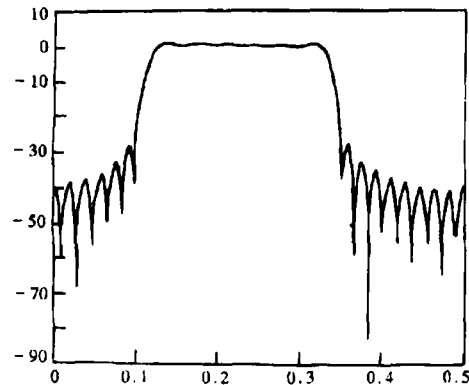


图 2

例 3 双带通复数 FIR DF

要求逼近的理想频率响应取自文献 [2](Chebyshev 逼近法) 之例 2:

$$H(j\omega) = \begin{cases} 0.5e^{-j10\omega}, & \omega \in [-0.6\pi, -0.4\pi]; \\ e^{-j8\omega}, & \omega \in [0.2\pi, 0.8\pi]; \\ 0, & \omega \in [-\pi, -0.8\pi] \cup [-0.2\pi, 0]. \end{cases} \quad (19)$$

由 (19) 式知, 要求的 $H(j\omega)$ 在两个通带内具有不同的线性相位特性。为方便与文献 [2] 中的结果作比较, 设计的 FIR DF 也采用 25 阶。图 3 给出了不同 $\{a_{sq}\}$ 取值时的幅频响应设计结果, 其中实线对应于 $\{a_{sq} = 1\}$, 虚线对应于 $\{a_{sq} = 100\}$, 它表明 $\{a_{sq}\}$ 取值越大, 阻带

特性越好。对应于图 3 中之虚线的 FIR DF 的相频响应群延迟曲线在图 4 中给出, 它在两个通带内的最大误差分别为 0.0149, 0.0961。将图 3、图 4 与文献 [2] 的图 6(a)、6(b) 比较可知, 前者优于后者。

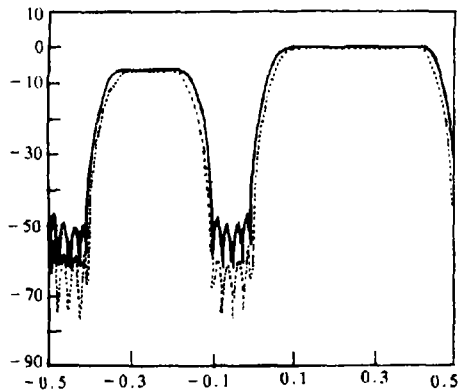


图 3

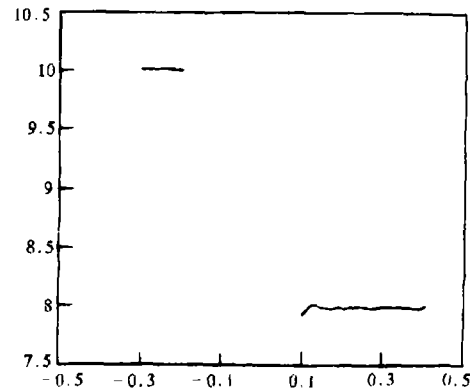


图 4

5 结束语

本文所提出的 FIR DF 神经网络优化设计方法, 概念清晰, 性能优良, 利于权衡不同频域的频响性能, 它将实数^[7]与复数 FIR DF 设计工作统一起来, 其有效性可比于或优于迄今所见的设计方法。事实上, 基于引入 NNO 方法设计 FIR 的目的, 本文采用了比较普通的 Tank-Hopfield 网络, 对网络 Lyapunov 方程的迭代也只用了经典的 Runge-Kutta 法, 而且对网络的局部极小问题也未加注意, 有理由相信, 对这些问题的深入研究, 将有助于进一步改善 FIR-NNO 方法的性能。

参 考 文 献

- [1] Xu D J, Daley M L. Design of optimal digital filter using a parallel genetic algorithm. IEEE Trans. on CAS- II, 1995, 42(10): 673-675.
- [2] Karam L J. Complex Chebyshev approximation for FIR filter design. IEEE Trans. on CAS- II, 1995, 42(3): 207-215.
- [3] Komodromos M Z, et al. Design of FIR filter with complex desired frequency response using a generalized Remez algorithm. IEEE Trans. on CAS- II, 1995, 42(2): 274-278.
- [4] 熊李成. 神经网络计算. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1993, 第二章.
- [5] Hopfield J J, Tank D W. Neural computation of decision on optimization problems. Bio. Cyb. 1985, 52(3): 141-152.
- [6] Lightstone M, et al. Efficient frequency-sampling design of one- and two-dimensional FIR filters using structural subband decomposition. IEEE Trans. on CAS- II, 1994, 41(3): 189-201.
- [7] Zhao H, Yu J-B. A novel neural network-based approach for design digital filters, in Proc. ISCAS' 97/IEEE, Hong Kong: 1997, 2272-2275.

A NOVEL NEURAL NETWORK-BASED APPROACH FOR DESIGNING COMPLEX FIR FILTERS

Zhao Hui Yu Juebang*

(Center Institute of Yantai Eastern Electronic Group, Yantai 264001)

*(University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054)

Abstract A novel complex FIR filter design approach based on Neural Network Optimization(NNO) technique is proposed in this paper. To demonstrate the feasibility of the NNO design approach, the weight least mean square criterion between the desired frequency response and the designed filter response is defined as the Lyapunov energy function of a continuous Hopfield network, and the network state equations are derived. The implementation of the NNO approach is described together with some design guidelines. A few design examples are given and the advantages of NNO approach over conventional methods are illustrated.

Key words FIR digital filter, Neural network optimization, Energy function

赵 辉: 男, 1963 年生, 博士, 山东烟台东方电子集团中心研究所副总工程师, 研究方向: 电路与系统、信号处理、神经网络理论及应用, 电力系统及其自动化。

虞厥邦: 男, 1932 年生, 教授, 博士生导师, 从事非线性电路与系统、神经网络理论及应用、电路 CAD 方面的研究及教学工作。