

## 瑞利-对数正态联合衰落下多跳宏分集的性能分析

程卫军 李育红 胡健栋

(北京邮电大学电信工程学院 北京 100876)

**摘要:** 基于多跳传输的特点, 提出了一种多跳宏分集。以 3 个基站构成的六边形宏分集为模型, 分别在纯阴影和联合衰落信道下研究了上行链路最大比合并(MRC)的 DPSK 误码率。分析表明, 新系统的性能要优于传统单跳宏分集系统, 多跳中继能增强系统性能随移动终端位置变化的鲁棒性, 对改善无线链路的可靠通信较有好处。

**关键词:** 多跳中继传输, 多跳宏分集, 瑞利-对数正态联合衰落

**中图分类号:** TN919.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-5896(2005)02-0247-04

## Performance Analysis of Multi-hop Macro-diversity in Rayleigh-Lognormal Composite Fading

Cheng Wei-jun Li Yu-hong Hu Jian-dong

(School of Telecom. Eng., Beijing Univ. of Posts and Telecom., Beijing 100876, China)

**Abstract** Based on the concept of multi-hop transmission, a multi-hop macro-diversity is presented. In pure lognormal and Rayleigh-lognormal composite fading channels, a hexagonal macro-diversity cellular system is investigated. The Maximum Ratio Combining (MRC) is considered for the uplink analysis of the Bit Error Rate (BER) for DPSK. Numerical results show that the performance of the new system outperforms that of the conventional single-hop macro-diversity system. The multi-hop relaying can enhance the robustness of system performance to the different location of one mobile station, and it is benefit to reliable communication of the radio link.

**Key words** Multi-hop relaying transmission, Multi-hop macro-diversity, Rayleigh-lognormal composite fading

### 1 引言

随着移动互联网的发展, 多跳中继传输已成为当今研究的热点<sup>[1]</sup>。它不是传统意义下的基站和移动终端间的直接通信, 而是借助一个或多个移动或固定的中继终端来传输信源的信息到目的终端, 从而形成以多跳串联信道和多路由并行信道为主的多跳无线网络。而宏分集是一种克服无线信道阴影衰落的方法, 通常用于两个或多个基站或无线端口同时服务于一个移动终端的系统<sup>[2]</sup>。目前, 有很多文献研究了宏分集和多跳传输的应用, 但对宏分集技术来说文献多以提高系统的分集增益为主<sup>[3]</sup>, 很少考虑降低系统发送功率和加强通信链路可靠性等问题。多跳传输具有降低系统功率, 增加容量和延伸覆盖等特点, 但它的研究以路由协议和业务的分析居多<sup>[4]</sup>, 多跳信道的特性分析也很少有文献涉及。本文基于宏分集和多跳传输的特点, 为改善宏分集通信链路的可靠性提出了一种多跳宏分集系统模型。在 3 个基站构成的六边形宏分集系统中, 一个移动终端与其最近基站直接通信, 而与其它较远的基站利用多跳中继建立通信链路。由于无线信道具有多径衰落和阴影效应, 文中分别考虑了在纯阴影和联合

衰落环境下多跳宏分集系统的误码率分析, 给出了与传统单跳宏分集系统性能的比较, 讨论了再生中继和非再生中继的性能。

### 2 系统模型

本文考虑如图 1 所示的六边形多跳宏分集拓扑结构。3 个基站 BS1、BS2 和 BS3 分别位于六边形不相邻的顶点, 采用 120° 定向天线。为分析方便, 我们仅研究两跳中继上行链路的情况。假定移动台 MS 和基站 BS1 直接通信, 与 BS2 和 BS3 的通信分别经中继移动台 RMS2 和 RMS3 中继传输。考虑到功率控制, 将分集区分为 A, B 和 C 3 个菱形。在菱形 A 中 MS 受 BS1 的功率控制; 在菱形 B 和 C 中, RMS2 和 RMS3 分别受 BS2 和 BS3 的控制。文中假设移动台 MS 和中继移动台 RMS 有相同的发送功率, 我们可简化模型如图 2 所示。

假设 MS 在时刻  $t$  发送双极性信号为  $x(t)$ , 则基站 BS1、中继移动台 RMS2 和 RMS3 的接收信号可分别写为

$$y_1(t) = \sqrt{\epsilon \cdot d_1^{-\beta}} \cdot h_1(t) \cdot x(t) + z_1(t) \quad (1)$$

$$r_m(t) = h_{m1}(t) \sqrt{\varepsilon \cdot d_{m1}^{-\beta}} x(t) + z_{m1}(t), \quad m \in \{2,3\} \quad (2)$$

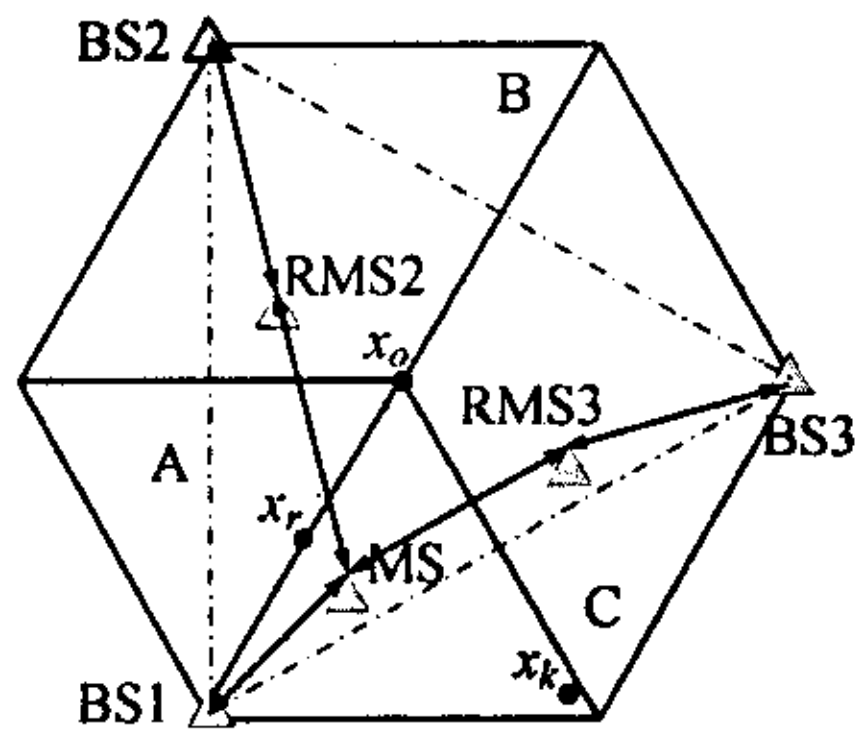


图1 六边形多跳宏分集拓扑图

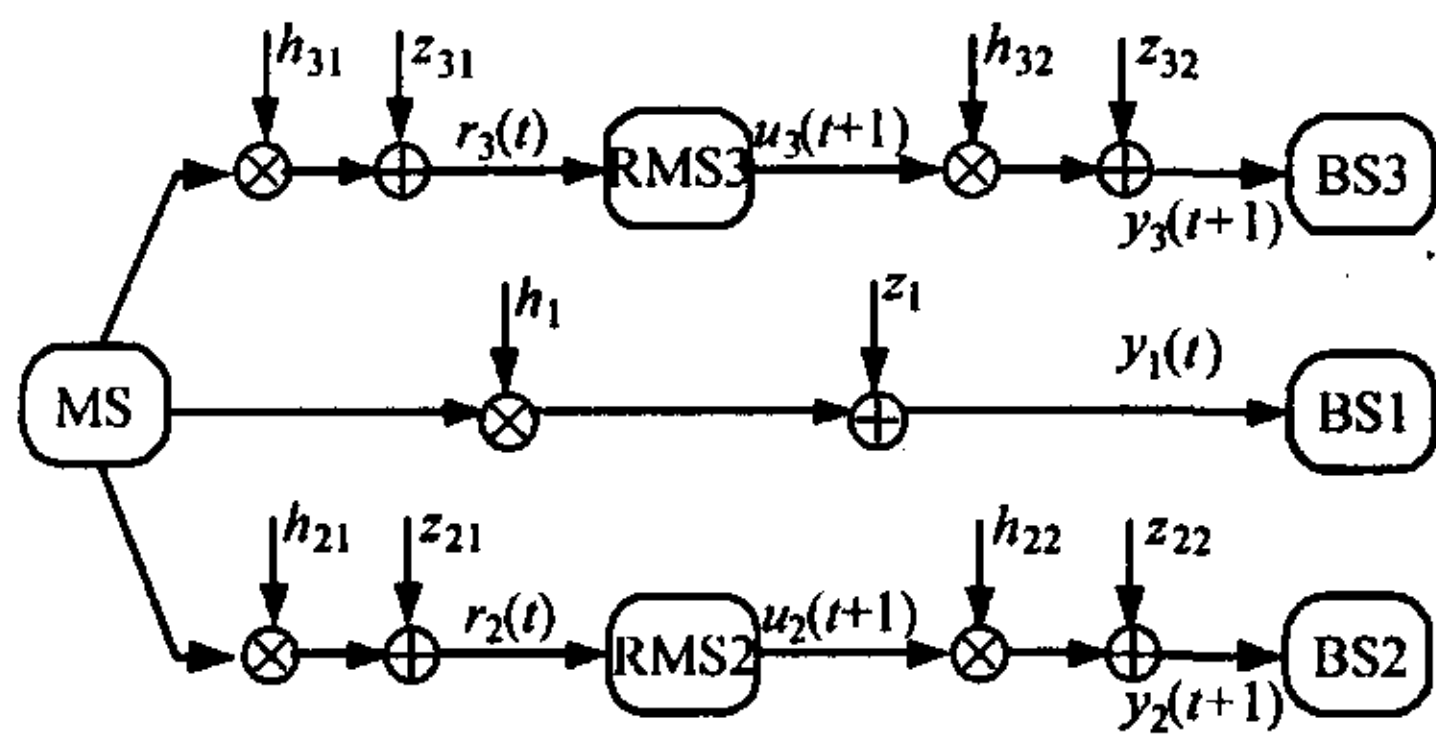


图2 多跳宏分集系统上行链路模型

考虑非再生中继的情况，中继移动台 RMS2 和 RMS3 在时刻  $t+1$  分别转发其接收信号样本， $u_m(t+1) = \alpha_m r_m(t)$ ，则基站 BS2 和 BS3 的接收信号为

$$y_m(t+1) = h_{m2}(t+1) \cdot \sqrt{d_{m2}^{-\beta}} \cdot u_m(t+1) + z_{m2}(t+1)$$

把式(2)代入上式可得

$$y_m(t+1) = \alpha_m h_{m1}(t) h_{m2}(t+1) \sqrt{\varepsilon \cdot d_{m1}^{-\beta} \cdot d_{m2}^{-\beta}} x(t) + \alpha_m h_{m2}(t+1) \sqrt{d_{m2}^{-\beta}} z_{m1}(t) + z_{m2}(t+1) \quad (3)$$

其中  $\varepsilon$  是 MS 发送信号的能量； $z_1(t)$ ， $z_{m1}(t)$  和  $z_{m2}(t+1)$  是加性噪声，具有零均值，方差分别为  $N_0$ ， $N_1$  和  $N_2$ ； $h_1(t)$ ， $h_{m1}(t)$  和  $h_{m2}(t+1)$  是信道的传输系数； $d_1$ ， $d_{m1}$  和  $d_{m2}$  分别是收发终端之间的距离； $\alpha_m$  是非再生中继的放大因子； $\beta$  为路耗指数，文中取  $\beta = 3$ 。

定义单跳无线信道的接收信噪比 (SNR) 为  $\gamma = \varepsilon \cdot |h(t)|^2 \cdot d^{-\beta} / N$ ， $h(t)$  是信道系数， $d$  为收发节点间的距离； $N$  为信道加性白噪声的方差。若采用文献[5]中最佳接收均衡的方法，可求得式(3)中输出信号  $y_m(t+1)$  的 SNR 为

$$\gamma_m = \gamma_{m1} \gamma_{m2} / (\gamma_{m1} + \gamma_{m2}) \quad (4)$$

其中  $\gamma_{m1}$  和  $\gamma_{m2}$  分别为两跳传输中前后子信道的 SNR。

在纯阴影环境下，由于单跳信道的接收 SNR 为对数正态随机变量，则其倒数也为对数正态随机变量，由文献[6]知多个对数正态随机变量之和可近似为一个对数正态随机变量，为此我们运用 Fenton Wilkinson 方法求得  $\gamma_m$  的概率密度函数(PDF)为

$$f(\gamma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \xi \sigma_m \gamma} \exp\left(-\frac{(10 \lg \gamma - u_m)^2}{2\sigma_m^2}\right) \quad (5)$$

其中  $u_m = (\ln N - 4 \ln M) / (2\xi)$ ， $\sigma_m = \sqrt{(\ln N - 2 \ln M) / \xi}$ ，

$$M = e^{-\xi u_{m1} + \xi^2 \sigma_{m1}^2 / 2} + e^{-\xi u_{m2} + \xi^2 \sigma_{m2}^2 / 2}$$

$$N = e^{-2\xi u_{m1} + 2\xi^2 \sigma_{m1}^2} + 2e^{-\xi u_{m1} + \xi^2 \sigma_{m1}^2 / 2} \cdot e^{-\xi u_{m2} + \xi^2 \sigma_{m2}^2 / 2}$$

$\sigma_{m1}$  和  $\sigma_{m2}$ ， $\mu_{m1}$  和  $\mu_{m2}$  分别为两跳中继前后子信道  $10 \lg \gamma_{m1}$  和  $10 \lg \gamma_{m2}$  的方差和均值(dB)， $\xi = (\ln 10) / 10 = 0.23046$ 。

在联合衰落环境下，因为  $\gamma_{m1}$  和  $\gamma_{m2}$  是独立的随机变量，在文献[7]中，我们已求得式(4)中  $\gamma_m$  的 PDF，即

$$f(\gamma) = \int_0^\infty \int_0^\infty f(\gamma | \Omega_{m1}, \Omega_{m2}) f(\Omega_{m1}) f(\Omega_{m2}) d\Omega_{m1} d\Omega_{m2} \quad (6)$$

其中

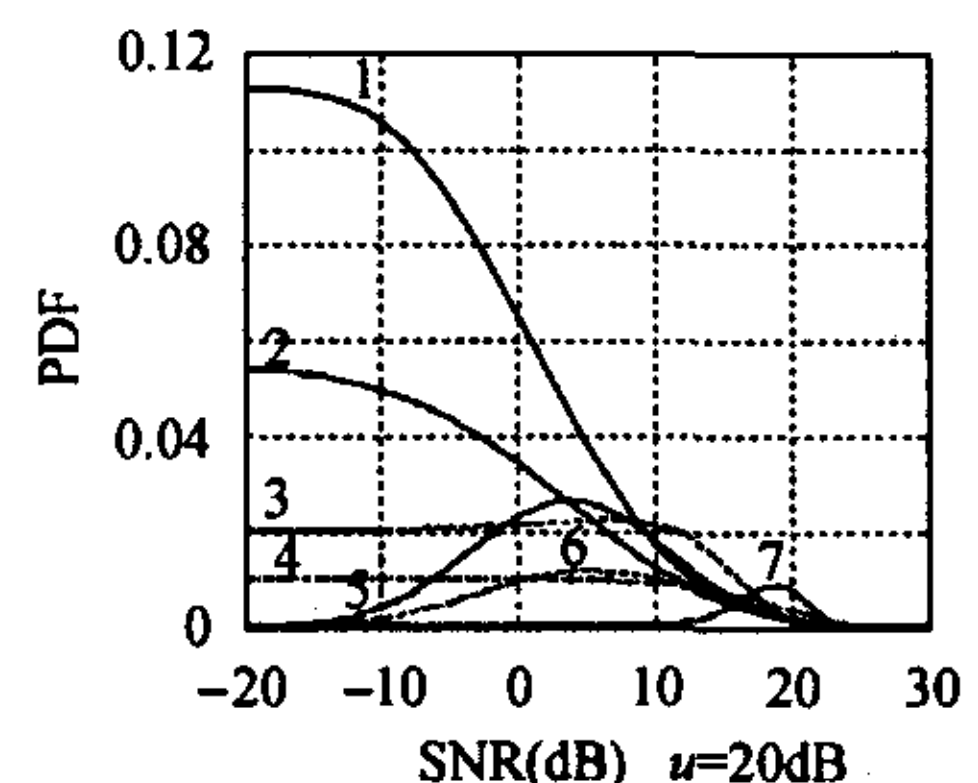
$$f(\Omega_{m1}) = \frac{1}{\xi \sqrt{2\pi} \sigma_{m1} \Omega_{m1}} \exp\left(-\frac{(10 \lg \Omega_{m1} - \mu_{m1})^2}{2\sigma_{m1}^2}\right)$$

$$f(\Omega_{m2}) = \frac{1}{\xi \sqrt{2\pi} \sigma_{m2} \Omega_{m2}} \exp\left(-\frac{(10 \lg \Omega_{m2} - \mu_{m2})^2}{2\sigma_{m2}^2}\right)$$

$$f(\gamma | \Omega_{m1}, \Omega_{m2}) = \frac{4\gamma}{\Omega_{m1} \Omega_{m2}} e^{-\gamma \frac{\Omega_{m1} + \Omega_{m2}}{\Omega_{m1} \Omega_{m2}}} K_0\left(\frac{2\gamma}{\sqrt{\Omega_{m1} \Omega_{m2}}}\right) + \frac{2\gamma(\Omega_{m1} + \Omega_{m2})}{\Omega_{m1} \Omega_{m2} \sqrt{\Omega_{m1} \Omega_{m2}}} e^{-\gamma \frac{\Omega_{m1} + \Omega_{m2}}{\Omega_{m1} \Omega_{m2}}} K_1\left(\frac{2\gamma}{\sqrt{\Omega_{m1} \Omega_{m2}}}\right)$$

$K_0(*)$  和  $K_1(*)$  分别为第二类零阶和一阶修正贝塞尔函数； $\sigma_{m1}$  和  $\sigma_{m2}$ ， $\mu_{m1}$  和  $\mu_{m2}$  分别为两跳中继前后子信道  $10 \lg \Omega_{m1}$  和  $10 \lg \Omega_{m2}$  的方差和均值(dB)。

由式(6)知，两跳传输信噪比的 PDF 无法进一步给出闭式解，在这里我们运用高斯厄密数值积分的方法给出如图 3 所示的 PDF 曲线，同时也给出了纯对数正态（单跳和两跳）、瑞利衰落（单跳和两跳）和 Nakagami ( $m=4$ ) 衰落时的曲线以做参考。



1 两跳联合衰落 5 两跳纯阴影衰落  
2 单跳联合衰落 6 单跳纯阴影衰落  
3 两跳瑞利衰落 7 Nakagami 衰落 ( $m=4$ )  
4 单跳瑞利衰落

图3 不同衰落信道下的PDF

### 3 性能分析

在这部分，我们将给出两跳传输非再生中继和再生中继的误码率分析，然后导出多跳宏分集非再生中继的误码率闭式解。

#### 3.1 非再生中继

在纯阴影环境下，由文献[8]和式(5)，我们可求得两跳

传输非再生中继接收 SNR 的矩生函数为

$$M_{\gamma_m}(s) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=1}^{N_p} H_n \cdot \exp(10^{(\sqrt{2}\sigma_m x_n + u_m)/10} s) \quad (7)$$

其中  $N_p$  为厄密多项式阶次, 文中取  $N_p = 100$ ;  $H_n$  为权重因子;  $x_n$  为厄密多项式的零点。

在联合衰落环境下, 由式(6)知, 两跳信道非再生中继接收信号信噪比的 PDF 是一个非闭式解, 若用此式求解矩生函数将比较繁琐而困难。我们若假设中继信道的两个子信道参数是独立同分布的, 可得到两跳信道接收信号 SNR 的近似 PDF, 即

$$f(\gamma) = \int_0^\infty \frac{2}{\Omega} e^{-\frac{2\gamma}{\Omega}} \frac{1}{\xi\sqrt{2\pi\sigma\Omega}} \exp\left(-\frac{(10\lg\Omega - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) d\Omega \quad (8)$$

其中  $\sigma$  和  $\mu$  分别为  $10\lg\Omega$  的方差和均值(dB)。

故求得相应的矩生函数如下:

$$M_{\gamma_m}(s) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=1}^{N_p} H_n \cdot (2/(2 - 10^{(\sqrt{2}\sigma x_n + u)/10} s)) \quad (9)$$

若考虑 DPSK 调制, 由文献[8], 可得两跳非再生传输的误码率为

$$P_e = (1/2)M_{\gamma_m}(-1) \quad (10)$$

### 3.2 再生中继

我们知道再生中继不同于非再生中继, 中继终端对接收的衰落信号要经过解码、再编码和转发的处理过程。该方式不传播噪声, 但每一个中继节点都有解码误差, 在整个多跳链路中存在误码累积。由于再生中继解码过程是相对独立的, 前后子信道不相关, 每一跳的性能决定于本身子信道的特性。

若设两跳传输前后子信道的误码率分别为  $P_{em1}$  和  $P_{em2}$ , 则由文献[9]知, 对二进制双极性信号发送, 在多跳解码时有负负得正的特性, 故两跳传输整个链路的误码率为

$$P_{em} = P_{em1} + P_{em2} - 2P_{em1}P_{em2} \quad (11)$$

其中  $P_{em1}$  和  $P_{em2}$  可分别由文献[8]中式(2.28)或(2.32)代入式(10)求得。

### 3.3 多跳宏分集

由图2所示的多跳宏分集上行链路模型, 假设基站为单天线接收, 不考虑微分集, 我们仅给出非再生中继的误码率分析。由分集最大比合并的定义知, 宏分集系统输出 SNR 为3个基站输出 SNR 之和<sup>[2]</sup>, 即

$$\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 \quad (12)$$

则输出信噪比的矩生函数为

$$M_{\gamma}(s) = \prod_{m=1}^3 M_{\gamma_m}(s) \quad (13)$$

把式(13)代入式(10)即可求得多跳宏分集非再生传输 DPSK 调制的误码率。

## 4 数值分析与讨论

根据上述分析, 我们对多跳宏分集的误码率做了数值计算和讨论。在图1所示宏分集模型中取3个不同位置的点, 即  $X_0$  位于宏分集的中心位置,  $X_k$  为六边形的一个顶点,  $X_r$  位于中心点和基站 BS1 连线的中点。在  $X_k$  处仅考虑移动终端 MS 和基站 BS2 间为两跳通信, 与其它两个基站直接通信。为分析方便, 我们假设六边形的边长  $R$  为单位长度, 两跳信道中继终端 RMS 位于原来单跳信道连线的中点。对阴影衰落, 取  $\sigma = 6\text{dB}$ 。

在图4中, 我们给出了传统单跳宏分集与多跳宏分集在纯阴影环境和联合衰落环境下的性能比较, 图中横坐标信噪比是以  $X_0$  处为参考的。从图中可看出, 尽管宏分集系统的误码率随移动终端的位置变化而不同, 但多跳宏分集系统的性能仍优于单跳宏分集系统。在  $X_r$  处  $P_e = 10^{-3}$  时, 多跳传输几乎提高了 3dB, 即使在  $X_k$  处也有 1dB 的改善。可见多跳中继对加强系统性能随位置变化的鲁棒性和改善链路的可靠通信很有好处。这个好处是由于多跳传输降低了系统的路径损耗而换取的。从图中也可看出, 纯阴影环境下的性能要优于联合衰落环境的性能, 并且前者的性能随信噪比的增加改善幅度较大, 而后者的性能却变化趋缓。这是由于宏分集适于跟踪慢变的本地平均功率而不是快变的瞬时信号功率的缘故, 联合衰落中增加的瑞利成分降低了系统性能。可见, 多跳宏分集不仅能有效克服纯阴影衰落, 而且对由多径引起的瑞利衰落也有改善。

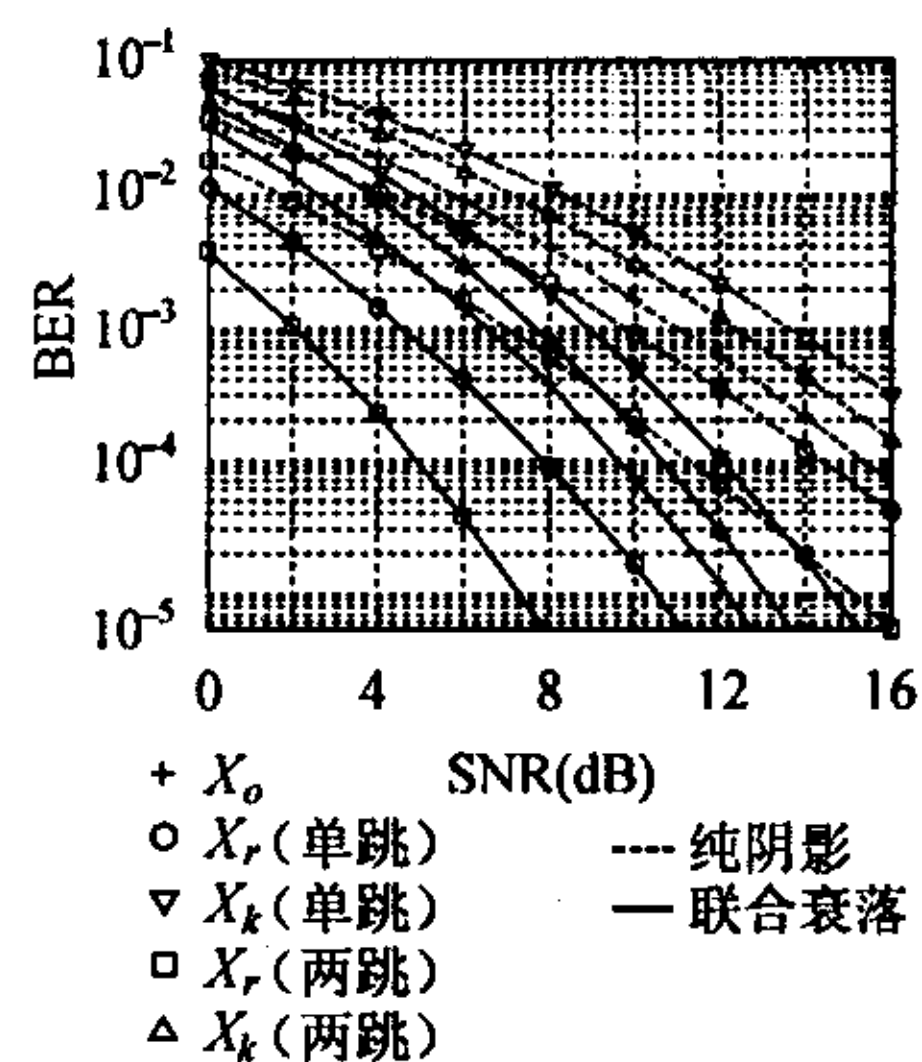


图4 多跳宏分集系统的误码率

图5中我们给出了宏分集系统移动终端 MS 位于  $X_r$  时误码率与阴影方差的关系, 多跳性能仅考虑非再生传输。从图中可看出, 系统性能随阴影程度的增加而恶化, 但仍可得到多跳优于单跳, 纯阴影优于联合衰落。图6给出了两跳传输再生中继和非再生中继的比较, 可看出在低信噪比区, 再生中继的性能略优于非再生中继, 随信噪比的增加, 两者性能趋于相似。

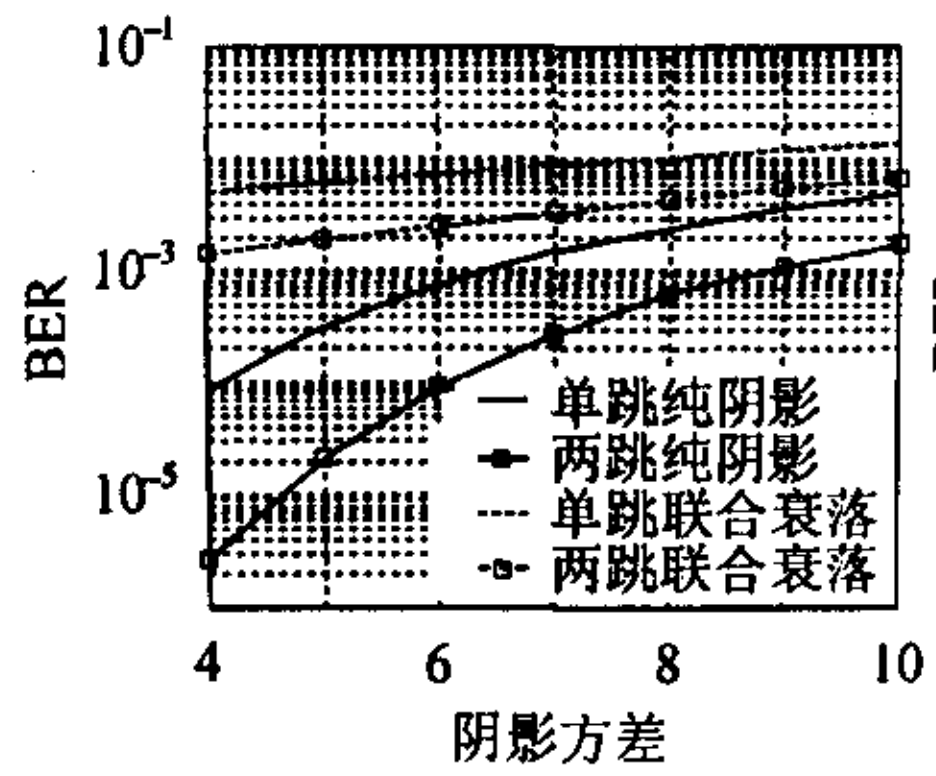


图5 宏分集系统误码率与阴影方差 $\sigma^2$ 的关系( $\bar{\gamma}=5\text{dB}$ )

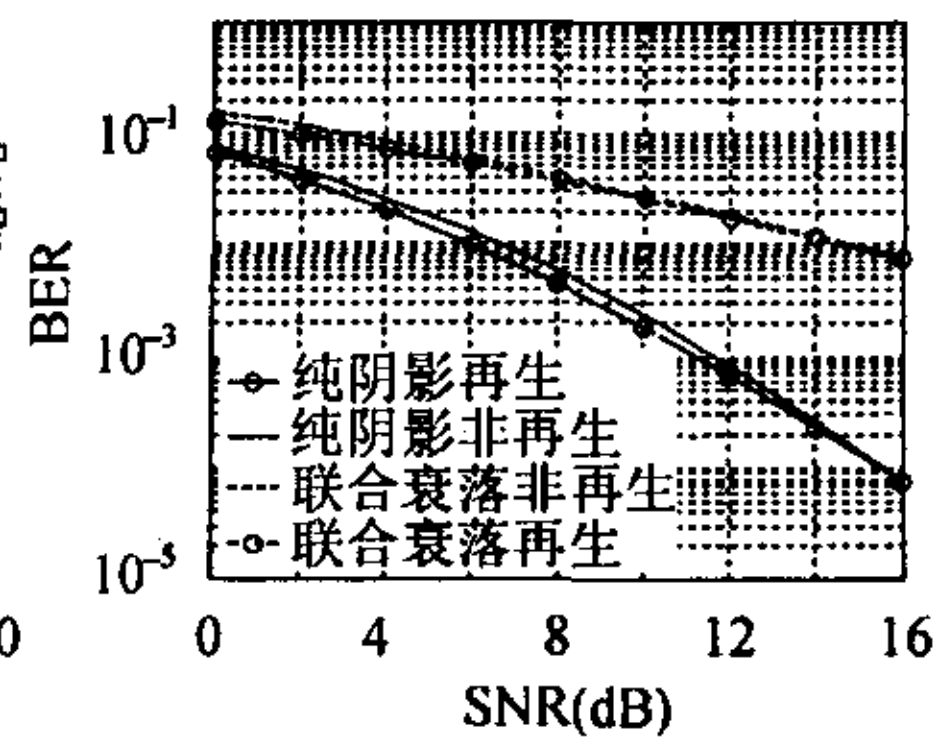


图6 两跳传输再生与非再生中继的误码率

## 5 结论

本文提出了一个多跳宏分集系统。在纯阴影和联合衰落环境下，以3个基站构成的六边形宏分集系统为模型，给出了两跳宏分集系统上行链路最大比合并的理论分析，讨论了系统性能与移动终端位置、不同阴影环境的关系，最后给出了两跳传输再生中继和非再生中继性能的比较。数值分析表明，两跳宏分集系统的性能优于传统的单跳宏分集系统，多跳传输可提高系统性能随移动终端位置变化的鲁棒性。另外，虽然本文的研究改善了传统宏分集的性能，但没有考虑中继终端的移动性和同频干扰的影响。当然，这也是值得进一步探讨的问题。

## 参考文献

- [1] WWRF/WG4. Relaying Subgroup White Paper: Relay-based deployment concepts for wireless and mobile broadband cellular radio. Version 0.1, Proc. of the 9th WWRF Meeting, Zurich, Switzerland. July 1-2, 2003.
- [2] 胡健栋, 程卫军, 等. 现代无线通信技术. 北京: 机械工业出版社, 2003: 159.
- [3] 裴小燕. CDMA 系统中分集技术的研究. [博士学位论文], 北京: 北京邮电大学, 2001, 7.
- [4] 田辉. 自组织移动通信网络控制协议研究. [博士学位论文], 北京: 北京邮电大学, 2003, 7.
- [5] Cheng Weijun, Hu Jiandong. Performance analysis of multi-user cooperative diversity systems in Rayleigh fading channels. Proc. of ISCIT2003, Thailand, Sept. 3-5, 2003: 35 – 39.
- [6] Stuber M G L. Principles of Mobile Communication. 2<sup>nd</sup> Edition, Norwell, MA: Kluwer Academic Publishers, 2002: 130 – 131.
- [7] 程卫军, 胡健栋. 无线蜂窝网络中一种新的多跳宏分集[J]. 通信学报, 2003, 24(11A): 87 – 92.
- [8] Simon M K, Alouini M S. Digital Communication over Fading Channels: A Unified Approach to Performance Analysis. New York: Wiley & Sons, 2000: 24 – 25, 275.
- [9] Hasna M O, Alouini M S. Performance analysis of two-hop relayed transmissions over Rayleigh fading channels [A]. Proc. of IEEE VTC, Vancouver, British Columbia, Canada, Sept. 2002: 1992 – 1996.

程卫军: 男, 1973年生, 博士生, 研究方向为多跳/中继合作技术、分布MIMO与空时编码。

李育红: 女, 1972年生, 博士生, 研究方向为智能天线、UWB。

胡健栋: 男, 1929年生, 教授, 博士生导师, 主要研究领域为码分多址、自组织无线网络。