

高速 VLSI 电路中传输线瞬态响应的灵敏度分析¹

毛军发 李征帆

(上海交通大学电子工程系 上海 200052)

摘 要 本文用特征法分析计算高速 VLSI 电路中传输线的瞬态响应相对于传输线参数和终端负载参数的灵敏度,从而为 VLSI 电路信号连接线的优化设计提供了一个有用工具。传输线的终端负载可以为非线性,传输的信号形状可以任意,这是该方法区别于基于数值拉氏逆变换的灵敏度分析方法的最大特点。

关键词 VLSI 电路, 传输线, 特征法, 瞬态响应灵敏度

中图分类号 TN47, TN811

1 引 言

随着信号速度的提高和电路尺寸的减小,高速 VLSI 电路中信号连接线的传输线效应(如延时、耦合、畸变)已成为 VLSI 电路设计的瓶颈。对高速大规模集成电路,目前在集成芯片与芯片之间甚至芯片内的信号连接线上都可观测到明显的传输线效应。在严重情形下此种效应可以扰乱电路逻辑翻转的时机,破坏电路的正常工作状态^[1,2]。因此近十年来人们对传输线的瞬态响应做了大量的研究工作,旨在揭示传输线效应的内在机理,最大程度地消除其对高速 VLSI 电路工作状态的负面影响。为达此目的,传输线瞬态响应的研究可分为三个步骤。第一步为瞬态分析,即给定一传输线系统,分析计算其对高速脉冲信号的瞬态响应,认识传输线效应的表现形式和规律。第二步为瞬态响应的灵敏度分析,即分析计算瞬态响应随传输线参数(几何结构参数或分布电参数)以及终端负载参数的变化规律,寻找影响传输线效应的关键因素。第三步为传输线结构的优化设计,即在第一、第二步的基础上,寻找传输线的最佳结构参数,使传输线效应降低到最低限度,从而保证 VLSI 电路的正常工作。目前第一步的研究工作已有较多报道,方法比较成熟,第二、三步的研究则刚刚起步^[3,4]。

作为一个中间步骤,通过传输线瞬态响应灵敏度的分析,可以认识传输线效应与传输线参数以及终端负载参数的内在联系,为优化设计提供理论依据。最原始的灵敏度分析是微扰法,但此种方法精度差,效率低,不适合大规模电路的优化设计。文献[3-5]利用数值拉氏逆变换方法(NILT)作了灵敏度分析。NILT 方法的最大特点是各时间取样点上的灵敏度可以独立地分析计算,因此可以将分析集中在感兴趣的时间范围,提高分析效率。但该方法存在明显的不足,即不便处理非线性负载,应用范围受到限制。

本文提出了用特征法对传输线瞬态响应相对于传输线参数和终端负载参数的灵敏度进行分析。特征法是一种求解双曲型偏微分方程的有效方法,在传输线瞬态分析中已被广泛采用^[2,6,7],取得了很好的效果。本文利用特征法进行灵敏度分析的原理与用作瞬态分析时相似。首先从传输线瞬态响应所满足的电报方程出发,导出瞬态响应灵敏度所满足的偏微分方程;然后在两组特征线上将此偏微分方程转化为常微分方程,最后利用梯形数值积分法将各时间样点上

¹ 1995-01-03 收到, 1996-03-19 定稿
国家自然科学基金资助项目

的灵敏度按先后次序一步步解出。与 NIT 方法不同, 由于特征法直接在时域求解, 因此终端负载可以为非线性, 激励信号形状也可随机任意。文章最后给出了一个应用实例, 表明用特征法作灵敏度分析时效率高, 精度好, 从而为高速 VLSI 电路中信号连接线的优化设计提供了一个有用工具。

2 方法原理

限于篇幅以及为了叙述清楚, 本文只考虑单导体均匀 RLC 传输线瞬态响应灵敏度的分析, 且假定信号传输速度不随待分析参数变化。但与瞬态分析时一样, 本文方法可以推广到其他类型的传输线。在准 TEM 波近似下, 传输线上的信号满足电报方程:

$$\partial v(x, t) / \partial x = -L \partial i(x, t) / \partial t - R i(x, t), \quad (1a)$$

$$\partial i(x, t) / \partial x = -C \partial v(x, t) / \partial t, \quad (1b)$$

式中 $v(x, t)$, $i(x, t)$ 分别为传输线长度坐标 x , 时间 t 处的电压, 电流信号。设 p 为任一传输线参数或终端负载参数, 则 (1a), (1b) 式等号两边对 p 求偏导, 得

$$\frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x \partial p} = -\frac{\partial L}{\partial p} \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} - L \frac{\partial^2 i(x, t)}{\partial t \partial p} - \frac{\partial R}{\partial p} i(x, t) - R \frac{\partial i(x, t)}{\partial p}, \quad (2a)$$

$$\frac{\partial^2 i(x, t)}{\partial x \partial p} = -\frac{\partial C}{\partial p} \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} - C \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial t \partial p}. \quad (2b)$$

令

$$x - t / \sqrt{LC} = \alpha, \quad (3)$$

式中 α 为一实常数, 则由 (2a), (2b) 式可得

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial v(x, t)}{\partial p} + A i(x, t) + Z \frac{\partial i(x, t)}{\partial p} \right) = -B i(x, t) - F \frac{\partial i(x, t)}{\partial p}, \quad (4)$$

式中

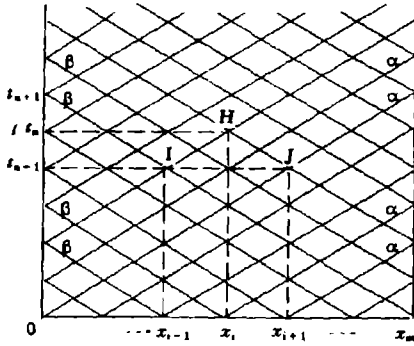
$$A = \partial \sqrt{L/C} / \partial p, \quad B = \partial (R / \sqrt{LC}) / \partial p, \quad Z = \sqrt{L/C}, \quad F = R / \sqrt{LC}. \quad (5)$$

显然, 若 p 为一终端负载参数, 则 $A = B = 0$ 。同样地, 令

$$x + t / \sqrt{LC} = \beta, \quad (6)$$

式中 β 为一实常数, 则由 (2a), (2b) 式, 可得

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial v(x, t)}{\partial p} - A i(x, t) - Z \frac{\partial i(x, t)}{\partial p} \right) = B i(x, t) + F \frac{\partial i(x, t)}{\partial p}. \quad (7)$$

图1 传输线的特征 α 线与 β 线

以上已将原来的偏微分方程 (2a), (2b) 式转化为分别在传输线的特征 α 线和 β 线上的常微分方程 (4) 式和 (7) 式。特征 α 线、 β 线则分别由 (3), (6) 式描述 (参见图 1)。 (4), (7) 两式中的 $\partial v(x, t)/\partial p$, $\partial i(x, t)/\partial p$ 即为待求的传输线电压响应 $v(x, t)$, 电流响应 $i(x, t)$ 相对于参数 p 的灵敏度。一般情况下 (4), (7) 式非解析可积, 而必须采用数值积分方法求解。本文采用一种梯形积分方法, 将 (4), (7) 式写成数值形式 (参见图 1), 分别得

$$\begin{aligned} \frac{\partial v(x_i, t_n)}{\partial p} + Z \frac{\partial i(x_i, t_n)}{\partial p} + Ai(x_i, t_n) + 0.5hF \frac{\partial i(x_i, t_n)}{\partial p} + 0.5hBi(x_i, t_n) &= \frac{\partial v(x_{i-1}, t_{n-1})}{\partial p} \\ + Z \frac{\partial i(x_{i-1}, t_{n-1})}{\partial p} + Ai(x_{i-1}, t_{n-1}) - 0.5hF \frac{\partial i(x_{i-1}, t_{n-1})}{\partial p} - 0.5hBi(x_{i-1}, t_{n-1}), \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v(x_i, t_n)}{\partial p} - Z \frac{\partial i(x_i, t_n)}{\partial p} - Ai(x_i, t_n) - 0.5hF \frac{\partial i(x_i, t_n)}{\partial p} - 0.5hBi(x_i, t_n) &= \frac{\partial v(x_{i-1}, t_{n-1})}{\partial p} \\ - Z \frac{\partial i(x_{i-1}, t_{n-1})}{\partial p} - Ai(x_{i-1}, t_{n-1}) + 0.5hF \frac{\partial i(x_{i-1}, t_{n-1})}{\partial p} + 0.5hBi(x_{i-1}, t_{n-1}), \end{aligned} \quad (9)$$

式中 h 为时间取样步长, $t_n = nh$, $n = 0, 1, 2, \dots$, $x_i = ih/\sqrt{LC}$, $i = 0, 1, 2, \dots, m$; 而 $m = D\sqrt{LC}/h$ 为传输线的分段数目, D 为传输线的长度。

如果关于传输线瞬态响应的初始条件 ($t=0$ 处) 已知, 则关于瞬态响应灵敏度的初始条件也可相应导出。又设传输线瞬态响应的边界条件为

$$f(v_b, i_b, p) = 0, \quad (10)$$

式中 v_b, i_b 分别为传输线终端电压和电流, f 表示一个任意实函数。 (10) 式对 p 求偏导, 可得传输线瞬态响应灵敏度分析的边界条件:

$$(\partial f/\partial v_b)(\partial v_b/\partial p) + (\partial f/\partial i_b)(\partial i_b/\partial p) + \partial f/\partial p = 0. \quad (11)$$

在传输线瞬态响应灵敏度分析的初始条件和边界条件求出后, 可仿照文献 [2] 中的分析过程, 按时间先后次序计算出各时间取样点上的灵敏度。注意对任何性质的实函数 f , (11) 式都是以瞬态灵敏度 $\partial v_b/\partial p$ 和 $\partial i_b/\partial p$ 为变量的线性函数。因此非线性电路瞬态响应灵敏度分析相当于在每个时间取样点上求解一个线性电路, 不须进行牛顿-辛普森迭代。另外, 待分析灵敏度的传输线参数 p 可以为电参数, 也可为传输线的几何参数, 其唯一的差别是对于不同类型的参数 p , (5) 式中的 A, B 具有不同的值。

3 应用实例

我们用上节给出的特征法计算了图 2 所示的传输线系统的瞬态响应的灵敏度。传输线分布电参数为

$$L = 309\text{nH/m}, \quad C = 144\text{pF/m}, \quad R = 2\Omega/\text{m}. \quad (12)$$

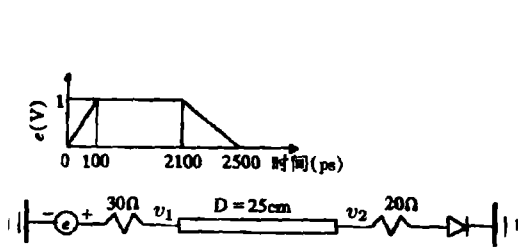


图 2 应用实例中的传输线系统

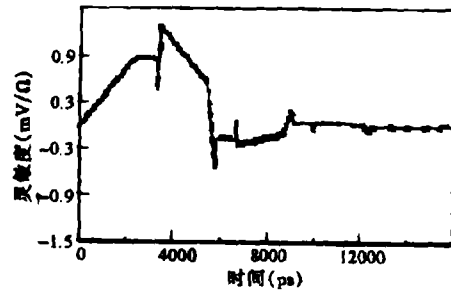


图 3 输入端电压 v_1 对分布电阻 R 的灵敏度
— 本文特征法；... 微扰法

在传输线输出端接有一个二极管，其伏安特性为

$$i = i_0(e^{v/v_0} - 1), \tag{13}$$

式中 $i_0 = 10\text{nA}$ 为反向饱和电流， $v_0 = 0.025\text{V}$ 为参数电压。输出端边界条件为

$$\frac{\ln(1 + i(D,t)/i_0)}{v_0} + 20i(D,t) - v(D,t) = 0. \tag{14}$$

作为一个实例，设参数 p 取为 i_0 ，则由 (14) 式可得灵敏度分析的边界条件：

$$\frac{1}{(i_0 + i(D,t)v_0)} \frac{\partial i(D,t)}{\partial i_0} + 20 \frac{\partial i(D,t)}{\partial i_0} - \frac{\partial v(D,t)}{\partial i_0} = \frac{i(D,t)}{(i_0 + i(D,t))i_0 v_0}. \tag{15}$$

用特征法得到的终端电压对于传输线分布电阻参数及二极管的 i_0 参数的灵敏度分别如图 3—图 5 所示。为了验证本文特征法的正确性，我们同时用微扰法计算了终端电压对于分布电阻参数的灵敏度，即令 $R' = R + 0.025R$ ，再一次解出瞬态电压，然后用两次电压之差除以 $0.025R$ ，得到微扰法的灵敏度，结果也在图 3, 图 4 中示出，显然与特征法的结果符合得很好。

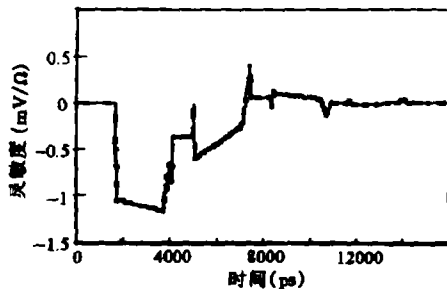


图 4 输出端电压 v_2 对分布电阻 R 的灵敏度
— 本文特征法；... 微扰法

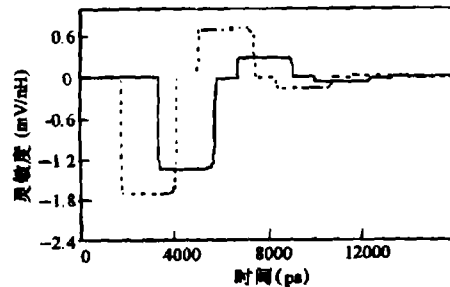


图 5 — 输入端电压 v_1 对二极管反向饱和电流 i_0 的灵敏度；... 输出端电压 v_2 对 i_0 的灵敏度

上述计算过程中时间步长 $h=20\text{ps}$ ，时间取样点数目为 800，在一 PC486 上用特征法计算电压响应及其对 R 和 i_0 的灵敏度共需 CPU 时间仅为 5s 左右，可见效率非常之高，适合于 VLSI 电路中信号连接线的优化设计。

4 结 束 语

本文利用数值特征法分析了用于高速 VLSI 电路中信号连接线的传输线瞬态响应的灵敏度。由于特征法直接在时域进行, 因此可处理任意非线性终端负载, 对激励信号的形状也无限制, 同时还具有精度高、效率高的特点, 为 VLSI 电路信号连接线的优化设计提供了一个有用工具。关于优化设计(即最大程度地消除延时, 畸变, 耦合等传输线效应)的研究, 本文作者将在以后陆续报道。

参 考 文 献

- [1] Djordjevic A R, Sarkar T K, Harrington R F. Time-domain response of multiconductor transmission lines. Proc.IEEE, 1987, 75(6): 743-765.
- [2] Mao J-F, Li Z-F. Analysis of the time response of multiconductor transmission lines with frequency-dependent losses by the method of convolution-characteristics. IEEE Trans. on MTT, 1992, MTT-40(4): 637-644.
- [3] Lum S, Nakhla M S, Zhang Q J. Sensitivity analysis of lossy coupled transmission lines. IEEE Trans. on MTT, 1991, MTT-39(12): 2089-2099.
- [4] Zhang Q J, Lum S, Nakhla M S. Minimization of delay and crosstalk in high-speed VLSI interconnects. IEEE Trans. on MTT, 1992, MTT-40(7): 1555-1563.
- [5] Rahal-Arabi T, Suarez-Gartner R. A frequency-domain technique for the optimization of the electrical performance of high speed multiconductor transmission-line networks in VLSI regimes. IEEE Trans. on CAS, part I, 1993, CAS-40(4): 262-296.
- [6] Branin Jr F H. Transient analysis of lossless transmission lines. Proc. IEEE, 1967, 55(11): 2012-2013.
- [7] Orhanovic N, Tripathi V K, Wang P. Generalized method of characteristics for time domain simulation of multiconductor lossy transmission lines, IEEE ISCAS-S, U. S. A.: 1990, 2388-2391.

TRANSIENT SENSITIVITY ANALYSIS OF TRANSMISSION LINES IN HIGH-SPEED VLSI CIRCUITS

Mao Junfa Li Zhengfan

(Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200052)

Abstract The characteristics method is introduced to analyze the transient sensitivity of transmission lines in high-speed VLSI circuits with respect to the transmission line parameters or terminal parameters, supplying a useful tool for the optimization design of interconnects in VLSI circuits. The characteristics method differs from the existing sensitivity analysis method based on the Numerical Inverse Laplace Transform(NILT) technique mainly in that the characteristics method can deal with nonlinear terminals and arbitrary transmitted signals.

Key words VLSI circuits, Transmission lines, Characteristics method, Transient sensitivity

毛军发: 男, 1965年生, 副教授, 博士, 主要从事高速集成电路互连线分析研究工作。

李征帆: 男, 1936年生, 教授, 博士生导师, 主要从事微波集成电路的电磁场分析和电路分析, 高速集成电路系统互连和封装电特性分析。