

圆-矩过渡器的设计

刘洛琨 孙广祥

(解放军信息工程学院, 郑州 450002)

摘要 本文利用变分原理和 Rayleigh-Ritz 变分技术, 并选择适当的基函数, 给出了截顶圆波导截止波长的变分公式及计算机数值解。设计出性能良好的圆-矩阶梯过渡器。

关键词 波导; 阶梯圆-矩过渡; 截顶圆波导; 截止波长; 变分原理

1. 前言

圆-矩过渡器是微波天线和微波传输线的常用元件, 阶梯圆-矩过渡较之渐变过渡结构紧凑、易于加工。设计阶梯圆-矩过渡器最关键, 也是最基本的问题是求解截顶圆波导的截止波长。由此, 可以计算过渡波导在某截顶系数 ($T = H/D$) 下的等效阻抗, 使阶梯过渡满足一定的设计要求。

截顶圆波导及坐标系如图 1 所示。求解截顶圆波导截止波长有微扰法^[1]、横向谐振法^[2]及变分法^[3]。微扰法将截顶圆波导看作是圆波导或矩形波导的微小变形情况, 在截顶系数接近于 1 或比较小时较为适用, 横向谐振法把波导沿横向分割为若干个阶梯, 由于没有考虑电场的弯曲, 所以截顶系数接近于 1 时将引入较大误差。文献[3]导出了截止波长的变分公式, 并代入试探函数对其求解, 即当截顶系数较大时用圆波导场分布函数作试探场, 截顶系数较小时, 则代以矩形波导场分布函数。截顶系数在中间情况时, 将引入较大误差是可以想见的。本文利用变分原理结合 Rayleigh-Ritz 变分技术, 选择较为适当的基函数, 并利用计算机数值解法, 给出了具有较高精度的截止波长计算结果。值得一提的是, 本方法适用于任意对称波导基模截止波长的求解, 这在工程上是很有意义的。

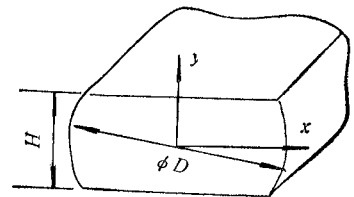


图 1 截顶圆波导及坐标系

利用所得结果, 本文还设计出了性能良好的 Chebyshev 圆-矩阶梯过渡器。该过渡器经测试及实际使用, 结果是令人满意的。

2. 截顶圆波导截止波长的数值解

截顶圆波导属于不规则波导, 用变分法能较好地求解它的截止波长。设 u 为波导内的波函数, 其 H 型基模的波数 K 。可用下面的变分公式来表示^[4]

$$[K_c^2] = \frac{\iint_{S_0} (\nabla_t u)^2 dS}{\iint_{S_0} u^2 dS} \quad (1)$$

其中 S_0 为波导的截面域, (1) 式的边界条件为自然边界条件。

令 $u = \sum_{i=1}^N c_i \phi_i$, 其函数 ϕ_i 不必事先满足边界条件, 由 Ritz 法可得到方程组

$$\sum_{i=1}^N c_i \iint_{S_0} \nabla_t \phi_i \cdot \nabla_t \phi_j dS - K_c^2 \sum_{i=1}^N c_i \iint_{S_0} \phi_i \cdot \phi_j dS = 0, \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

记

$$\left. \begin{aligned} a_{ij} &= \iint_{S_0} \nabla_t \phi_i \cdot \nabla_t \phi_j dS \\ b_{ij} &= \iint_{S_0} \phi_i \cdot \phi_j dS \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

则(2)式可写成矩阵形式

$$([A] - K_c^2[B])[C] = [0] \quad (4)$$

$[A]$, $[B]$ 的矩阵元素由(3)式来决定。基函数的选择可作如下考虑: 因为波函数通常代表磁场的纵向分量, 截顶圆波导为对称波导, 其 H 型基模的纵向磁场分布具有上、下对称, 左右反对称的特点, 并考虑到基函数的一般性, 于是可令波函数为

$$u(x, y) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M c_{ij} x^{2i-1} y^{2j-2} \quad (5)$$

仅取 $N = 3, M = 2$, 用计算机解广义本征值矩阵方程(4)式, 得到最小本征值 K_{\min}^2 , 从而可求出 λ_c 。图 2 示出了 $\lambda_c/R-H/D$ 的计算结果。

为了说明本方法的精确性, 并不失一般性, 不妨拿矩形波导和圆波导的截止波长予以验证。对于矩形波导情况相当于 $H/D \rightarrow 0$, 圆波导即 $H/D = 1.0$

$H/D = 0.02$ 时, $\lambda_c/R = 3.9997$, 而精确值为 4.0;

$H/D = 1.0$ 时, $\lambda_c/R = 3.4123$, 而精确值为 3.4125。

这样的精度是可以的了。

3. 圆-矩过渡的设计

有了上述计算结果, 即可着手过渡器的设计。对于两级圆-矩过渡 (BJ-40 ~ $\phi 58$), 按 Chebyshev 过渡设计时, 各级等效阻抗应为^[4]

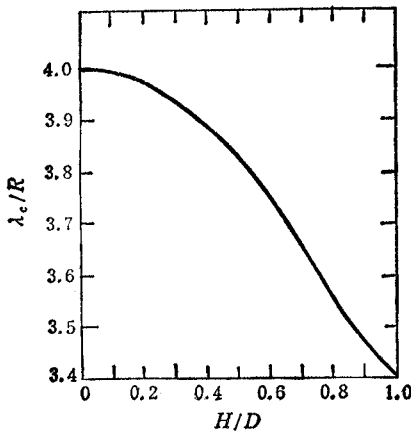
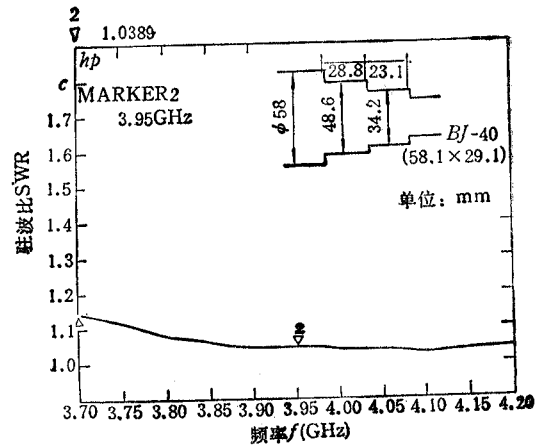
$$\bar{Z}_1 = \sqrt{\sqrt{\frac{(R-1)^2}{4 \operatorname{tg}^4 \theta_k} + R} + \frac{R-1}{2 \operatorname{tg}^2 \theta_k}} \quad (6)$$

$$\bar{Z}_2 = R/\bar{Z}_1 \quad (7)$$

其中

$$R = \bar{Z}_c \quad (8)$$

$$\operatorname{tg}^2 \theta_k = \frac{2}{\sin^2(\pi W_g/4)} - 1 \quad (9)$$

图2 归一化截止波长随 H/D 变化曲线图3 BJ-40~ $\phi 58$ 两级阶梯过渡器设计及测试结果

$\bar{Z}_1, \bar{Z}_2, \bar{Z}_c$ 分别为第一级, 第二级截顶圆波导及圆波导对矩形波导的归一化等效阻抗, 相对带宽为

$$W_q = 2 \frac{\lambda_{g1}^r - \lambda_{g2}^r}{\lambda_{g1}^r + \lambda_{g2}^r} \quad (10)$$

各级阶梯长度均为

$$L_i = \lambda_{g0}^i / 4, \quad i = 1, 2 \quad (11)$$

$\lambda_{g1}^r, \lambda_{g2}^r$ 为矩形波导边频上的波导波长, λ_{g0}^i 为截顶圆波导中心频率上的波导波长。矩形波导、圆波导及截顶圆波导的等效阻抗表示为

$$Z_r = \frac{b}{a} / \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{2a}\right)^2} \quad (12)$$

$$Z_c = 1 / \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{3.41 R_0}\right)^2} \quad (13)$$

$$Z_i = \frac{H}{D} / \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_c^i}\right)^2} \quad (14)$$

给定中心频率 f_0 及边频 f_1, f_2 , 按上述各式设计出各级阶梯高度 H 和长度 L 。由于阶梯电容的存在, 还要对各级长度进行理论^[5]及实验修正。最终的设计结果及测试曲线示于图3。

对于胡秉纲教授为本文的完成给予的指导及牛忠霞副教授给予的有益指教, 在此表示感谢。

参 考 文 献

- [1] 杨世华, 切比雪夫矩-圆过渡器的设计, 跟踪雷达, 1983年, 第3期, 第1—6页。
- [2] 林昌禄, 宋锡明, 圆极化天线, 人民邮电出版社, 北京, 1986年, 第78—84页。
- [3] 李世鹤, 用截顶圆波导作矩-圆波导交换器, 微波通信技术, 1978年, 第3期, 第21—25页。
- [4] 钱伟长, 格林函数和变分法在电磁场和电磁波计算中的应用, 上海科技出版社, 1989年, 第207—216页。
- [5] 吴万春, 梁昌洪, 微波网络及其应用, 国防工业出版社, 北京, 1979年, 第235—247页。

DESIGN OF CIRCULAR-RECTANGULAR WAVEGUIDE TRANSITION DEVICE

Liu Luokun Sun Guangxiang

(Information & Engineering Institute of PLA, Zhengzhou 450002)

Abstract The variation equation and numerical result for the cut-off wavelength of the truncated circular waveguide are given by using the variational principle and Rayleigh-Ritz variational technique, and choosing a proper base function. A good performance circular-rectangular waveguide staircase transition device is designed.

Key words Waveguide; Circular-rectangular waveguide staircase transition; Truncated-circular waveguide; Cut-off wavelength; Variational principle